



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ & ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

Διπλωματική Εργασία

**ΧΑΡΑΞΗ ΟΔΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΜΕ ΧΡΗΣΗ
ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΜΟΡΦΗΣ
NURBS (NON-UNIFORM RATIONAL BASIS SPLINE)**

Αντώνης Μπουτσάκης

Επιβλέπων: Γ. Κανελλαΐδης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Συνεπιβλέπων: Φ. Μερτζάνης, Επιστημονικός Συνεργάτης Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2013

Ευχαριστίες

Με την περάτωση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες:

Στον επιβλέποντα Καθηγητή του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π. κ. Γ. Κανελλαΐδη, για την ανάθεση και την επίβλεψη της Διπλωματικής Εργασίας.

Στον Επιστημονικό Συνεργάτη κ. Φ. Μερτζάνη, για τις ουσιαστικές παρατηρήσεις και συμβουλές του σε όλα τα στάδια εκπόνησης της Διπλωματικής Εργασίας, αφιερώνοντας αρκετό χρόνο εργασίας και συζήτησης.

Στον Αναπληρωτή Καθηγητή του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π. κ. Γ. Γιαννή, για τις υποδείξεις του ως προς την τελική δομή και μορφή του τεύχους και της παρουσίασης της Διπλωματικής Εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, καθώς και όσους βοήθησαν με τον οποιονδήποτε τρόπο στη διαμόρφωση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Αθήνα, Μάρτιος 2013
Αντώνης Μπουτσάκης

Σύνοψη

Χάραξη οδού στον χώρο με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline)

Αντώνης Μπουτσάκης

Επιβλέπων: Γ. Κανελλαΐδης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Συνεπιβλέπων: Φ. Μερτζάνης, Επιστημονικός Συνεργάτης Ε.Μ.Π.

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας αποτελεί η χάραξη οδών απευθείας στον χώρο, με χρήση των αριθμητικά προσδιοριζόμενων καμπυλών ελεύθερης μορφής NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline). Προκειμένου να διερευνηθεί η καταλληλότητα χρήσης των καμπυλών NURBS στην οδοποιία, αναπτύχθηκε μια μέθοδος ανάλυσής τους και υλοποιήθηκε μια εφαρμογή σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, για τη σχεδίαση οδικών τμημάτων τα οποία περιγράφονται από αυτές.

Τα βασικά πλεονεκτήματα που παρουσιάζει ο σχεδιασμός οδών με χρήση αυτών των καμπυλών είναι η ενιαία αναπαράσταση των οδικών αξόνων από μία μόνο τρισδιάστατη μορφή, ο αποτελεσματικότερος έλεγχος της ποιότητας της χάραξης και η αποδοτικότερη αξιοποίηση των δεδομένων της χάραξης από άλλες σύγχρονες εφαρμογές. Τα βασικά μειονεκτήματα είναι η αδυναμία άμεσου ελέγχου της μορφής της οδού και η προβληματική υψομετρική διαμόρφωσή της. Για τη διατύπωση ασφαλέστερων συμπερασμάτων, απαιτείται η διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας, κυρίως με την εισαγωγή του ανθρώπινου παράγοντα.

Λέξεις-κλειδιά: τρισδιάστατη χάραξη οδού, καμπύλες NURBS, λογισμικό χάραξης οδών

Abstract

Three-dimensional road design using NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline) freeform curves

Anthony Boutsakis

Supervisor: G. Kanellaidis, Professor, N.T.U.A.

Co-supervisor: F. Mertzanis, Research Associate, N.T.U.A.

The objective of this Diploma Thesis is road design directly in space, using NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline) freeform curves, which are numerically determined. In order to investigate the suitability of NURBS curves in road designing, a method for analysing them has been developed and a software application for designing road segments described by them has been created.

The main advantages offered by designing roads using these curves are the unified representation of road axes, by a single three-dimensional form, the effective control of the alignment's quality and the more efficient use of their data by other modern applications. The main disadvantages are the lack of direct control over the form of the road and the problematic altitudinal configuration. Further investigation is required to come to safer conclusions, mainly by introducing the human factor.

Keywords: three-dimensional road design, NURBS curves, road design software

Περίληψη Εργασίας

Ο σχεδιασμός ενός οδικού έργου προσεγγίζεται κατά κανόνα με γεωμετρική μέθοδο, σύμφωνα με την οποία η χάραξη μιας οδού πραγματοποιείται σε δύο διακριτά στάδια: **αρχικά γίνεται η σχεδίαση του άξονα της οδού στο οριζόντιο επίπεδο (οριζοντιογραφία) και στη συνέχεια πραγματοποιείται χωριστά η υψομετρική διαμόρφωση του άξονα της οδού (μηκοτομή)**. Το τελικό αποτέλεσμα της χάραξης στον χώρο προκύπτει από τη σύνθεση των επιμέρους δύο σταδίων. Κατά τη μέθοδο αυτή, η πρόβλεψη του συνδυασμένου τελικού αποτελέσματος της οδού στον χώρο είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί μόνο μέχρι κάποιον βαθμό και επιπλέον η συμβατική γεωμετρική χάραξη δεν είναι σε θέση να παράσχει τα δεδομένα της με μια ενιαία και ακριβή μορφή, προκειμένου αυτά να είναι διαχειρίσιμα από τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές και να χρησιμοποιηθούν σε άλλες σύγχρονες εφαρμογές και συστήματα.

Αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας αποτελεί η διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης αριθμητικών μεθόδων για τη χάραξη οδών απευθείας στον χώρο, προκειμένου να ξεπεραστούν τα παραπάνω προβλήματα. Πιο συγκεκριμένα, **εξετάζεται η τρισδιάστατη χάραξη οδών με χρήση αριθμητικά προσδιοριζόμενων παραμετρικών καμπυλών ελεύθερης μορφής τύπου «spline», οι οποίες ονομάζονται «Καμπύλες NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline)»**. Στο πλαίσιο διερεύνησης της καταλληλότητας των καμπυλών αυτών για την αναπαράσταση οδικών αξόνων, γίνεται προσδιορισμός και ανάλυση των χαρακτηριστικών τους, και επιχειρείται η κατανόηση της συμπεριφοράς τους κατά τη διαδικασία χάραξης, καθώς και η συγκριτική αξιολόγησή τους σε σχέση με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη.

Από τα αποτελέσματα της αναζήτησης ερευνών σχετικών με τη χάραξη οδού στον χώρο **προέκυψε η αναγκαιότητα περαιτέρω εξέτασης του αντικειμένου της τρισδιάστατης χάραξης και επελέγησαν οι καμπύλες NURBS μεταξύ διάφορων καμπυλών ελεύθερης μορφής τύπου «spline», οι οποίες έχουν εξεταστεί**. Οι καμπύλες NURBS βρίσκουν εφαρμογή σε αρκετούς τομείς και υποστηρίζονται από όλα τα σύγχρονα συστήματα σχεδίασης μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Στα πλεονεκτήματά τους συγκαταλέγονται η δυνατότητα αναπαράστασης πληθώρας μορφών, η σχετικά απλή μαθηματική αναπαράστασή τους μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων, η ευελιξία κατά τη διάρκεια σχεδίασης και η δυνατότητα μερικής τροποποίησης της μορφής της καμπύλης χωρίς να επέλθει αλλαγή σε ολόκληρο το σχήμα της. Τέλος, ένα βασικό χαρακτηριστικό των καμπυλών NURBS είναι ότι διαθέτουν περισσότερα του ενός επίπεδα ελέγχου της μορφής τους, σε αντίθεση με άλλες ομοειδείς καμπύλες.

Οι καμπύλες NURBS ορίζονται στον χώρο από ένα πλήθος σημείων, τα οποία δεν ανήκουν σε αυτές, που ονομάζονται **σημεία ελέγχου**. Οι καμπύλες παράγονται από παραμετρικές αναδρομικές πολυωνυμικές συναρτήσεις, οι οποίες ονομάζονται **βασικές συναρτήσεις**. Κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης σε συγκεκριμένο

τμήμα της. Η κατανομή της επιρροής των σημείων ελέγχου κατά μήκος της καμπύλης γίνεται μέσω του **διανύσματος κόμβων**, καθώς και του **βάρους** τους. Τέλος, ο **βαθμός** ή η **τάξη** της καμπύλης καθορίζει το σχήμα της και τη μαθηματική της **συνέχεια**.

Τα χαρακτηριστικά μιας οδού η οποία αναπαρίσταται με χρήση καμπυλών NURBS είναι αρκετά διαφορετικά σε σχέση με μια οδό που έχει χαραχθεί με τη συμβατική μέθοδο. Καταρχάς, **η χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS συνιστά μία ενιαία μορφή στον χώρο**, σε αντίθεση με τη συμβατική χάραξη που αποτελείται από διαφορετικές γεωμετρικές μορφές, οι οποίες επαλληλίζονται μεταξύ τους. Επίσης, **η χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS 4^{ου} βαθμού παρουσιάζει μεγαλύτερη γεωμετρική συνέχεια (G^3) σε σύγκριση με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη (G^2)**, κάτι το οποίο σημαίνει ότι ένας οδηγός είναι σε θέση να ακολουθήσει με ακρίβεια την πορεία του άξονα της οδού. **Επιπλέον, η καμπυλότητα και η κατά μήκος κλίση μεταβάλλονται καθ' όλο το μήκος της οδού**, ενώ στη συμβατική χάραξη οι μεταβολές αυτές συμβαίνουν σε ορισμένα τμήματα της οδού. Τέλος, **στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS δεν υπάρχουν απόλυτες ευθυγραμμίες** και επομένως η καμπυλότητα δεν μηδενίζεται. Ωστόσο, οι καμπύλες NURBS έχουν τη δυνατότητα σχηματισμού ευθειών και κυκλικών τόξων.

Για την περαιτέρω ανάλυση των καμπυλών NURBS, εφαρμόζεται μια **μέθοδος προσδιορισμού των τιμών της κατά μήκος κλίσης και της καμπυλότητας στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, κατά μήκος της καμπύλης**. Η μέθοδος αυτή είναι προσεγγιστική, αλλά παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια. Σύμφωνα με αυτήν, **η καμπύλη προσομοιώνεται με ένα σύνολο διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων μικρού μήκους**, η αρχή και το πέρας των οποίων αποτελούν σημεία της καμπύλης. Οι συντεταγμένες αυτών των σημείων προσδιορίζονται με την εκτέλεση ενός γρήγορου και αριθμητικά σταθερού αλγόριθμου, ο οποίος είναι γνωστός ως ο «**Αλγόριθμος de Boor**». Με αυτόν τον τρόπο καθίσταται δυνατή η δημιουργία της μηκοτομής της οδού. Οι τιμές των κατά μήκος κλίσεων υπολογίζονται τμηματικά, ως το σύνολο των τιμών των επιμέρους κλίσεων των ευθύγραμμων τμημάτων μεταξύ των διαδοχικών σημείων. Οι τιμές των καμπυλοτήτων προσδιορίζονται μέσω του υπολογισμού των ακτίνων των εφαπτόμενων στην καμπύλη κύκλων κατά την οριζοντιογραφία και μηκοτομή, οι οποίοι προσεγγιστικά ορίζονται μεταξύ τριών διαδοχικών σημείων. Τέλος, κατασκευάζονται τα διαγράμματα μεταβολής των παραπάνω μεγεθών κατά μήκος της καμπύλης.

Μέσω της προσομοίωσης της καμπύλης NURBS που περιγράφηκε παραπάνω, **είναι εφικτή η ποιοτική σύγκριση με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη, καθώς και η διεξαγωγή κάποιων ελέγχων που εφαρμόζονται στη συμβατική χάραξη**. Οι έλεγχοι που εφαρμόζονται στην παρούσα Διπλωματική Εργασία προέρχονται από τις *Οδηγίες Μελετών Οδικών Έργων* για τις *Χαράξεις* και δεν θα μπορούσαν να εφαρμοστούν άμεσα σε μια χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, χωρίς την προσομοίωσή της. Οι έλεγχοι που διενεργούνται είναι ο **έλεγχος των ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας**, ο **έλεγχος των μέγιστων κατά μήκος κλίσεων** και ο **έλεγχος των ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής**.

Η προτεινόμενη μέθοδος ανάλυσης και ελέγχου των καμπυλών NURBS, εφαρμόζεται μέσω ενός λογισμικού που αναπτύχθηκε για τις ανάγκες της Διπλωματικής Εργασίας και αξιοποιεί την ταχύτητα και τις δυνατότητες των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Το λογισμικό εκτελείται στο περιβάλλον του σχεδιαστικού προγράμματος AutoCAD 2012 και αναπτύχθηκε μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Visual Basic. Κατά την εκτέλεση του λογισμικού, σχεδιάζεται από τον χρήστη σε τοπογραφικό χάρτη μια καμπύλη NURBS η οποία αντιπροσωπεύει τον άξονα της οδού, δημιουργείται η μηκοτομή της χάραξης και παράγονται τρία διαγράμματα ελέγχου της χάραξης (διαγράμματα ελέγχου των κατά μήκος κλίσεων, των ακτίνων της οριζοντιογραφίας και των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής).

Στη συνέχεια, με χρήση του παραπάνω λογισμικού **πραγματοποιείται η χάραξη ενός οδικού τμήματος** προκειμένου να αναλυθεί περαιτέρω η συμπεριφορά των καμπυλών NURBS κατά τη χρήση τους για την αναπαράσταση οδών, και να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα. Γίνεται η περιγραφή των χαρακτηριστικών της συγκεκριμένης χάραξης κατά την οριζοντιογραφία, τη μηκοτομή και τις διατομές και επιπλέον παρατίθενται τα διαγράμματα ελέγχου. Τέλος, περιγράφονται τα χαρακτηριστικά και η συμπεριφορά των καμπυλών NURBS κατά τη διαδικασία σχεδίασης της παραπάνω χάραξης.

Στα **πλεονεκτήματα** χρήσης των καμπυλών NURBS για την αναπαράσταση οδικών αξόνων συγκαταλέγονται ο σχεδιασμός μιας οδού απευθείας στον χώρο, ως μία ενιαία καμπύλη, η περιγραφή της οδού με μεγάλη ακρίβεια, η ευελιξία κατά τη διαδικασία χάραξης, η δυνατότητα άμεσης τοπικής τροποποίησης της μορφής της χάραξης και η καμπυλόγραμμη μορφή που αποκτά η χάραξη στον χώρο, με αποτέλεσμα την καλύτερη προσαρμογή της στο ανάγλυφο. Ακόμη, το υψηλό επίπεδο ομαλότητας και συνέχειας των καμπυλών NURBS έχει θετικές επιδράσεις κατά τη διάρκεια οδήγησης. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα απευθείας χρήσης των δεδομένων των οδικών αξόνων από άλλες σύγχρονες εφαρμογές και, κατά συνέπεια, είναι δυνατός ο αποτελεσματικός έλεγχος της διάταξης της οδού στον χώρο και διάφορων παραμέτρων ασφαλείας.

Ένα βασικό **μειονέκτημα** από τη χρήση καμπυλών NURBS για τη χάραξη οδών είναι η αδυναμία άμεσου ελέγχου της μορφής της καμπύλης. Οπότε, υπάρχει δυσκολία στον καθορισμό της μορφής της καμπύλης ώστε αυτή να διέρχεται με ακρίβεια από συγκεκριμένα σημεία ή να λάβει συγκεκριμένες τιμές κλίσης και καμπυλότητας σε κάποιο τμήμα της. Ακόμη, η χάραξη αποκτά καμπυλόγραμμη μορφή κατά τη μηκοτομή, κάτι το οποίο επιφέρει κόπωση στους χρήστες της οδού και περιορίζει την ορατότητα, με συνέπεια τον αυξημένο κίνδυνο εκδήλωσης ατυχημάτων.

Συμπερασματικά, **οι καμπύλες NURBS αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο χάραξης οδών στον χώρο, αλλά παράλληλα παρουσιάζουν και κάποια μειονεκτήματα τα οποία δεν υφίστανται στη συμβατική γεωμετρική χάραξη.** Η τρισδιάστατη χάραξη οδών με χρήση καμπυλών NURBS φαίνεται ότι **παρουσιάζει αρκετό ενδιαφέρον και αποτελεί μια εν δυνάμει εναλλακτική μέθοδο χάραξης, χωρίς όμως να μπορεί να υποστηριχθεί με απόλυτη βεβαιότητα η καταλληλότητά των καμπυλών αυτών.** Απαιτείται η διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας, κυρίως μέσω της πραγματοποίησης πειραμάτων με

εισαγωγή του ανθρώπινου παράγοντα. Το ζήτημα που θα πρέπει κυρίως να απασχολήσει είναι **η αντίληψη της ποιότητας της χάραξης από τον οδηγό – χρήστη της οδού, και ιδιαίτερα η επίδραση που έχει η συνεχής μεταβολή της καμπυλότητας**. Μέσω αυτών των πειραμάτων θα μπορέσουν, ενδεχομένως, να εξαχθούν σαφή συμπεράσματα σχετικά με την καταλληλότητα των καμπυλών NURBS για το σχεδιασμό οδικών έργων. **Προς το παρόν, οι καμπύλες NURBS θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν κατά τη φάση προμελέτης** ενός οδικού έργου, λόγω της ευελιξίας που προσφέρουν για την εξέταση εναλλακτικών χαράξεων.

Τέλος, η παρούσα Διπλωματική Εργασία φιλοδοξεί να συμβάλει στη γενικότερη έρευνα που πραγματοποιείται σχετικά με την τρισδιάστατη χάραξη οδών, καθώς και να καλύψει τυχόν θέματα στα οποία δεν έχει γίνει εκτενής ή καθόλου αναφορά έως τώρα.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ	3
1.1.1 Η ανάγκη χρήσης αριθμητικών μεθόδων	3
1.1.2 Οπτικοποίηση	7
1.1.3 Προσομοίωση Οδήγησης.....	9
1.1.4 Σύνοψη	10
1.2 ΣΤΟΧΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	11
1.3 ΣΤΑΔΙΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	12
1.4 ΔΟΜΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	15
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ	 17
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	19
2.2 ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΕΡΕΥΝΕΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ.....	21
2.3 ΣΥΝΟΨΗ – ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ	31
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	 33
3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΜΟΡΦΗΣ	35
3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	38
3.2.1 Παραμετρικές καμπύλες.....	38
3.2.1.1 Ορισμός	38
3.2.1.2 Καμπυλότητα.....	40
3.2.2 Ομογενείς συντεταγμένες	41
3.2.3 Ρητές Καμπύλες.....	43
3.2.4 Καμπύλες τύπου «spline».....	43
3.3 ΟΙ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS	45
3.3.1 Εισαγωγή	45
3.3.2 Μαθηματική προσέγγιση των καμπυλών NURBS	47
3.3.2.1 Σημεία ελέγχου – Πολύγωνο ελέγχου	47
3.3.2.2 Βασικές συναρτήσεις.....	48
3.3.2.3 Βαθμός και τάξη καμπύλης	51
3.3.2.4 Βάρη σημείων ελέγχου	52
3.3.2.5 Διάνυσμα κόμβων	54
3.3.2.6 Υπολογισμός των βασικών συναρτήσεων	56
3.3.2.7 Γενική μορφή καμπύλης NURBS.....	60
3.3.2.8 Ιδιότητες καμπυλών NURBS και βασικών συναρτήσεων	61
3.3.2.9 Παράγωγοι.....	62
3.3.2.10 Γεωμετρική συνέχεια καμπύλης	63
3.4 ΑΛΛΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ.....	64
3.5 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ DE BOOR	68
3.6 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS	73
3.6.1 Περιγραφή μεθόδου.....	73

3.6.1.1 Συντεταγμένες σημείων καμπύλης.....	75
3.6.1.2 Χιλιομέτρηση και συνολικό μήκος οδού	75
3.6.1.3 Μηκοτομή οδού	76
3.6.1.4 Κατά μήκος κλίση	79
3.6.1.5 Ακτίνες εφαπτόμενων κύκλων στην οριζοντιογραφία.....	81
3.6.1.6 Ακτίνες εφαπτόμενων κύκλων στη μηκοτομή	83
3.6.1.7 Διαγράμματα κατά μήκος κλίσης και ακτίνων εφαπτόμενων κύκλων.....	84
3.6.2 Συγκριτικός έλεγχος ακρίβειας μεθόδου	91
3.6.2.1 Υπολογισμός βασικών συναρτήσεων.....	92
3.6.2.2 Προσδιορισμός συνάρτησης καμπύλης.....	94
3.6.2.3 Υπολογισμός παραγώγων	94
3.6.2.4 Έλεγχος ακρίβειας Αλγόριθμου de Boor	95
3.6.2.5 Έλεγχος ακρίβειας μεθόδου των διερχόμενων από τρία σημεία κύκλων.....	96
3.6.2.6 Συμπεράσματα ελέγχου	99

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS ΣΤΗΝ ΟΔΟΠΟΙΑ 101

4.1 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΟΔΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS...	103
4.1.1 Συνέχεια Οδού – Καμπυλότητα.....	103
4.1.2 Οριζοντιογραφία.....	104
4.1.3 Μηκοτομή.....	106
4.1.4 Καμπύλες NURBS και διαδικασία χάραξης.....	107
4.2 ΟΙ ΟΜΟΕ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS.....	111
4.2.1 Εισαγωγή	111
4.2.2 Τεύχος χαράξεων (ΟΜΟΕ–X).....	111
4.2.2.1 Γενικά	111
4.2.2.2 Πεδίο εφαρμογής των ΟΜΟΕ–X	112
4.2.2.3 Καθοριστικές ταχύτητες	112
4.2.2.4 Κριτήρια Ασφαλείας I, II και III.....	113
4.2.2.5 Στοιχεία μελέτης κατά την οριζοντιογραφία	114
4.2.2.6 Στοιχεία μελέτης κατά τη μηκοτομή	117
4.2.2.7 Στοιχεία μελέτης κατά τη διατομή	120
4.2.2.8 Στοιχεία μελέτης ορατότητας	121
4.2.3 Εφαρμογή των ΟΜΟΕ–X στη χάραξη οδού με χρήση καμπυλών NURBS	122
4.2.3.1 Απαιτούμενοι έλεγχοι	122
4.2.3.2 Έλεγχοι σε χάραξη με καμπύλες NURBS.....	123
4.3 ΧΑΡΑΞΗ ΤΗΣ ΟΔΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ	128
4.3.1 Γενικά	128
4.3.2 Καμπύλες NURBS και χάραξη της οδού στον χώρο.....	129
4.3.3 Τα προβλήματα που παρουσιάζονται στην προοπτική εικόνα της οδού.....	129
4.3.4 Πρόσθετες συστάσεις	135

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΧΑΡΑΞΗ ΟΔΟΥ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS ΜΕΣΩ Η/Υ 139

5.1 Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ «NURBS_ROADS».....	141
5.2 ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ NURBS_ROADS.....	143
5.2.1 Γενική περιγραφή	143
5.2.2 Εισαγωγή παραμέτρων οδικού τμήματος.....	145

5.2.3 Εκκίνηση διαδικασίας σχεδίασης καμπύλης	146
5.2.4 Λήψη συντεταγμένων σημείων της καμπύλης	147
5.2.5 Δημιουργία μηκοτομής οδού	150
5.2.6 Υπολογισμός κατά μήκος κλίσεων	152
5.2.7 Υπολογισμός ακτίνων οριζοντιογραφίας.....	152
5.2.8 Υπολογισμός ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής.....	153
5.2.9 Σχεδίαση διαγραμμάτων ελέγχου	153
5.2.9.1 Διενέργεια ελέγχων	154
5.2.9.2 Αποτύπωση διαγραμμάτων.....	155
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΑΡΑΞΗΣ	159
6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	161
6.1.1 Συνοπτική περιγραφή	162
6.1.2 Βασικές αρχές χάραξης	162
6.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΟΔΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ	164
6.2.1 Γενικά στοιχεία.....	164
6.2.2 Στοιχεία καμπύλης.....	164
6.2.3 Οριζοντιογραφία.....	167
6.2.4 Μηκοτομή.....	168
6.2.5 Διατομές	172
6.2.6 Διαγράμματα ελέγχου.....	176
6.2.6.1 Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων	176
6.2.6.2 Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας	177
6.2.6.3 Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής.....	178
6.2.6.4 Συνδυασμένο αποτέλεσμα οριζοντιογραφίας και μηκοτομής.....	179
6.3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΧΑΡΑΞΗΣ.....	183
6.3.1 1 ^η δοκιμαστική χάραξη	183
6.3.2 2 ^η δοκιμαστική χάραξη	187
6.3.3 3 ^η δοκιμαστική χάραξη	194
6.3.4 Τελική χάραξη (4 ^η δοκιμαστική χάραξη)	201
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	203
7.1 ΣΥΝΟΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	205
7.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ	210
7.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	212
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ – ΑΝΑΦΟΡΕΣ	215

Κατάλογος Σχημάτων, Πινάκων & Εικόνων

ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 1.1: Σχηματική απεικόνιση των σταδίων της Διπλωματικής Εργασίας.....	14
Σχήμα 2.1: Μέθοδος προσομοίωσης αλληλουχίας τόξο συναρμογής – κυκλικό τόξο – τόξο συναρμογής...	21
Σχήμα 2.2: Διάγραμμα μεταβολής της καμπυλότητας και ακτίνας κατά μήκος καμπύλης NURBS	23
Σχήμα 2.3: Σύγκριση της προσέγγισης μιας οδού μέσω καμπυλών B-Spline με τα ακριβή γεωγραφικά δεδομένα σχεδιασμού	25
Σχήμα 2.4: Τρισδιάστατος άξονας οδού, ο οποίος αποτελείται από σταθερά στοιχεία, μεταβλητά στοιχεία και στοιχεία σύνδεσης	26
Σχήμα 2.5: Προοπτική άποψη χάραξης, η οποία αποτελείται από τρισδιάστατες ευθείες και τρισδιάστατες κυβικές καμπύλες τύπου spline	28
Σχήμα 2.6: Τρισδιάστατα στοιχεία που προκύπτουν από επαλληλία οριζοντιογραφίας και μηκοτομής.....	29
Σχήμα 3.1: Γραφική παράσταση μιας παραμετρικής καμπύλης	39
Σχήμα 3.2: Ο κύκλος καμπυλότητας της καμπύλης σε κάποιο σημείο της	40
Σχήμα 3.3: Γεωμετρική ερμηνεία των ομογενών συντεταγμένων	42
Σχήμα 3.4: Μία τετραγωνική καμπύλη spline, η οποία αποτελείται από τέσσερα πολωνυμικά τμήματα...	44
Σχήμα 3.5: Καμπύλη NURBS, με τα σημεία ελέγχου και το πολύγωνο ελέγχου.....	48
Σχήμα 3.6: Βασική συνάρτηση ενός σημείου ελέγχου	49
Σχήμα 3.7: Βασικές συναρτήσεις μιας καμπύλης NURBS.....	50
Σχήμα 3.8: Με μετακίνηση σημείου ελέγχου, η μορφή της καμπύλης αλλάζει μόνο σε ένα τμήμα της.....	51
Σχήμα 3.9: Καμπύλες NURBS διαφορετικών βαθμών ή τάξεων	51
Σχήμα 3.10: Η μορφή της καμπύλης μεταβάλλεται με αλλαγή των βαρών των σημείων ελέγχου	52
Σχήμα 3.11: Αναπαράσταση κυκλικών τόξων με καμπύλες NURBS	53
Σχήμα 3.12: Βασικές συναρτήσεις καμπύλης NURBS, της οποίας το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου δεν αποτελούν σημεία.....	55
Σχήμα 3.13: Βασικές συναρτήσεις καμπύλης NURBS, της οποίας το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου αποτελούν σημεία.....	55
Σχήμα 3.14: Σειρά υπολογισμού βασικών συναρτήσεων	57
Σχήμα 3.15: Δημιουργία δευτεροβάθμιας βασικής συνάρτησης	59
Σχήμα 3.16: Μερικές από τις ιδιότητες των καμπυλών NURBS.....	61
Σχήμα 3.17: Τετραγωνική καμπύλη Bézier	65
Σχήμα 3.18: Παράδειγμα εφαρμογής του Αλγόριθμου de Boor, με υπολογισμό του σημείου $P_{5,3}$	70
Σχήμα 3.19: Προσομοίωση καμπύλης NURBS με ένα σύνολο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα.....	73
Σχήμα 3.20: Έλεγχος εάν το σημείο M ανήκει στο τρίγωνο $AB\Gamma$	77
Σχήμα 3.21: Τα σημεία A , B και Γ ορίζουν ένα επίπεδο στον χώρο, το οποίο αντιπροσωπεύει τμήμα του ανάγλυφου της περιοχής χάραξης.....	78
Σχήμα 3.22: Προσδιορισμός των κατά μήκος κλίσεων των επιμέρους ευθύγραμμων τμημάτων που προσεγγίζουν την καμπύλη. Επίσης, φαίνεται ο κατακόρυφος κύκλος που προσεγγίζει την καμπύλη	80
Σχήμα 3.23: Υπολογισμός της κατά μήκος κλίσης	80

Σχήμα 3.24: Διερχόμενος κύκλος από τρία σημεία της καμπύλης, ο οποίος προσεγγίζει την καμπύλη στο διάστημα ανάμεσα στα σημεία αυτά	81
Σχήμα 3.25: Υπολογισμός ακτίνας κύκλου διερχόμενου από τρία σημεία.....	82
Σχήμα 3.26: Διάκριση μεταξύ κυρτών και κοίλων καμπυλών.....	84
Σχήμα 3.27: Κατασκευή διαγράμματος κατά μήκος κλίσεων	85
Σχήμα 3.28: Τυπικό διάγραμμα κατά μήκος κλίσεων.....	86
Σχήμα 3.29: Κατασκευή διαγράμματος ακτίνων οριζοντιογραφίας	87
Σχήμα 3.30: Τυπικό διάγραμμα ακτίνων οριζοντιογραφίας	88
Σχήμα 3.31: Κατασκευή διαγράμματος ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών	89
Σχήμα 3.32: Τυπικό διάγραμμα ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών	91
Σχήμα 3.33: Στοιχεία της καμπύλης NURBS του παραδείγματος συγκριτικού ελέγχου ακρίβειας της μεθόδου της Διπλωματικής Εργασίας.....	92
Σχήμα 3.34: Βασικές συναρτήσεις δεύτερου βαθμού της καμπύλης NURBS του παραδείγματος συγκριτικού ελέγχου ακρίβειας της μεθόδου της Διπλωματικής Εργασίας	94
Σχήμα 4.1: Διαγράμματα καμπυλότητας για παρόμοια χάραξη με χρήση συμβατικής γεωμετρικής μεθόδου και καμπύλης NURBS.....	104
Σχήμα 4.2: Απόσπασμα οριζοντιογραφίας χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS	105
Σχήμα 4.3: Απόσπασμα μηκοτομής χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS.....	106
Σχήμα 4.4: Χάραξη με τοπική πύκνωση σημείων ελέγχου και το αντίστοιχο διάγραμμα καμπυλότητας... ..	108
Σχήμα 4.5: Με μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου επί της καμπύλης, μεταβάλλεται η μορφή της σε όλο το μήκος της. Η επιρροή μειώνεται κατά την απομάκρυνση από το μετακινούμενο σημείο	109
Σχήμα 4.6: Χάραξη με καμπύλες NURBS και διαγράμματα καμπυλότητας για τα ίδια σημεία ελέγχου και διαφορετικά διανύσματα κόμβων	110
Σχήμα 4.7: Παράδειγμα μη επιτυχημένης εφαρμογής βαρών σε καμπύλη NURBS	110
Σχήμα 4.8: OMOE–X: Σχέση διαδοχικών ακτίνων κυκλικών τόξων για οδούς της ομάδας Α και της κατηγορίας BI και BII	116
Σχήμα 4.9: Ανεπιτυχής συνδυασμός ανοιχτής οριζοντιογραφικής καμπύλης με καμπύλη μηκοτομής μικρού μήκους. Το πρόβλημα διορθώνεται με αύξηση του μήκους της καμπύλης στη μηκοτομή	128
Σχήμα 4.10: Ευθυγραμμία (α) με σταθερή κατά μήκος κλίση και (β) σε κοίλωμα	130
Σχήμα 4.11: Καμπύλη (α) με οπτική θλάση και (β) χωρίς οπτική θλάση	131
Σχήμα 4.12: (α) Ασφαλής αλληλουχία καμπυλών και (β) επικίνδυνη αλληλουχία καμπυλών	132
Σχήμα 4.13: Μηκοτομή με ευθύγραμμη οριζοντιογραφία.....	132
Σχήμα 4.14: Οπτική θλάση σε κοίλωμα μικρού μήκους, το οποίο είναι ορατό από απόσταση.....	133
Σχήμα 4.15: Τεθλασμένο κατάστρωμα της οδού.....	133
Σχήμα 4.16: Κοίλωμα μικρού μήκους μεταξύ τμημάτων με σταθερή κλίση, σε ευθυγραμμία	133
Σχήμα 4.17: Κυματισμός σε καμπύλη	134
Σχήμα 4.18: Βύθισμα σε καμπύλη.....	134
Σχήμα 4.19: Άλμα της οδού.....	135
Σχήμα 4.20: Σύμπτωση σημείων καμπής σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή	136
Σχήμα 4.21: Αρχή οριζοντιογραφικής καμπύλης σε περιοχή κυρτώματος.....	136
Σχήμα 4.22: Επίπεδο τεχνικό έργο μεταξύ διαδοχικών κοιλωμάτων	137
Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ροής του λογισμικού NURBS_ROADS	144

Σχήμα 6.1: Μηκοτομή της οδού του παραδείγματος	171
Σχήμα 6.2: Μικτή διατομή της οδού του παραδείγματος	173
Σχήμα 6.3: Διατομή σε όρυγμα της οδού του παραδείγματος	174
Σχήμα 6.4: Διατομή σε επίχωμα της οδού του παραδείγματος	175
Σχήμα 6.5: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων της χάραξης του παραδείγματος	180
Σχήμα 6.6: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας της χάραξης του παραδείγματος	181
Σχήμα 6.7: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών & κοίλων καμπυλών μηκοτομής της χάραξης του παραδείγματος	182
Σχήμα 6.8: Μηκοτομή της 1 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	186
Σχήμα 6.9: Μηκοτομή της 2 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	190
Σχήμα 6.10: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων της 2 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	191
Σχήμα 6.11: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας της 2 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	192
Σχήμα 6.12: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών & κοίλων καμπυλών μηκοτομής της 2 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	193
Σχήμα 6.13: Μηκοτομή της 3 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	197
Σχήμα 6.14: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων της 3 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	198
Σχήμα 6.15: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας της 3 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	199
Σχήμα 6.16: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών & κοίλων καμπυλών μηκοτομής της 3 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	200

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 3.1: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των δύο εναλλακτικών μεθόδων προσδιορισμού σημείων κατά μήκος της καμπύλης	96
Πίνακας 3.2: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των δύο εναλλακτικών μεθόδων προσδιορισμού της καμπυλότητας	99
Πίνακας 4.1: Λειτουργικά χαρακτηριστικά των οδών για τις οποίες ισχύουν οι OMOE–X	112
Πίνακας 4.2: OMOE–X: Ελάχιστες ακτίνες καμπυλών για οδούς της ομάδας A	115
Πίνακας 4.3: OMOE–X: Μέγιστες κατά μήκος κλίσεις για οδούς της ομάδας A	117
Πίνακας 4.4: OMOE–X: Οριακές τιμές ακτίνων κυρτών κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων A και B	119
Πίνακας 4.5: OMOE–X: Ελάχιστες τιμές ακτίνων κοίλων κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων A και B	119
Πίνακας 5.1: Μορφή ομοιόμορφου διανύσματος κόμβων για βαθμό καμπύλης $p=4$	148
Πίνακας 6.1: Σημεία ελέγχου της καμπύλης του παραδείγματος	165
Πίνακας 6.2: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (α)	166
Πίνακας 6.3: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (β)	167
Πίνακας 6.4: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (γ)	167
Πίνακας 6.5: Σημεία ελέγχου 1 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	184
Πίνακας 6.6: Σημεία ελέγχου 2 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	187
Πίνακας 6.7: Σημεία ελέγχου 3 ^{ης} δοκιμαστικής χάραξης	194

ΕΙΚΟΝΕΣ

Εικόνα 1.1: Το μουσείο Guggenheim στο Μπιλμπάο.....	3
Εικόνα 1.2: Ο ουρανοξύστης Capital Gate στο Άμπου Ντάμπι.....	3
Εικόνα 1.3: Τρισδιάστατο προσομοίωμα ενός ανακάμπτοντα ελιγμού	8
Εικόνα 1.4: Προσομοιωτής οδήγησης στις εγκαταστάσεις της εταιρείας Mercedes-Benz.....	9
Εικόνα 3.1: Η τεχνική του « <i>lofting</i> » εφαρμόζεται και σήμερα, κυρίως σε μικρότερης κλίμακας σχέδια	35
Εικόνα 3.2: Το πρώτο βιβλίο αφιερωμένο εξολοκλήρου στις συναρτήσεις τύπου spline	37
Εικόνα 3.3: Ένα τρισδιάστατο κέλυφος, αποτελούμενο από καμπύλες NURBS	45
Εικόνα 3.4: Μέσω των καμπυλών NURBS μπορούν να δημιουργηθούν οι «επιφάνειες NURBS».....	46
Εικόνα 5.1: Το περιβάλλον εργασίας της γλώσσας προγραμματισμού VBA.....	141
Εικόνα 5.2: Το περιβάλλον εργασίας του σχεδιαστικού προγράμματος AutoCAD 2012	142
Εικόνα 5.3: NURBS_ROADS: Η φόρμα εισαγωγής παραμέτρων	145
Εικόνα 5.4: NURBS_ROADS: Η φόρμα εισαγωγής δεδομένων.....	147
Εικόνα 5.5: NURBS_ROADS: Μηκοτομή της οδού.....	151
Εικόνα 5.6: NURBS_ROADS: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων.....	156
Εικόνα 5.7: NURBS_ROADS: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας	157
Εικόνα 5.8: NURBS_ROADS: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών συναρμογής της μηκοτομής.....	158
Εικόνα 6.1: Χάρτης της περιοχής μελέτης του παραδείγματος	161
Εικόνα 6.2: Προοπτική άποψη της χάραξης του παραδείγματος.....	169
Εικόνα 6.3: Οριζοντιογραφία της χάραξης του παραδείγματος.....	170
Εικόνα 6.4: Τμήμα της οδού, το οποίο ενδεχομένως είναι επικίνδυνο ως προς την οδική ασφάλεια.....	178
Εικόνα 6.5: 1 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	183
Εικόνα 6.6: 2 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	187
Εικόνα 6.7: 3 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	194
Εικόνα 6.8: Μεταβολή της μορφής του οδικού άξονα με την εφαρμογή βάρους σε σημείο ελέγχου	201

Εισαγωγή

1.1	ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ	3
1.1.1	Η ανάγκη χρήσης αριθμητικών μεθόδων	3
1.1.2	Οπτικοποίηση	7
1.1.3	Προσομοίωση Οδήγησης.....	9
1.1.4	Σύνοψη	10
1.2	ΣΤΟΧΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	11
1.3	ΣΤΑΔΙΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	12
1.4	ΔΟΜΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	15

1.1 ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

1.1.1 Η ΑΝΑΓΚΗ ΧΡΗΣΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Κατά τη διάρκεια των πρόσφατων δεκαετιών έχει σταδιακά αλλάξει ο τρόπος σκέψης και εργασίας στην επιστήμη του Πολιτικού Μηχανικού, με την εισαγωγή και καθιέρωση νέων λογικών και μεθόδων ανάλυσης των προκλήσεων που καλείται να αντιμετωπίσει ο μέσος μελετητής. Προς αυτήν την κατεύθυνση έχουν συνδράμει με αποφασιστικό τρόπο οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές με την αλματώδη ανάπτυξή τους, οι οποίοι ουσιαστικά έχουν «επιβάλει» μια νέα λογική στην ανάλυση και επίλυση των διάφορων προβλημάτων. Έτσι, **αναπτύχθηκαν οι αριθμητικές μέθοδοι, η χρήση των οποίων ενδείκνυται ως μέσο επικοινωνίας με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές.**

Η χρήση αυτών των μεθόδων σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή έχει οδηγήσει σε δραστική μείωση του χρόνου επίλυσης πολύπλοκων συστημάτων, ενώ η ακρίβεια των αποτελεσμάτων κρίνεται ιδιαίτερα ικανοποιητική. Για παράδειγμα, **η επεξεργασία αριθμητικά προσδιορισμένων καμπυλών και επιφανειών από τα διάφορα λογισμικά ηλεκτρονικού υπολογιστή παρέχει το πλεονέκτημα της γρήγορης και επαρκώς ακριβούς επίλυσης σύνθετων προβλημάτων** Πολιτικού Μηχανικού και όχι μόνον. Εξάλλου, οι αριθμητικές μέθοδοι προσδιορισμού καμπυλών και επιφανειών προσφέρουν τη δυνατότητα σχεδιασμού τεχνικών έργων που σε άλλη περίπτωση θα ήταν μη εφικτή η σύνθεση και απόδοσή τους.



Εικόνες 1.1 & 1.2: Με χρήση προηγμένων εφαρμογών ηλεκτρονικού υπολογιστή, οι οποίες επιτρέπουν την περιγραφή και επεξεργασία καμπυλών και επιφανειών ελεύθερης μορφής στις τρεις διαστάσεις, είναι δυνατή η δημιουργία εντυπωσιακών τεχνικών έργων. Αριστερά, το μουσείο Guggenheim στο Μπιλμπάο και δεξιά ο ουρανοξύστης Capital Gate στο Αμπου Ντάμπι. (Πηγές: Why Evolution is True: de Botton backs off the atheist temple – <http://whyevolutionistrue.wordpress.com> & Innovative Buildings: Capital Gate, Abu Dhabi – <http://innovativebuildings.net>)

Τα τελευταία χρόνια πολλές αλλαγές έχουν συντελεστεί και στον τομέα των μεταφορών και των συγκοινωνιακών υποδομών, ενώ συνεχώς σημειώνονται μεγάλα βήματα προόδου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της προόδου αποτελεί η ανάπτυξη των **Συστημάτων Ευφυών Μεταφορών (Intelligent Transport Systems – ITS)**, τα οποία είναι προηγμένες εφαρμογές με στόχο την παροχή καινοτόμων υπηρεσιών που σχετίζονται με διαφορετικούς τρόπους και μέσα μεταφοράς, καθώς και με τη διαχείριση της κυκλοφορίας. **Όλες αυτές οι νέες τεχνολογίες απαιτούν την ύπαρξη μεγάλου όγκου δεδομένων, υπό τη μορφή «πολυδιάστατων» πληροφοριών**, για παράδειγμα την ακριβή τοποθεσία των οχημάτων.

Τα Συστήματα Ευφυών Μεταφορών επιτρέπουν στους χρήστες τους να ενημερώνονται καλύτερα και να κάνουν πιο ασφαλή και αποδοτική χρήση των δικτύων μεταφορών, κυρίως των οδικών. Χρησιμοποιούν νέες τεχνολογίες (όπως είναι τα συστήματα πλοήγησης, τα συστήματα ελέγχου των φωτεινών σηματοδοτών, οι ηλεκτρονικές πινακίδες μηνυμάτων, οι κάμερες ελέγχου κυκλοφορίας κ.λπ.) και συμπεριλαμβάνουν τα **Σύγχρονα Συστήματα Υποστήριξης Οδηγού (Advanced Driver Assistance Systems – ADAS)**, τα οποία παρέχουν διάφορες μορφές βοήθειας κατά τη διαδικασία οδήγησης. Τα Σύγχρονα Συστήματα Υποστήριξης Οδηγού περιλαμβάνουν, εκτός των άλλων, την *Προειδοποίηση Αλλαγής Λωρίδας (Lane Departure Warning – LDW)*, την *Προειδοποίηση Ελέγχου Ταχύτητας σε Καμπύλη (Curve Speed Warning – CSW)*, το *Σύστημα Προσαρμόσιμου Ελέγχου Ταχύτητας (Adaptive Cruise Control – ACC)* και το *Σύστημα Προειδοποίησης Σύγκρουσης (Collision Warning System – CWS)*.

Η επανάσταση στο πεδίο της πληροφορικής συνεχίζεται, με αποτέλεσμα οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές να γίνονται συνεχώς πιο γρήγοροι. Η πολυπλοκότητα των σύγχρονων προβλημάτων προς επίλυση, καθώς και η αυξανόμενη προσιτότητά τους προς το ευρύ κοινό τούς έχει καταστήσει **απαραίτητο εργαλείο για κάθε μελετητή**. Στο εγγύς μέλλον αναμένονται εξίσου μεγάλες αλλαγές. Για παράδειγμα, είναι σχεδόν βέβαιο ότι οι διαχειριστές των αυτοκινητόδρομων θα έχουν καλύτερη πρόσβαση σε δεδομένα σχετικά με τη θέση και ταχύτητα των οχημάτων, καθώς και τις συνθήκες κατά μήκος της οδού. Με αξιοποίηση αυτών των δεδομένων είναι δυνατή η ανάπτυξη βελτιωμένων εργαλείων διαχείρισης της κυκλοφορίας, καλύτερων μοντέλων πρόβλεψης ατυχημάτων και πιο ρεαλιστικών προσομοιώσεων των προτεινόμενων βελτιώσεων. Σημαντικό βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση αποτελεί η ενεργοποίηση του **«Συστήματος Galileo»**, το οποίο αποτελεί ευρωπαϊκό σύστημα εντοπισμού θέσης μεγάλης ακρίβειας, μέσω τριάντα δορυφόρων. Ήδη έχουν τεθεί σε δοκιμαστική τροχιά δύο δορυφόροι και οι υπόλοιποι αναμένεται να ενεργοποιηθούν σταδιακά έως το 2019.

Παράλληλα με την ανάπτυξη της τεχνολογίας στον τομέα των μεταφορών, είναι επιτακτική η ανάγκη κωδικοποίησης των νέων γνώσεων και μεθόδων, **με ιδιαίτερη έμφαση στον παράγοντα της ασφάλειας των χρηστών**. Έτσι, μπορεί να καταστεί δυνατή η ανάπτυξη και παροχή εργαλείων πρόβλεψης της μεταβολής των διάφορων παραγόντων που υπεισέρχονται και επηρεάζουν το σύστημα μεταφορικών υποδομών – χρηστών. Ένα παράδειγμα αποτελεί ο προσδιορισμός των επιπέδων ασφάλειας που προσφέρουν οι υπάρχουσες οδοί, καθώς και η πρόβλεψη των αντίστοιχων επιπέδων στις

υπό μελέτη οδούς. Μεγάλη πρόοδος έχει σημειωθεί στον τομέα αυτόν και αναμένονται ακόμα περισσότερα στο μέλλον.

Όσον αφορά στον **γεωμετρικό σχεδιασμό των οδών**, οι βασικές αρχές που τον χαρακτηρίζουν αναπτύχθηκαν κατά τις δεκαετίες του 1930 και 1940 και συνεχίζουν να ισχύουν ως και σήμερα, ίσως με μικρές αλλαγές σε κάποιες λεπτομέρειες. Η κύρια καινοτομία που έχει εισαχθεί στη διαδικασία σχεδιασμού είναι η δυνατότητα χάραξης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, μέσω κατάλληλων εξειδικευμένων εφαρμογών. Η χάραξη μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή ήταν μια μάλλον αναμενόμενη εξέλιξη, δεδομένου ότι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έχουν εισχωρήσει σε πολλούς επιστημονικούς τομείς. **Η χάραξη μιας οδού γενικά βασίζεται σε μια μέθοδο η οποία στηρίζεται στην απόκτηση του μοντέλου εδάφους και εν συνεχεία στον καθορισμό της οριζόντιας και της καθ' ύψος πορείας του άξονα της οδού, σύμφωνα με τις τεχνικές και οικονομικές απαιτήσεις του έργου.** Το τελικό αποτέλεσμα της μελέτης προκύπτει από τη σύνθεση ευθύγραμμων και καμπύλων τμημάτων και θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από συνέχεια και ομαλότητα στις περιοχές των συνδεδεμένων μερών.

Το βασικό μειονέκτημα του γεωμετρικού σχεδιασμού είναι πως **δεν επιτρέπει τον σχεδιασμό μιας οδού σαν ενιαία γραμμή ορισμένη στον τρισδιάστατο χώρο, ούτε και μπορεί να δώσει ενιαία και ακριβή περιγραφή των οδικών αξόνων** στον τρισδιάστατο χώρο. Πιο συγκεκριμένα, κατά το γεωμετρικό σχεδιασμό με χρήση σχετικού λογισμικού ηλεκτρονικού υπολογιστή γίνεται αρχικά μελέτη της οριζοντιογραφίας της οδού, διαδικασία που γενικά αφορά στη χωροθέτηση του άξονα της οδού, και στη συνέχεια γίνεται μελέτη της μηκοτομής, η οποία αναφέρεται στην υψομετρική διαμόρφωση της οδού.

Παρόλο που η έλευση των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει βελτιώσει αρκετά τη διαδικασία της χάραξης οδών, είναι γεγονός ότι ακόμα και σήμερα ο άνθρωπος – μελετητής έχει τον κύριο ρόλο και ευθύνη για την παραγωγή ενός αποδεκτού τελικού αποτελέσματος. Δηλαδή, ο μελετητής είναι αυτός που θα καθορίσει το διάδρομο της χάραξης και γενικά θα επιλέξει τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στο σχεδιασμό ενός οδικού τμήματος. Σε αυτό το πλαίσιο, η συμβατική γεωμετρική χάραξη πολλές φορές καθίσταται μια αρκετά μη ευέλικτη διαδικασία. Ακόμη, **σε μια τέτοια λογική διάσπασης της μελέτης σε δύο ξεχωριστά τμήματα, ίσως υπάρξει δυσκολία πλήρους αντίληψης της μορφής της οδού στον χώρο, ώστε να γίνει ο βέλτιστος σχεδιασμός και επιπλέον πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στον τρόπο με τον οποίο θα επηρεαστεί το ένα τμήμα από τυχόν αλλαγές στο άλλο, μιας και θα πρέπει να υπάρχει εναρμόνιση της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής για να είναι ορθό το τελικό αποτέλεσμα, σύμφωνα με γεωμετρικά και οπτικά κριτήρια. Κατ' αυτόν τον τρόπο, είναι πολύ πιθανό να γίνουν «λάθη» στο σχεδιασμό, ακόμα και από πεπειραμένους μελετητές.**

Με τη χρήση της προαναφερθείσας διαδικασίας, **το τελικό αποτέλεσμα της χάραξης της οδού μπορεί να αναχθεί στον χώρο ως ένα σύνολο από μικρά τρισδιάστατα ευθύγραμμα τμήματα**, τα οποία αναπαριστούν τη μορφή της στον χώρο προσεγγίζοντας το αποτέλεσμα του συνδυασμού των ευθειών και καμπυλών στο οριζόντιο επίπεδο και

κατακόρυφο ανάπτυγμα (κυκλικά τόξα, κλωθοειδείς, τετραγωνικές παραβολές). Κατ' αυτόν τον τρόπο, όμως, ενδεχομένως η προσέγγιση να μην είναι τόσο ακριβής όσο απαιτείται. Το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με αύξηση της ακρίβειας προσέγγισης (δηλαδή τα ευθύγραμμα τμήματα που προσεγγίζουν τη μορφή της οδού να έχουν μικρότερο μήκος), αλλά έτσι αυξάνεται ο όγκος των δεδομένων και κατά συνέπεια των απαιτούμενων υπολογισμών.

Επιπροσθέτως, το σύνολο των πληροφοριών που απαιτούνται για την περιγραφή της οδού, λόγου χάρη οι ακτίνες των κυκλικών τόξων και των τόξων συναρμογής της μηκοτομής, πρέπει να καταγράφονται και να αποθηκεύονται χωριστά, διότι κατά τη μετατροπή της χάραξης της οδού στις τρεις διαστάσεις μέσω του ηλεκτρονικού υπολογιστή, **όλες οι μορφές που υπήρχαν στο σχέδιο εκφυλίζονται σε σύνολο ευθύγραμμων τμημάτων και άρα χάνουν τις προηγούμενες ιδιότητές τους**. Για παράδειγμα, οι απαιτούμενες πληροφορίες για τη σχεδίαση ενός κυκλικού τόξου είναι οι συντεταγμένες του κέντρου και η ακτίνα του. Μετά τη μετατροπή του σε ευθύγραμμο τμήματα, οι πληροφορίες που αποθηκεύονται αποτελούνται από τις συντεταγμένες αρχής και τέλους αυτών των ευθύγραμμων τμημάτων και οι συντεταγμένες του κέντρου και η ακτίνα «χάνονται», αφού πλέον δεν είναι απαραίτητες στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Επιπλέον, ένα από τα σημαντικότερα μειονεκτήματα της υπάρχουσας μεθόδου αποτελεί η **αδυναμία πρόβλεψης σε ικανοποιητικά επίπεδα του συνδυασμένου αποτελέσματος οριζοντιογραφίας και μηκοτομής**, δηλαδή της τελικής μορφής του οδικού άξονα στον τρισδιάστατο χώρο. Οπότε, **η πρόβλεψη της συμπεριφοράς των χρηστών της οδού, όταν αυτή θα κατασκευαστεί, αλλά και των αναμενόμενων παρεχόμενων επιπέδων ασφάλειας της χάραξης, είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί μόνον μέχρι κάποιον βαθμό**. Κατ' αυτόν τον τρόπο, υπάρχουν πολλές πιθανότητες το τελικό αποτέλεσμα της χάραξης να μην ικανοποιεί επαρκώς τα κριτήρια που έχουν τεθεί πριν από το σχεδιασμό του, λόγου χάρη την απαίτηση εύκολων, άνετων και ασφαλών μετακινήσεων. Για παράδειγμα, δεν είναι εύκολα αντιληπτό το συνδυασμένο αποτέλεσμα καμπυλών στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, το οποίο ενδεχομένως να μην είναι ασφαλές για τους μελλοντικούς χρήστες της οδού. Πράγματι, είναι πιθανό να μην υπάρχει επαρκής ορατότητα ή να δημιουργούνται εσφαλμένες εντυπώσεις στους οδηγούς σχετικά με τη διάταξη και μορφή της οδού, κάτι το οποίο μπορεί να οδηγήσει στην πρόκληση οδικών ατυχημάτων.

Ακόμη, μια σημαντική παράμετρος η οποία δε μπορεί να ληφθεί υπόψη – τουλάχιστον σε ικανοποιητικό βαθμό – κατά τη διαδικασία χάραξης με χρήση της συμβατικής γεωμετρικής μεθόδου αποτελεί **η ορατότητα που θα έχουν οι χρήστες της οδού, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλονται τα διαθέσιμα επίπεδά της κατά μήκος της οδού**. Για παράδειγμα, ένας μελετητής δεν είναι δυνατόν να γνωρίζει τα διατιθέμενα επίπεδα ορατότητας σε κάποιο τμήμα οδού μελετώντας την οριζοντιογραφία ή μια μηκοτομή, αφού στην οριζοντιογραφία δεν υπάρχουν πληροφορίες σχετικά με την υψομετρική διαμόρφωση της οδού και, αντίστροφα, στη μηκοτομή δεν παρέχονται στοιχεία για τη διάταξη της οδού.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα στοιχεία που αποτελούν μια συμβατική γεωμετρική χάραξη είναι οι ευθυγραμμίες, τα κυκλικά τόξα, οι κλωθοειδείς καμπύλες και οι τετραγωνικές παραβολές (στοιχεία οριζοντιογραφίας και μηκοτομής). Τα στοιχεία αυτά επαλληλίζονται για την τελική χάραξη της οδού (π.χ. κυκλικό τόξο με τετραγωνική παραβολή), αλλά αντιμετωπίζονται ξεχωριστά κατά το στάδιο του σχεδιασμού, με όσες δυσκολίες συνεπάγεται αυτό. **Μια διαφορετική προσέγγιση θα ήταν η αντικατάστασή τους από μία τρισδιάστατη γεωμετρική μορφή, η οποία θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί εξολοκλήρου αντί αυτών, παρέχοντας ενιαία περιγραφή της οδού στον χώρο.**

Η ανάγκη ενιαίας και ακριβούς περιγραφής των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις είναι επίσης εμφανής τόσο στα Συστήματα Ευφύων Μεταφορών, όσο και σε άλλες εφαρμογές ηλεκτρονικού υπολογιστή σχετικές με έργα Πολιτικού Μηχανικού. Όσον αφορά στα Συστήματα Ευφύων Μεταφορών, είναι απαραίτητη για τη λειτουργία τους η συλλογή πληροφοριών σχετικών με τη θέση των οχημάτων και με τη μορφή της οδού. Η θέση των οχημάτων είναι πολύ εύκολο να προσδιοριστεί με χρήση της τεχνολογίας του **Παγκόσμιου Συστήματος Προσδιορισμού Θέσης (Global Positioning System – GPS)**, τεχνολογίας που είναι αρκετά ανεπτυγμένη σήμερα και παρέχει δεδομένα αποδεκτής ακρίβειας. Ωστόσο, ο γεωμετρικός σχεδιασμός των οδών υπό την έννοια που αναφέρθηκε παραπάνω δεν είναι σε θέση να παράσχει τα απαιτούμενα δεδομένα με αρκετή ακρίβεια.

Η δυνατότητα ενιαίας περιγραφής των οδικών αξόνων στον χώρο συνοδεύεται αναμφισβήτητα από αρκετά πλεονεκτήματα και κατά καιρούς έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι προσέγγισης της χάραξης στις τρεις διαστάσεις. Ενδεικτικά αναφέρεται η μέθοδος που έχει παρουσιαστεί από τον καθηγητή **W. Kühn** [22] σε δημοσίευσή του, κατά την οποία λαμβάνονται υπόψη οι υπάρχοντες κανονισμοί χάραξεων οδών. Σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο, ο μελετητής σχεδιάζει μια χάραξη απευθείας σε τρισδιάστατο περιβάλλον, η οποία ταυτόχρονα αναλύεται στα τυπικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας οδού, όπως αυτά χρησιμοποιούνται μέχρι σήμερα (π.χ. κατά μήκος κλίση, ακτίνες καμπυλότητας, μήκος οδικού τμήματος κ.λπ.), ώστε να υπάρχει η δυνατότητα αλληλεπίδρασης σε πραγματικό χρόνο. Οι έλεγχοι καταλληλότητας και ασφάλειας της χάραξης πραγματοποιούνται αφενός σύμφωνα με τα γνωστά γεωμετρικά κριτήρια (ποσοτικοί έλεγχοι που αφορούν στη σύγκριση των παραμέτρων σχεδιασμού της οδού με τις οριακές τιμές των κανονισμών, καθώς και κάποιοι ποιοτικοί έλεγχοι), και αφετέρου λαμβάνοντας υπόψη την τρισδιάστατη διάταξη της χάραξης (π.χ. έλεγχοι ύπαρξης τμημάτων χωρίς ορατότητα). Επιπλέον, κατά τη μέθοδο αυτή, **είναι απαραίτητη η προσομοίωση και οπτικοποίηση της χάραξης, όπως αυτή θα φαινόταν στο οπτικό πεδίο ενός χρήστη της.**

1.1.2 ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Γενικά, η **οπτικοποίηση (visualization)** συνίσταται στην **αναπαράσταση δεδομένων με χρήση γραφικών, μέσω κατάλληλων συσκευών (ηλεκτρονικοί υπολογιστές).** Περιλαμβάνει από τις πιο απλές τεχνικές, όπως είναι η δημιουργία μιας σκιασμένης

άποψης ή μιας εικόνας, μέχρι σύνθετες εφαρμογές, για παράδειγμα τη δημιουργία ενός κινούμενου τρισδιάστατου προσομοιώματος. Η οπτικοποίηση αποτελεί μια σχετικά νέα εφαρμογή στον τομέα των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Επιπροσθέτως, μέχρι πρόσφατα οι τεχνικές οπτικοποίησης είχαν περιορισμένη εφαρμογή σε μεγάλης κλίμακας τεχνικά έργα (π.χ. αυτοκινητόδρομοι), λόγω του μεγάλου κόστους και των μικρότερων ταχυτήτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πλέον, με την πρόοδο της πληροφορικής και την αύξηση της ταχύτητας και των δυνατοτήτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών, σε συνδυασμό με τη διαθεσιμότητα σχετικά φθηνών εξειδικευμένων υπολογιστικών συστημάτων, οι εφαρμογές της οπτικοποίησης είναι περισσότερο προσιτές στους σχεδιαστές – μελετητές.

Στον τομέα της οδοποιίας, η οπτικοποίηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτίωση της διαδικασίας σχεδιασμού των οδών. Δηλαδή, μπορεί να εφαρμοστεί κατά τον σχεδιασμό ενός οδικού έργου, με την προσομοίωσή του σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή και τη δημιουργία ενός τρισδιάστατου προσομοιώματος της οδού και μιας σειράς προοπτικών εικόνων κατά μήκος της οδού. Με αυτόν τον τρόπο, δημιουργείται η εικόνα της οδού, όπως αυτή θα είναι αφότου κατασκευαστεί, και μπορούν να ληφθούν πληροφορίες σχετικά με την προσαρμογή και την επιρροή της στον περιβάλλοντα χώρο, καθώς και πληροφορίες που αφορούν στην αντίληψη της μορφής της από τους χρήστες της.



***Εικόνα 1.3:** Τρισδιάστατο προσομοίωμα ενός ανακάμπτοντα ελιγμού, όπως αυτός ενσωματώνεται στον περιβάλλοντα χώρο. (Πηγή: Armstrong A., Gilson K.: «Using Design Visualization Technologies to Improve the Highway Design Process», Transportation Research Board of the National Academies, Washington D.C. 2008, FIGURE 9)*

Επομένως, η οπτικοποίηση μιας τρισδιάστατης χάραξης δίνει τη δυνατότητα **εντοπισμού προβλημάτων και λαθών στη χάραξη, μέσω της προοπτικής εικόνας της οδού** όπως θα την αντιλαμβάνονται οι οδηγοί που θα τη χρησιμοποιούν.

1.1.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΟΔΗΓΗΣΗΣ

Ο έλεγχος της ποιότητας της χάραξης στο σύνολό της, αλλά και της συμπεριφοράς των οδηγών, μπορεί να γίνει και με χρήση προσομοιωτών οδήγησης, οι οποίοι βασίζονται στην τεχνολογία της οπτικοποίησης. Για παράδειγμα, μπορούν να ληφθούν στοιχεία σχετικά με την ταχύτητα και τον τρόπο που αυτή επηρεάζεται από τις μεταβολές της κατά μήκος κλίσης, σε συνδυασμό με την καμπυλότητα της οδού σε συγκεκριμένο τμήμα. Με αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατή η συλλογή στοιχείων από αρκετά μεγάλο δείγμα και η κατάρτιση των ανάλογων διαγραμμάτων, ώστε να προκύψουν γενικότερα συμπεράσματα σχετικά με τον έλεγχο των παραγόντων που επιδρούν στη συμπεριφορά των οδηγών.

Οι *προσομοιωτές οδήγησης (driving simulators)* χρησιμοποιούνται για διάφορους σκοπούς, οι οποίοι περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την ψυχαγωγία, την εκπαίδευση στην οδήγηση και την έρευνα. Αναφορικά με τον τομέα της έρευνας, **οι προσομοιωτές οδήγησης αποτελούν χρήσιμο εργαλείο για τη διερεύνηση και ανάλυση της ανθρώπινης συμπεριφοράς και απόκρισης κατά τη διάρκεια της οδήγησης**, υπό διαφορετικές συνθήκες.

Υπάρχουν αρκετοί τύποι προσομοιωτών οδήγησης, με ένα ευρύ φάσμα δυνατοτήτων. Οι πιο πολύπλοκοι τύποι προσομοιωτών διαθέτουν πλήρες αμάξωμα οχήματος, το οποίο έχει τη δυνατότητα κινήσεων ανάλογα με την πορεία της οδού, ώστε να δημιουργείται η αίσθηση οδήγησης σε πραγματική οδό (π.χ. λόγω ύπαρξης κατά μήκος κλίσης και επικλίσεων) και συνοδεύονται από περιμετρικές οθόνες οπτικής απεικόνισης, οι οποίες απεικονίζουν πολύ πειστικά την προοπτική εικόνα της οδού και του περιβάλλοντός της, όπως θα τα αντιλαμβανόταν ένας οδηγός σε πραγματικό όχημα κατά τη διάσχιση ενός υπαρκτού οδικού τμήματος. Στο άλλο άκρο του φάσματος βρίσκονται απλοί προσομοιωτές γραφείου, οι οποίοι χρησιμοποιούν οθόνη ηλεκτρονικού υπολογιστή και διαθέτουν τιμόνι τύπου βιντεοπαιχνιδιού.



***Εικόνα 1.4:** Προσομοιωτής οδήγησης στις εγκαταστάσεις της εταιρείας Mercedes-Benz, ο οποίος χρησιμοποιείται για ερευνητικούς σκοπούς. (Πηγή: Autozine: O simulador high-tech da Mercedes-Benz – <http://autozine.com.br>)*

Επομένως, **οι προσομοιωτές οδήγησης παρέχουν τη δυνατότητα αξιολόγησης των χαρακτηριστικών κάποιου υπό μελέτη οδικού τμήματος και εντοπισμού τυχόν προβλημάτων χάραξης, τα οποία ενδεχομένως δεν είναι δυνατόν να εντοπιστούν κατά το στάδιο του σχεδιασμού.** Το σημαντικότερο πλεονέκτημα που προσφέρουν είναι το γεγονός ότι επιτρέπουν την αξιολόγηση σε οδούς που δεν έχουν κατασκευαστεί. Η σημασία αυτή μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητή αν αναλογιστεί κανείς το απαιτούμενο κόστος κατασκευής ενός οδικού τμήματος, έστω και μικρού μήκους.

Οι προσομοιωτές οδήγησης αποτελούν ένα πολύ σημαντικό εργαλείο ελέγχου της χάραξης, καθώς μέσω της διαδικασίας προσομοίωσης **εισάγεται ο ανθρώπινος παράγοντας** και άρα παρέχεται η δυνατότητα αξιολόγησης της συμπεριφοράς των οδηγών στο υπόψη οδικό τμήμα, χωρίς να τίθεται σε κίνδυνο η ανθρώπινη ζωή κατά τη διάρκεια των πειραματικών δοκιμών. Προφανώς, για την εισαγωγή του υπό μελέτη οδικού τμήματος σε περιβάλλον προσομοιωτή οδήγησης, απαιτείται να υπάρχει η πλήρης περιγραφή του άξονα της οδού στις τρεις διαστάσεις.

1.1.4 ΣΥΝΟΨΗ

Συμπερασματικά, **είναι έκδηλη η ανάγκη ενιαίας αναπαράστασης των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις**, προκειμένου να γίνει πιο αποδοτική η διαδικασία του σχεδιασμού τους, αλλά και για να υπάρχει η δυνατότητα χρήσης των δεδομένων από άλλες εφαρμογές, αφού τα οδικά έργα αποτελούν μέρος ενός ευρύτερου συστήματος το οποίο στοχεύει στη γενικότερη βελτίωση των μεταφορών.

Επιπλέον, **η ενσωμάτωση διαδικασιών οπτικοποίησης της χάραξης και προσομοίωσης οδήγησης μπορεί να βελτιώσει τη χάραξη και την ποιότητα του τελικού αποτελέσματος.** Η έρευνα θα πρέπει να στοχεύσει στον προσδιορισμό μεθόδων οι οποίες θα προσφέρουν, μεταξύ άλλων, ευκολία και άνεση κατά τη διαδικασία της χάραξης, θα επιτρέπουν καλύτερη προσαρμογή της οδού στον περιβάλλοντα χώρο (π.χ. στο ανάγλυφο του εδάφους) και θα μειώνουν το συνολικό κόστος κατασκευής και συντήρησης, ενώ παράλληλα θα δίνεται και η δυνατότητα βελτίωσης των παρεχόμενων επιπέδων ασφαλείας.

1.2 ΣΤΟΧΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, στην παρούσα εργασία διερευνάται η δυνατότητα χρήσης αριθμητικών μεθόδων για τον σχεδιασμό οδικών αξόνων στον τρισδιάστατο χώρο. Πιο συγκεκριμένα, **εξετάζεται η δυνατότητα τρισδιάστατης χάραξης οδών με χρήση αριθμητικά προσδιοριζόμενων παραμετρικών καμπυλών ελεύθερης μορφής, οι οποίες ονομάζονται «Καμπύλες NURBS (Non-Uniform Rational Basis Spline)».**

Οι καμπύλες NURBS είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς για τη δημιουργία και αναπαράσταση καμπυλών μορφών και επιφανειών σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η χρήση τους εξαπλώθηκε παράλληλα με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών, καθώς για τον προσδιορισμό τους απαιτείται η διενέργεια μεγάλου όγκου υπολογισμών. Ειδικά τα τελευταία χρόνια, οι καμπύλες αυτές έχουν ευρεία εφαρμογή σε πολλούς επιστημονικούς και τεχνολογικούς τομείς, όπως στην αυτοκινητοβιομηχανία, τη ναυπηγική, την αεροναυπηγική, την αρχιτεκτονική κ.λπ..

Όσον αφορά στον τομέα της Οδοποιίας, **οι καμπύλες NURBS συγκεντρώνουν αρκετά χαρακτηριστικά τα οποία τις καθιστούν εν δυνάμει κατάλληλες για την αναπαράσταση οδικών αξόνων.** Ενδεικτικά αναφέρεται ότι οι καμπύλες αυτές χαρακτηρίζονται από υψηλή ομαλότητα και συνέχεια κατά μήκος τους, επιτρέπουν τον σχεδιασμό μιας οδού σαν μία ενιαία οντότητα στον χώρο, παρέχουν τη δυνατότητα ακριβούς περιγραφής των οδικών αξόνων, προσφέρουν τη δυνατότητα τοπικής τροποποίησης της μορφής των υπό μελέτη οδών και γενικότερα βελτιώνουν τη διαδικασία χάραξης.

Επιπλέον, λόγω της αριθμητικής προσέγγισης των καμπυλών NURBS, υπάρχει η δυνατότητα άμεσης απόκτησης και απευθείας χρήσης μεγάλου όγκου δεδομένων των οδικών αξόνων από άλλες σύγχρονες εφαρμογές (π.χ. Συστήματα Ευφώνων Μεταφορών, Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης, οπτικοποίηση οδών, προσομοίωση οδήγησης), με στόχο τη γενικότερη βελτίωση των μεταφορικών υποδομών και παρεχόμενων υπηρεσιών.

Επομένως, στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρείται η **ανάλυση των καμπυλών NURBS, όταν αυτές χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση οδών.** Επιδιώκεται ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών τους και η κατανόηση της συμπεριφοράς τους κατά τη διαδικασία της χάραξης, καθώς επίσης και η συγκριτική αξιολόγησή τους σε σχέση με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη.

1.3 ΣΤΑΔΙΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας πραγματοποιήθηκε μέσω μιας σειράς βημάτων – σταδίων, για την καλύτερη προσέγγιση του στόχου. Τα στάδια αυτά περιγράφονται αναλυτικά στη συνέχεια.

Αφού έγινε **οριστικοποίηση του επιδιωκόμενου στόχου** της Διπλωματικής Εργασίας, δηλαδή η μελέτη της τρισδιάστατης χάραξης οδών, ακολούθησε η **βιβλιογραφική ανασκόπηση**, έτσι ώστε να βρεθούν παρεμφερείς εργασίες και έρευνες, και γενικότερα οποιαδήποτε πληροφορία η οποία θα μπορούσε να φανεί χρήσιμη. Μέσω της βιβλιογραφικής ανασκόπησης, αποκτήθηκαν βασικές γνώσεις και μια σχετική εμπειρία αναφορικά με το θέμα της τρισδιάστατης χάραξης οδών.

Στη συνέχεια, κυρίως μέσω της βιβλιογραφικής ανασκόπησης, έγινε η **επιλογή των καμπυλών** οι οποίες θα αναπαραστήσουν οδικούς άξονες στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Σε πρώτο στάδιο επελέγησαν οι καμπύλες *Bézier*, *B-Spline* και *NURBS*, διότι είναι παρόμοιες στην περιγραφή τους, παρουσιάζουν αρκετές ενδιαφέρουσες ιδιότητες, και επιπλέον έχουν χρησιμοποιηθεί κατά το παρελθόν σε παρεμφερείς έρευνες. Από τις τρεις αυτές οικογένειες καμπυλών τελικά αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν οι καμπύλες *NURBS*, καθώς σήμερα συγκαταλέγονται μεταξύ των δημοφιλέστερων καμπυλών σε διάφορες εφαρμογές και επιστημονικούς τομείς, υποστηρίζονται από όλα σχεδόν τα λογισμικά σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και επίσης συγκεντρώνουν τα περισσότερα πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τις άλλες δύο οικογένειες καμπυλών. Περισσότερα σχετικά με τη σύγκριση των καμπυλών *NURBS* με τις καμπύλες *Bézier* και *B-Spline*, αναφέρονται στο Κεφάλαιο 3.

Στο επόμενο στάδιο, **πραγματοποιήθηκε η μαθηματική προσέγγιση των καμπυλών NURBS**. Μέσω της μαθηματικής προσέγγισης αναλύθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο και αποκτήθηκαν όλες οι απαιτούμενες γνώσεις σχετικά με τις εν λόγω καμπύλες, προσδιορίστηκαν αρκετές χρήσιμες ιδιότητές τους και κατέστη δυνατή η πλήρης ανάλυση και κατανόηση της συμπεριφοράς τους.

Στη συνέχεια, επιχειρήθηκε μια **μελέτη εφαρμογής των καμπυλών NURBS στην οδοποιία**, όπου αναλύθηκε η συμπεριφορά των καμπυλών αυτών όταν χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση οδών, καθώς και αναφέρθηκαν τα βασικά χαρακτηριστικά των οδών που περιγράφονται από αυτές. Σε αυτό το στάδιο φάνηκαν αρκετά χρήσιμες οι έρευνες και εργασίες, οι οποίες είχαν συγκεντρωθεί κατά το στάδιο της βιβλιογραφικής ανασκόπησης.

Έπειτα, **προσδιορίστηκε η μέθοδος ανάλυσης** των καμπυλών *NURBS* για τις ανάγκες της Διπλωματικής Εργασίας. Η μέθοδος βασίζεται στην προσομοίωση μιας καμπύλης με ένα σύνολο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα μικρού μήκους, μέσω των οποίων είναι

δυνατός ο προσδιορισμός των τιμών της κατά μήκος κλίσης και των καμπυλοτήτων (στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή) κατά μήκος της καμπύλης, και σε γενικές γραμμές χαρακτηρίζεται ως αρκετά απλή στην εφαρμογή. Με αυτόν τον τρόπο καθίσταται δυνατή η σύγκριση των παραμέτρων της τρισδιάστατης χάραξης με τις αντίστοιχες οριακές τιμές των οδηγίων οδοποιίας που ισχύουν στην Ελλάδα, δηλαδή των *Οδηγιών Μελετών Οδικών Έργων (ΟΜΟΕ)*. Επισημαίνεται ότι η συγκεκριμένη μέθοδος είναι προσεγγιστική, αλλά παρέχει πολύ ικανοποιητική ακρίβεια, ειδικά στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας, όπου επιχειρείται μία πρώτη προσέγγιση στο ζήτημα της τρισδιάστατης χάραξης. Επιπλέον, η μέθοδος αυτή δεν έχει εφαρμοστεί σε καμία από τις συναφείς έρευνες και εργασίες, οπότε έγινε έλεγχος της ακρίβειάς της.

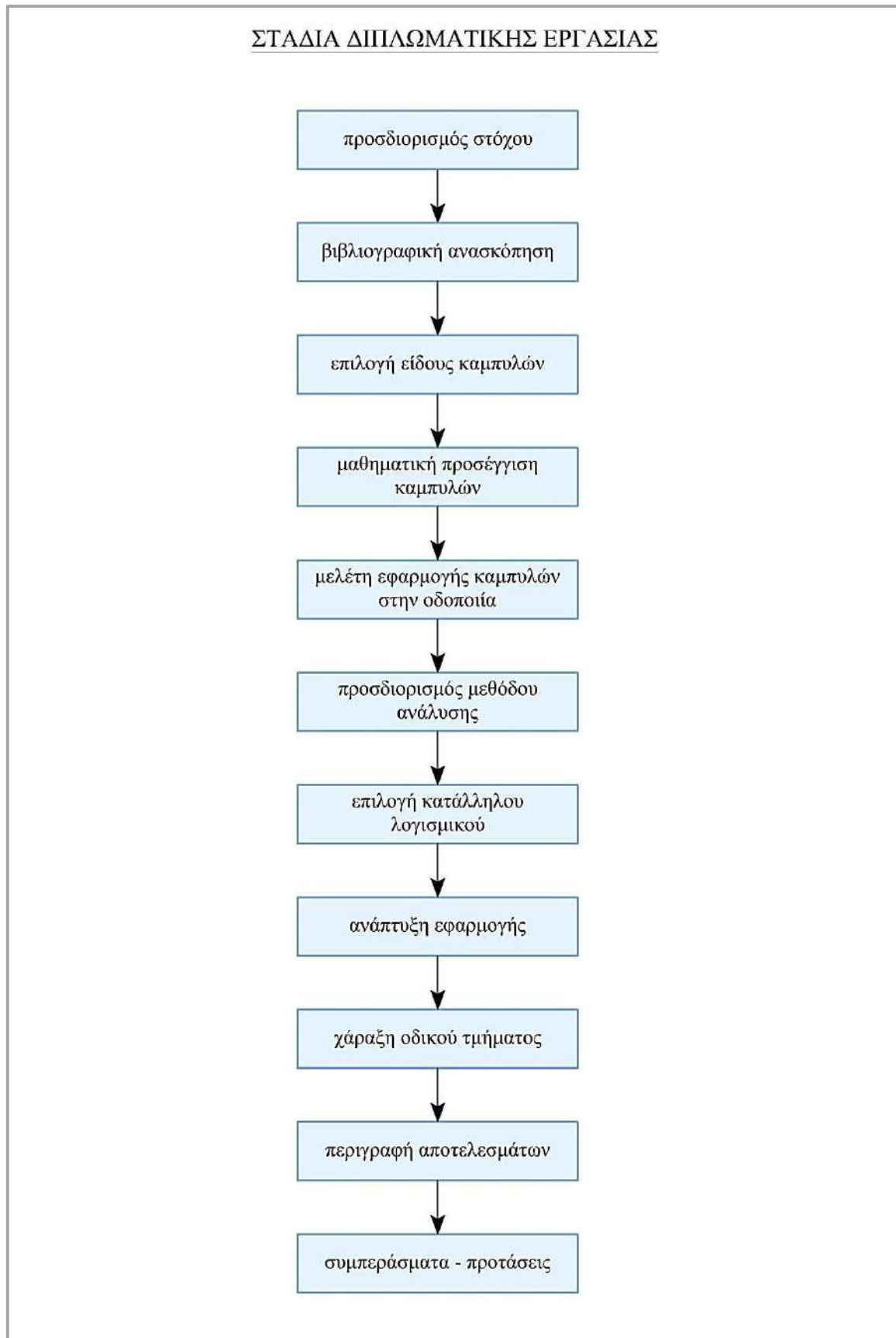
Για τη σχεδίαση, τη διερεύνηση και τον έλεγχο των καμπυλών NURBS, είναι απαραίτητη η ύπαρξη μιας σχετικής εφαρμογής ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η εκ του μηδενός ανάπτυξη μιας τέτοιας εφαρμογής από ένα άτομο είναι πολύ δύσκολη έως και αδύνατη, οπότε **αναζητήθηκαν λογισμικά του εμπορίου μέσω των οποίων θα ήταν δυνατή η αναπαράσταση και επεξεργασία των καμπυλών NURBS**. Τελικά, επελέγη το λογισμικό *AutoCAD 2012*, καθώς είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα λογισμικά σχεδίασης και επιπλέον υποστηρίζει τη σχεδίαση καμπυλών NURBS. Σε συνδυασμό με το λογισμικό *AutoCAD*, επελέγη και η γλώσσα προγραμματισμού *Visual Basic for Applications (VBA)*, μέσω της οποίας είναι δυνατή η περαιτέρω επεξεργασία και ανάλυση των καμπυλών. Η VBA είναι μια σχετικά απλή γλώσσα προγραμματισμού, η οποία παρέχει γραφικό περιβάλλον εργασίας στο χρήστη.

Με τη βοήθεια των προαναφερθέντων λογισμικών κατέστη δυνατή η **ανάπτυξη μιας εφαρμογής σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή**. Η συγκεκριμένη εφαρμογή αναλύει μια καμπύλη NURBS η οποία έχει σχεδιαστεί ως οδικός άξονας, δημιουργεί τη μηκοτομή της οδού και κατασκευάζει κάποια διαγράμματα ελέγχου, τα οποία συμβάλλουν στην περαιτέρω ανάλυση των καμπυλών αυτών.

Ακολούθως, με χρήση της παραπάνω εφαρμογής, **σχεδιάστηκε ένα οδικό τμήμα με χρήση καμπύλης NURBS** και δημιουργήθηκαν τα αντίστοιχα διαγράμματα. Η τελική μορφή της χάραξης προέκυψε έπειτα από τη διενέργεια δοκιμών.

Για τις δοκιμές αυτές, έγινε **ερμηνεία και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων**, και τελικά **εξήχθησαν τα αντίστοιχα συμπεράσματα** σχετικά με την εφαρμογή των καμπυλών αυτών στον τομέα της Οδοποιίας. Έτσι, προέκυψαν σημαντικές πληροφορίες για το υπό εξέταση θέμα, καθώς και **διατυπώθηκαν κάποιες προτάσεις** για περαιτέρω έρευνα.

Τα βασικά στάδια αυτής της Διπλωματικής Εργασίας παρουσιάζονται με τη μορφή διαγράμματος ροής στο Σχήμα 1.1 της επόμενης σελίδας.



Σχήμα 1.1: Σχηματική απεικόνιση των σταδίων της Διπλωματικής Εργασίας.

1.4 ΔΟΜΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία αναπτύσσεται σε επτά κεφάλαια, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

Το **πρώτο κεφάλαιο** αποτελεί την εισαγωγή της Διπλωματικής Εργασίας και έχει σκοπό να παρουσιάσει στον αναγνώστη **το γενικότερο πλαίσιο του αντικειμένου με το οποίο αυτή ασχολείται**. Αρχικά, περιγράφονται οι λόγοι για τους οποίους κρίνεται αναγκαία η ενιαία αναπαράσταση των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται ο επιδιωκόμενος στόχος της συγκεκριμένης έρευνας και η μέθοδος που ακολουθήθηκε για τη διεξαγωγή των συμπερασμάτων. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παρούσα αναφορά στη δομή της Διπλωματικής Εργασίας.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της **βιβλιογραφικής ανασκόπησης**, τα οποία προέκυψαν από την αναζήτηση εργασιών και ερευνών σχετικών με την τρισδιάστατη χάραξη οδών. Έπειτα, γίνεται η σύνοψη και κριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων των συναφών ερευνών, από τα οποία προέκυψε η αναγκαιότητα εξέτασης του αντικειμένου της παρούσας εργασίας.

Το **τρίτο κεφάλαιο** αποτελεί το **θεωρητικό υπόβαθρο** της Διπλωματικής Εργασίας. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη ιστορική αναφορά και παρουσιάζονται κάποιες βασικές μαθηματικές έννοιες σχετικά με τις καμπύλες ελεύθερης μορφής. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται η αναλυτική μαθηματική προσέγγιση των καμπυλών NURBS, οι οποίες εξετάζονται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Ακολουθεί η σύντομη αναφορά σε άλλες ομοειδείς καμπύλες ελεύθερης μορφής και έπειτα περιγράφεται ένας αλγόριθμος για τον προσδιορισμό σημείων κατά μήκος μιας καμπύλης NURBS, γνωστός ως «*Αλγόριθμος de Boor*». Τέλος, γίνεται η παρουσίαση και ο συγκριτικός έλεγχος ακρίβειας της μεθόδου που ακολουθήθηκε στην εργασία αυτή, για την ανάλυση των καμπυλών NURBS όταν αυτές χρησιμοποιούνται για τη χάραξη οδών.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** αναλύεται η **εφαρμογή των καμπυλών NURBS στον τομέα της Οδοποιίας**. Το κεφάλαιο ξεκινά με την περιγραφή των χαρακτηριστικών των οδών οι οποίες περιγράφονται από καμπύλες NURBS. Έπειτα, γίνεται η παρουσίαση των *Οδηγιών Μελετών Οδικών Έργων (OMOE)* σχετικά με τις χαράξεις οδών, οι οποίες εφαρμόζονται στο ελληνικό χώρο, και επιχειρείται η εφαρμογή τους σε χαράξεις με χρήση καμπυλών NURBS. Στη συνέχεια παρατίθενται οι βασικές αρχές που θα πρέπει να διέπουν τη χάραξη οδών στον χώρο και γίνεται αναφορά στα προβλήματα που παρουσιάζονται στην προοπτική εικόνα μιας οδού η οποία αναπαρίσταται από καμπύλη NURBS.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** γίνεται η **παρουσίαση ενός λογισμικού που αναπτύχθηκε για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας**, με στόχο την προσομοίωση της χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη και τη διενέργεια κάποιων

ελέγχων. Κατά την εκτέλεση του λογισμικού, πραγματοποιείται η χάραξη με καμπύλη NURBS ενός οδικού τμήματος και δημιουργείται η μηκοτομή, καθώς και τρία διαγράμματα ελέγχου. Ο κώδικας προγραμματισμού του λογισμικού αυτού βρίσκεται στο συνοδευτικό CD-ROM της εργασίας.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται ένα **παράδειγμα χάραξης οδού** με χρήση του λογισμικού που περιγράφηκε προηγουμένως, προκειμένου να αναλυθεί περαιτέρω η συμπεριφορά των καμπυλών NURBS κατά τη χρήση τους για την αναπαράσταση οδών, και να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα. Γίνεται η περιγραφή των χαρακτηριστικών της συγκεκριμένης χάραξης κατά την οριζοντιογραφία, τη μηκοτομή και τις διατομές και επιπλέον παρατίθενται τα διαγράμματα ελέγχου, για τα οποία γίνεται σχολιασμός. Τέλος, περιγράφονται τα χαρακτηριστικά και η συμπεριφορά των καμπυλών NURBS κατά τη διαδικασία σχεδίασης της παραπάνω χάραξης.

Στο **έβδομο κεφάλαιο**, γίνεται η σύνοψη των αποτελεσμάτων της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας και παρατίθενται τα συνολικά **συμπεράσματα** που προέκυψαν. Τέλος, παρατίθενται κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα στον συγκεκριμένο τομέα.

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	19
2.2	ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΕΡΕΥΝΕΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ.....	21
2.3	ΣΥΝΟΨΗ – ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ.....	31

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το παρόν κεφάλαιο αφορά στη βιβλιογραφική ανασκόπηση που πραγματοποιήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας και περιλαμβάνει τα αποτελέσματα που προέκυψαν από έρευνες σχετικές με το αντικείμενο της εργασίας αυτής. Για κάθε εργασία γίνεται συνοπτική αναφορά στη μέθοδο που ακολουθήθηκε και στα βασικά συμπεράσματα που προέκυψαν. Υπενθυμίζεται ότι το ακριβές αντικείμενο της Διπλωματικής Εργασίας προσδιορίστηκε με βάση τη βιβλιογραφική ανασκόπηση.

Πρέπει να επισημανθεί ότι **οι αριθμητικές μέθοδοι χάραξης οδού αποτελούν μία νέα προσέγγιση και ως εκ τούτου η ενασχόληση με αυτές βρίσκεται προς το παρόν σε ερευνητικό επίπεδο**. Συνεπώς, το πλήθος των σχετικών ερευνών και εργασιών είναι γενικά περιορισμένο. Στο επόμενο υποκεφάλαιο γίνεται η παράθεση ερευνών και εργασιών που έχουν κατά καιρούς δημοσιευτεί και οι οποίες **αναφέρονται στη χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής για τη χάραξη και αναπαράσταση οδών στον τρισδιάστατο χώρο**.

Πριν από την παράθεση των συναφών εργασιών, κρίνεται σκόπιμη η συνοπτική περιγραφή των καμπυλών ελεύθερης μορφής στις οποίες έχει γίνει αναφορά. Όλες οι καμπύλες ελεύθερης μορφής, οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις, χαρακτηρίζονται ως **«παραμετρικές καμπύλες τύπου spline»**.

Τα βασικά χαρακτηριστικά αυτού του τύπου καμπυλών είναι τα εξής (στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται αναλυτική περιγραφή των εννοιών αυτών):

- **Είναι καμπύλες παραμετρικής μορφής**, δηλαδή περιγράφονται από συναρτήσεις, όπου γίνεται χρήση μιας ανεξάρτητης παραμέτρου για να περιγραφεί η μορφή τους στον χώρο. Κατά την παραμετρική αναπαράσταση των καμπυλών, οι συντεταγμένες τους περιγράφονται από τρεις διαφορετικές συναρτήσεις με τη βοήθεια της ανεξάρτητης παραμέτρου. Η παραμετρική αναπαράσταση καμπυλών αποτελεί έναν πρακτικό τρόπο έκφρασής τους.
- **Είναι καμπύλες τύπου «spline»**, δηλαδή ορίζονται τμηματικά, μέσω πολυωνυμικών συναρτήσεων (δηλαδή δημιουργούνται από ένα σύνολο διαφορετικών πολυωνυμικών συναρτήσεων), και χαρακτηρίζονται από υψηλό βαθμό ομαλότητας στις θέσεις ένωσης των πολυωνυμικών αυτών τμημάτων. Οι θέσεις ένωσης των διαδοχικών πολυωνυμικών τμημάτων μεταξύ τους, είναι γνωστές ως **κόμβοι**. Ο υψηλότερος βαθμός εκ των βαθμών των πολυωνυμικών αυτών τμημάτων ονομάζεται **βαθμός της καμπύλης**.

- **Χρησιμοποιούνται κυρίως σαν καμπύλες παρεμβολής.** Ως παρεμβολή καμπύλης ορίζεται η διαδικασία κατά την οποία κατασκευάζεται μια καμπύλη η οποία διέρχεται από ένα σύνολο σημείων που ορίζονται στον χώρο.

Πιο συγκεκριμένα, οι καμπύλες ελεύθερης μορφής στις οποίες έχει γίνει κατά καιρούς αναφορά είναι οι εξής:

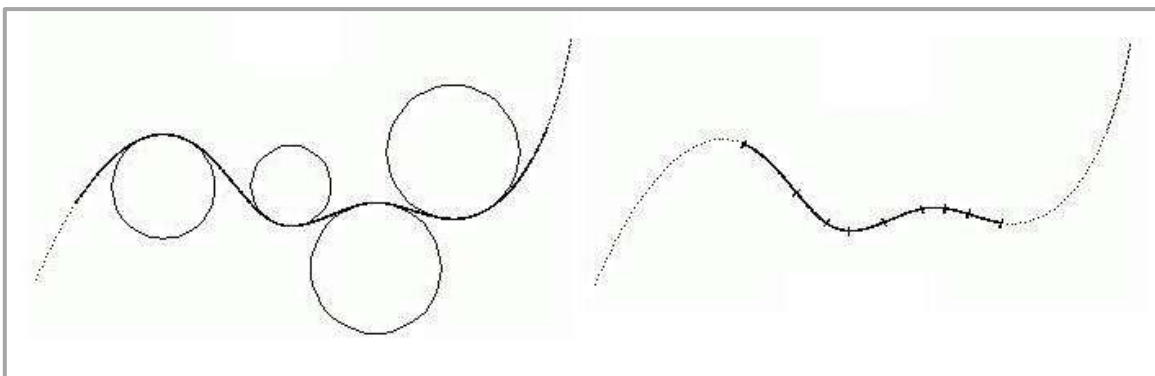
- **Κυβικές καμπύλες τύπου *spline*:** Αποτελούνται από πολυωνυμικές συναρτήσεις τρίτου βαθμού.
- **Ρητές κυβικές καμπύλες τύπου *spline*:** Είναι όμοιες με τις απλές κυβικές καμπύλες τύπου *spline* και επιπροσθέτως χαρακτηρίζονται από τη δυνατότητα καλύτερου ελέγχου και περαιτέρω μεταβολής της μορφής τους.
- **Καμπύλες *Hermite spline* 3^{ου} και 5^{ου} βαθμού:** Δημιουργούνται από πολυωνυμικές συναρτήσεις τρίτου και πέμπτου βαθμού αντίστοιχα. Οι πολυωνυμικές αυτές συναρτήσεις είναι συγκεκριμένης μορφής και ονομάζονται **πολυώνυμα *Hermite***.
- **Καμπύλες *Bézier spline* 4^{ου} και 6^{ου} βαθμού:** Δημιουργούνται από πολυωνυμικές συναρτήσεις τέταρτου και έκτου βαθμού αντίστοιχα. Οι πολυωνυμικές αυτές συναρτήσεις είναι συγκεκριμένης μορφής και ονομάζονται **πολυώνυμα *Bernstein***.
- **Καμπύλες *B-Spline* 3^{ου} και 4^{ου} βαθμού:** Δημιουργούνται από πολυωνυμικές συναρτήσεις τρίτου και τέταρτου βαθμού αντίστοιχα. Οι πολυωνυμικές αυτές συναρτήσεις είναι συγκεκριμένης μορφής και ονομάζονται **βασικές συναρτήσεις**. Κύριο χαρακτηριστικό των καμπυλών αυτών είναι η δυνατότητα τοπικής τροποποίησης της μορφής τους.
- **Καμπύλες *NURBS* 4^{ου} βαθμού:** Είναι όμοιες με τις καμπύλες *B-Spline* 4^{ου} βαθμού και επιπροσθέτως χαρακτηρίζονται από τη δυνατότητα καλύτερου ελέγχου και περαιτέρω μεταβολής της μορφής τους.

Οι καμπύλες *Bézier*, *B-Spline* και *NURBS* διαφέρουν από τα υπόλοιπα είδη καμπυλών, υπό την έννοια ότι δε διέρχονται από τα δεδομένα σημεία που ορίζονται στον χώρο, παρά μόνο τα προσεγγίζουν.

2.2 ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΕΡΕΥΝΕΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ

Μια από τις παλαιότερες εργασίες που αφορούν στη χάραξη οδών στον χώρο με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής είναι αυτή των **A. Fracassa** και **A. Scalamandrè (1996)** [15]. Η εργασία αυτή παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια του 1^{ου} Διεθνούς Συνεδρίου Εφαρμογών Πληροφορικής στα Συστήματα Μεταφορών και αναφέρεται στη **μελέτη σχετικά με τη δυνατότητα χρήσης καμπυλών NURBS 4^{ου} βαθμού για τον σχεδιασμό ενός οδικού έργου**. Στην εργασία υποστηρίζεται ότι λόγω της ρητής φύσης των καμπυλών αυτών, καθίσταται αποδοτικότερη η διαδικασία της χάραξης, αφού εξασφαλίζεται καλύτερος έλεγχος της μορφής τους.

Κατά τους συγγραφείς, οι καμπύλες NURBS επιτρέπουν τον καθορισμό της επιθυμητής καμπυλότητας στα άκρα του οδικού τμήματος και επιπλέον παρέχουν τη δυνατότητα σχηματισμού τρισδιάστατων ευθύγραμμων τμημάτων, ανάλογα με τις εκάστοτε απαιτήσεις του σχεδιασμού. Οι βασικοί έλεγχοι τους οποίους θα πρέπει να ικανοποιεί μια χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS αφορούν στις τιμές της καμπυλότητας και του εγκάρσιου τινάγματος κατά μήκος της καμπύλης. Οπότε, προτείνεται ο υπολογισμός αυτών των μεγεθών βάσει των παραγώγων της συνάρτησης της καμπύλης και η σύγκριση των τιμών που θα προκύψουν με τις οριακές τιμές των κανονισμών. Επιπλέον, παρουσιάζεται ποιοτικά μια μέθοδος προσομοίωσης της αλληλουχίας τόξο συναρμογής (κλωθοειδής) – κυκλικό τόξο – τόξο συναρμογής με χρήση καμπύλης NURBS.



Σχήμα 2.1: Μέθοδος προσομοίωσης της αλληλουχίας τόξο συναρμογής – κυκλικό τόξο – τόξο συναρμογής. (Πηγή: Fracassa A., Scalamandrè A.: «The use of Rational B-Spline Curves in Geometrical Design of Road Alignments», 1st International Conference on Computer Applications in Transportation Systems, Basel-Switzerland 1996, fig. 7)

Συμπερασματικά, οι καμπύλες NURBS αποτελούν, σύμφωνα με τους συγγραφείς, ένα κατάλληλο εργαλείο χάραξης, όντας εύκολα διαχειρίσιμες τόσο από τους μελετητές που πραγματοποιούν τη χάραξη, όσο και από τα λογισμικά σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Επιπλέον, η χρήση τους προσφέρει τη δυνατότητα σχεδίασης του άξονα

απευθείας στις τρεις διαστάσεις και, κατά συνέπεια, διευκολύνει τον σχεδιασμό της βέλτιστης χάραξης. Τέλος, οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι ενδεχομένως μελλοντικά να είναι δυνατή η περαιτέρω αξιοποίηση των καμπυλών NURBS. Για παράδειγμα μπορεί να καταστεί δυνατός ο προσδιορισμός διάφορων χρήσιμων για τις μεταφορές μεγεθών, όπως είναι οι εκτιμώμενοι χρόνοι ταξιδιού και τα κόστη μεταφοράς σε σχέση με τη διάταξη μιας οδού.

Σε δημοσίευσή του ο **K. Atkinson (2002)** [5] εξετάζει την παρεμβολή κυβικής καμπύλης spline για την αναπαράσταση του άξονα της οδού στον δισδιάστατο και τρισδιάστατο χώρο. Ο Atkinson παρουσιάζει μια **μέθοδο προσαρμογής κυβικής καμπύλης spline σε δεδομένη καμπύλη, η οποία αναπαριστά κάποιο οδικό τμήμα**. Μέσω της κυβικής καμπύλης spline είναι δυνατός ο προσδιορισμός της θέσης ενός οχήματος στο υπ' όψιν οδικό τμήμα και, κατά συνέπεια, η προσομοίωση της κίνησής του.

Η προτεινόμενη μέθοδος στοχεύει στην παραγωγή μιας κυβικής καμπύλης spline, όμοιας με τη δοθείσα καμπύλη, της οποίας οι τιμές της παραμέτρου συμπίπτουν με τις τιμές του μήκους τόξου σε κάθε σημείο της. Για τη δημιουργία της κυβικής καμπύλης spline δίνεται ως δεδομένο ο αριθμός των κόμβων, ο οποίος και καθορίζει το πλήθος των πολυωνυμικών τμημάτων της καμπύλης. Ο προσδιορισμός του μήκους τόξου της δοθείσας καμπύλης πραγματοποιείται με αριθμητική ολοκλήρωση και θεωρείται προσεγγιστικά ίσο με το μήκος τόξου της κυβικής καμπύλης spline. Για τον προσδιορισμό της παραμέτρου της καμπύλης σε σχέση με το μήκος τόξου, δημιουργείται η συνάρτηση που συσχετίζει αυτά τα δύο μεγέθη.

Επιπλέον, στη συγκεκριμένη εργασία εξετάζεται και η «αντίστροφη» διαδικασία, δηλαδή για κάποιο δεδομένο σημείο στον χώρο προτείνεται μια μέθοδος προσδιορισμού της απόστασής του από την καμπύλη και του μήκους τόξου της καμπύλης μέχρι το σημείο της καμπύλης το οποίο είναι το πλησιέστερο στο δοθέν σημείο. Το δεδομένο σημείο αντιπροσωπεύει ένα όχημα το οποίο κινείται κατά μήκος της οδού – καμπύλης και το οποίο προφανώς δε βρίσκεται επί του άξονα, αλλά κινείται σε λωρίδα κυκλοφορίας, και συνεπώς σε κάποια απόσταση από αυτόν.

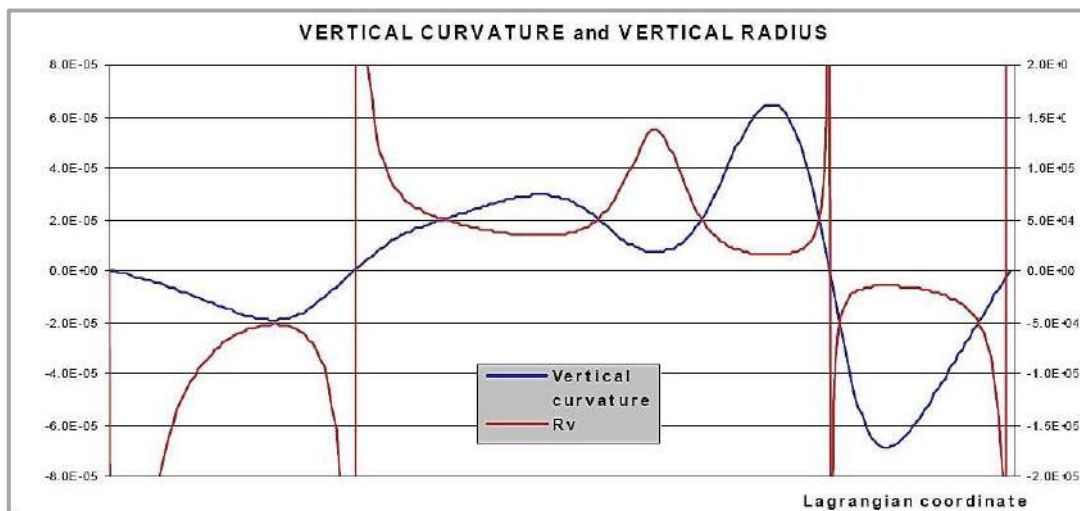
Ακόμη, στην εργασία επισημαίνεται και αποδεικνύεται μέσω δοκιμών ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των κόμβων που θα ληφθούν, τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα της μεθόδου, άρα η προσέγγιση είναι πιο ακριβής. Η μελέτη αυτή γίνεται περισσότερο από μαθηματικής σκοπιάς και δεν εξετάζονται άλλα μεγέθη τα οποία υπεισέρχονται στον γεωμετρικό σχεδιασμό των οδών και, ως εκ τούτου, δεν αναφέρονται συμπεράσματα σχετικά με την καταλληλότητα ή μη των καμπυλών αυτών για την περιγραφή οδικού τμήματος.

Οι **G. Cantisani, D. Donti, G. Loprencipe και A. Ranzo (2003)** [9] εξετάζουν αρκετών ειδών πολυωνυμικές παραμετρικές καμπύλες, ως μέρος ερευνητικού προγράμματος του

Πανεπιστήμιου της Ρώμης, σχετικού με την ανάπτυξη λογισμικού προσομοίωσης οδήγησης. Σύμφωνα με την εργασία τους, οι πολωνυμικές καμπύλες επιτρέπουν τον αποτελεσματικό καθορισμό της διάταξης της οδού στον χώρο, σε σχέση με τους διάφορους γεωμετρικούς και κινηματικούς περιορισμούς. **Οι καμπύλες που εξετάζονται είναι οι καμπύλες Hermite spline 3^{ου} και 5^{ου} βαθμού, οι καμπύλες Bézier spline 4^{ου} και 6^{ου} βαθμού, οι καμπύλες B-Spline 4^{ου} βαθμού και οι καμπύλες NURBS 4^{ου} βαθμού.**

Τα βασικά χαρακτηριστικά που πληρούν οι συγκεκριμένες καμπύλες είναι η ύπαρξη υψηλού επιπέδου συνέχειας κατά μήκος τους, η δυνατότητα δημιουργίας τμημάτων με μηδενική καμπυλότητα (ευθυγραμμίες – τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση) και η δυνατότητα ελέγχου των παραμέτρων της καμπυλότητας και του εγκάρσιου τινάγματος.

Τα θέματα τα οποία εξετάζονται είναι η δυνατότητα επιβολής συγκεκριμένων συνθηκών (κλίση και καμπυλότητα) στα άκρα των καμπυλών, προκειμένου η οδός να συνδεθεί με το υπάρχον οδικό δίκτυο, η μεταβολή του εγκάρσιου τινάγματος κατά μήκος των καμπυλών και η μεταβολή της καμπυλότητας. Όσον αφορά στις συνθήκες στα άκρα των καμπυλών οι καμπύλες Hermite spline 3^{ου} βαθμού έχουν τη δυνατότητα καθορισμού μόνο ενός εκ των δύο μεγεθών, ενώ οι καμπύλες Hermite spline 5^{ου} βαθμού έχουν τη δυνατότητα καθορισμού και των δύο μεγεθών, και οι καμπύλες Bézier spline, B-Spline και NURBS έχουν τη δυνατότητα έμμεσου καθορισμού των δύο μεγεθών. Σχετικά με το εγκάρσιο τινάγμα, στις καμπύλες Hermite spline 3^{ου} βαθμού αυτό μεταβάλλεται με ασυνεγή τρόπο, ενώ στις υπόλοιπες καμπύλες μεταβάλλεται συνεχώς και με ομαλό τρόπο. Τέλος, όσον αφορά στην καμπυλότητα, αυτή μεταβάλλεται συνεχώς και με ομαλό τρόπο σε όλα τα είδη των εξεταζόμενων καμπυλών. Επιπρόσθετα, οι καμπύλες Bézier spline, B-Spline και NURBS έχουν τη δυνατότητα σχηματισμού ευθύγραμμων τμημάτων.



Σχήμα 2.2: Διάγραμμα μεταβολής της καμπυλότητας και ακτίνας κατά μήκος καμπύλης NURBS. (Πηγή: Cantisani G., Donti D., Loprencipe G., Ranzo A.: «Spline Curves for Geometric Modeling of Highway Design», Sapienza University of Rome, Rome 2003)

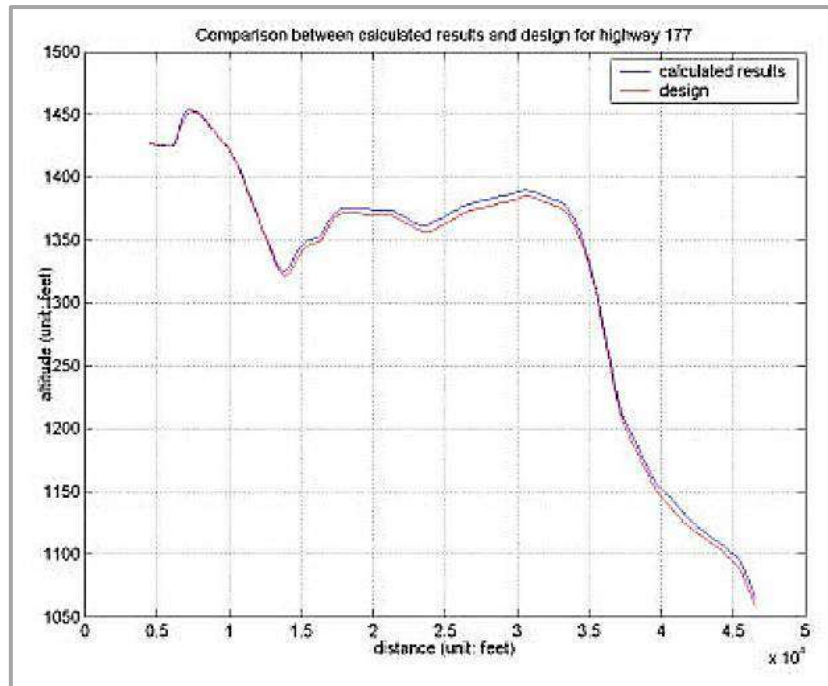
Στην εργασία αυτή προτείνεται, επιπλέον, και μια μέθοδος προσομοίωσης της χάραξης με χρήση καμπυλών τύπου spline, με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη. Οπότε, παρατίθενται οι αντίστοιχες σχέσεις για των υπολογισμό των μεγεθών της καμπυλότητας στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, της κατά μήκος κλίσης και του εγκάρσιου τινάγματος, προκειμένου να είναι δυνατή η σύγκριση των μεγεθών αυτών με τα αντίστοιχα οριακά μεγέθη των υπάρχουσών οδηγιών Οδοποιίας. Τέλος, γίνεται προσομοίωση μιας συμβατικής χάραξης με τα εξεταζόμενα είδη καμπυλών, ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα.

Οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι η χρήση παραμετρικών πολυωνυμικών καμπυλών φαίνεται να αποτελεί μια αξιόλογη εναλλακτική λύση για τη χάραξη οδών. Οι καμπύλες αυτές αποτελούν ένα αποτελεσματικό εργαλείο για την απευθείας σχεδίαση των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις, ενώ παράλληλα χαρακτηρίζονται και από την καλή προσαρμογή τους στο περιβάλλον. Επίσης, προτείνεται η χρήση τους κατά τη διαδικασία προσομοίωσης οδών μέσω της τεχνολογίας της οπτικοποίησης.

Επίσης, σε εργασία των **D. Ben-Arieh, S. Chang και G. Zhang (2004)** [8], η οποία αποτελεί μέρος προγράμματος του Τμήματος Μεταφορών του Κάνσας (KDOT) για τη χαρτογράφηση των αυτοκινητόδρομων της ομώνυμης Πολιτείας των Η.Π.Α. με χρήση της τεχνολογίας GPS, πραγματοποιείται η επεξεργασία σημειακών μετρήσεων – δεδομένων που έχουν ληφθεί με χρήση συσκευής GPS και η μετατροπή τους σε γεωμετρικές αναπαραστάσεις μέσω λογισμικών σχεδίασης σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, με τη βοήθεια κυβικών καμπυλών B-Spline.

Η γεωμετρική αναπαράσταση των αυτοκινητόδρομων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή πραγματοποιείται μέσω της μετατροπής των δεδομένων των μετρήσεων σε μορφή Καρτεσιανών συντεταγμένων, της ταξινόμησής τους και της αφαίρεσης λανθασμένων ή επαναλαμβανόμενων μετρήσεων. Στη συνέχεια, **δημιουργείται η αναπαράσταση των οδικών αξόνων με παρεμβολή κυβικών καμπυλών B-Spline μέσω των δεδομένων σημείων.**

Έπειτα, γίνεται σύγκριση της προσέγγισης με χρήση καμπυλών B-Spline, με την προσέγγιση μέσω της μεθόδου των ελάχιστων τετραγώνων και συμπεραίνεται ότι οι καμπύλες B-Spline υπερτερούν. Ακόμη, η σύγκριση των καμπυλών B-Spline με τα γεωγραφικά δεδομένα σχεδιασμού των υπ' όψιν αυτοκινητόδρομων δείχνει ότι η προσέγγιση μέσω των καμπυλών αυτών είναι πολύ ακριβής. Τελικά, οι συγγραφείς αποφαινόμενοι ότι οι καμπύλες B-Spline έχουν τη δυνατότητα να αναπαραστήσουν με μεγάλη ακρίβεια υπάρχουσες οδούς, με χαρακτηριστικό τους την ύπαρξη ικανοποιητικής ομαλότητας και συνέχειας μεταξύ των διαδοχικών τμημάτων.



Σχήμα 2.3: Σύγκριση της προσέγγισης μιας οδού μέσω καμπυλών B-Spline με τα ακριβή γεωγραφικά δεδομένα σχεδιασμού. (Πηγή: Ben-Arieh D., Chang S., Zhang G.: «Geometric Modeling of Highways using GPS data and B-Spline Approximation», Kansas State University, Manhattan-Kansas 2004, Figure 5)

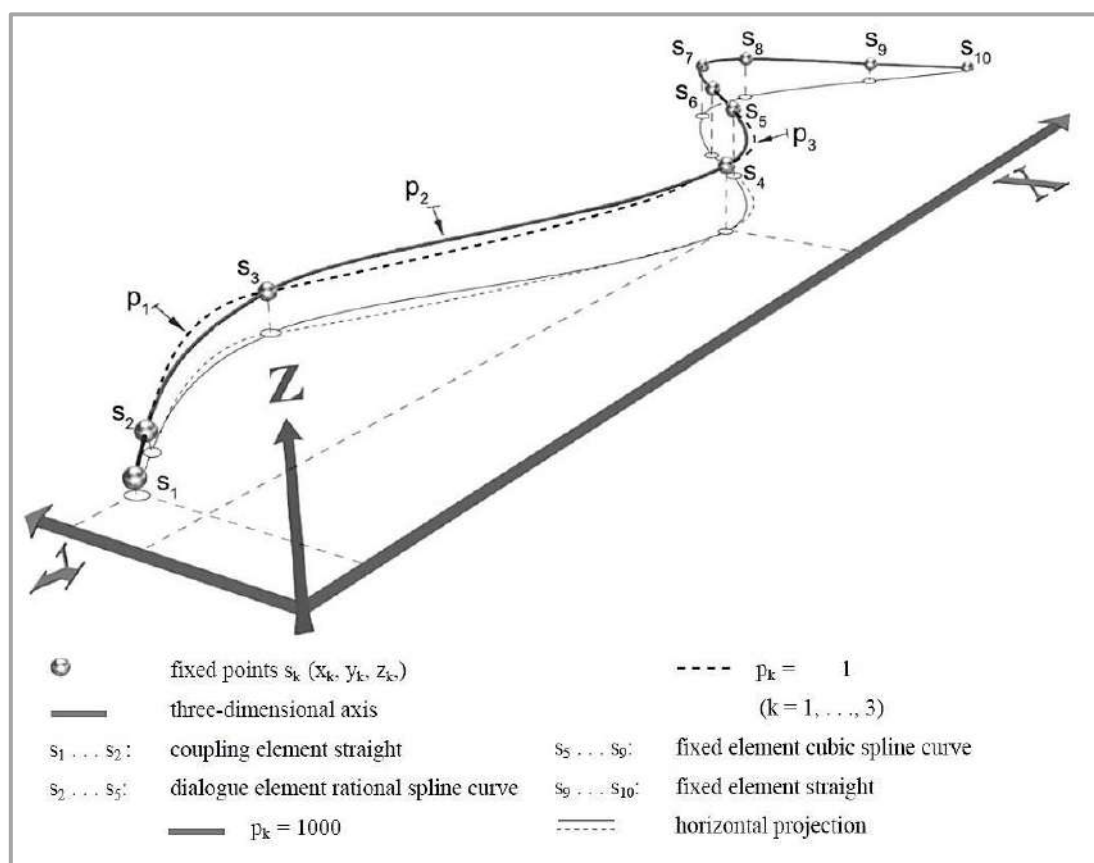
Κατά τη διάρκεια του 5^{ου} Ελβετικού Συνεδρίου Μεταφορών παρουσιάστηκε από τους **H. Gontran, P.Y. Gilliéron** και **J. Skaloud (2005)** [16] ένα ερευνητικό πρόγραμμα κατά το οποίο παρέχεται η δυνατότητα **προσομοίωσης μιας υπάρχουσας οδού με κυβική καμπύλη spline**, με χρήση της μεθόδου του K. Atkinson, η οποία περιγράφηκε παραπάνω. Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο, χρησιμοποιείται ένα όχημα το οποίο διαθέτει δέκτη GPS και ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές και το οποίο λαμβάνει συνεχώς στοιχεία του άξονα και των λωρίδων κυκλοφορίας της οδού κατά τη διάσχιση της.

Τα δεδομένα αυτά μπορούν στη συνέχεια να εισαχθούν σε κάποιο πρόγραμμα σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή ή σε κάποιο **Γεωγραφικό Σύστημα Πληροφοριών (Geographic Information System – GIS)** και να αξιοποιηθούν κατάλληλα.

Σε εργασία του **W. Kühn (2005)** [19] η οποία παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια του 3^{ου} Διεθνούς Συμποσίου Γεωμετρικού Σχεδιασμού των Οδών, **αναλύονται τα βασικά στοιχεία μιας νέας προτεινόμενης μεθόδου χάραξης στις τρεις διαστάσεις, με χρήση κυβικών καμπυλών τύπου spline**. Όπως υποστηρίζεται στη συγκεκριμένη εργασία, η τρισδιάστατη χάραξη επιτρέπει την ενιαία αναπαράσταση των οδικών αξόνων σε ένα στάδιο σχεδιασμού (σε αντίθεση με τη συμβατική χάραξη) και βοηθά στην αποφυγή λαθών, τα οποία είναι πολύ πιθανό να γίνουν κατά τη διαδικασία της συμβατικής χάραξης.

Σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο, η μορφή του τρισδιάστατου άξονα της οδού καθορίζεται από σταθερά σημεία στον χώρο, τα οποία καθορίζονται από τον μελετητή, και αποτελείται από τρία είδη τρισδιάστατων στοιχείων: τα «**σταθερά στοιχεία**» (επιλέγονται στην περίπτωση όπου δεν αναμένεται η αλλαγή της πορείας του άξονα), τα «**μεταβλητά στοιχεία**» (επιλέγονται εφόσον αναμένεται ότι θα χρειαστούν αναπροσαρμογές του άξονα της οδού, λόγω τοπικών περιορισμών, και η μορφή τους είναι δυνατόν να μεταβληθεί χωρίς μετακίνηση των σταθερών σημείων) και τα «**στοιχεία σύνδεσης**» (συνδέουν ομαλά τα σταθερά και τα μεταβλητά στοιχεία μεταξύ τους).

Τα σταθερά και μεταβλητά στοιχεία ορίζονται μεταξύ σταθερών σημείων και η καμπύλη προκύπτει από παρεμβολή μεταξύ αυτών των σημείων. Τα σταθερά στοιχεία μπορεί να είναι ευθείες (μεταξύ δύο σταθερών σημείων) ή κυβικές καμπύλες spline (μεταξύ τριών ή τεσσάρων σταθερών σημείων). Τα μεταβλητά στοιχεία είναι ρητές κυβικές καμπύλες spline (μεταξύ τριών, τεσσάρων ή πέντε σταθερών σημείων). Συνεπώς, η τρισδιάστατη πορεία του άξονα της οδού εξαρτάται αφενός από τις θέσεις των σταθερών σημείων και αφετέρου από τις μαθηματικές συναρτήσεις που ισχύουν μεταξύ των διαδοχικών σταθερών σημείων.



Σχήμα 2.4: Τρισδιάστατος άξονας οδού, ο οποίος αποτελείται από σταθερά στοιχεία, μεταβλητά στοιχεία και στοιχεία σύνδεσης. (Πηγή: Kühn W.: «The Basics of a Three-Dimensional Geometric Design Methodology», 3rd International Symposium on Highway Geometric Design, Chicago 2005, Figure 9)

Συνοπτικά, η διαδικασία τρισδιάστατης χάραξης έχει ως εξής: Σε ένα τρισδιάστατο ψηφιακό μοντέλο εδάφους, ο μελετητής επιλέγει τις θέσεις των σταθερών σημείων. Μέσω αυτών των σημείων, δημιουργείται μια «προκαταρκτική» καμπύλη, η οποία χωρίζεται από το μελετητή σε σταθερά, μεταβλητά, και στοιχεία σύνδεσης. Στη συνέχεια, γίνεται ο υπολογισμός των τιμών όλων αυτών των στοιχείων και προκύπτει ο τρισδιάστατος άξονας της οδού. Τέλος, γίνεται αξιολόγηση του αποτελέσματος της χάραξης μέσω ελέγχων καμπυλότητας (υπολογισμός των τιμών της κατά μήκος του άξονα και σύγκριση με τις οριακές τιμές των κανονισμών) και ορατότητας (υπολογισμός μηκών ορατότητας και σύγκριση με τα ελάχιστα απαιτούμενα) καθ' όλο το μήκος της οδού. Επίσης, δημιουργούνται προοπτικές εικόνες της οδού από τη θέση του οδηγού ανά διαστήματα μικρού μήκους, προκειμένου να γίνει εντοπισμός τυχόν προβλημάτων. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι το αποτέλεσμα να είναι το επιθυμητό.

Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη εργασία, οι απλές και ρητές κυβικές καμπύλες spline μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλες για την αναπαράσταση τρισδιάστατων στοιχείων. Παράλληλα, όμως, τονίζεται ότι θα πρέπει απαραίτητως να διεξαχθεί περαιτέρω έρευνα σχετικά με την αξιοπιστία και τα αποτελέσματα της μεθόδου και, κυρίως, οι καμπύλες spline θα πρέπει να δοκιμαστούν σε αρκετές και διαφορετικές περιπτώσεις οδικών τμημάτων.

Οι **K. Tilger** και **V. Appelt (2005)** [29] στην εργασία τους, η οποία παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια του 3^{ου} Διεθνούς Συμποσίου Γεωμετρικού Σχεδιασμού των Οδών, **αναφέρονται στις δυνατότητες που παρέχουν στους μελετητές οι καμπύλες spline, όταν χρησιμοποιούνται για την περιγραφή οδικών αξόνων**, και παρουσιάζουν παραδείγματα εφαρμογής τους σε προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή.

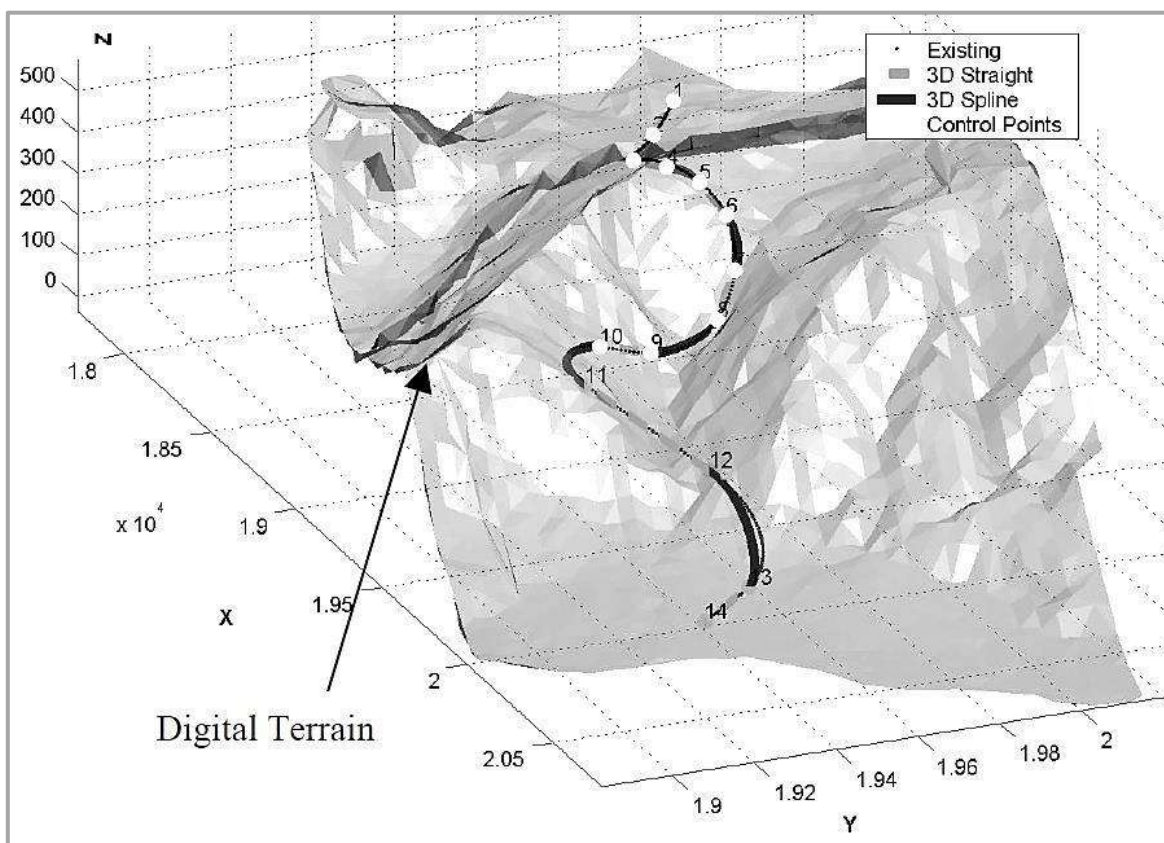
Σύμφωνα με τους συγγραφείς, είναι επιθυμητή η ανάπτυξη σύνθετων τρισδιάστατων εικονικών μοντέλων, τα οποία θα περιέχουν πολλά είδη πληροφοριών, καθώς και η εφαρμογή μεθόδων σχεδίασης οδικών έργων απευθείας στον χώρο, με δυνατότητα αλληλεπίδρασης σε πραγματικό χρόνο. Κατ' αυτόν τον τρόπο, καθίσταται δυνατή η μεγιστοποίηση των παραμέτρων ασφάλειας της κίνησης, η βελτιστοποίηση της ενσωμάτωσης του οδικού έργου στο περιβάλλον και η ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής. Επιπλέον, τονίζεται η ανάγκη αντικατάστασης των κλασικών γεωμετρικών στοιχείων των οδικών αξόνων (ευθυγραμμίες, τόξα συναρμογής, κυκλικά τόξα) από μία μορφή, η οποία θα έχει τη δυνατότητα αναπαράστασής τους.

Για το σκοπό αυτό, **θεωρούνται κατάλληλες οι κυβικές καμπύλες spline, καθώς και οι καμπύλες Bézier spline**, για τις οποίες αναφέρεται ότι μπορούν να προσεγγίσουν τα παραπάνω γεωμετρικά στοιχεία με ικανοποιητική ακρίβεια.

Οι **G. Karri** και **M.K. Jha (2007)** [18] σε εργασία τους **πραγματεύονται το θέμα της οπτικοποίησης των οδών και της χάραξης απευθείας στον χώρο με χρήση κυβικών**

καμπυλών spline. Στην εργασία αυτή υποστηρίζεται ότι η συμβατική χάραξη είναι πιθανό να οδηγήσει σε κρίσιμα σφάλματα σχεδιασμού. Η τρισδιάστατη χάραξη, σε συνδυασμό με την τεχνολογία της οπτικοποίησης, μπορούν να λύσουν τα προβλήματα που σχετίζονται με το γεωμετρικό σχεδιασμό των οδών, τουλάχιστον έως ένα βαθμό. Επιπλέον, αναφέρεται ότι δεν είναι υποχρεωτική η χρήση κυβικών καμπυλών spline, αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη καμπυλών τύπου spline.

Σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο, η οδός αποτελείται από δύο ειδών γεωμετρικά στοιχεία, τα οποία αντικαθιστούν τα γεωμετρικά στοιχεία της συμβατικής χάραξης: **τρισδιάστατες ευθείες** και **τρισδιάστατες κυβικές καμπύλες spline**, οι οποίες διέρχονται από συγκεκριμένα σημεία που ορίζει ο μελετητής, γνωστά ως «σημεία ελέγχου». Οι καμπύλες spline υπερέχουν έναντι των απλών πολυωνυμικών καμπυλών διότι αφενός δεν υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου προσαρμογής της απλής πολυωνυμικής καμπύλης μεταξύ δύο σημείων ελέγχου και αφετέρου όσο αυξάνεται το πλήθος των σημείων από τα οποία πρέπει να διέλθει η πολυωνυμική καμπύλη, τόσο αυξάνεται και ο βαθμός του πολυωνύμου, κάτι το οποίο είναι μη αποδοτικό.



Σχήμα 2.5: Προοπτική άποψη χάραξης, η οποία αποτελείται από τρισδιάστατες ευθείες και τρισδιάστατες κυβικές καμπύλες τύπου spline. (Πηγή: Karri G., Jha M.K.: «A new Method for 3-Dimensional Roadway Design using Visualization Techniques», Morgan State University, Baltimore-Maryland 2007, Figure 4)

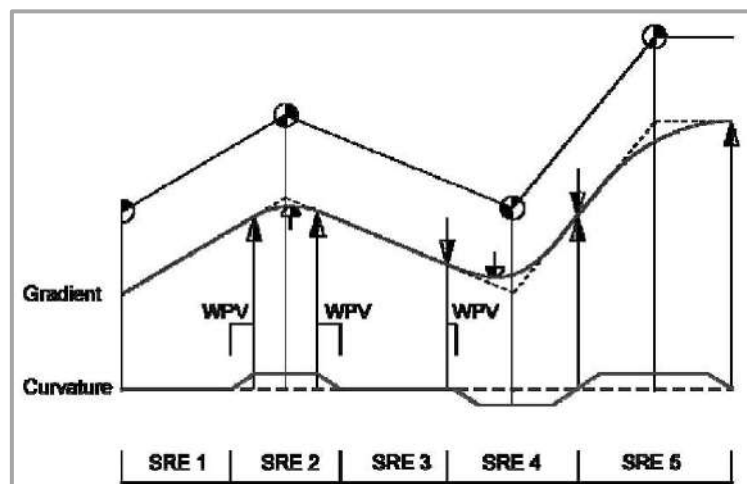
Κατά τη διαδικασία χάραξης, ο μελετητής τοποθετεί τα σημεία ελέγχου σε ένα τρισδιάστατο ψηφιακό μοντέλο εδάφους. Στη συνέχεια, συνδέονται κάποια από αυτά με τρισδιάστατες ευθείες, ανάλογα με την επιθυμητή μορφή της οδού. Τέλος, δημιουργούνται κυβικές καμπύλες spline ώστε να συνδεθούν μεταξύ τους οι

τρισδιάστατες ευθείες. Η μορφή της οδού είναι δυνατόν να μεταβληθεί είτε με μετακίνηση, είτε με προσθήκη σημείων ελέγχου. Έπειτα από την οριστικοποίηση της μορφής του άξονα, θα πρέπει να γίνει έλεγχος της τρισδιάστατης αυτής διάταξης.

Ακόμη, γίνεται προσομοίωση ενός υπάρχοντος οδικού τμήματος μέσω αυτής της μεθόδου, και συγκρίνονται οι δύο τύποι χαράξεων (συμβατική και τρισδιάστατη). Τελικά, συμπεραίνεται ότι η τρισδιάστατη χάραξη χαρακτηρίζεται από καλύτερο έλεγχο της γεωμετρίας της οδού. Ωστόσο, στη συγκεκριμένη μέθοδο δε γίνεται αναφορά στη διαδικασία ελέγχου της διάταξης της οδού από πλευράς αντίληψης του οδηγού.

Κατά τη διάρκεια του 4^{ου} Διεθνούς Συμποσίου Γεωμετρικού Σχεδιασμού των οδών, οι **W. Kühn** και **M.K. Jha (2010)** [20] παρουσίασαν μια **μέθοδο ελέγχου ύπαρξης ελαττωμάτων στην τρισδιάστατη διάταξη της χάραξης οδού, με χρήση εργαλείων οπτικοποίησης**. Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο, τα ελαττώματα που μπορεί να προκύψουν υποδιαιρούνται σε δύο κατηγορίες: αυτά που έχουν να κάνουν με τον υποβιβασμό των επιπέδων της παρεχόμενης ασφάλειας της οδού και αυτά που είναι κυρίως αισθητικά ελαττώματα.

Η μέθοδος προτείνει, μεταξύ άλλων, τη χάραξη της οδού απευθείας στον χώρο με χρήση τρισδιάστατων γεωμετρικών στοιχείων τα οποία προκύπτουν από την επαλληλία της οριζοντιογραφίας με τη μηκοτομή, για παράδειγμα ευθύγραμμα ή καμπύλα κυρτώματα ή κοιλώματα. Μέσω της δημιουργίας προοπτικών εικόνων της οδού από τη θέση του οδηγού, είναι δυνατός ο εντοπισμός προβλημάτων σχετιζόμενων με την ασφάλεια, υπό τη μορφή σημείων χωρίς ορατότητα κατά μήκος της οδού («τυφλά σημεία»), και ο εντοπισμός αισθητικής φύσης ελαττωμάτων (π.χ. κυματισμοί, τεθλασμένο κατάστρωμα οδού κ.λπ.).



Σχήμα 2.6: Τρισδιάστατα στοιχεία SRE1 έως SRE5 που προκύπτουν από επαλληλία της οριζοντιογραφίας με τη μηκοτομή. (Πηγή: Kühn W., Jha M.K.: «Methodology for Checking Shortcomings in the Three-Dimensional Alignment», 4th International Symposium on Highway Geometric Design, Valencia 2010, Figure 1)

Ωστόσο, η συγκεκριμένη μέθοδος δεν παρέχει πληροφορίες σχετικές με την επιλογή των τρισδιάστατων στοιχείων τα οποία συναποτελούν τον άξονα της οδού, για παράδειγμα με ποιον τρόπο θα πρέπει να αναπαρασταθεί ένα καμπύλο κύρτωμα και ούτω καθεξής. Επομένως, ίσως να είναι κατάλληλη η χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής για την προσομοίωση αυτών των στοιχείων στον χώρο.

Τέλος, αναφορά στις καμπύλες ελεύθερης μορφής γίνεται στον **νέο Ιταλικό Κανονισμό Σχεδιασμού Οδικών Έργων (2001)** (*«Norme funzionali e geometriche per la costruzione delle strade»*, D.M. 5/11/2001) [11], όπου παρουσιάζονται και κάποια πιθανά πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα από τη χρήση τους. Ειδικότερα, αναφέρεται ότι **η χρήση πολυωνυμικών καμπυλών είναι επιτρεπτή για το σχεδιασμό των οδών, εφόσον η χάραξη προσομοιωθεί με μια συμβατική χάραξη που να είναι αποδεκτή**. Στον κανονισμό περιλαμβάνονται τόσο οδηγίες σχετικές με μεμονωμένα γεωμετρικά στοιχεία (π.χ. τιμές καμπυλότητας, μέγιστες τιμές κατά μήκος κλίσεις κ.λπ.), όσο και οδηγίες σχετικά με την επίτευξη ομοιομορφίας και αρμονίας μεταξύ οριζοντιογραφίας και μηκοτομής, καθώς και με την ορθή αντίληψη του συνόλου της οδού από τους χρήστες της.

Δηλαδή, **δεν υπάρχει ανεπτυγμένη κάποια εξειδικευμένη για αυτές τις καμπύλες μέθοδος, και τα επιβαλλόμενα όρια και περιορισμοί αναφέρονται στη συμβατική χάραξη**, εξ' ου και η απαίτηση προσομοίωσης. Ακόμη, στον κανονισμό αναφέρεται ότι, εφόσον γίνεται χρήση πολυωνυμικών καμπυλών, η μελέτη επιτρέπεται να γίνει είτε με τη συνηθισμένη διαδικασία που περιλαμβάνει ξεχωριστή μελέτη οριζοντιογραφίας και μηκοτομής (όπου και στα δύο στάδια θα χρησιμοποιούνται τέτοιου είδους καμπύλες), είτε απευθείας χάραξη στις τρεις διαστάσεις με μία ενιαία καμπύλη.

2.3 ΣΥΝΟΨΗ – ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της βιβλιογραφικής ανασκόπησης που πραγματοποιήθηκε για τις ανάγκες της Διπλωματικής Εργασίας, αναφορικά με την τρισδιάστατη χάραξη οδών με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής.

Οι εργασίες και έρευνες που παρουσιάστηκαν, μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκουν σε δύο κύριες κατηγορίες: σε αυτές που ασχολούνται με τη **μελέτη εφαρμογής των καμπυλών ελεύθερης μορφής στην οδοποιία**, προτείνοντας τις ανάλογες μεθόδους χάραξης οδών, και σε αυτές που αναφέρονται στην **προσομοίωση υπάρχουσας οδού με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής**.

Επίσης, οι έρευνες σχετικά με τη μελέτη εφαρμογής των καμπυλών ελεύθερης μορφής στην οδοποιία, **δεν αναφέρονται σε χάραξη με αποκλειστική χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής, αλλά σε συνδυασμό τους με τρισδιάστατα ευθύγραμμα τμήματα**. Τέλος, οι έρευνες αυτές προτείνουν τον έλεγχο του αποτελέσματος της χάραξης με βάση τους ισχύοντες κανονισμούς οδοποιίας, ελλείψει άλλων πιο εξειδικευμένων κανονισμών.

Στη συνέχεια παρατίθενται συνοπτικά τα κυριότερα συμπεράσματα, τα οποία προέκυψαν και αναφέρονται στις συναφείς εργασίες και μελέτες, σχετικά με τη δυνατότητα χρήσης των καμπυλών ελεύθερης μορφής για την περιγραφή των οδικών αξόνων. Έτσι, **οι καμπύλες ελεύθερης μορφής τύπου spline έχουν τα εξής χαρακτηριστικά:**

- Προσφέρουν τη **δυνατότητα απευθείας μελέτης και σχεδίασης των οδών στον τρισδιάστατο χώρο**.
- Είναι **εύκολα διαχειρίσιμες** από τον μελετητή, καθώς και από τα συστήματα ηλεκτρονικών υπολογιστών.
- Μπορούν να προσεγγίσουν τις γεωμετρικές μορφές που χρησιμοποιούνται κατά τη διαδικασία της συμβατικής χάραξης και κατά συνέπεια **αναπαριστούν με μεγάλη ακρίβεια τις υπάρχουσες οδούς**.
- Επιτρέπουν την **καλή προσαρμογή του άξονα της οδού στον περιβάλλοντα χώρο**, λόγω του καλύτερου ελέγχου της γεωμετρίας της οδού.
- **Βελτιώνουν την ποιότητα του τελικού αποτελέσματος της χάραξης**, καθώς η ενιαία αντιμετώπισή τους μειώνει τις πιθανότητες εμφάνισης λαθών κατά τον σχεδιασμό.
- Μπορούν να φανούν **χρήσιμο εργαλείο στην οπτικοποίηση των οδικών αξόνων και στην προσομοίωση οδήγησης**.
- Είναι δυνατή η **περαιτέρω αξιοποίησή τους** για την εκτίμηση χρήσιμων μεγεθών για τις μεταφορές.

Από τα συμπεράσματα των εργασιών σχετικά με τη δυνατότητα χρήσης καμπυλών ελεύθερης μορφής στην οδοποιία, είναι φανερό ότι **οι καμπύλες ελεύθερης μορφής παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και αποτελούν μια εν δυνάμει εναλλακτική μέθοδο χάραξης οδών**, διαμέσου μιας σειράς σημείων στο ανάγλυφο του εδάφους. Τα χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες των καμπυλών ελεύθερης μορφής, κυρίως η συνέχεια και ομαλότητα που προσφέρουν, καθώς επίσης και η ελευθερία που χαρακτηρίζει τη χρήση τους, τις καθιστούν κατάλληλες για το σχεδιασμό οδών, δεδομένου ότι το τελικό αποτέλεσμα θα είναι μια ενιαία οντότητα στον χώρο.

Συνοψίζοντας, οι συναφείς έρευνες και εργασίες συνοδεύονται από συμπεράσματα τα οποία μπορούν να χαρακτηριστούν ως ενθαρρυντικά για τη συνέχιση διεξαγωγής ερευνών στον τομέα της τρισδιάστατης χάραξης, αν και δεν είναι αρκετά σαφή. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι **σε καμία από αυτές τις έρευνες δεν αναφέρονται πιθανά μειονεκτήματα και περιορισμοί λόγω της εφαρμογής καμπυλών ελεύθερης μορφής**, αν και οι περισσότερες μελέτες καταλήγουν στο ότι απαιτείται η διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας προκειμένου να διαπιστωθεί εάν και κατά πόσο οι καμπύλες ελεύθερης μορφής είναι κατάλληλες για τη χάραξη οδών.

Ως συνέπεια των παραπάνω, προέκυψε η **ανάγκη περαιτέρω διερεύνησης του αντικειμένου της χάραξης οδών στον τρισδιάστατο χώρο**, με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής τύπου spline. Η διερεύνηση αυτή πραγματοποιήθηκε με στόχο την ανάλυση των χαρακτηριστικών της τρισδιάστατης χάραξης σε μεγαλύτερο βαθμό, την κάλυψη θεμάτων στα οποία ενδεχομένως δεν έχει δοθεί έμφαση ή δεν έχουν αναφερθεί καθόλου μέχρι σήμερα, αλλά και τον εντοπισμό τυχόν περιορισμών και μειονεκτημάτων από την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου στη μελέτη και την κατασκευή των οδικών έργων.

Τέλος, όσον αφορά στον τρόπο αναπαράστασης των οδών στις τρεις διαστάσεις, στην πλειοψηφία των σχετικών ερευνών έχουν επιλεγεί οι κυβικές καμπύλες τύπου spline. **Στην παρούσα εργασία αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν οι καμπύλες NURBS**, στις οποίες προς το παρόν δεν έχει γίνει εκτενής αναφορά. Επιπλέον, οι καμπύλες αυτές συγκαταλέγονται μεταξύ των δημοφιλέστερων καμπυλών σε διάφορες εφαρμογές και επιστημονικούς τομείς, υποστηρίζονται από όλα σχεδόν τα λογισμικά σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και επίσης φαίνεται ότι συγκεντρώνουν τα περισσότερα πλεονεκτήματα σε σύγκριση με άλλα είδη καμπυλών.

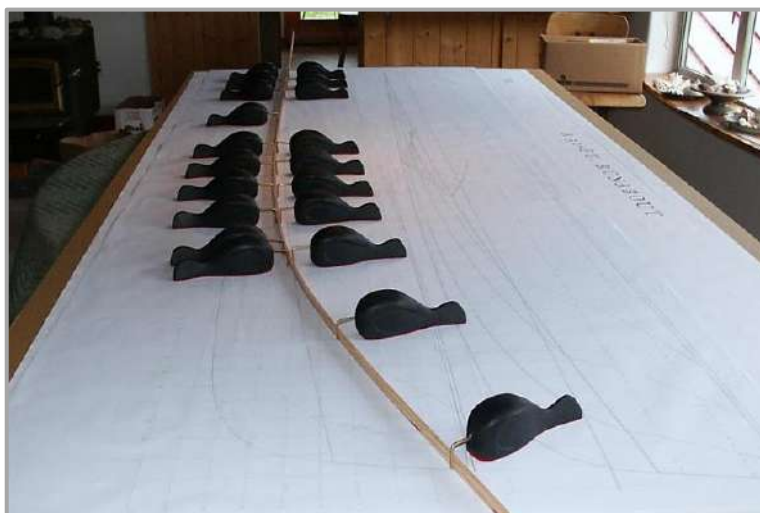
Θεωρητικό Υπόβαθρο

3.1	ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΜΟΡΦΗΣ	35
3.2	ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	38
3.2.1	Παραμετρικές καμπύλες.....	38
3.2.2	Ομογενείς συντεταγμένες	41
3.2.3	Ρητές Καμπύλες.....	43
3.2.4	Καμπύλες τύπου «spline».....	43
3.3	ΟΙ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS.....	45
3.3.1	Εισαγωγή	45
3.3.2	Μαθηματική προσέγγιση των καμπυλών NURBS	47
3.4	ΑΛΛΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ	64
3.5	Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ DE BOOR.....	68
3.6	ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS.....	73
3.6.1	Περιγραφή μεθόδου.....	73
3.6.2	Συγκριτικός έλεγχος ακρίβειας μεθόδου	91

3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

Η ιδέα για τη χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής έχει τις ρίζες της στη βιομηχανία κατασκευής πλοίων και αεροσκαφών. Οι καμπύλες αυτές αρχικά αναπτύχθηκαν για να χρησιμοποιηθούν στη ναυπηγική, πριν από την εποχή των υπολογιστών και της ψηφιακής μοντελοποίησης. Έως τότε, τα εργαλεία που διέθεταν οι μηχανικοί, οι αρχιτέκτονες και οι σχεδιαστές εν γένει, ώστε να αποδώσουν τα σχέδιά τους στο χαρτί, ήταν ο χάρακας, το ταυ, το τρίγωνο, το μοιρογνώμονιο και ο διαβήτης. Ωστόσο, υπήρχαν κάποιες μορφές οι οποίες δεν ήταν δυνατόν να σχεδιαστούν με τα παραπάνω εργαλεία, διότι είτε ολόκληρες είτε τμήματά τους δεν ήταν ούτε ευθείες ούτε κύκλοι. Επιπλέον, οι ναυπηγοί της εποχής χρειάζονταν έναν τρόπο για τον σχεδιασμό μιας ομαλής καμπύλης, η οποία θα διέρχεται από ένα σύνολο σημείων.

Η λύση βρέθηκε με το να τοποθετήσουν μεταλλικά βάρη στα δεδομένα σημεία και να λυγίσουν μια λεπτή εύκαμπτη μεταλλική, ξύλινη ή πλαστική μακριά λωρίδα (στα αγγλικά ονομάζεται «spline») μέσω αυτών των βαρών. Η επιρροή του κάθε βάρους ήταν μεγαλύτερη στο σημείο επαφής με τη λωρίδα, και μειωνόταν ομαλά πιο μακριά από αυτό κατά μήκος της λωρίδας. Η ελαστικότητα του υλικού της λωρίδας, σε συνδυασμό με τους περιορισμούς που επέβαλλαν τα βάρη στα σημεία ελέγχου, είχαν ως αποτέλεσμα η λωρίδα να



Εικόνα 3.1: Η τεχνική του «lofting» εφαρμόζεται και σήμερα, κυρίως σε μικρότερης κλίμακας σχέδια. (Πηγή: Northwest School of Wooden Boat Building – <http://www.nwboatschool.org>)

παίρνει το σχήμα σύμφωνα με το οποίο ελαχιστοποιούταν η ενέργεια που απαιτούταν για το λύγισμά της μεταξύ αυτών των σημείων, δημιουργώντας έτσι την ομαλότερη δυνατή καμπύλη. Για να μπορέσει να ελεγχθεί περισσότερο κάποια συγκεκριμένη περιοχή της λωρίδας, αρκούσε απλά η προσθήκη περισσότερων βαρών. Η ίδια τεχνική χρησιμοποιήθηκε και στη βρετανική βιομηχανία αεροσκαφών κατά τη διάρκεια του Β' Παγκόσμιου Πολέμου, για την κατασκευή προτύπων αεροσκαφών. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως «lofting», καθώς γινόταν στη σοφίτα ενός μεγάλου κτηρίου (loft σημαίνει σοφίτα στα Αγγλικά) από εξειδικευμένους σχεδιαστές.

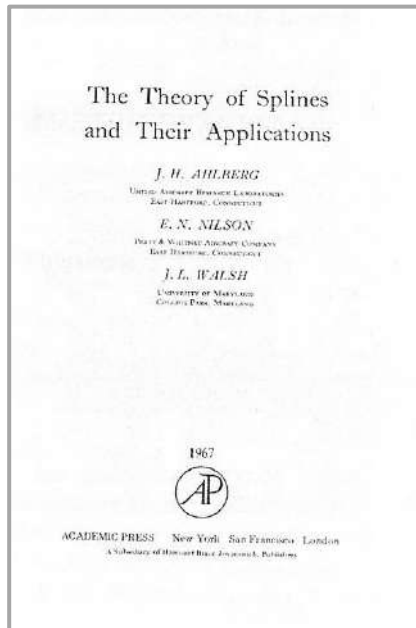
Η παραπάνω μέθοδος είχε, φυσικά, πολλά προβλήματα όσον αφορά στη λήψη και ανταλλαγή των δεδομένων που απαιτούνταν για τον σχεδιασμό της εκάστοτε καμπύλης. Πράγματι, τα σχέδια συχνά έπρεπε να γίνονται σε κλίμακα 1:1, κάτι το οποίο ήταν ιδιαίτερα επίπονο, ενώ έπρεπε να υπάρχει διαθέσιμη μεγάλης έκτασης επιφάνεια για τη σχεδίαση. Ακόμη, υπήρχε ο φόβος ενδεχόμενης απώλειας κρίσιμων σχεδίων σε περίπτωση που συνέβαινε κάποια καταστροφή στο κτήριο, λόγου χάρη από σεισμό ή πυρκαγιά. Κατά συνέπεια, ήταν απαραίτητος ο προσδιορισμός ενός μαθηματικού τρόπου ακριβούς περιγραφής του σχήματος της καμπύλης, ο οποίος επιπλέον θα επέτρεπε την εύκολη δημιουργία αντιγράφων όποτε αυτό κρινόταν απαραίτητο.

Είναι κοινώς αποδεκτό ότι η πρώτη μαθηματική αναφορά στις καμπύλες ελεύθερης μορφής έγινε το 1946 σε άρθρο του ρουμάνου μαθηματικού **I. J. Schoenberg**, όπου για πρώτη φορά η λέξη «spline» χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει την ομαλή πολυωνυμική προσέγγιση κατά τμήματα (χωρίς ακόμη την ύπαρξη ηλεκτρονικών υπολογιστών, όλοι οι απαραίτητοι αριθμητικοί υπολογισμοί για την επίλυση διάφορων προβλημάτων γίνονταν με το χέρι, κυρίως με θεώρηση πολυωνύμων). Το 1960 ο **J. C. Ferguson** στην εταιρεία Boeing έκανε μια πρώτη προσέγγιση στη σχεδίαση καμπύλων και επιφανειών με μη αναλυτική περιγραφή και λίγο αργότερα ακολούθησε ο **M. A. Sabin** στην British Aircraft Corporation. Ο Ferguson ήταν αυτός που εισήγαγε την έννοια της παραμέτρου ορισμού της καμπύλης και την παραμετρική διανυσματική αναπαράσταση των καμπυλών, κάνοντας έτσι μια επίδειξη των δυνατοτήτων της παραμετρικής έναντι της αναλυτικής περιγραφής τους.

Παράλληλα, έγιναν τα πρώτα βήματα για τη χρήση των καμπύλων ελεύθερης μορφής και στην αυτοκινητοβιομηχανία. Σημαντική ως προς την ανάπτυξη της θεωρίας των καμπύλων ελεύθερης μορφής ήταν η συνεισφορά, στα τέλη της δεκαετίας του 1950 και στις αρχές της δεκαετίας του 1960, του **P. de Casteljau** (εργαζόταν στην εταιρεία Citroën), του **P. Bézier** (εργαζόταν στην εταιρεία Renault) και των **G. Birkhoff**, **P. Garabedian** και **C. R. de Boor** (εργάζονταν στην εταιρεία General Motors). Ο de Casteljau ανέπτυξε έναν αλγόριθμο για την πραγματοποίηση υπολογισμών σε συγκεκριμένες οικογένειες καμπύλων. Ο Birkhoff ανέπτυξε υπολογιστικές μεθόδους για την αναπαράσταση ομαλών καμπύλων μέσω κυβικών καμπυλών τύπου spline. Ο de Boor εργάστηκε μαζί με τον Schoenberg (που, όπως προαναφέρθηκε, θεωρείται ο «πατέρας» των καμπυλών spline) και ανέπτυξε έναν σχετικά γρήγορο αλγόριθμο για τον υπολογισμό των τιμών των καμπυλών spline, ενώ συνείσφερε και στη διαμόρφωση των καμπυλών B-Spline. Ο Bézier έθεσε τις βάσεις για την αναπαράσταση των καμπύλων, ειδικά στα *συστήματα σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή (Computer Aided Design – CAD)*.

Ειδικότερα, ο Bézier εισήγαγε μια μέθοδο περιγραφής καμπύλης από το «*χαρακτηριστικό πολύγωνο*» ή «*πολύγωνο ελέγχου*» (δηλαδή μια πολυγωνική γραμμή η οποία συνδέει τα σημεία ελέγχου της καμπύλης, σημεία από τα οποία εξαρτάται η μορφή της καμπύλης), κάνοντας χρήση *πολυωνύμων Bernstein* για την προσέγγιση της καμπύλης. Με αυτήν τη μέθοδο, παρέχεται ευκολία στον έλεγχο της μορφής της καμπύλης, αλλά τα πολυώνυμα μπορεί να είναι πολύ μεγάλου βαθμού, παρουσιάζονται

προβλήματα σύνδεσης των διάφορων τμημάτων μεταξύ τους και το τελικό αποτέλεσμα δεν είναι μια ενιαία οντότητα, αφού αποτελείται από πάρα πολλά επιμέρους μικρότερα τμήματα. Παρά τα όποια μειονεκτήματα, η μέθοδος αυτή παρέμεινε για πολλά χρόνια ως η βασική μορφή αναπαράστασης καμπυλών ελεύθερης μορφής σε συστήματα σχεδίασης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ακόμη, οι παρατηρήσεις του οδήγησαν στην ανάπτυξη των καμπυλών B-Spline (ο όρος «B-Spline» δημιουργήθηκε από τον Schoenberg και αποτελεί σύντμηση του όρου «Basis Spline»), οι οποίες αποτελούν γενίκευση των «Καμπυλών Bézier».



Εικόνα 3.2: Το πρώτο βιβλίο αφιερωμένο εξολοκλήρου στις συναρτήσεις τύπου spline, το οποίο κυκλοφόρησε το 1967. (Πηγή: Βιβλία Google – <http://books.google.com>)

Το 1967 κυκλοφόρησε το πρώτο βιβλίο αφιερωμένο εξολοκλήρου στις συναρτήσεις τύπου spline, με τίτλο «*The Theory of Splines and their Applications*» [2], από τους **J. H. Ahlberg**, **E. N. Nilson** και **J. L. Walsh**. Σε αυτό το βιβλίο παρουσιάζονται οι πρώτες μη παραμετρικές συναρτήσεις τύπου spline, με βασική την «κυβική spline», η οποία είναι μια σειρά από πολώνυμα τρίτου βαθμού.

Οι **W. J. Gordon** και **R. Riesenfeld** δημιούργησαν τις καμπύλες B-Spline, χρησιμοποιώντας **βασικές συναρτήσεις** (γίνεται εκτενής αναφορά σε αυτές παρακάτω). Οι συναρτήσεις B-Spline αποτελούν αθροίσματα από πολώνυμα μικρότερου βαθμού, έχουν ιδιότητες ανάλογες με αυτές των καμπυλών Bézier (αφού, όπως προαναφέρθηκε, αποτελούν μια γενίκευσή τους), ορίζονται βάσει του πολυγώνου ελέγχου, ενώ επιπλέον έχουν τη δυνατότητα τοπικού ελέγχου της καμπύλης.

Με την πάροδο του χρόνου, η παραμετρική αναπαράσταση των καμπυλών αντικατέστησε πλήρως την αναλυτική. Με την έλευση των ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι καμπύλες ελεύθερης μορφής σταδιακά αντικατέστησαν τα πολώνυμα στα προβλήματα παρεμβολής, και στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή ομαλών και ευέλικτων σχημάτων.

Ωστόσο, όλες οι προαναφερθείσες μέθοδοι δεν μπορούν να περιγράψουν με ακρίβεια τις κωνικές τομές (κύκλους, παραβολές, ελλείψεις, υπερβολές). Σε τέτοιες περιπτώσεις αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιούνται ρητές καμπύλες, με βασικές τις **μη ομοιόμορφες ρητές καμπύλες B-Spline (Non-Uniform Rational B-Spline – NURBS)**. Το 1989 κατέστη για πρώτη φορά δυνατή η διαδραστική και σε πραγματικό χρόνο απόδοση καμπυλών και επιφανειών NURBS από την εταιρεία **Silicon Graphics**. Οι συγκεκριμένες καμπύλες πλέον χρησιμοποιούνται ευρέως στα περισσότερα προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών για τη δημιουργία και αναπαράσταση καμπυλών και επιφανειών, αφού προσφέρουν μεγάλη ευελιξία και ακρίβεια.

3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στο παρόν υποκεφάλαιο παρουσιάζονται κάποιες βασικές έννοιες που αφορούν γενικά στις καμπύλες ελεύθερης μορφής και, συνεπώς, αναφέρονται και στις καμπύλες NURBS. Ειδικότερα, αναπτύσσεται η έννοια των **παραμετρικών καμπυλών** και αναλύονται τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Επίσης, παρουσιάζονται οι έννοιες των **ομογενών συντεταγμένων**, των **ρητών καμπυλών** και των **καμπυλών τύπου spline**.

3.2.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

3.2.1.1 Ορισμός

Μια καμπύλη αποτελείται από ένα σύνολο σημείων και δίνεται μέσω μιας μαθηματικής εξίσωσης. Η ανάγκη μαθηματικής περιγραφής πολύπλοκων καμπυλών για επεξεργασία μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή οδήγησε στην αναπαράστασή τους με παραμετρική μορφή.

Οι μη παραμετρικές μορφές αναπαράστασης μιας καμπύλης στον χώρο δίνονται μέσω αλγεβρικών εξισώσεων, οι οποίες ορίζουν τη σχέση μεταξύ των συντεταγμένων x , y και z κάθε σημείου της καμπύλης. Οι μορφές μπορεί να είναι οι εξής:

- Απλή μορφή: $y = f(x, z)$

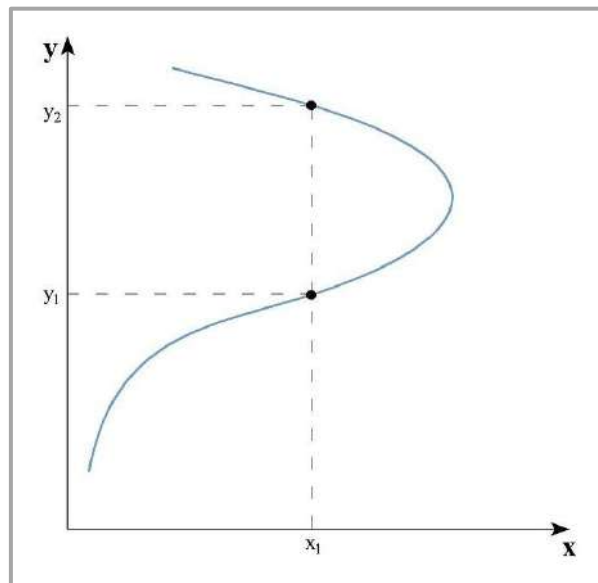
- Πεπλεγμένη μορφή: $g(x, y, z) = 0$

Πολύ απλό παράδειγμα μη παραμετρικής αναπαράστασης αποτελεί η εξίσωση της ευθείας στο επίπεδο, η οποία σε απλή μορφή γράφεται ως $y = Ax + B$, και σε πεπλεγμένη μορφή ως $Cx + Dy + E = 0$ (όπου A, B, C, D, E πραγματικοί αριθμοί).

Η παραπάνω μορφή ναι μεν εξασφαλίζει ακρίβεια στον υπολογισμό των καμπυλών, αλλά το κάθε σημείο προσδιορίζεται με έμμεσο τρόπο και επιπλέον οι υπολογισμοί μπορεί να γίνουν αρκετά πολύπλοκοι όταν υπάρχουν τρεις διαστάσεις. Το σημαντικότερο μειονέκτημα της παραπάνω μεθόδου μπορεί να γίνει αντιληπτό θεωρώντας ένα απλό παράδειγμα στο επίπεδο. Θεωρούμε μία καμπύλη με γραφική παράσταση όπως αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 3.1 της επόμενης σελίδας.

Για να περιγραφεί η παραπάνω καμπύλη χρησιμοποιώντας μη παραμετρική μορφή εξίσωσης, θα πρέπει η εξίσωση να είναι της μορφής $y = f(x)$, πράγμα αδύνατο, δεδομένου ότι σε κάθε τιμή του x θα πρέπει να αντιστοιχεί μόνο μία τιμή του y .

Τα παραπάνω προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με τις **παραμετρικές μορφές συνάρτησης**. Κατά την παραμετρική αναπαράσταση μιας καμπύλης, **οι συντεταγμένες δίνονται με ξεχωριστές εξισώσεις** με τη βοήθεια μιας ανεξάρτητης παραμέτρου t , δηλαδή $x = x(t)$, $y = y(t)$ και $z = z(t)$, όπου το t μπορεί είτε να παίρνει οποιαδήποτε τιμή, είτε να περιορίζεται σε κάποιο διάστημα. Η έννοια της παραμέτρου t μπορεί να γίνει κατανοητή με το εξής παράδειγμα: Έστω ότι το t απεικονίζει το χρόνο και παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και του t_{max} . Έστω επίσης ότι ένα κινούμενο σημείο διατρέχει την καμπύλη και για $t = 0$ (αρχή του χρόνου) βρίσκεται στην αρχή της καμπύλης, ενώ για $t = t_{max}$ βρίσκεται στο τέλος της. Άρα, οι συναρτήσεις $x(t)$, $y(t)$ και $z(t)$ δίνουν τη θέση (x, y, z) του σημείου σε κάθε χρονική στιγμή.



Σχήμα 3.1: Γραφική παράσταση μιας παραμετρικής καμπύλης.

Οι **παραμετρικές καμπύλες (parametric curves)** στον χώρο είναι της μορφής:

$$f(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

Η παραμετρική αναπαράσταση ουσιαστικά μετατρέπει μια εξίσωση σε μικρότερες και πιο εύκολα επιλύσιμες εξισώσεις, καθεμία εκ των οποίων «μεταφράζει» μια μεταβλητή σε τιμές των υπολοίπων. Δηλαδή, δίνονται ως δύο (στο επίπεδο) ή τρεις (στον χώρο) ανεξάρτητες συνιστώσες συναρτήσεις ως προς μια παράμετρο t . Έτσι, για κάθε τιμή της παραμέτρου t ορίζεται ένα σημείο της καμπύλης.

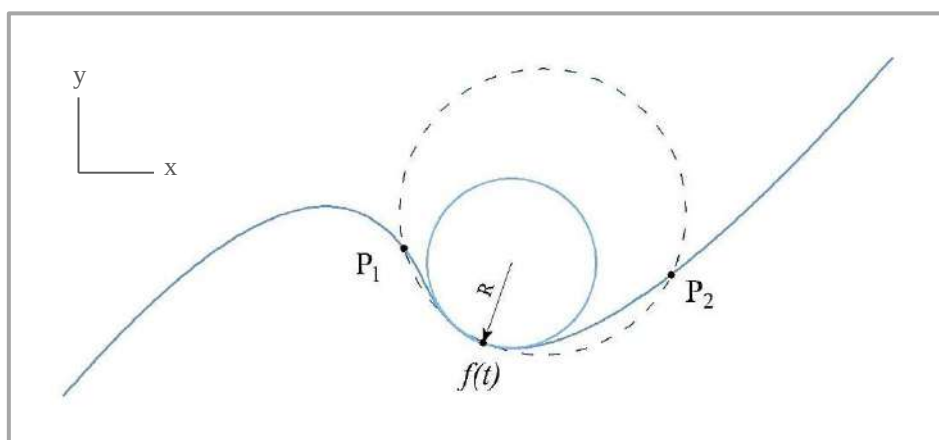
Παράδειγμα παραμετρικής μορφής συνάρτησης στο επίπεδο αποτελεί η παραμετρική αναπαράσταση του κύκλου. Οι παραμετρικές εξισώσεις είναι οι $x = x_0 + R \cos t$ και $y = y_0 + R \sin t$, όπου (x_0, y_0) οι συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου, R η ακτίνα και $0 \leq t < 2\pi$. Η παραμετρική μορφή της εξίσωσης του κύκλου είναι προτιμότερη προκειμένου να ελεγχθεί εάν κάποιο σημείο ανήκει στον κύκλο και επίσης είναι ευκολότερο να βρεθούν σημεία του κύκλου στο επίπεδο.

Η παραμετρική αναπαράσταση των καμπυλών αποτελεί έναν πρακτικό τρόπο έκφρασής τους. Για παράδειγμα, είναι πιο εύκολη η ολοκλήρωση και παραγωγή τους κατά όρους. Επιπλέον, οι παραμετρικές συναρτήσεις χρησιμοποιούνται κατ' αποκλειστικότητα στον τομέα της σχεδίασης μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, αφού οι μη παραμετρικές αναπαραστάσεις είναι ακατάλληλες για χρήση από τα διάφορα λογισμικά σχεδίασης (είναι πλήρως εξαρτημένες από την επιλογή του συστήματος συντεταγμένων και δεν μπορούν να υποβληθούν σε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, όπως περιστροφές ή αλλαγή κλίμακας). Μεταξύ των πλεονεκτημάτων της παραμετρικής αναπαράστασης των καμπυλών συγκαταλέγονται η δυνατότητα περιγραφής κλειστών ή πλειότιμων (όπως στο παράδειγμα του Σχήματος 3.1) καμπυλών, η εύκολη επέκτασή τους στις τρεις διαστάσεις, καθώς και το γεγονός ότι αυτή είναι ανεξάρτητη από το σύστημα συντεταγμένων.

3.2.1.2 Καμπυλότητα

Η καμπυλότητα αποτελεί μια από τις σημαντικότερες ιδιότητες των καμπυλών, αφού περιγράφει τις τοπικές ιδιότητες και σχέσεις μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης παραγώγου και, επομένως, το σχήμα της καμπύλης. Πρακτικά, η καμπυλότητα υποδηλώνει το πόσο αποκλίνουν τα διάφορα τμήματα της καμπύλης από το να ήταν ευθείες γραμμές.

Έστω $f(t)$ ένα σταθερό σημείο κάποιας παραμετρικής καμπύλης. Εάν θεωρηθούν, επίσης, δύο κινούμενα σημεία P_1 και P_2 στην ίδια καμπύλη, τότε τα δύο αυτά σημεία και το σημείο $f(t)$ ορίζουν έναν κύκλο (εκτός, φυσικά, από την περίπτωση όπου τα τρία σημεία βρίσκονται στην ίδια ευθεία). Καθώς τα σημεία P_1 και P_2 προσεγγίζουν το σημείο $f(t)$, ο κύκλος προσεγγίζει μια οριακή θέση. Αυτός ο οριακός κύκλος ονομάζεται **κύκλος καμπυλότητας** στο σημείο $f(t)$ και το κέντρο και η ακτίνα του ονομάζονται **κέντρο και ακτίνα καμπυλότητας** αντίστοιχα. Ο κύκλος καμπυλότητας προσεγγίζει καλύτερα την καμπύλη στο δεδομένο σημείο είναι εφαπτόμενος σε αυτήν, ενώ η πρώτη και δεύτερη παράγωγός του είναι ίσες με τις αντίστοιχες παραγώγους της καμπύλης.



Σχήμα 3.2: Ο κύκλος καμπυλότητας της καμπύλης σε κάποιο σημείο της, $f(t)$, ο οποίος σχηματίζεται καθώς τα κινούμενα επί της καμπύλης σημεία P_1 και P_2 προσεγγίζουν οριακά το σταθερό σημείο $f(t)$.

Η **καμπυλότητα (curvature)** σε εκείνο το σημείο ορίζεται ως το αντίστροφο της ακτίνας καμπυλότητας. Δηλαδή σε κάθε σημείο της καμπύλης ισχύει ότι:

$$\kappa(t) = \frac{1}{R(t)}$$

όπου $R(t)$ είναι η ακτίνα του εφαπτόμενου στην καμπύλη κύκλου σε κάθε σημείο της.

Από την παραπάνω σχέση, είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο κύκλος καμπυλότητας, τόσο μικρότερη είναι η καμπυλότητα και αντίστροφα. Ακόμη, από τον ορισμό του προκύπτει ότι ο κύκλος καμπυλότητας βρίσκεται στο εφαπτόμενο επίπεδο της καμπύλης σε κάθε σημείο.

Για τον υπολογισμό της καμπυλότητας από τη συνάρτηση της καμπύλης, αρχικά υπολογίζονται η πρώτη και δεύτερη παράγωγός της και έπειτα χρησιμοποιείται η ακόλουθη σχέση:

$$\kappa(t) = \frac{|f'(t) \times f''(t)|}{|f'(t)|^3}$$

3.2.2 ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

Οι **ομογενείς συντεταγμένες (homogeneous coordinates)** χρησιμοποιούνται, μεταξύ άλλων, για να αναπαραστήσουν την έννοια του απείρου. Το βασικό τους πλεονέκτημα είναι η απλοποίηση πολλών γεωμετρικών προβλημάτων. Για παράδειγμα, χωρίς τη χρήση ομογενών συντεταγμένων θα ήταν αρκετά δύσκολη η σχεδίαση ορισμένων ειδών καμπυλών και επιφανειών σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Έστωσαν δύο πραγματικοί αριθμοί a και w , καθώς και το πηλίκο τους $v = a/w$, όπου η τιμή a διατηρείται σταθερή, ενώ η τιμή w μεταβάλλεται. Άρα, καθώς η τιμή w μειώνεται, η τιμή v αυξάνεται και εάν η τιμή w προσεγγίσει το μηδέν, η τιμή v προσεγγίζει το άπειρο. **Συνεπώς, χρησιμοποιούνται δύο αριθμοί a και w για να αναπαρασταθεί η τιμή v , όπου αν ο αριθμός w είναι διάφορος του μηδενός, η τιμή v ισούται ακριβώς με a/w , αλλιώς η τιμή είναι άπειρη.**

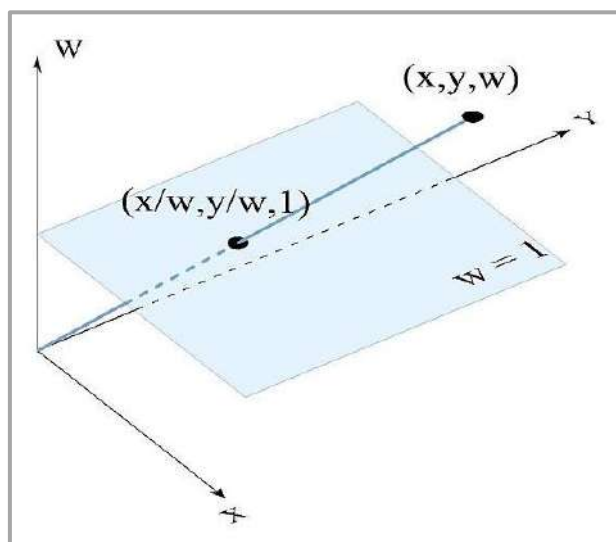
Ως παράδειγμα εφαρμογής των παραπάνω στο δισδιάστατο επίπεδο, έστω ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού, με εξίσωση $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$. Αντικαθιστώντας τα x, y με x/w και y/w αντίστοιχα και πολλαπλασιάζοντας όλους τους όρους με w^2 , προκύπτει: $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dxw + 2Eyw + Fw^2 = 0$

Στο παραπάνω πολυώνυμο, οι βαθμοί όλων των όρων είναι ίσοι, δηλαδή οι όροι x^2, xy, y^2, xw, yw και w^2 είναι βαθμού δύο. Ομοίως, σε ένα πολυώνυμο βαθμού n , με

εισαγωγή του w όλοι οι όροι είναι βαθμού n . Τα πολυώνυμα αυτής της μορφής ονομάζονται **ομογενή πολυώνυμα** και οι συντεταγμένες (x, y, w) καλούνται **ομογενείς συντεταγμένες**. Τα προηγούμενα εφαρμόζονται και στις τρεις διαστάσεις.

Κάθε σημείο του χώρου σε ομογενείς συντεταγμένες είναι της μορφής (x, y, z, w) . Η μετατροπή των συντεταγμένων από ομογενή σε συμβατική μορφή γίνεται διαιρώντας με το w . Αντίστροφα, η μετατροπή των συντεταγμένων από συμβατική σε ομογενή μορφή γίνεται πολλαπλασιάζοντας επί οποιονδήποτε μη μηδενικό αριθμό. Επομένως, **η μετατροπή από ομογενείς σε συμβατικές συντεταγμένες είναι μοναδική, ενώ η αντίστροφη διαδικασία όχι**. Για παράδειγμα, το σημείο $(3, 2, 5, 4)$ με ομογενείς συντεταγμένες μετατρέπεται στο σημείο $(0,75, 0,5, 1,25)$ στον χώρο, ενώ το σημείο $(6, 3, 4)$ στον τρισδιάστατο χώρο μετατρέπεται στο σημείο $(6w, 3w, 4w, w)$ με ομογενείς συντεταγμένες για κάθε μη μηδενική τιμή w .

Η έννοια των ομογενών συντεταγμένων μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω της παρακάτω γεωμετρικής ερμηνείας: Σύμφωνα με τα προηγούμενα, ένα σημείο στο επίπεδο έχει ομογενείς συντεταγμένες της μορφής (x, y, w) . Θεωρούμε τον τρισδιάστατο χώρο ο οποίος ορίζεται από τους άξονες x, y και w . Δηλαδή, το δισδιάστατο σημείο με ομογενείς συντεταγμένες θεωρείται ως τρισδιάστατο σημείο στον συγκεκριμένο χώρο. Έστω, επίσης, το επίπεδο με εξίσωση $w = 1$ (δηλαδή παράλληλο ως προς το επίπεδο που ορίζουν οι άξονες x, y και σε απόσταση ίση με τη μονάδα από αυτό). Αποδεικνύεται γεωμετρικά ότι η ευθεία που συνδέει την αρχή των αξόνων με το παραπάνω σημείο τέμνει το επίπεδο στο σημείο $(x/w, y/w, 1)$, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 3.3: Γεωμετρική ερμηνεία των ομογενών συντεταγμένων.

Επομένως, καθώς το δισδιάστατο σημείο με ομογενείς συντεταγμένες (x, y, w) κινείται επί καμπύλης η οποία έχει ως εξίσωσή της ένα ομογενές πολυώνυμο, το αντίστοιχό του σημείο κινείται στον παραπάνω τρισδιάστατο χώρο και προβάλλεται στο επίπεδο με εξίσωση $w = 1$.

3.2.3 ΡΗΤΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

Η παραμετρική αναπαράσταση, και ειδικότερα με χρήση πολυωνύμων, χαρακτηρίζεται από την αδυναμία αναπαράστασης αρκετών καμπυλών, για παράδειγμα κύκλων, ελλείψεων και υπερβολών (κωνικές τομές). Το μειονέκτημα αυτό είναι δυνατόν να εξαλειφθεί με τη χρήση ομογενών συντεταγμένων.

Έτσι, μια παραμετρική καμπύλη στον χώρο μπορεί να αναπαρασταθεί χρησιμοποιώντας τέσσερις συναρτήσεις αντί των τριών. Σε αυτήν την περίπτωση, η μορφή της καμπύλης είναι η εξής:

$$F(t) = (x(t), y(t), z(t), w(t))$$

Μια παραμετρική καμπύλη σε ομογενή μορφή ονομάζεται **ρητή καμπύλη (rational curve)**.

Η μετατροπή της καμπύλης σε συμβατική μορφή είναι η εξής:

$$f(t) = \left(\frac{x(t)}{w(t)}, \frac{y(t)}{w(t)}, \frac{z(t)}{w(t)} \right)$$

3.2.4 ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΥΠΟΥ «SPLINE»

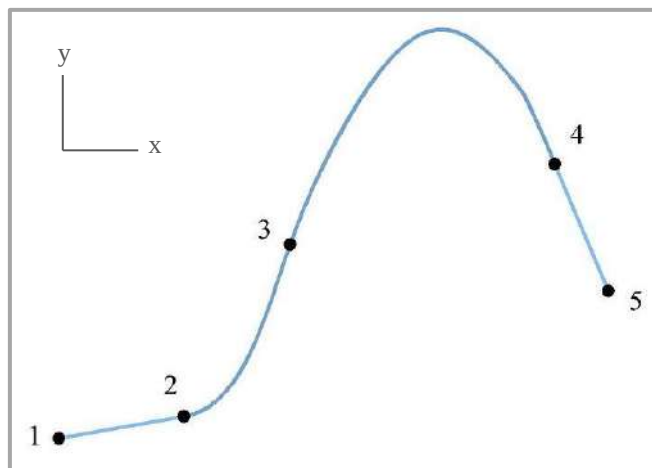
Οι καμπύλες τύπου «spline» περιγράφονται από **πολυωνυμικές συναρτήσεις** οι οποίες ορίζονται κατά τμήματα και χαρακτηρίζονται από υψηλό βαθμό ομαλότητας στις θέσεις όπου τα πολυωνυμικά τμήματα συνδέονται. Οι θέσεις ένωσης των πολυωνυμικών τμημάτων είναι γνωστές ως **κόμβοι (knots)**.

Μια συνάρτηση τύπου spline έχει ως πεδίο ορισμού κάποιο διάστημα $[a, b]$ που αποτελείται από k διαδοχικά υποδιαστήματα $[t_{i-1}, t_i]$ και σύνολο τιμών όλους τους πραγματικούς αριθμούς. Δηλαδή, ισχύει ότι $S: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, όπου: $a = t_0 < t_1 < \dots < t_{k-1} < t_k = b$ και σε κάθε υποδιάστημα είναι $P_i: [t_{i-1}, t_i] \rightarrow \mathbb{R}$, έτσι ώστε να ισχύει:

$$S(t) = P_1(t), \quad t_0 \leq t < t_1, \dots, \quad S(t) = P_k(t), \quad t_{k-1} \leq t < t_k$$

Η υψηλότερη τάξη (ή βαθμός) των πολυωνύμων που απαρτίζουν μια καμπύλη τύπου spline ονομάζεται **τάξη (ή βαθμός) (order/degree) της καμπύλης τύπου spline**. Επιπλέον, εάν όλα τα υποδιαστήματα στα οποία ορίζονται τα πολυώνυμα που αποτελούν την καμπύλη είναι ίδιου μήκους, η καμπύλη τύπου spline ονομάζεται **ομοιόμορφη (uniform)**. Σε διαφορετική περίπτωση η καμπύλη τύπου spline είναι **μη ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη (non-uniform)**.

Η βασική ιδέα που χαρακτηρίζει την κατασκευή αυτών των καμπυλών είναι η κατάλληλη επιλογή των πολυωνύμων, προκειμένου να υπάρξει επαρκής ομαλότητα σε όλο το μήκος της καμπύλης. Ειδικότερα, εάν η καμπύλη τύπου spline είναι τάξης n , η συνάρτηση S θα πρέπει να είναι συνεχώς παραγωγίσιμη στην τάξη $n - 1$ στα εσωτερικά σημεία t_i . Δηλαδή θα πρέπει $P_i^{(j)}(t_i) = P_{i+1}^{(j)}(t_i)$, για όλα τα $i = 1, \dots, k - 1$ και όλα τα j , όπου $0 \leq j \leq n - 1$.



Σχήμα 3.4: Μία τετραγωνική καμπύλη spline, η οποία αποτελείται από τέσσερα πολυωνμικά τμήματα, δύο εκ των οποίων είναι ευθείες (πολυνόμιο $1^{\text{ο}}$ βαθμού) και τα άλλα δύο είναι παραβολές (πολυνόμιο $2^{\text{ο}}$ βαθμού).

Ένα απλό παράδειγμα αποτελεί η συνάρτηση μιας **κυβικής καμπύλης τύπου spline**:

$$S(t) = \begin{cases} -t^3, & -1 \leq t < 0 \\ t^3, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

για την οποία ισχύει ότι $S(0) = S'(0) = S''(0) = 0$.

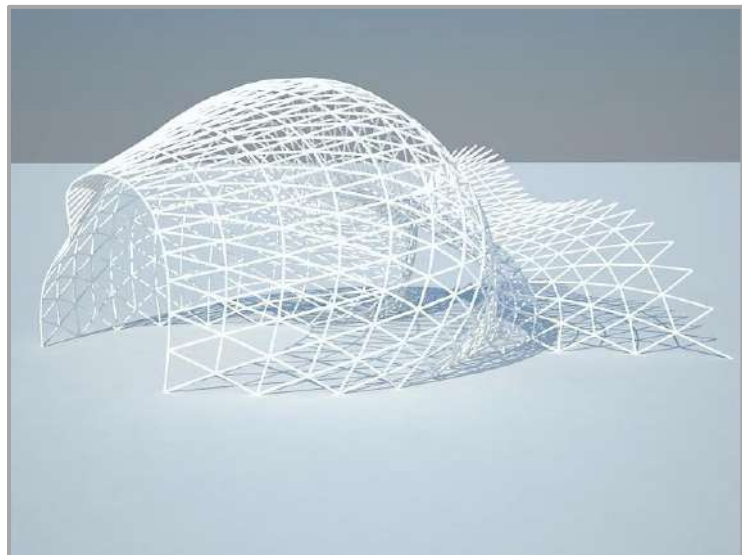
Οι καμπύλες τύπου spline χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο σαν καμπύλες παρεμβολής μεταξύ διάφορων σημείων. Ως **παρεμβολή (interpolation)** ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία δημιουργείται μια καμπύλη τύπου spline η οποία απαιτείται να διέρχεται από ένα σύνολο δεδομένων σημείων ή από περιοχές πλησίον τους.

Οι καμπύλες τύπου spline αποτελούν δημοφιλείς μορφές καμπύλης, λόγω της απλότητας που χαρακτηρίζει την κατασκευή τους, της ευκολίας χειρισμού τους και της ικανότητάς τους να προσεγγίζουν περίπλοκες μορφές. Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες καμπύλες τύπου spline είναι οι **κυβικές καμπύλες τύπου spline (cubic spline)**, οι καμπύλες **B-Spline**, οι καμπύλες **NURBS** (οι οποίες αποτελούν γενίκευση των B-Spline), καθώς και οι καμπύλες **Bézier spline** (οι οποίες αποτελούνται από διαδοχικές καμπύλες Bézier, συνδεδεμένες μεταξύ τους σύμφωνα με τη λογική των καμπυλών τύπου spline που προαναφέρθηκε).

3.3 ΟΙ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS

3.3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι *μη ομοιόμορφες ρητές καμπύλες Basis Spline (Non-Uniform Rational Basis Spline – NURBS)* χρησιμοποιούνται από διάφορες εφαρμογές ηλεκτρονικών υπολογιστών για να αναπαραστήσουν μια πληθώρα μορφών, από απλά γεωμετρικά σχήματα έως σύνθετες και πολύπλοκες μορφές, ενώ η αλληλεπίδραση με αυτές από πλευράς του χρήστη αυτών των εφαρμογών χαρακτηρίζεται από ευελιξία. Πράγματι, η δημιουργία και επεξεργασία των καμπυλών NURBS ώστε να προσεγγίσουν ήδη υπάρχουσες μορφές ή να δημιουργήσουν νέες είναι μια διαδικασία κατά την οποία κυρίαρχο ρόλο παίζει η ανθρώπινη και κρίση διαίσθηση. Ένα πολύ βασικό χαρακτηριστικό τους είναι ότι το σχήμα τους καθορίζεται από μεμονωμένα σημεία στον χώρο, γνωστά ως «*σημεία ελέγχου*». Τα σημεία ελέγχου μπορούν είτε να βρίσκονται επάνω στην καμπύλη, είτε όχι. Μετακίνηση κάποιων σημείων ελέγχου συνεπάγεται αλλαγή στο σχήμα της καμπύλης.



Εικόνα 3.3: Ένα τρισδιάστατο κέλυφος, αποτελούμενο από καμπύλες NURBS. (Πηγή: REMarch by D. Klabunde: Parametric Triangular Lattice – <http://deanklabunde.com>)

Η ανάγκη δημιουργίας πολύπλοκων και συγχρόνως σχετικά απλών στη μαθηματική περιγραφή καμπυλών, οδήγησε στην ανάπτυξη των καμπυλών NURBS. Γενικά, είναι γεγονός ότι όσο μεγαλύτερο βαθμό έχει μια εξίσωση, τόσο πιο πολύπλοκη είναι η καμπύλη που αυτή αναπαριστά. Παρόλα αυτά, η αύξηση του βαθμού πέρα από κάποιο όριο δεν κρίνεται ιδιαίτερα αποδοτική μέθοδος, καθώς απαιτούνται πολύ περισσότεροι υπολογισμοί. Επιπλέον, καμπύλες με βαθμό μεγαλύτερο του επτά παρουσιάζουν ευρείες διακυμάνσεις στο σχήμα τους, κάτι το οποίο καθιστά τη χρήση τους μη πρακτική.

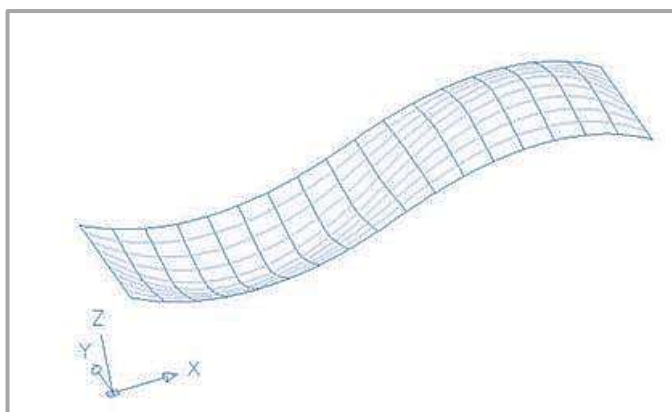
Οι καμπύλες NURBS είναι πολυωνυμικές καμπύλες και η βασική ιδέα που τις χαρακτηρίζει είναι η σύνδεση πολλών μικρότερων καμπυλών με σχετικά απλές εξισώσεις (μικρότερου βαθμού), οι οποίες αποτελούν τμήματα μιας μεγαλύτερης και πιο σύνθετης καμπύλης, και που ενώνονται ομαλά μεταξύ τους στα άκρα τους. Αυτή

η θεωρία πλέον συνιστά το κύριο εργαλείο για την περιγραφή και σχεδίαση πολύπλοκων μορφών. Επισημαίνεται ότι η σχεδίαση με χρήση καμπυλών NURBS πραγματοποιείται σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, ο οποίος επιτρέπει την ταχύτατη εκτέλεση του μεγάλου όγκου μαθηματικών υπολογισμών που απαιτούνται για την αναπαράστασή τους.

Η ονομασία «Non-Uniform Rational Basis Spline» αναφέρεται συνοπτικά στα βασικά χαρακτηριστικά των καμπυλών αυτών. Έτσι:

- Ο όρος «**Non-Uniform**» (**μη ομοιόμορφες**) αναφέρεται στη δυνατότητα παραμετροποίησης της καμπύλης (διαδικασία που αφορά στην επεξεργασία της παραμέτρου t), ώστε να επιτευχθεί καλύτερος έλεγχος του σχήματος της καμπύλης.
- Ο όρος «**Rational**» (**ρητές**) αναφέρεται στη μαθηματική αναπαράσταση των καμπυλών. Αυτή η ιδιότητα επιτρέπει στις καμπύλες NURBS να αναπαραστήσουν και τις κωνικές τομές, πέραν των σχημάτων ελεύθερης μορφής.
- Ο όρος «**Basis Spline** (ή **B-Spline**)» δηλώνει ότι οι καμπύλες NURBS είναι κατά τμήματα πολωνυμικές καμπύλες με παραμετρική αναπαράσταση.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημά τους σε σχέση με άλλα είδη καμπυλών είναι το γεγονός ότι **προσφέρουν τη δυνατότητα τοπικής τροποποίησης της μορφής τους, με τα υπόλοιπα τμήματά τους να παραμένουν αναλλοίωτα**. Δηλαδή, εάν μετακινηθεί ένα σημείο ελέγχου, τότε το σχήμα της καμπύλης μεταβάλλεται μόνο σε μια «κοντινή» περιοχή του σημείου ελέγχου και μάλιστα η νέα καμπύλη που θα προκύψει θα εξακολουθήσει να είναι ομαλή. Επίσης, οι καμπύλες NURBS υπερτερούν έναντι των άλλων ομοειδών καμπυλών (π.χ. καμπύλες Bézier και B-Spline) στο ότι **χαρακτηρίζονται από τη δυνατότητα αυξομείωσης της επιρροής κάποιων σημείων ελέγχου τους στο σχήμα της καμπύλης**. Έτσι μπορεί να μεταβληθεί η μορφή της καμπύλης χωρίς να μετακινηθούν τα σημεία ελέγχου της. Άρα, προσφέρουν ένα επιπλέον επίπεδο τοπικού ελέγχου και συνεπώς μεγαλύτερη ευελιξία.



Εικόνα 3.4: Μέσω των καμπυλών NURBS μπορούν να δημιουργηθούν επιφάνειες, γνωστές ως «επιφάνειες NURBS». Οι επιφάνειες NURBS χρησιμοποιούνται ευρέως από λογισμικά υπολογιστών για την απόδοση τρισδιάστατων μορφών. (Πηγή: Formation Design Systems (FormSys): Exporting a Maxsurf Design – <http://www.formsys.com>)

Οι καμπύλες NURBS παρουσιάζουν, μεταξύ άλλων, το χαρακτηριστικό ότι παραμένουν αναλλοίωτες εάν υποβληθούν σε προοπτικούς ή συσχετισμένους μετασχηματισμούς. Επίσης, οι διάφορες ενέργειες που σχετίζονται με την επεξεργασία τους, όπως είναι η περιστροφή τους, εφαρμόζονται απευθείας στα σημεία ελέγχου τους. Επιπλέον, μπορούν να περιγράψουν με μια κοινή μαθηματική μορφή τόσο τα

πρότυπα αναλυτικά σχήματα (π.χ. κωνικές τομές), όσο και τα σχήματα ελεύθερης μορφής, και συνεπώς επιτρέπουν τη σχεδίαση μεγάλης ποικιλίας σχημάτων και μορφών. Ένα ακόμη χαρακτηριστικό τους είναι το γεγονός ότι μειώνουν σημαντικά την απαιτούμενη μνήμη για αποθήκευση των διάφορων μορφών και σχημάτων που παράγουν σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, σε σύγκριση με πιο απλές μεθόδους σχεδίασης. Τέλος, οι διάφορες τιμές τους μπορούν να βρεθούν αρκετά γρήγορα με χρήση αριθμητικά σταθερών αλγορίθμων.

Οι καμπύλες NURBS πλέον αποτελούν το κύριο εργαλείο σε πολλές εφαρμογές σχεδίασης μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή (π.χ. AutoCAD, Maya, Rhinoceros, CATIA). Χρησιμοποιούνται στη δισδιάστατη και τρισδιάστατη σχεδίαση και, κυρίως, στην απόδοση μορφών στον χώρο, μέσω των επιφανειών που αυτές παράγουν. Οι επιφάνειες αυτές είναι γνωστές ως «**επιφάνειες NURBS**».

3.3.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS

Μια καμπύλη NURBS ορίζεται από τον **βαθμό** (ή **τάξη**) της, ένα σύνολο σταθμισμένων **σημείων ελέγχου** και ένα **διάνυσμα κόμβων**. Οι καμπύλες NURBS αποτελούν γενίκευση των καμπυλών Bézier και B-Spline, με κύρια διαφορά ότι οι NURBS έχουν τη δυνατότητα στάθμισης των σημείων ελέγχου τους.

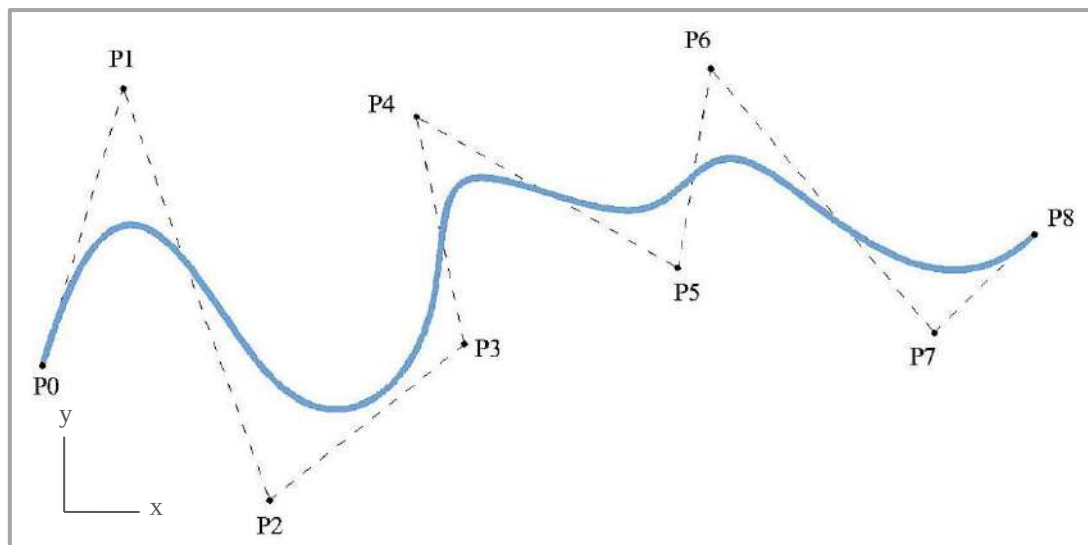
3.3.2.1 Σημεία ελέγχου – Πολύγωνο ελέγχου

Τα **σημεία ελέγχου (control points)** είναι αυτά που καθορίζουν τη μορφή της καμπύλης στον χώρο. Έτσι, μετακινώντας, προσθέτοντας ή αφαιρώντας κάποια από αυτά, το σχήμα της καμπύλης μεταβάλλεται. Τα σημεία αυτά συνδέονται ανά δύο με μία πολυγωνική γραμμή και σχηματίζεται το **πολύγωνο ελέγχου (control polygon)** (έχει επικρατήσει ο όρος «πολύγωνο ελέγχου», αν και η σωστότερη ονομασία θα ήταν «πολυγωνική γραμμή ελέγχου»). Στο Σχήμα 3.5 της επόμενης σελίδας απεικονίζεται μια καμπύλη NURBS, το πολύγωνο ελέγχου της και τα εννέα σημεία ελέγχου της (P_0 έως P_8).

Κάθε σημείο της καμπύλης υπολογίζεται από το σταθμισμένο άθροισμα ενός αριθμού σημείων ελέγχου. Δηλαδή, διαφορετικά σημεία της καμπύλης επηρεάζονται περισσότερο ή λιγότερο (έως και καθόλου) από διαφορετικά σημεία ελέγχου. Το σταθμισμένο άθροισμα μπορεί να εκφραστεί στη γενική μορφή του με μαθηματικό τρόπο ως:

$$\sum_{a \in A} f(a)w(a)$$

όπου f είναι μια συνάρτηση πραγματικών τιμών, w είναι μια συνάρτηση βάρους και A το πεδίο ορισμού τους.



Σχήμα 3.5: Καμπύλη NURBS, με τα σημεία ελέγχου και το πολύγωνο ελέγχου.

Τα διάφορα σημεία της καμπύλης επηρεάζονται περισσότερο από τα πιο «κοντινά» σε αυτά σημεία ελέγχου και κάθε σημείο της καμπύλης προκύπτει από το άθροισμα κάθε σημείου ελέγχου επί το μέγεθος της επιρροής του ως προς αυτό το σημείο. Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση σε συνδυασμό με τα προαναφερθέντα, οδηγούμαστε στην παρακάτω σχέση:

$$C(t) = \sum P_i N_{i,n}(t)$$

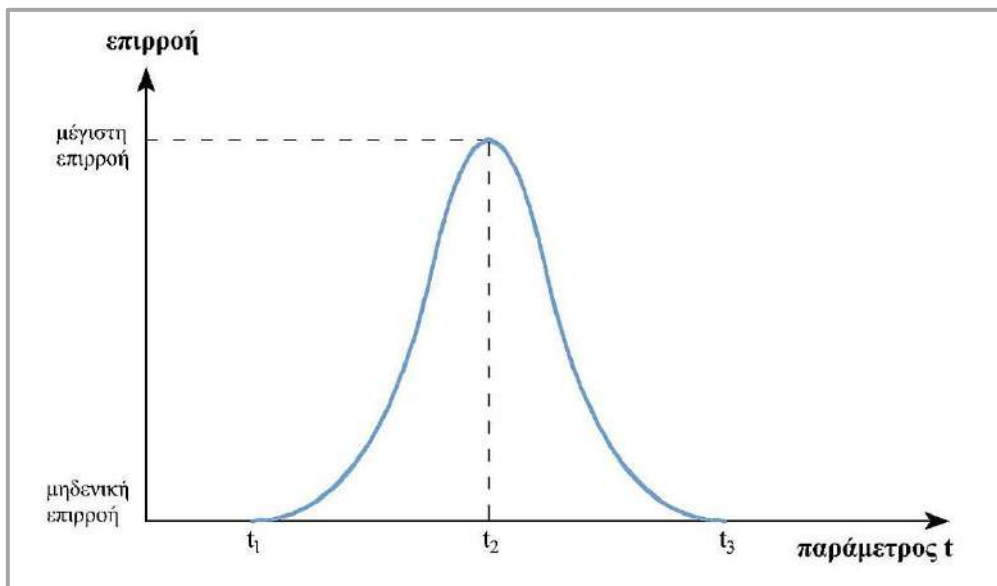
όπου $C(t)$ είναι ένα σημείο της καμπύλης, P_i είναι τα σημεία ελέγχου και $N_{i,n}$ είναι το ποσοστό που κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει το συγκεκριμένο σημείο. Είναι λογικό το ποσοστό αυτό να κυμαίνεται από μηδέν (καθόλου επιρροή) έως και τη μονάδα (μέγιστη επιρροή). Η $N_{i,n}(t)$ είναι μια συνάρτηση η οποία καθορίζει το ποσοστό επιρροής των σημείων ελέγχου ως προς τη μεταβλητή t και ονομάζεται «**βασική συνάρτηση**» (**basis function**, από την οποία έχουν πάρει το όνομά τους οι καμπύλες B-Spline).

3.3.2.2 Βασικές συναρτήσεις

Όπως προαναφέρθηκε, οι βασικές συναρτήσεις καθορίζουν το ποσοστό ή βάρος με το οποίο τα σημεία ελέγχου της καμπύλης επηρεάζουν τη μορφή της, άρα **είναι τόσες στο πλήθος, όσα και τα σημεία ελέγχου**. Το βάρος κάθε σημείου ελέγχου είναι δυνατόν να μεταβληθεί, με αποτέλεσμα κάποια σημεία ελέγχου να επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης περισσότερο σε σχέση με τα υπόλοιπα. Το βάρος κάθε σημείου ελέγχου είναι μη μηδενικό σε κάποια διαστήματα της παραμέτρου t , εντός των οποίων μεταβάλλεται

σύμφωνα με μια **πολυωνυμική συνάρτηση**, η οποία ονομάζεται **βασική συνάρτηση**. Στα όρια αυτών των διαστημάτων, οι βασικές συναρτήσεις σταδιακά μηδενίζονται, οπότε και δεν επηρεάζουν καθόλου την καμπύλη (δηλαδή, κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει κάποιο τμήμα της καμπύλης). Το πόσο «ομαλά» μηδενίζονται οι συναρτήσεις καθορίζεται από τον βαθμό του πολυωνύμου.

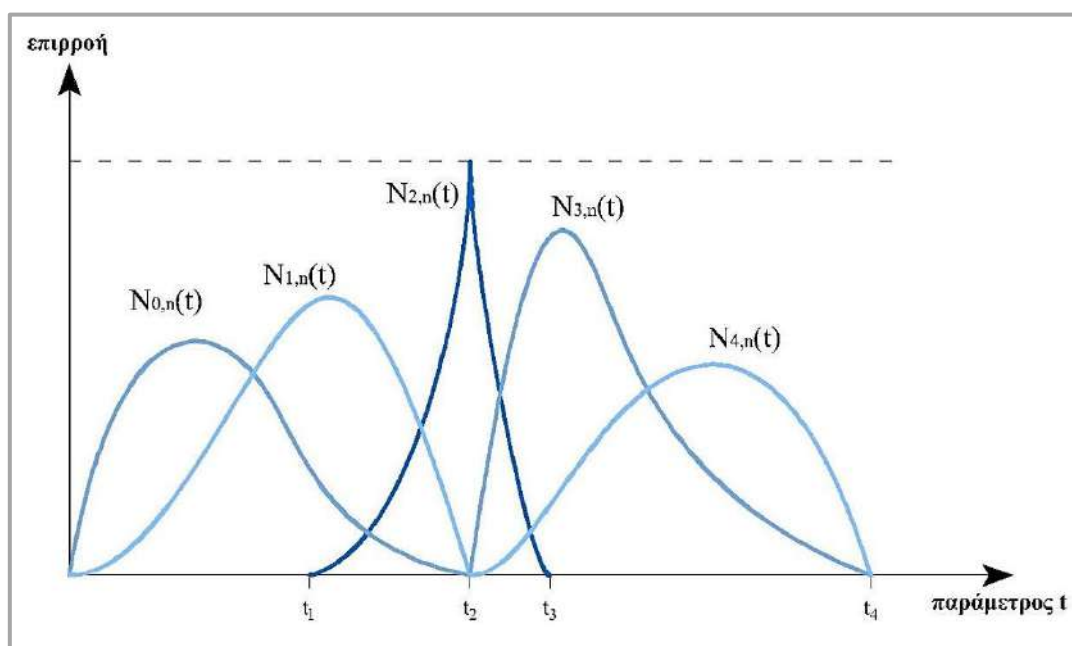
Στο Σχήμα 3.6 απεικονίζεται ποιοτικά η βασική συνάρτηση για κάποιο σημείο ελέγχου. Οι τιμές t_1 και t_3 της παραμέτρου t ορίζουν ένα διάστημα. Για τιμές της παραμέτρου μικρότερες από t_1 (δηλαδή εκτός του διαστήματος) η συνάρτηση είναι μηδενική, δηλαδή το αντίστοιχο σημείο ελέγχου δεν επηρεάζει καθόλου τη μορφή της καμπύλης. Για τιμές της παραμέτρου από t_1 έως t_2 σταδιακά αυξάνεται η επιρροή του σημείου ελέγχου μέχρι να φτάσει τη μέγιστη τιμή της. Στη συνέχεια, για τιμές της παραμέτρου από t_2 έως t_3 η επιρροή μειώνεται μέχρι μηδενισμού της. Για τιμές της παραμέτρου μεγαλύτερες από t_3 (δηλαδή εκτός του διαστήματος) το συγκεκριμένο σημείο ελέγχου δεν επηρεάζει καθόλου τη μορφή της καμπύλης.



Σχήμα 3.6: Βασική συνάρτηση ενός σημείου ελέγχου.

Για παράδειγμα, η βασική συνάρτηση με πολυώνυμο πρώτου βαθμού είναι μια τριγωνική συνάρτηση. Αυξάνεται από το μηδέν στο ένα και έπειτα μειώνεται έως ότου μηδενιστεί ξανά. Ενώ αυτή αυξάνεται, η βασική συνάρτηση του προηγούμενου σημείου ελέγχου μειώνεται, με αποτέλεσμα η καμπύλη να παρεμβάλλεται μεταξύ των δύο σημείων και η μορφή που προκύπτει να είναι ένα πολύγωνο, το οποίο είναι συνεχές αλλά όχι παραγωγίσιμο στα όρια των διαστημάτων ή κόμβων, όπως αυτά ονομάζονται. Πολυώνυμα μεγαλύτερων βαθμών έχουν αντίστοιχα πιο συνεχείς παραγώγους, με αποτέλεσμα η καμπύλη να προκύπτει πιο ομαλή στα όρια των διαστημάτων. Επισημαίνεται ότι εντός των διαστημάτων δεν τίθεται ζήτημα μη ομαλότητας της καμπύλης, λόγω της πολυωνυμικής φύσης των βασικών συναρτήσεων.

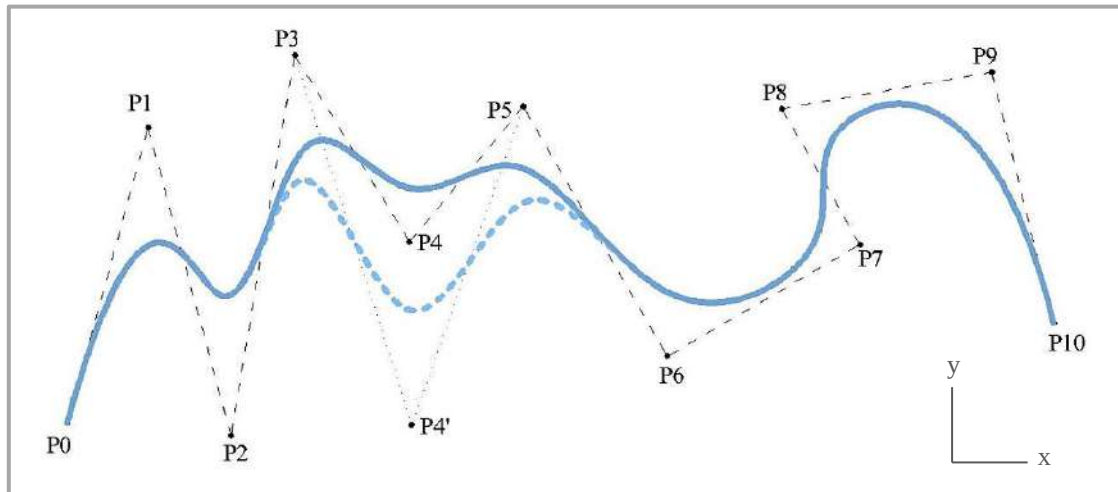
Στο Σχήμα 3.7 παρουσιάζονται οι βασικές συναρτήσεις μιας καμπύλης NURBS με πέντε σημεία ελέγχου. Η παράμετρος t λαμβάνει τιμές μεταξύ του μηδενός και της τιμής t_4 , ενώ οι τιμές t_1 έως t_4 ορίζουν τα επιμέρους διαστήματα της παραμέτρου. Για λόγους κατανόησης του παραδείγματος, έστω ότι η παράμετρος t απεικονίζει το χρόνο που απαιτείται ώστε ένα σημείο να διατρέξει όλη την καμπύλη. Το πρώτο σημείο ελέγχου επηρεάζει την καμπύλη στο διάστημα $(0, t_2)$, το δεύτερο σημείο ελέγχου επηρεάζει την καμπύλη στο διάστημα $(0, t_2)$ και ούτω καθεξής. Επιπλέον, στη θέση όπου η τιμή της παραμέτρου είναι t_2 , μόνο μία βασική συνάρτηση επηρεάζει το σχήμα της καμπύλης, και μάλιστα κατά τη μέγιστη επιρροή. Αυτό σημαίνει πως στη συγκεκριμένη θέση η καμπύλη **διέρχεται από το αντίστοιχο σημείο ελέγχου** (δεδομένου ότι επηρεάζεται από αυτό και μόνο από αυτό).



Σχήμα 3.7: Βασικές συναρτήσεις μιας καμπύλης NURBS.

Το γεγονός ότι ένα οποιοδήποτε σημείο ελέγχου επηρεάζει μέρος της καμπύλης (δηλαδή μόνο εντός των διαστημάτων στα οποία η βασική συνάρτηση είναι μη μηδενική) είναι μια πολύ ενδιαφέρουσα ιδιότητα των καμπυλών NURBS, καθώς επιτρέπει την αλλαγή θέσης κάποιων σημείων ελέγχου (τοπική τροποποίηση της καμπύλης) χωρίς να μεταβληθεί ολόκληρη η μορφή της καμπύλης. Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως «**τοπική υποστήριξη**» ή «**τοπικός έλεγχος**» (**local support**) και απεικονίζεται στο Σχήμα 3.8 της επόμενης σελίδας.

Η προσθήκη περισσότερων σημείων ελέγχου εξασφαλίζει μεγαλύτερο έλεγχο της καμπύλης και επιτρέπει την καλύτερη προσέγγιση μιας οποιασδήποτε μορφής.

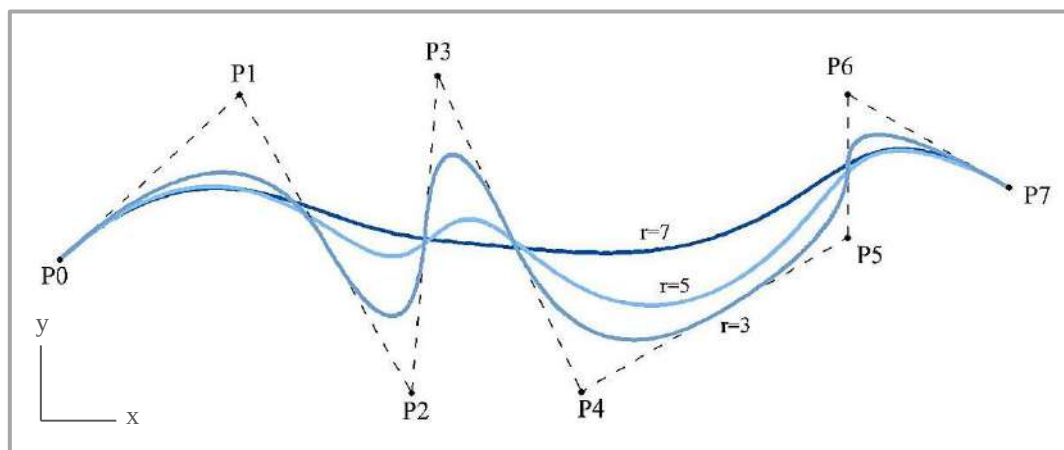


Σχήμα 3.8: Με μετακίνηση του σημείου ελέγχου P_4 σε νέα θέση ($P_{4'}$), η μορφή της καμπύλης αλλάζει μόνο σε ένα τμήμα της (η νέα μορφή σημειώνεται με διακεκομμένη γραμμή).

3.3.2.3 Βαθμός και τάξη καμπύλης

Όλες οι πολυωνυμικές βασικές συναρτήσεις των σημείων ελέγχου μιας καμπύλης NURBS έχουν εξ' ορισμού τον ίδιο βαθμό μεταξύ τους. Ο κοινός βαθμός των βασικών συναρτήσεων είναι ο **βαθμός (degree) της καμπύλης**, ενώ η **τάξη (order)** μιας καμπύλης NURBS είναι κατά ένα μεγαλύτερη από το βαθμό της. Έτσι, οι καμπύλες δεύτερης τάξης παριστάνονται από πολυώνυμα πρώτου βαθμού και ονομάζονται γραμμικές καμπύλες, οι καμπύλες τρίτης τάξης παριστάνονται από πολυώνυμα δεύτερου βαθμού και ονομάζονται τετραγωνικές καμπύλες, και ούτω καθεξής.

Ο βαθμός (και κατά συνέπεια η τάξη) μιας καμπύλης NURBS καθορίζει τον αριθμό των κοντινών σημείων ελέγχου που επηρεάζουν το οποιοδήποτε σημείο της. Στο Σχήμα 3.9 παρουσιάζονται καμπύλες NURBS διαφορετικών τάξεων για τα ίδια σημεία ελέγχου. Γίνεται φανερό πως όσο μικρότερη η τάξη της καμπύλης, τόσο περισσότερο αυτή τείνει να ακολουθήσει το πολύγωνο ελέγχου.

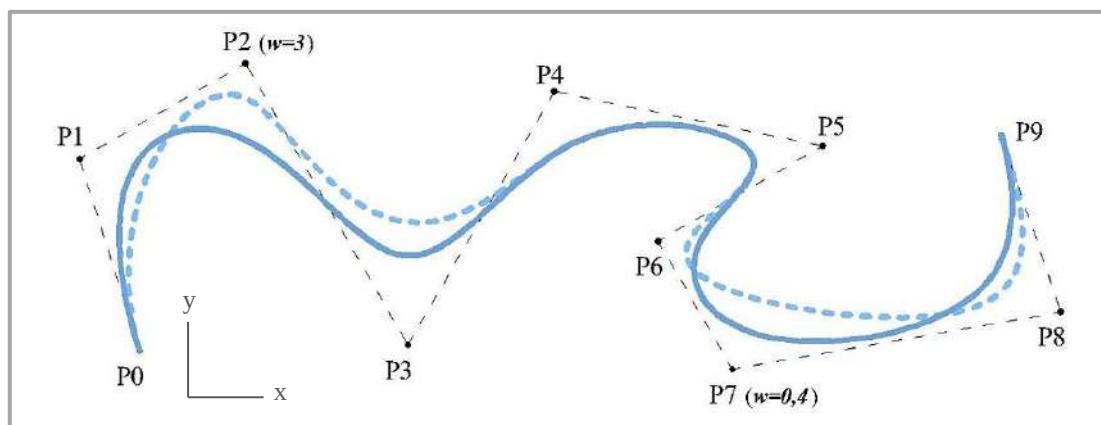


Σχήμα 3.9: Καμπύλες NURBS διαφορετικών βαθμών ή τάξεων.

Ο αριθμός των σημείων ελέγχου πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος με την τάξη της καμπύλης. Στην πράξη, οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες καμπύλες NURBS είναι κυβικές καμπύλες (τρίτου βαθμού ή τέταρτης τάξης). Οι καμπύλες πέμπτης και έκτης τάξης είναι χρήσιμες κυρίως για την επίτευξη παραγώγων μεγαλύτερης τάξης, ενώ καμπύλες μεγαλύτερων τάξεων πρακτικά δεν χρησιμοποιούνται ποτέ διότι απαιτούν δυσανάλογα μεγάλο φόρτο υπολογισμών και προκαλούν εσωτερικά αριθμητικά προβλήματα στις εφαρμογές σχεδιάσής τους.

3.3.2.4 Βάρη σημείων ελέγχου

Εκτός από την ύπαρξη των βασικών συναρτήσεων, τα σημεία ελέγχου των καμπυλών NURBS χαρακτηρίζονται από το **βαθμιδωτό βάρος (weight)** τους, δηλαδή τη δυνατότητα να αυξηθεί ή να μειωθεί το βάρος κάποιων από αυτά. Έτσι, μπορεί να επιτευχθεί μεγαλύτερος έλεγχος της μορφής της καμπύλης χωρίς απαραίτητα την προσθήκη περισσότερων σημείων ελέγχου (ο όρος «*rational*» στην ονομασία των NURBS αναφέρεται σε αυτά τα βάρη). Υπενθυμίζεται, επίσης, ότι η δυνατότητα χρήσης βαρών επιτρέπει την αναπαράσταση κωνικών τομών. Τα βάρη των σημείων ελέγχου εκφράζονται με χρήση **ομογενών συντεταγμένων**. Άρα, ένα σημείο καμπύλης NURBS εκφράζεται με χρήση τεσσάρων συντεταγμένων (xw, yw, zw, w) , όπου w είναι το βάρος. Το αντίστοιχο του σημείο στον τρισδιάστατο χώρο προκύπτει διαιρώντας τις πρώτες τρεις συντεταγμένες με το βάρος w .



Σχήμα 3.10: Η μορφή της καμπύλης μεταβάλλεται (με διακεκομμένη γραμμή) με αλλαγή των βαρών των σημείων ελέγχου P_2 και P_7 . Όλα τα υπόλοιπα σημεία ελέγχου έχουν βάρος ίσο με 1.

Ανάλογα με το βάρος κάποιου σημείου ελέγχου, αυξάνεται ή μειώνεται η μέγιστη επιρροή της βασικής του συνάρτησης. Αύξηση του βάρους ενός σημείου ελέγχου έχει ως αποτέλεσμα η καμπύλη να «έλκεται» περισσότερο από αυτό και λιγότερο από τα γειτονικά σημεία. Ισχύει το αντίστροφο για ένα σημείο ελέγχου του οποίου έχει μειωθεί το βάρος. Για «άπειρο» βάρος ενός σημείου ελέγχου, η καμπύλη διέρχεται από το

συγκεκριμένο σημείο. Αντίθετα, μηδενικό βάρος συνεπάγεται ότι το συγκεκριμένο σημείο ελέγχου δεν επηρεάζει καθόλου τη μορφή της καμπύλης.

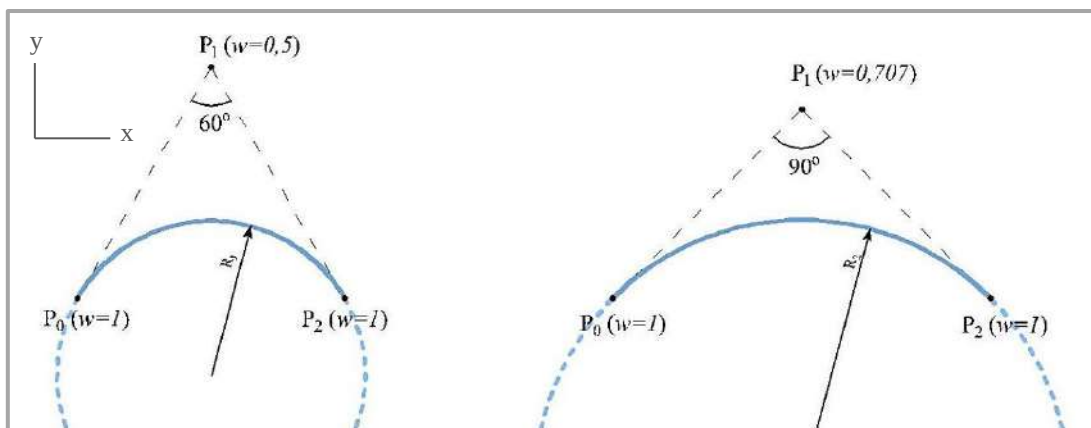
Τα βάρη των σημείων ελέγχου είναι δυνατόν να λάβουν και αρνητικές τιμές. Ωστόσο, η συγκεκριμένη πρακτική δε συνηθίζεται, καθώς είναι δυνατόν να δημιουργηθούν διάφορα προβλήματα, με κυριότερο την απρόβλεπτη συμπεριφορά της καμπύλης. Στο Σχήμα 3.10 της προηγούμενης σελίδας παρουσιάζεται ένα παράδειγμα καμπύλης με σημεία ελέγχου διαφορετικού βάρους.

Τέλος, επισημαίνεται ότι **δεν είναι οι αριθμητικές τιμές των βαρών αυτές που επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης, αλλά η σχέση μεταξύ τους**. Άρα, η μορφή της καμπύλης είναι ακριβώς η ίδια στις περιπτώσεις όπου όλα τα σημεία ελέγχου έχουν ίδιες τιμές βαρών μεταξύ τους.

Εφαρμογή βαρών: αναπαράσταση κύκλων

Με κατάλληλη διάταξη των σημείων ελέγχου και συγκεκριμένες τιμές του βάρους τους, είναι δυνατή η αναπαράσταση κυκλικών τόξων και κύκλων. Ως γνωστόν, ο κύκλος περιγράφεται από δευτεροβάθμια πολυωνυμική συνάρτηση, επομένως θα πρέπει και η καμπύλη NURBS να είναι **δευτέρου βαθμού** ή τρίτης τάξης.

Η αναπαράσταση ενός κυκλικού τμήματος μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τρία σημεία ελέγχου, έστω P_0 , P_1 και P_2 , όπου θα πρέπει $(P_0P_1) = (P_1P_2)$. Στο Σχήμα 3.11 παρουσιάζονται δύο τέτοια παραδείγματα. Τα βάρη των σημείων ελέγχου P_0 και P_2 είναι και στις δύο περιπτώσεις ίσα με 1. Στην πρώτη περίπτωση (αριστερά στο σχήμα), όπου η γωνία που σχηματίζεται από το πολύγωνο ελέγχου είναι 60° , το σημείο ελέγχου P_1 έχει βάρος 0,5. Στη δεύτερη περίπτωση (δεξιά στο σχήμα), όπου η γωνία που σχηματίζεται από το πολύγωνο ελέγχου είναι 90° , το σημείο ελέγχου P_1 έχει βάρος 0,707.



Σχήμα 3.11: Αναπαράσταση κυκλικών τόξων με καμπύλες NURBS.

Γενικά, εάν τα βάρη των σημείων ελέγχου P_0 και P_2 είναι ίσα με 1, και το βάρος του σημείου ελέγχου P_1 είναι ίσο με $\sin \frac{\alpha}{2}$, όπου α η γωνία $\widehat{P_0 P_1 P_2}$, τότε η καμπύλη που σχηματίζεται αποτελεί κυκλικό τόξο.

3.3.2.5 Διάνυσμα κόμβων

Το **διάνυσμα κόμβων (knot vector)** είναι μια ακολουθία από τιμές της παραμέτρου t , το οποίο καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο τα σημεία ελέγχου επηρεάζουν την καμπύλη NURBS. Το διάνυσμα κόμβων χωρίζει το ολικό διάστημα της παραμέτρου t στα επιμέρους διαστήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω (βλ. 3.3.2.2) και κάθε φορά που η τιμή της παραμέτρου περιέχεται σε ένα νέο διάστημα, τότε ένα νέο σημείο ελέγχου «ενεργοποιείται» και επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης, ενώ ταυτόχρονα ένα προηγούμενως ενεργό σημείο ελέγχου παύει να έχει επιρροή.

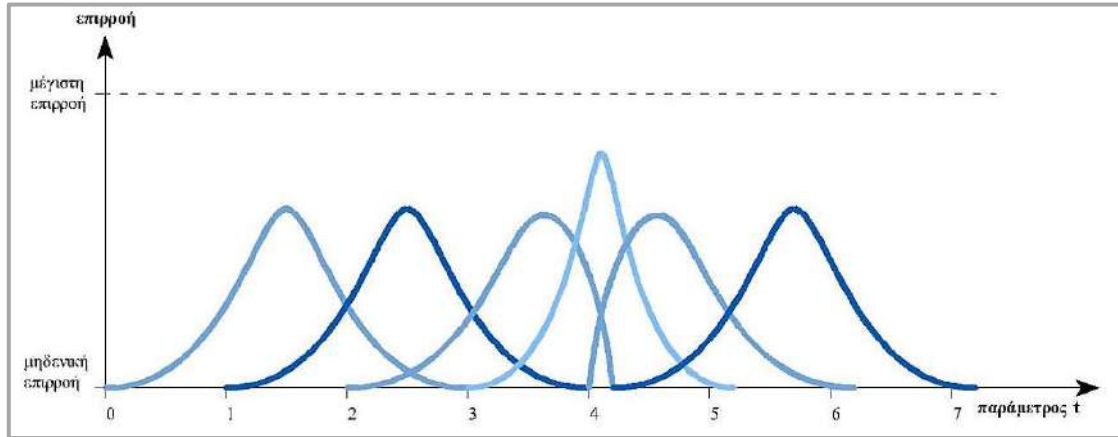
Οι τιμές του διανύσματος κόμβων δεν έχουν φθίνουσα σειρά μεταξύ τους, ενώ είναι δυνατόν συνεχόμενοι κόμβοι να έχουν την ίδια τιμή. Για παράδειγμα, ένα διάνυσμα κόμβων της μορφής $(0,1,1,2,3)$ είναι έγκυρο, ενώ ένα διάνυσμα κόμβων της μορφής $(0,1,2,1,3)$ όχι. Ακόμη, οι διάφορες τιμές του διανύσματος κόμβων δεν έχουν από μόνες τους κάποια σημασία και αυτό που ενδιαφέρει είναι οι αναλογίες της διαφοράς μεταξύ των τιμών των κόμβων. Για παράδειγμα, τα διανύσματα κόμβων $(0,0,1,1,2,3)$ και $(0,0,2,2,4,6)$ παράγουν την ίδια καμπύλη, αφού στην πρώτη περίπτωση το ολικό διάστημα της παραμέτρου είναι το $[0,3]$, ενώ στη δεύτερη περίπτωση είναι το $[0,6]$.

Εάν κάποιοι διαδοχικοί κόμβοι έχουν ίδια τιμή, αυτό σημαίνει ότι το διάστημα μεταξύ τους έχει μηδενικό μήκος και άρα δύο σημεία ελέγχου ενεργοποιούνται ταυτόχρονα. Κάτι τέτοιο επηρεάζει τη συνέχεια της καμπύλης NURBS, για παράδειγμα επιτρέπει τη δημιουργία γωνιών στην καμπύλη. Κόμβοι οι οποίοι συμπίπτουν κατ' αυτόν τον τρόπο συνήθως αναφέρονται ως ένας **κόμβος με πολλαπλότητα (multiplicity)** ή **πολλαπλός κόμβος (multiple knot)**. Έτσι, αναφερόμαστε παραδείγματος χάριν σε διπλούς ή τριπλούς κόμβους όταν έχουν αντίστοιχη πολλαπλότητα δύο ή τρία. Η ύπαρξη πολλαπλών κόμβων έχει ως συνέπεια τη λιγότερο «ομαλή» μορφή της καμπύλης στο αντίστοιχο σημείο.

Το διάνυσμα κόμβων συνήθως ξεκινά και τελειώνει με έναν κόμβο ο οποίος έχει **πολλαπλότητα ίση με την τάξη της καμπύλης**, ώστε να ενεργοποιούνται τα σημεία ελέγχου που έχουν επιρροή στο πρώτο και στο τελευταίο διάστημα. Με αυτόν τον τρόπο, η αρχή και το τέλος της καμπύλης συμπίπτουν με το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου αντίστοιχα.

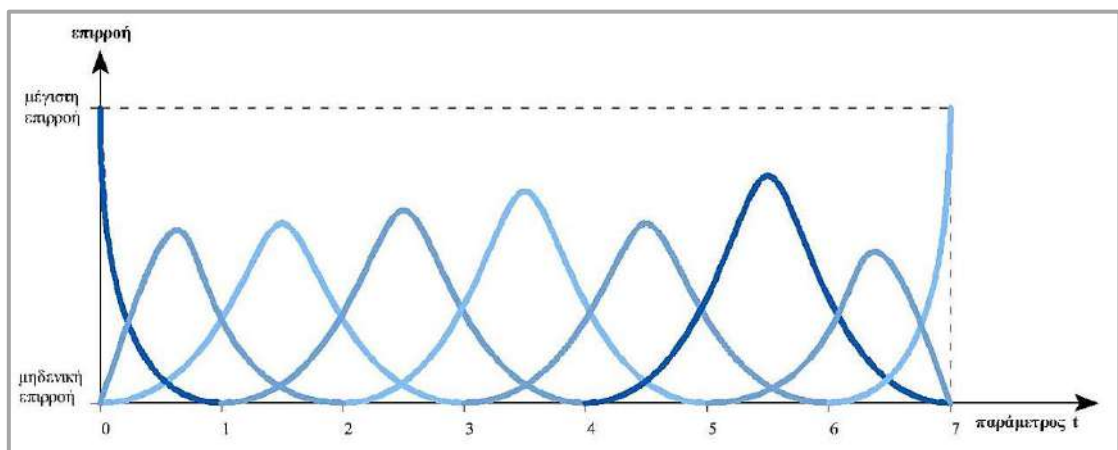
Στο Σχήμα 3.12 της επόμενης σελίδας παρουσιάζονται οι βασικές συναρτήσεις μιας καμπύλης NURBS. Το διάνυσμα κόμβων είναι το $(0,1,2,3,4,4,2,5,2,6,2,7,2)$. Ένα διάστημα μεταξύ κόμβων είναι αρκετά μικρότερο από τα υπόλοιπα (4 έως 4,2) και εντός του διαστήματος αυτού η κορυφή της βασικής συνάρτησης αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη επιρροή σε σχέση με τις υπόλοιπες συναρτήσεις, ενώ οι γειτονικές βασικές συναρτήσεις μηδενίζονται πιο γρήγορα. Η γεωμετρική ερμηνεία είναι ότι η καμπύλη

πλησιάζει «αρκετά» το αντίστοιχο σημείο ελέγχου. Επίσης, για $t = 0$ και $t = 7,2$ κανένα σημείο ελέγχου δεν επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης, αφού καμία βασική συνάρτηση δεν έχει ενεργοποιηθεί. Αυτό σημαίνει πως η καμπύλη δεν υπάρχει (δεν ορίζεται) στην περιοχή του αρχικού και τελικού σημείου ελέγχου.



Σχήμα 3.12: Βασικές συναρτήσεις καμπύλης NURBS, της οποίας το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου δεν αποτελούν σημεία.

Στο Σχήμα 3.13 παρουσιάζονται οι βασικές συναρτήσεις μιας καμπύλης δεύτερου βαθμού ή τρίτης τάξης, της οποίας αποτελούν σημεία το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου. Πράγματι, για $t = 0$ (αρχικό σημείο καμπύλης) και $t = 7$ (τελικό σημείο καμπύλης) οι αντίστοιχες βασικές συναρτήσεις έχουν τη μέγιστη επιρροή (ισούνται με τη μονάδα). Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν σχετικά με τους πολλαπλούς κόμβους, το διάνυσμα κόμβων σε αυτήν την περίπτωση είναι το $(0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 7)$.



Σχήμα 3.13: Βασικές συναρτήσεις καμπύλης NURBS, της οποίας το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου αποτελούν σημεία.

Υπάρχουν **τρεις μορφές διανυσμάτων κόμβων**, ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο χωρίζονται τα διαστήματα των τιμών της παραμέτρου t :

- **Περιοδικό Ομοιόμορφο:** Τα επιμέρους διαστήματα του διανύσματος κόμβων είναι ισομήκη μεταξύ τους (οι κόμβοι ισαπέχουν) και δεν υπάρχουν κόμβοι με πολλαπλότητα, π.χ. $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$.
- **Ανοικτό Ομοιόμορφο:** Τα επιμέρους διαστήματα του διανύσματος κόμβων είναι ισομήκη μεταξύ τους και υπάρχει ομοιόμορφη πολλαπλότητα στα άκρα της καμπύλης, π.χ. $(0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 4)$. Με αυτόν τον τρόπο η καμπύλη παρεμβάλλει το πρώτο και τελευταίο σημείο ελέγχου.
- **Ανομοιόμορφο:** Δεν ισχύουν τα παραπάνω, δηλαδή η διάταξη των κόμβων είναι τυχαία, π.χ. $(0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 1, 5)$.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η ακολουθία των κόμβων μιας καμπύλης NURBS επηρεάζει άμεσα το σχήμα της. Έτσι, με οποιαδήποτε αλλαγή στο διάνυσμα κόμβων η μορφή της καμπύλης διαφέρει, ακόμα και αν τα σημεία ελέγχου παραμείνουν αμετάβλητα. Οι ομοιόμορφες ακολουθίες κόμβων (ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων) συνήθως δημιουργούν αποδεκτές καμπύλες, αλλά δε λαμβάνουν υπόψη τους τη διάταξη των σημείων ελέγχου. Έτσι, ίσως χρειαστούν αλλαγές στην ακολουθία κόμβων.

Η επεξεργασία του διανύσματος κόμβων, ώστε να παραχθούν ακολουθίες κόμβων, ονομάζεται «**παραμετροποίηση (parameterisation) της καμπύλης**». Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη στην πράξη παραμετροποίηση είναι η ομοιόμορφη παραμετροποίηση και η παραμετροποίηση «**μήκους χορδής**» (ανομοιόμορφη), σύμφωνα με την οποία οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων είναι ανάλογες με τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων ελέγχου.

3.3.2.6 Υπολογισμός των βασικών συναρτήσεων

Οι βασικές συναρτήσεις των καμπυλών NURBS συνήθως συμβολίζονται ως $N_{i,p}(t)$ ή, πιο απλά, ως $N_{i,p}$ (χωρίς την παράμετρο t), όπου i είναι το i -οστό σημείο ελέγχου και p ο βαθμός της βασικής συνάρτησης.

Γενικά, η οποιαδήποτε βασική συνάρτηση $N_{i,p}$ αποτελεί γραμμική παρεμβολή των βασικών συναρτήσεων $N_{i,p-1}$ και $N_{i+1,p-1}$. Οι δύο τελευταίες συναρτήσεις είναι μη μηδενικές για p διαστήματα και αλληλεπικαλύπτονται για $p - 1$ διαστήματα.

Οι μηδενικού βαθμού συναρτήσεις ($N_{i,0}$) είναι κατά τμήματα σταθερές συναρτήσεις, λαμβάνουν την τιμή 1 στο αντίστοιχο διάστημα όπου ενεργοποιούνται και μηδενίζονται οπουδήποτε αλλού. Όπως προαναφέρθηκε, η συνάρτηση πρώτου βαθμού $N_{i,1}$ είναι μια τριγωνική συνάρτηση, μη μηδενική σε δύο διαστήματα, όπου αυξάνεται από το 0 στο 1 στο πρώτο διάστημα και μειώνεται από το 1 στο 0 στο δεύτερο διάστημα. Μεγαλύτερης τάξης βασικές συναρτήσεις είναι αντίστοιχα μη μηδενικές σε περισσότερα διαστήματα και έχουν αντίστοιχα μεγαλύτερο βαθμό.

Η συνάρτηση $N_{i,p}$ υπολογίζεται μέσω αναδρομικών σχέσεων, με τη βοήθεια της κατά ένα μικρότερου βαθμού συνάρτησης $N_{i,p-1}$, ξεκινώντας από τη βασική συνάρτηση μηδενικού βαθμού.

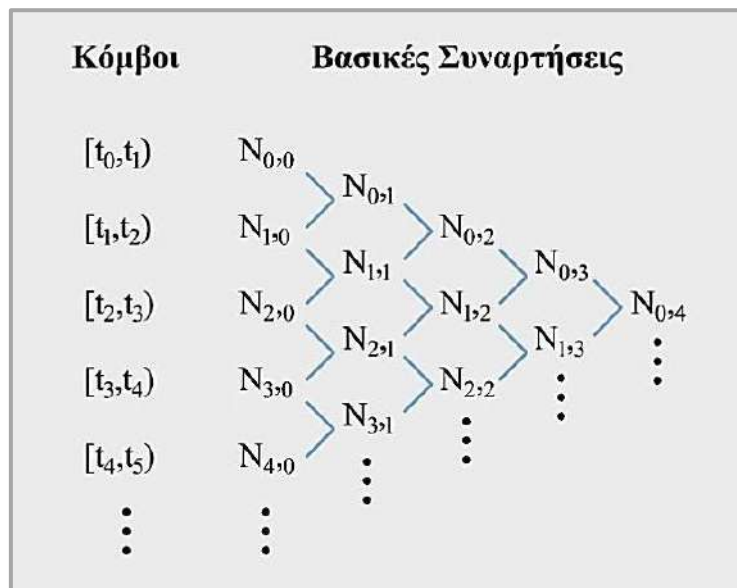
Οι σχέσεις αυτές είναι γνωστές ως «*αναδρομικές σχέσεις Cox – de Boor*», και είναι οι ακόλουθες:

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p} - t_i} \cdot N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1} - t}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(t)$$

όπου t είναι η παράμετρος και t_i είναι ο i -οστός κόμβος.

Για τον υπολογισμό των συναρτήσεων ανώτερων τάξεων $N_{i,p}$, χρησιμοποιείται η μέθοδος υπολογισμού που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.14, σύμφωνα με το οποίο απαιτούνται οι συναρτήσεις $N_{i,0}$ και $N_{i+1,0}$ για τον υπολογισμό της $N_{i,1}$ και ούτω καθεξής.



Σχήμα 3.14: Σειρά υπολογισμού βασικών συναρτήσεων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπολογισμού μιας βασικής συνάρτησης $2^{\text{ου}}$ βαθμού. Επίσης, στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπολογισμού όλων των βασικών συναρτήσεων μιας καμπύλης NURBS $2^{\text{ου}}$ βαθμού (βλ. 3.6.2.1).

Παράδειγμα υπολογισμού βασικών συναρτήσεων

Στο παράδειγμα αυτό, το διάνυσμα κόμβων είναι το $(0, 0,5, 1,5, 2,5)$.

Επομένως, για τους κόμβους ισχύει ότι $t_0 = 0$, $t_1 = 0,5$, $t_2 = 1,5$ και $t_3 = 2,5$.

Οι βασικές συναρτήσεις μηδενικού βαθμού ορίζονται ως:

$$N_{0,0} = 1, \quad t \in [0, 0,5)$$

$$N_{1,0} = 1, \quad t \in [0,5, 1,5)$$

$$N_{2,0} = 1, \quad t \in [1,5, 2,5)$$

Σε οποιοδήποτε άλλο διάστημα της παραμέτρου t οι συναρτήσεις είναι μηδενικές.

Έπειτα, υπολογίζονται οι βασικές συναρτήσεις $N_{0,1}$ και $N_{0,2}$ (πρώτου βαθμού) ως εξής:

$$N_{0,1} = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} N_{0,0} + \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} N_{1,0} = 2t N_{0,0} + \left(\frac{3}{2} - t\right) N_{1,0}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα διαστήματα στα οποία οι συναρτήσεις $N_{0,0}$ και $N_{1,0}$ είναι μη μηδενικές, η συνάρτηση $N_{0,1}$ είναι:

$$N_{0,1} = \begin{cases} 2t, & t \in [0, 0,5) \\ \frac{3}{2} - t, & t \in [0,5, 1,5) \end{cases}$$

Ομοίως:

$$N_{1,1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} N_{1,0} + \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} N_{2,0} = \left(t - \frac{1}{2}\right) N_{1,0} + \left(\frac{5}{2} - t\right) N_{2,0}$$

Άρα:

$$N_{1,1} = \begin{cases} t - \frac{1}{2}, & t \in [0,5, 1,5) \\ \frac{5}{2} - t, & t \in [1,5, 2,5) \end{cases}$$

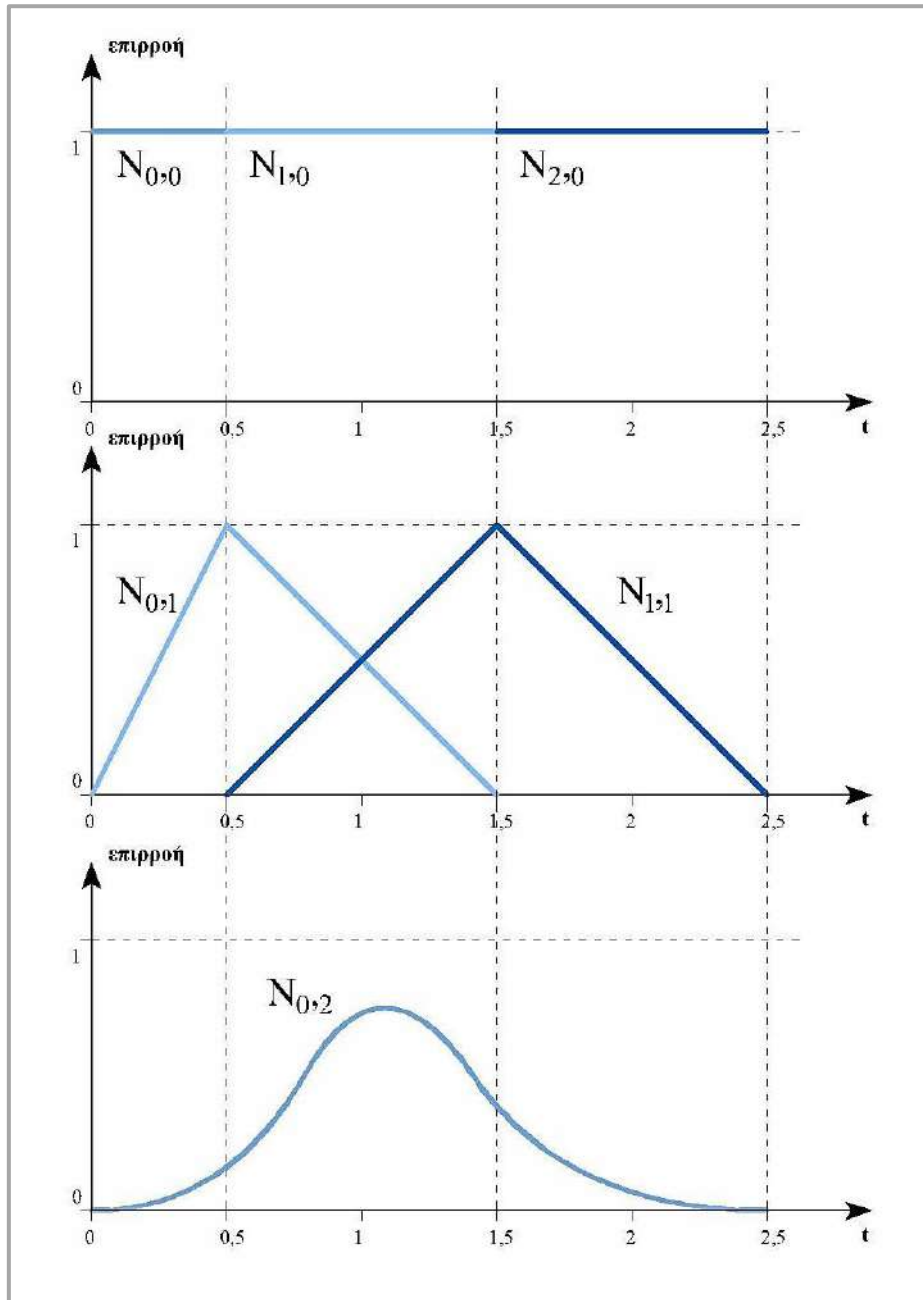
Τέλος, υπολογίζεται η βασική συνάρτηση $N_{0,2}$ (δεύτερου βαθμού) ως εξής:

$$N_{0,2} = \frac{t - t_0}{t_2 - t_0} N_{0,1} + \frac{t_3 - t}{t_3 - t_1} N_{1,1} = \frac{2}{3} t N_{0,1} + \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2} t\right) N_{1,1}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα διαστήματα στα οποία οι συναρτήσεις $N_{0,1}$ και $N_{1,1}$ είναι μη μηδενικές, καθώς και το γεγονός ότι στο διάστημα $[0,5, 1,5)$ καμία εκ των δύο δεν είναι μηδενική, άρα γίνεται πρόσθεσή τους, τελικά η συνάρτηση $N_{0,2}$ είναι η εξής:

$$N_{0,2} = \begin{cases} \frac{4}{3}t^2, & t \in [0, 0,5) \\ -\frac{7}{6}t^2 + \frac{5}{2}t - \frac{5}{8}, & t \in [0,5, 1,5) \\ \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + \frac{25}{8}, & t \in [1,5, 2,5) \end{cases}$$

Στο Σχήμα 3.15 παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων που υπολογίστηκαν.



Σχήμα 3.15: Δημιουργία δευτεροβάθμιας βασικής συνάρτησης (από επάνω προς τα κάτω).

Οι βασικές συναρτήσεις είναι **μη αρνητικές** για όλες τις τιμές των p και t . Επιπλέον, **η μέγιστη τιμή που μπορούν να πάρουν είναι ίση με τη μονάδα**, κάτι το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη επιρροή του σημείου ελέγχου προς τη μορφή της καμπύλης. Μια ακόμη ιδιότητα των βασικών συναρτήσεων είναι ότι για μια ορισμένη τιμή της παραμέτρου t , το άθροισμά τους ισούται με τη μονάδα.

3.3.2.7 Γενική μορφή καμπύλης NURBS

Δεδομένων των σημείων ελέγχου $P_0, P_1, \dots, P_n$, του διανύσματος κόμβων $(t_0, t_1, \dots, t_m)$ και των βαρών $w_0, w_1, \dots, w_n$, η καμπύλη NURBS βαθμού p ορίζεται ως:

$$C(t) = \frac{1}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(t)w_i} \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t)w_i P_i$$

όπου $N_{i,p}(t)$ είναι βασικές συναρτήσεις βαθμού p . Στην παραπάνω σχέση ο παρονομαστής ισούται με τη μονάδα εάν όλα τα βάρη είναι ίσα μεταξύ τους.

Για τη δημιουργία μιας καμπύλης βαθμού p απαιτούνται $n + 1$ σημεία ελέγχου με τα αντίστοιχα βάρη τους, καθώς και το διάνυσμα κόμβων με $m + 1$ κόμβους. Τα μεγέθη αυτά πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση:

$$m = n + p + 1$$

Τέλος, μπορεί να θεωρηθεί ότι:

$$R_{i,p}(t) = \frac{N_{i,p}(t)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(t)w_j}$$

Σε αυτήν την περίπτωση, η γενική μορφή μιας καμπύλης NURBS γράφεται ως εξής:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(t)P_i$$

Οι συναρτήσεις $R_{i,p}(t)$ ονομάζονται **ρητές βασικές συναρτήσεις**.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται ο αναλυτικός υπολογισμός της συνάρτησης μιας καμπύλης NURBS (βλ. 3.6.2.2).

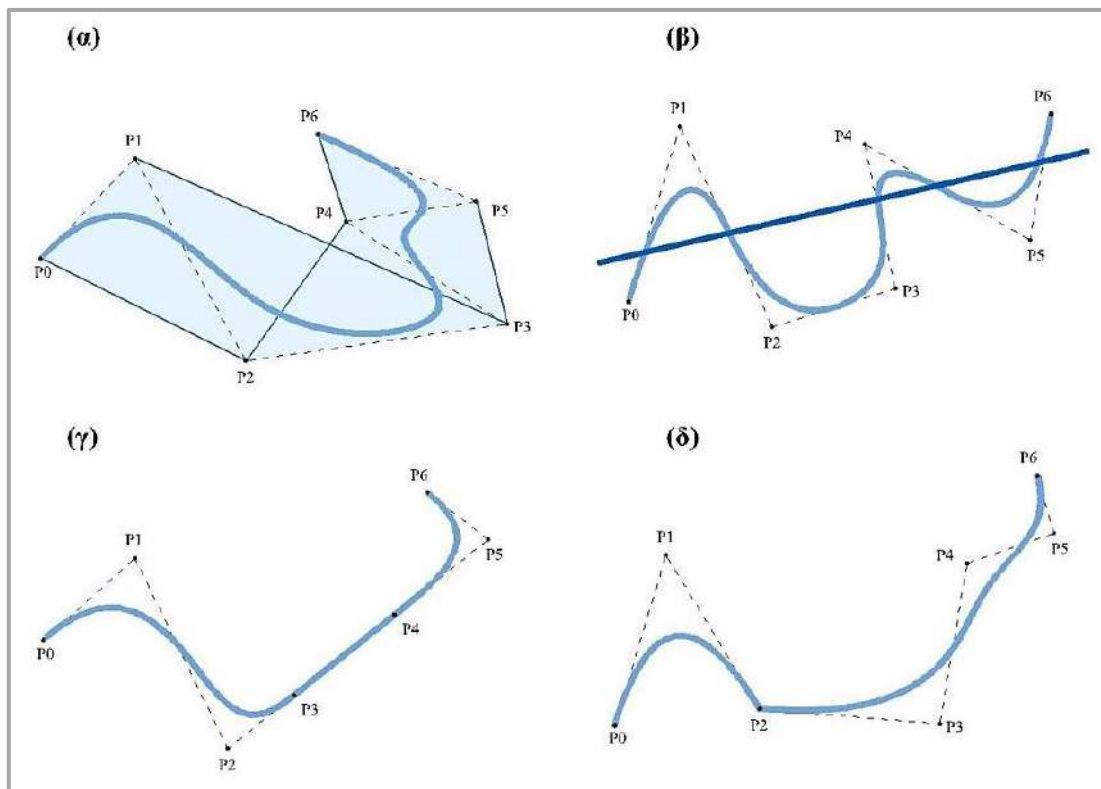
Παρατηρήσεις:

1. Εάν όλα τα σημεία ελέγχου έχουν βάρη w_i ίσα μεταξύ τους, τότε η καμπύλη που σχηματίζεται είναι **B-Spline**. Δηλαδή, οι καμπύλες B-Spline, στις οποίες γίνεται αναφορά παρακάτω, αποτελούν ειδική περίπτωση των καμπυλών NURBS.

2. Από την παραπάνω σχέση είναι φανερό ότι οι καμπύλες NURBS είναι **ρητές καμπύλες**. Πράγματι, η τιμή $N_{i,p}(t)w_i$ με την οποία πολλαπλασιάζεται το σημείο ελέγχου P_i είναι πολυώνυμο βαθμού p . Ομοίως, ο παρονομαστής είναι πολυώνυμο βαθμού p ως άθροισμα των βασικών συναρτήσεων βαθμού p . Επομένως, ο συντελεστής του σημείου ελέγχου P_i αποτελεί πηλίκο πολυωνύμων βαθμού p και άρα η συνάρτηση είναι ρητή.

3.3.2.8 Ιδιότητες καμπυλών NURBS και βασικών συναρτήσεων

- Οι καμπύλες NURBS έχουν πλήρη **τοπικό έλεγχο**, δηλαδή η μετακίνηση κάποιου σημείου ελέγχου ή η αλλαγή του βάρους του επηρεάζει το σχήμα της καμπύλης σε ένα περιορισμένο τμήμα της. Συγκεκριμένα, εάν μετακινηθεί το σημείο P_i , η καμπύλη επηρεάζεται για τιμές της παραμέτρου στο διάστημα $[t_i, t_{i+p+1})$, όπου p ο βαθμός της καμπύλης (δηλαδή για $p + 1$ υποδιαστήματα).
- Κάθε σημείο της καμπύλης βρίσκεται εντός του κυρτού περιβλήματος των σημείων ελέγχου που συνεισφέρουν στον υπολογισμό τους και όλη η καμπύλη βρίσκεται μέσα στην ένωση αυτών των κυρτών περιβλημάτων. Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως «**ιδιότητα κυρτού περιβλήματος**» και ισχύει μόνο εφόσον όλα τα βάρη των σημείων ελέγχου είναι μη αρνητικά (βλ. Σχήμα 3.16).



Σχήμα 3.16: Μερικές από τις ιδιότητες των καμπυλών NURBS. (α) Η ιδιότητα του κυρτού περιβλήματος. (β) Η ιδιότητα της φθίνουσας διακύμανσης: Το τυχαίο ευθύγραμμο τμήμα του σχήματος είναι δυνατόν να τμήσει την καμπύλη το πολύ όσες φορές τέμνει το πολύγωνο ελέγχου. (γ) Η ιδιότητα της γραμμικής ακρίβειας: τα P_2, P_3, P_4 και P_5 είναι συνευθειακά, επομένως το τμήμα της καμπύλης μεταξύ των P_3 και P_4 είναι ευθύγραμμο τμήμα. (δ) Παρεμβολή της καμπύλης στο σημείο ελέγχου P_2 και σχηματισμός γωνίας, με αύξηση της πολλαπλότητας του αντίστοιχου κόμβου.

- Μια καμπύλη NURBS δεν τέμνεται από ένα ευθύγραμμο τμήμα ή ένα επίπεδο περισσότερες φορές από όσες το πολύγωνο ελέγχου της. Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως «ιδιότητα φθίνουσας διακύμανσης» και ισχύει μόνο εφόσον όλα τα βάρη των σημείων ελέγχου είναι μη αρνητικά (βλ. Σχήμα 3.16).
- Χαρακτηρίζονται από ισχυρή **γραμμική ακρίβεια**, δηλαδή αν τα σημεία ελέγχου είναι συνευθειακά, τότε η καμπύλη εκφυλίζεται σε ευθύγραμμο τμήμα (βλ. Σχήμα 3.16).
- Εάν για μια καμπύλη βαθμού p ο πρώτος κόμβος του διανύσματος κόμβων έχει πολλαπλότητα $p + 1$ (δηλαδή ίση με την τάξη της καμπύλης), τότε η καμπύλη παρεμβάλλει το πρώτο σημείο ελέγχου. Ομοίως ισχύει για το τελευταίο σημείο ελέγχου.
- Εάν ένας κόμβος επαναλαμβάνεται, τότε η καμπύλη χάνει μία τάξη **συνέχειας** (βλ. 3.3.2.10 παρακάτω) στο συγκεκριμένο σημείο. Άρα, η τάξη συνέχειας μειώνεται τόσες φορές όση είναι η πολλαπλότητα του κόμβου.
- Καθώς αυξάνεται η πολλαπλότητα ενός κόμβου, η καμπύλη προσεγγίζει όλο και περισσότερο το πολύγωνο ελέγχου στην περιοχή του κόμβου. Μάλιστα, όταν η πολλαπλότητα γίνει ίση με το βαθμό της καμπύλης, η καμπύλη παρεμβάλλει το συγκεκριμένο σημείο ελέγχου και σχηματίζει γωνία (βλ. Σχήμα 3.16).
- Οι βασικές συναρτήσεις είναι πάντοτε **μη αρνητικές**. Επιπλέον, η μέγιστη τιμή που μπορούν να πάρουν είναι ίση με τη μονάδα, κάτι το οποίο αντιστοιχεί στη μέγιστη επιρροή του σημείου ελέγχου προς τη μορφή της καμπύλης.
- Κάθε βασική συνάρτηση $N_{i,p}$ είναι μη μηδενική στο διάστημα $[t_i, t_{i+p+1})$.
- Το άθροισμα όλων των μη μηδενικών βασικών συναρτήσεων στο διάστημα $[t_i, t_{i+1})$ ισούται με τη μονάδα.
- Σε οποιοδήποτε διάστημα του διανύσματος κόμβων $[t_i, t_{i+1})$, το πολύ $p + 1$ βασικές συναρτήσεις βαθμού p είναι μη μηδενικές.

3.3.2.9 Παράγωγοι

Η **παράγωγος (derivative)** κάθε βασικής συνάρτησης υπολογίζεται ως εξής:

$$N'_{i,p}(t) = \frac{p}{t_{i+p} - t_i} N_{i,p-1}(t) - \frac{p}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t)$$

Δεδομένης της καμπύλης NURBS βαθμού p , με σημεία ελέγχου $P_0, P_1, \dots, P_n$, διάνυσμα κόμβων το $(t_0, t_1, \dots, t_m)$ και βάρη τα $w_0, w_1, \dots, w_n$, η παράγωγος συνάρτηση αποδεικνύεται ότι υπολογίζεται από τη σχέση:

$$C'(t) = \frac{\sum_{i=0}^n N'_{i,p}(t) w_i P_i \cdot \sum_{i=0}^n N_{i,p} w_i - \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) w_i P_i \cdot \sum_{i=0}^n N'_{i,p}(t) w_i}{(\sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) w_i)^2}$$

Η παράγωγος μιας καμπύλης NURBS βαθμού p είναι επίσης καμπύλη NURBS, βαθμού $p - 1$, στο υπάρχον διάνυσμα κόμβων, με διαφορετικά σημεία ελέγχου Q_i , τα οποία υπολογίζονται ως εξής:

$$Q_i = \frac{p}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} (P_{i+1} - P_i)$$

όπου P_i είναι τα σημεία ελέγχου της καμπύλης βαθμού p .

Ομοίως ορίζεται η δεύτερη παράγωγος, τρίτη παράγωγος και ούτω καθεξής. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται μέσω ενός παραδείγματος ο υπολογισμός της πρώτης και δεύτερης παραγώγου μιας καμπύλης NURBS (βλ. 3.6.2.3).

3.3.2.10 Γεωμετρική συνέχεια καμπύλης

Η γεωμετρική συνέχεια κυρίως αναφέρεται στο πόσο ομαλό είναι το σχήμα της καμπύλης NURBS και καθορίζεται από τον βαθμό της. Μια καμπύλη NURBS είναι δυνατόν να χαρακτηρίζεται από γεωμετρική συνέχεια διαφορετικών επιπέδων – τάξεων, είτε κατά μήκος της, είτε στα σημεία ένωσής τους με άλλες καμπύλες NURBS. Διακρίνονται οι εξής τάξεις γεωμετρικής συνέχειας:

- **Συνέχεια θέσης (G^0):** Είναι συνέχεια μηδενικής τάξης και υπάρχει σε όλες τις καμπύλες NURBS κατά μήκος τους, αφού αυτές αποτελούν συνεχείς καμπύλες. Για να υπάρχει συνέχεια θέσης μεταξύ δύο διαφορετικών καμπυλών, θα πρέπει οι ακραίες τους θέσεις να συμπίπτουν (δηλαδή το σημείο πέρατος της μιας καμπύλης να αποτελεί σημείο αρχής για την άλλη).
- **Συνέχεια εφαπτομένης (G^1):** Είναι συνέχεια πρώτης τάξης και για να υπάρχει θα πρέπει η καμπύλη να παρουσιάζει συνέχεια θέσης και επιπλέον κάθε σημείο της καμπύλης να έχει μοναδική εφαπτομένη (πρακτικά, θα πρέπει η καμπύλη να μην σχηματίζει γωνίες). Στην περίπτωση συνεχόμενων καμπυλών, θα πρέπει αυτές να έχουν κοινή εφαπτομένη στο σημείο ένωσής τους.
- **Συνέχεια καμπυλότητας (G^2):** Είναι συνέχεια δεύτερης τάξης και για να υπάρχει θα πρέπει η καμπύλη να παρουσιάζει συνέχεια εφαπτομένης και επιπλέον κάθε σημείο της καμπύλης να έχει μοναδική καμπυλότητα. Στην περίπτωση συνεχόμενων καμπυλών, θα πρέπει αυτές να έχουν κοινό κέντρο καμπυλότητας στο σημείο ένωσής τους.

Γενικά ισχύει ότι **η τάξη (επίπεδο) συνέχειας μιας καμπύλης είναι κατά δύο μικρότερη από την τάξη της καμπύλης ή κατά ένα μικρότερη από το βαθμό της** (αφού ο βαθμός μιας καμπύλης είναι κατά ένα μικρότερος από την τάξη της). Έτσι, οι καμπύλες πρώτου βαθμού (γραμμικές) χαρακτηρίζονται από συνέχεια θέσης, οι δεύτερου βαθμού από συνέχεια εφαπτομένης και οι τρίτου βαθμού από συνέχεια καμπυλότητας. Επιπλέον, όσες φορές ένας κόμβος επαναλαμβάνεται, τόσες τάξεις συνέχειας χάνει η καμπύλη στο αντίστοιχο σημείο.

3.4 ΑΛΛΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ

Στη συνέχεια, γίνεται σύντομη αναφορά σε κάποιες άλλες ομάδες παραμετρικών καμπυλών ελεύθερης μορφής, παρόμοιων με τις καμπύλες NURBS, η χρήση των οποίων είναι αρκετά συχνή για την απόδοση μορφών από λογισμικά ηλεκτρονικού υπολογιστή και οι οποίες ενδεχομένως να είναι εξίσου κατάλληλες με τις καμπύλες NURBS όσον αφορά στην τρισδιάστατη χάραξη οδού. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για τις **καμπύλες B-Spline, απλές καμπύλες Bézier και ρητές καμπύλες Bézier**.

ΚΑΜΠΥΛΕΣ B-SPLINE

Οι καμπύλες B-Spline αποτελούν, όπως αναφέρθηκε ήδη, **ειδική περίπτωση των καμπυλών NURBS**, όπου όλα τα σημεία ελέγχου έχουν ίσα βάρη. Για τον λόγο αυτό, η μαθηματική τους προσέγγιση (σημεία ελέγχου, βασικές συναρτήσεις, διάνυσμα κόμβων) είναι όμοια με αυτήν των καμπυλών NURBS, με τη διαφορά ότι δεν υπεισέρχεται η έννοια των βαρών. Η γενική μορφή μιας καμπύλης B-Spline προκύπτει άμεσα από τη γενική μορφή των καμπυλών NURBS (βλ. 3.3.2.7) με απλοποίηση των βαρών, και είναι:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t)P_i$$

Όταν ο αριθμός των σημείων ελέγχου είναι κατά ένα μεγαλύτερος από τον βαθμό της καμπύλης και υπάρχουν συνολικά $2(n+1)$ κόμβοι στο διάνυσμα κόμβων με $n+1$ κόμβους στο κάθε άκρο, τότε η καμπύλη B-Spline εκφυλίζεται σε καμπύλη Bézier. Επιπλέον, καθένα από τα πολυωνμικά τμήματα από τα οποία αποτελείται η καμπύλη B-Spline (βασικές συναρτήσεις) μπορεί να εκφραστεί σαν καμπύλη Bézier ίδιου βαθμού.

Οι καμπύλες B-Spline έχουν, όπως είναι αναμενόμενο, ιδιότητες παρόμοιες με αυτές των καμπυλών NURBS. Δηλαδή, οι καμπύλες αυτές έχουν πλήρη τοπικό έλεγχο, παρουσιάζουν ισχυρή γραμμική ακρίβεια, κ.λπ.. Το σημαντικότερο μειονέκτημα των καμπυλών B-Spline είναι ότι δεν μπορούν να αναπαραστήσουν κωνικές τομές.

ΚΑΜΠΥΛΕΣ BEZIER

Οι καμπύλες Bézier χρησιμοποιούνται συχνά για τη δημιουργία γραφικών στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, καθώς και σε άλλους σχετικούς τομείς. Μια καμπύλη Bézier n -οστής τάξης ορίζεται από το σύνολο των σημείων ελέγχου p_0 έως p_n , τα οποία αποτελούν κορυφές του πολύγωνου ελέγχου της. Έτσι, υπάρχουν οι γραμμικές καμπύλες

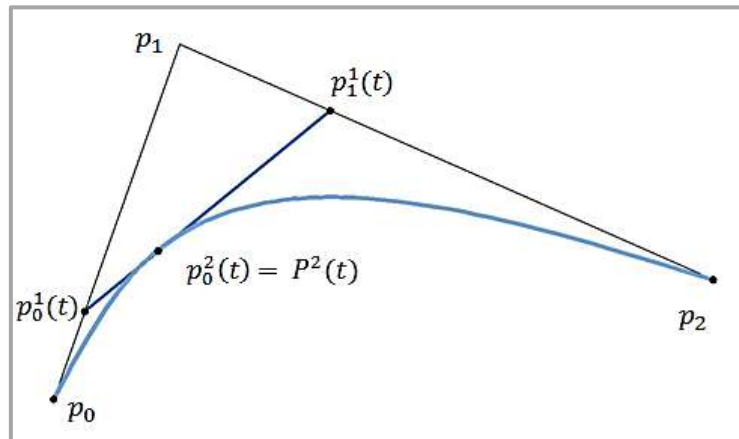
(πρώτης τάξης), οι τετραγωνικές καμπύλες (δεύτερης τάξης) και ούτω καθεξής. Οι γραμμικές καμπύλες Bézier είναι ευθείες γραμμές μεταξύ των δύο σημείων ελέγχου τους. Το πρώτο και τελευταίο σημείο ελέγχου είναι πάντοτε το αρχικό και τελικό σημείο της καμπύλης αντίστοιχα. Η n -οστού βαθμού καμπύλη Bézier έχει $n + 1$ σημεία ελέγχου και για τη δημιουργία της εφαρμόζονται n βήματα γραμμικής παρεμβολής. Για παράδειγμα, οι τετραγωνικές καμπύλες Bézier έχουν τρία σημεία ελέγχου και αποτελούν τμήματα παραβολής (βλ. Σχήμα 3.17). Η καμπύλη δίνεται από τη σχέση:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t)P_i, \quad t \in [0,1]$$

όπου:

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Τα πολυώνυμα $b_{i,n}(t)$ είναι γνωστά ως «**πολυώνυμα Bernstein**» βαθμού n .



Σχήμα 3.17: Τετραγωνική καμπύλη Bézier.

Για τη δημιουργία πιο πολύπλοκων αντικειμένων, πολλές καμπύλες Bézier μικρής τάξης συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας μία ενιαία καμπύλη. Αυτή η ενιαία καμπύλη ονομάζεται «**Bézier spline**» διότι έχει τα χαρακτηριστικά των καμπυλών τύπου spline (πολυωνυμική προσέγγιση κατά τμήματα). Οι καμπύλες Bézier δεν μπορούν να αναπαραστήσουν με ακρίβεια τόξα κύκλων και ελλείψεων, παρά μόνο να προσεγγίσουν το σχήμα τους.

Οι βασικότερες ιδιότητες των καμπυλών Bézier είναι ότι παρουσιάζουν γραμμική ακρίβεια, τα άκρα τους συμπίπτουν με το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου και δεν έχουν τοπικό έλεγχο, αφού τα πολυώνυμα Bernstein είναι μη μηδενικά σε ολόκληρο το διάστημα της παραμέτρου t . Έτσι, η μετακίνηση κάποιου σημείου ελέγχου τροποποιεί το σχήμα ολόκληρης της καμπύλης. Ωστόσο, παρουσιάζουν «**ψευδο-τοπικό έλεγχο**», δηλαδή η επίδραση της μετακίνησης κάποιου σημείου ελέγχου είναι πιο ισχυρή σε κάποια περιοχή της καμπύλης και λιγότερο σε άλλες. Το σημαντικότερο μειονέκτημα των καμπυλών Bézier είναι η αδυναμία αναπαράστασης κωνικών τομών (εκτός από την παραβολή).

ΡΗΤΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ BEZIER

Οι ρητές καμπύλες Bézier χαρακτηρίζονται από τη δυνατότητα αυξομείωσης του βάρους των σημείων ελέγχου τους, κατά παρόμοιο τρόπο με τις καμπύλες NURBS. Έτσι, μπορούν να προσεγγίσουν καλύτερα οποιαδήποτε μορφή και να αναπαραστήσουν κωνικές τομές. Για $n + 1$ σημεία ελέγχου P_i , η ρητή καμπύλη Bézier περιγράφεται από τη σχέση:

$$B(t) = \frac{1}{\sum_{i=0}^n b_{i,n}(t)w_i} \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t)w_i P_i$$

όπου $b_{i,n}$ τα πολυώνυμα Bernstein και w_i τα βάρη, τα οποία δηλώνουν τη συνεισφορά του αντίστοιχου σημείου ελέγχου στην καμπύλη. Εάν όλα τα βάρη είναι ίσα, τότε πρόκειται για απλή καμπύλη Bézier.

Οι ρητές καμπύλες Bézier διατηρούν τις ιδιότητες των απλών καμπυλών Bézier.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Οι καμπύλες B-Spline, απλές και ρητές Bézier και NURBS, βασίζονται πάνω στις ίδιες αρχές και αποτελούν τις συχνότερα χρησιμοποιούμενες μορφές καμπυλών στις εφαρμογές των ηλεκτρονικών υπολογιστών, και κυρίως στις εφαρμογές σχεδίασης μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, διότι τα χαρακτηριστικά τους τις καθιστούν ως τις καταλληλότερες επιλογές. Ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια, οι καμπύλες NURBS έχουν γίνει εξαιρετικά δημοφιλείς και η χρήση τους επεκτείνεται σε πολλούς τομείς, αφού αποτελούν την πιο γενική περίπτωση και άρα συμπεριλαμβάνουν όλες τις υπόλοιπες καμπύλες που αναφέρθηκαν. Το γεγονός ότι έχουν όλες τις ιδιότητες των άλλων ομάδων καμπυλών συνεπάγεται ότι συγκεντρώνουν όλα τα πλεονεκτήματα.

Οι καμπύλες Bézier έχουν αρκετές παρόμοιες ιδιότητες με τις καμπύλες NURBS και B-Spline, για παράδειγμα έχουν τις ιδιότητες του κυρτού περιβλήματος και της φθίνουσας διακύμανσης και χαρακτηρίζονται από γραμμική ακρίβεια. Επιπλέον, η μαθηματική περιγραφή τους είναι αρκετά πιο απλή σε σχέση με τις καμπύλες NURBS και B-Spline, οι οποίες μάλιστα απαιτούν περισσότερες πληροφορίες για την περιγραφή τους (βαθμός, διάνυσμα κόμβων).

Όμως, η πολυπλοκότητα του σχήματος μιας καμπύλης Bézier περιορίζεται από το πλήθος των σημείων ελέγχου της, κάτι το οποίο δεν ισχύει στις καμπύλες NURBS και B-Spline. Έτσι, όσο πιο πολύπλοκη είναι η μορφή που πρέπει να αναπαρασταθεί, τόσο μεγαλύτερος βαθμός καμπυλών Bézier απαιτείται. Η αύξηση του βαθμού της καμπύλης δίνει μεγαλύτερη ευελιξία στο σχεδιασμό, αλλά όσο υψηλότερος είναι ο βαθμός της, τόσο δυσχεραίνει ο χειρισμός της και επίσης τόσο λιγότερο αποδοτικός είναι ο υπολογισμός της. Πρακτικά, καμπύλες Bézier βαθμού υψηλότερου του πέντε δε χρησιμοποιούνται στην πράξη.

Επιπλέον, η έλλειψη τοπικού ελέγχου αποτελεί σοβαρό μειονέκτημα, αφού **δυσχεραίνει τη δημιουργία του επιθυμητού σχήματος**. Η λύση μπορεί να εντοπιστεί στη συνένωση πολλών καμπυλών Bézier χαμηλότερου βαθμού σε μια ενιαία καμπύλη, σύμφωνα με τη λογική των καμπυλών τύπου spline. Και σε αυτήν την περίπτωση, όμως, υπάρχουν μειονεκτήματα: αφενός πρέπει να ληφθεί ειδική μέριμνα ώστε οι καμπύλες να ενωθούν ομαλά μεταξύ τους, και αφετέρου οι σύνθετες καμπύλες Bézier απαιτούν περισσότερα σημεία ελέγχου σε σχέση με τις καμπύλες B-Spline και NURBS.

Τα παραπάνω μειονεκτήματα μπορούν να εξαλειφθούν με χρήση των καμπυλών NURBS και B-Spline. Οι καμπύλες αυτές είναι πιο ευέλικτες στη χρήση τους σε σχέση με τις καμπύλες Bézier, αφού **ο βαθμός τους δεν σχετίζεται με το πλήθος των σημείων ελέγχου**. Επιπροσθέτως, γενικά ισχύει ότι όσο μικρότερος είναι ο βαθμός της καμπύλης, τόσο περισσότερο αυτή προσεγγίζει το πολύγωνο ελέγχου. Συνεπώς, μια καμπύλη Bézier με αρκετά σημεία ελέγχου (άρα και μεγαλύτερου βαθμού), πολλές φορές δεν προσαρμόζεται ικανοποιητικά στο πολύγωνο ελέγχου. Το μειονέκτημα αυτό δεν εμφανίζεται στις καμπύλες NURBS και B-Spline, διότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν καμπύλες μικρότερου βαθμού ανεξαρτήτως του πλήθους των σημείων ελέγχου.

Ακόμη, η παρέμβαση στο διάνυσμα κόμβων (**παραμετροποίηση της καμπύλης**), τόσο στις καμπύλες NURBS, όσο και στις καμπύλες B-Spline, προσφέρει επιπλέον δυνατότητα ελέγχου της μορφής της καμπύλης.

Όσον αφορά στις καμπύλες NURBS, αυτές έχουν παρόμοια μαθηματική περιγραφή με τις καμπύλες B-Spline, αλλά πλεονεκτούν έναντι αυτών διότι έχουν τη **δυνατότητα μεταβολής του βάρους κάποιων σημείων ελέγχου**, ώστε να μπορούν να περιγράψουν με ακρίβεια και τις κωνικές τομές πέραν των σχημάτων ελεύθερης μορφής και, κυρίως, ώστε να μπορούν να τροποποιηθούν τοπικά χωρίς απαραίτητα τη μετακίνηση σημείων ελέγχου.

Τέλος, επισημαίνεται ότι το γεγονός ότι προτιμήθηκαν οι καμπύλες NURBS έναντι των άλλων καμπυλών που περιγράφηκαν, δεν συνεπάγεται απαραίτητα ότι οι υπόλοιπες είναι ακατάλληλες (κυρίως οι καμπύλες Bézier, αφού οι καμπύλες B-Spline είναι ούτως ή άλλως παρεμφερείς με τις καμπύλες NURBS), καθώς η σύγκριση έγινε κυρίως με κριτήριο την πρακτικότητα στη χρήση τους εν γένει, ελλείψει άλλων πιο εξειδικευμένων στοιχείων. Απαιτείται η διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας προκειμένου να διαπιστωθεί εάν οι υπόλοιπες καμπύλες πληρούν τις απαιτήσεις για την αναπαράσταση οδών.

3.5 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ DE BOOR

Ο Αλγόριθμος de Boor (ονομάζεται έτσι από τον C. R. de Boor, ο οποίος τον επινόησε) είναι ένας γρήγορος και αριθμητικά σταθερός αλγόριθμος για τον **προσδιορισμό σημείων μιας καμπύλης B-Spline δεδομένης της τιμής της παραμέτρου**, και αποτελεί γενίκευση του αλγόριθμου του de Casteljau, ο οποίος χρησιμοποιείται στην περίπτωση καμπυλών Bézier. Ο αλγόριθμος **εφαρμόζεται και σε καμπύλες NURBS**, αφού αυτές αποτελούν γενίκευση των καμπυλών B-Spline.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα που παρουσιάζει η χρήση του αλγόριθμου αυτού είναι ότι **δεν απαιτείται η γνώση της συνάρτησης της καμπύλης** για την επίλυσή του (πρακτικά, δεν απαιτείται ο υπολογισμός των βασικών συναρτήσεων).

Η βασική ιδέα στην οποία στηρίζεται ο αλγόριθμος είναι το γεγονός ότι η αύξηση της πολλαπλότητας ενός εσωτερικού κόμβου του διανύσματος κόμβων μειώνει τον αριθμό των μη μηδενικών βασικών συναρτήσεων σε αυτόν τον κόμβο. Συγκεκριμένα, εάν η πολλαπλότητα του κόμβου συμβολιστεί με k και ο βαθμός της καμπύλης με p , υπάρχουν το πολύ $p - k + 1$ μη μηδενικές βασικές συναρτήσεις σε αυτόν τον κόμβο. Οπότε, **σε κόμβο με πολλαπλότητα ίση με το βαθμό της καμπύλης, υπάρχει μόνο μία μη μηδενική βασική συνάρτηση, η οποία μάλιστα λαμβάνει ως τιμή τη μονάδα** (σύμφωνα με την ιδιότητα ότι το άθροισμα των βασικών συναρτήσεων σε κάποιον κόμβο ισούται με 1). Επομένως, αφού το σημείο της καμπύλης που αντιστοιχεί στον συγκεκριμένο κόμβο επηρεάζεται μόνο από ένα σημείου ελέγχου, ισχύει ότι αυτό το σημείο συμπίπτει με το αντίστοιχο σημείο ελέγχου (επηρεάζεται «πλήρως» από αυτό).

Συνεπώς, ο Αλγόριθμος de Boor βασίζεται στην **επαναλαμβανόμενη εισαγωγή κόμβου μέχρι αυτός να έχει πολλαπλότητα ίση με τον βαθμό της καμπύλης**. Το τελευταίο σημείο ελέγχου που θα δημιουργηθεί, βρίσκεται επάνω στην καμπύλη και αντιστοιχεί στη δεδομένη τιμή της παραμέτρου. Φυσικά, η εισαγωγή του κόμβου δεν είναι πραγματική, αφού εάν συνέβαινε κάτι τέτοιο θα μεταβαλλόταν η μορφή της καμπύλης.

Ο αλγόριθμος δέχεται ως **δεδομένα εισόδου**:

- Τις συντεταγμένες (x, y, z) των σημείων ελέγχου της καμπύλης, καθώς και τα αντίστοιχα βάρη w .
- Τον βαθμό p της καμπύλης.
- Το διάνυσμα κόμβων της καμπύλης.
- Μια τιμή της παραμέτρου t , η οποία πρέπει να ανήκει στο ολικό παραμετρικό διάστημα.

Τα βήματα εκτέλεσης του αλγόριθμου είναι τα εξής:

- Εύρεση στο διάνυσμα κόμβων του υποδιαστήματος $[t_i, t_{i+1})$ στο οποίο ανήκει η δεδομένη τιμή της παραμέτρου.
- Έστω η μεταβλητή h . Υπολογισμός της ποσότητας $h = p - s$, δηλαδή του αριθμού των διαδοχικών εισαγωγών κόμβου, όπου s η υπάρχουσα πολλαπλότητα (αν δεν υπάρχει πολλαπλότητα, τότε $s = 0$).
- Εύρεση των σημείων ελέγχου τα οποία επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης για τη συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου και συμμετέχουν στον υπολογισμό του νέου σημείου. Τα σημεία που συνεισφέρουν στον υπολογισμό είναι τα $P_{i-p}, P_{i-p+1}, P_{i-p+2}, \dots, P_{i-s-2}, P_{i-s-1}, P_{i-s}$. Κανένα από τα υπόλοιπα σημεία ελέγχου δεν συμμετέχει στη διαδικασία.
- Πολλαπλασιασμός των τριών πρώτων συντεταγμένων (x, y, z) των σημείων ελέγχου που συμμετέχουν στον υπολογισμό με το βάρος τους, έτσι ώστε η καμπύλη NURBS να μετατραπεί σε καμπύλη B-Spline «τεσσάρων διαστάσεων». Τα σημεία που προκύπτουν ονομάζονται $P_{i-p}^w, P_{i-p+1}^w, P_{i-p+2}^w, \dots, P_{i-s-2}^w, P_{i-s-1}^w, P_{i-s}^w$.
- Εισαγωγή των παραπάνω σημείων σε μητρώο και μετονομασία τους με προσθήκη του δείκτη μηδέν, δηλαδή: $P_{i-p,0}^w, P_{i-p+1,0}^w, P_{i-p+2,0}^w, \dots, P_{i-s-2,0}^w, P_{i-s-1,0}^w, P_{i-s,0}^w$
- Εκτέλεση της επαναληπτικής δομής:

Για r από 1 έως h

Για j από $i - p + r$ έως $i - s$

Υπολογισμός συντελεστή εισαγωγής κόμβου, ο οποίος ισούται με:

$$a_{j,r} = \frac{t - t_j}{t_{j+p-r+1} - t_j}$$

Υπολογισμός του σημείου:

$$P_{j,r} = (1 - a_{j,r}) \cdot P_{j-1,r-1} + a_{j,r} \cdot P_{j,r-1}$$

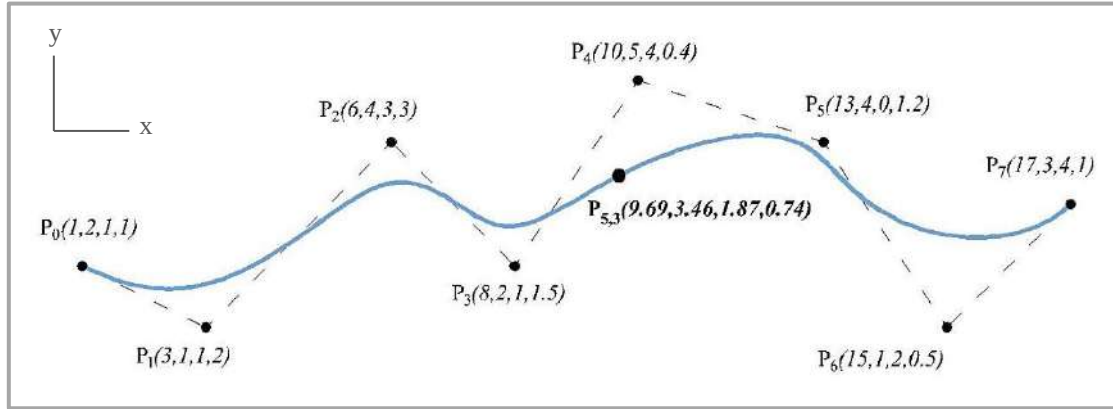
Τέλος επανάληψης

Τέλος επανάληψης

- Το τελευταίο σημείο $P_{j,r} = P_{i-s,p-s}$ που θα προκύψει, αποτελεί και το ζητούμενο σημείο, με ομογενείς συντεταγμένες.
- Το αντίστοιχο σημείο στον τρισδιάστατο χώρο υπολογίζεται διαιρώντας τις τρεις πρώτες συντεταγμένες (x, y, z) με το βάρος.

Παράδειγμα εφαρμογής του αλγόριθμου

Έστω καμπύλη NURBS βαθμού $p = 3$ (τέταρτης τάξης), η οποία έχει οκτώ σημεία ελέγχου, τα $P_0, P_1, \dots, P_7$, οι συντεταγμένες των οποίων φαίνονται στο Σχήμα 3.18, και διάνυσμα κόμβων το $(0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5)$. Θα υπολογιστεί το σημείο της καμπύλης που αντιστοιχεί σε τιμή της παραμέτρου $t = 2,9$.



Σχήμα 3.18: Παράδειγμα εφαρμογής του Αλγόριθμου de Boor, με υπολογισμό του σημείου $P_{5,3}$.

Από το δεδομένο διάνυσμα κόμβων ισχύει ότι $t_0 = t_1 = t_2 = t_3 = 0$, $t_4 = 1$, $t_5 = 2$, $t_6 = 3$, $t_7 = 4$ και $t_8 = t_9 = t_{10} = t_{11} = 5$.

- **Εύρεση υποδιαστήματος στο οποίο ανήκει η τιμή $t = 2,9$:** Ισχύει ότι:

$$2 \leq 2,9 < 3 \rightarrow t_5 \leq 2,9 < t_6 \rightarrow i = 5$$

- **Υπολογισμός διαδοχικών εισαγωγών κόμβου:** Για την τιμή $t = 2,9$ δεν υπάρχει κόμβος στο διάνυσμα κόμβων, επομένως $s = 0$. Άρα είναι $h = p - s = 3 - 0 \rightarrow h = 3$. Επομένως πρέπει να γίνουν τρεις διαδοχικές εισαγωγές κόμβου.

- **Σημεία ελέγχου που συμμετέχουν στον υπολογισμό:** Είναι τα σημεία P_2, P_3, P_4, P_5 . Οι συντεταγμένες τους είναι:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \quad P_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \\ 1,5 \end{bmatrix} \quad P_4 = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 4 \\ 0,4 \end{bmatrix} \quad P_5 = \begin{bmatrix} 13 \\ 4 \\ 0 \\ 1,2 \end{bmatrix}$$

- **Πολλαπλασιασμός συντεταγμένων επί το βάρος και προσθήκη δείκτη 0:** Έτσι, τα σημεία ελέγχου πλέον είναι τα εξής:

$$P_{2,0}^w = \begin{bmatrix} 18 \\ 12 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix} \quad P_{3,0}^w = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ 1,5 \\ 1,5 \end{bmatrix} \quad P_{4,0}^w = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1,6 \\ 0,4 \end{bmatrix} \quad P_{5,0}^w = \begin{bmatrix} 15,6 \\ 4,8 \\ 0 \\ 1,2 \end{bmatrix}$$

- **Εκτέλεση της επαναληπτικής δομής:** Η επαναληπτική δομή εκτελείται για r από 1 έως 3 και για j από $2 + r$ έως 5. Δηλαδή:

- **Για $r = 1$:**

Για $j = 3$:

$$a_{3,1} = \frac{t - t_3}{t_6 - t_3} = \frac{2,9 - 0}{3 - 0} = 0,97$$

$$P_{3,1} = (1 - 0,97)P_{2,0} + 0,97P_{3,0} = 0,03 \begin{bmatrix} 18 \\ 12 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix} + 0,97 \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ 1,5 \\ 1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12,20 \\ 3,30 \\ 1,75 \\ 1,55 \end{bmatrix}$$

Για $j = 4$:

$$a_{4,1} = \frac{t - t_4}{t_7 - t_4} = \frac{2,9 - 1}{4 - 1} = 0,63$$

$$P_{4,1} = (1 - 0,63)P_{3,0} + 0,63P_{4,0} = 0,37 \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ 1,5 \\ 1,5 \end{bmatrix} + 0,63 \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1,6 \\ 0,4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,93 \\ 2,37 \\ 1,56 \\ 0,80 \end{bmatrix}$$

Για $j = 5$:

$$a_{5,1} = \frac{t - t_5}{t_8 - t_5} = \frac{2,9 - 2}{5 - 2} = 0,30$$

$$P_{5,1} = (1 - 0,30)P_{4,0} + 0,30P_{5,0} = 0,70 \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1,6 \\ 0,4 \end{bmatrix} + 0,30 \begin{bmatrix} 15,6 \\ 4,8 \\ 0 \\ 1,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,48 \\ 2,84 \\ 1,12 \\ 0,64 \end{bmatrix}$$

- **Για $r = 2$:**

Για $j = 4$:

$$a_{4,2} = \frac{t - t_4}{t_6 - t_4} = \frac{2,9 - 1}{3 - 1} = 0,95$$

$$P_{4,2} = (1 - 0,95)P_{3,1} + 0,95P_{4,1} = 0,05 \begin{bmatrix} 12,20 \\ 3,30 \\ 1,75 \\ 1,55 \end{bmatrix} + 0,95 \begin{bmatrix} 6,93 \\ 2,37 \\ 1,56 \\ 0,80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,20 \\ 2,41 \\ 1,57 \\ 0,84 \end{bmatrix}$$

Για $j = 5$:

$$a_{5,2} = \frac{t - t_5}{t_7 - t_5} = \frac{2,9 - 2}{4 - 2} = 0,45$$

$$P_{5,2} = (1 - 0,45)P_{4,1} + 0,45P_{5,1} = 0,55 \begin{bmatrix} 6,93 \\ 2,37 \\ 1,56 \\ 0,80 \end{bmatrix} + 0,45 \begin{bmatrix} 7,48 \\ 2,84 \\ 1,12 \\ 0,64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,18 \\ 2,58 \\ 1,36 \\ 0,73 \end{bmatrix}$$

• Για $r = 3$:

Για $j = 5$:

$$a_{5,3} = \frac{t - t_5}{t_6 - t_5} = \frac{2,9 - 2}{3 - 2} = 0,90$$

$$P_{5,3} = (1 - 0,90)P_{4,2} + 0,90P_{5,2} = 0,10 \begin{bmatrix} 7,20 \\ 2,41 \\ 1,57 \\ 0,84 \end{bmatrix} + 0,90 \begin{bmatrix} 7,18 \\ 2,58 \\ 1,36 \\ 0,73 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,18 \\ 2,56 \\ 1,38 \\ 0,74 \end{bmatrix}$$

Το σημείο $P_{5,3}$, στο οποίο κατέληξε ο αλγόριθμος, αποτελεί το ζητούμενο σημείο σε μορφή ομογενών συντεταγμένων. Οπότε, το αντίστοιχο σημείο σε συμβατικές (Καρτεσιανές) συντεταγμένες για $t = 2,9$ είναι το:

$$P_{5,3} = \begin{bmatrix} 7,18/0,74 \\ 2,56/0,74 \\ 1,38/0,74 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,69 \\ 3,46 \\ 1,87 \end{bmatrix}, \text{ με βάρος } w = 0,74.$$

Παρατήρηση:

Εάν το ζητούμενο σημείο $P_{5,3}$ εκφραστεί συναρτήσει των αρχικών σημείων ελέγχου, προκύπτει ότι:

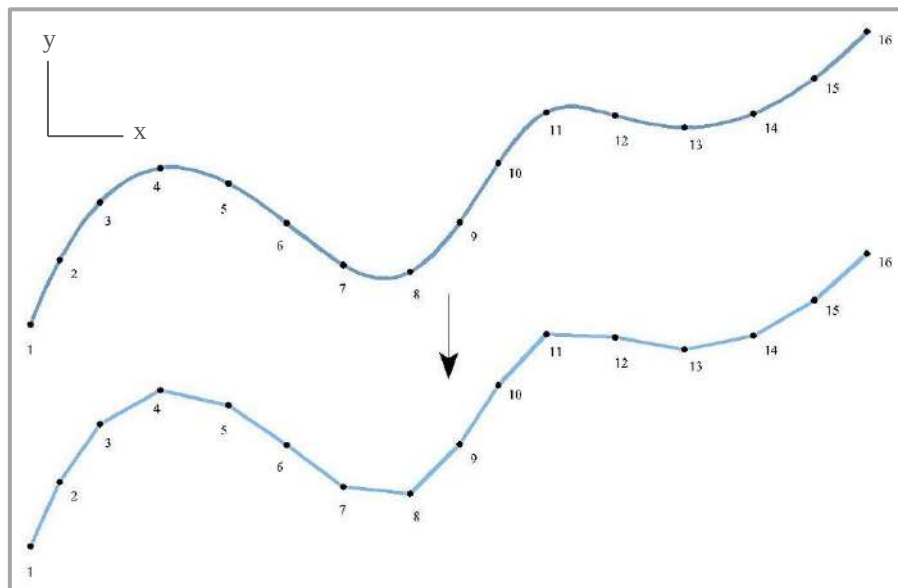
$$P_{5,3} = 0,00015P_2 + 0,22315P_3 + 0,6552P_4 + 0,1215P_5$$

Το άθροισμα των συντελεστών ισούται με τη μονάδα. Επομένως, μπορεί να θεωρηθεί ότι το ζητούμενο σημείο, το οποίο αντιστοιχεί σε τιμή της παραμέτρου $t = 2,9$, επηρεάζεται κατά 0,015% από το σημείο ελέγχου P_2 , κατά 22,315% από το σημείο ελέγχου P_3 , κατά 65,52% από το σημείο ελέγχου P_4 και κατά 12,15% από το σημείο ελέγχου P_5 .

3.6 ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS

3.6.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΕΘΟΔΟΥ

Στο πλαίσιο του ελέγχου καταλληλότητας των καμπυλών NURBS για την αναπαράσταση οδικών αξόνων, είναι αναγκαίος ο προσδιορισμός των τιμών κάποιων χαρακτηριστικών παραμέτρων κατά μήκος των καμπυλών, οι οποίες είναι η **κατά μήκος κλίση** και η **καμπυλότητα στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή**. Για την εύρεσή τους, χρησιμοποιείται μια μέθοδος, η βασική ιδέα στην οποία στηρίζεται είναι η **προσομοίωση της καμπύλης με ένα σύνολο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα μικρού μήκους**. Η αρχή και το πέρας κάθε ευθύγραμμου τμήματος αποτελούν σημεία που βρίσκονται επί της καμπύλης και οι συντεταγμένες αυτών των σημείων θεωρούνται γνωστές.



Σχήμα 3.19: Προσομοίωση καμπύλης NURBS με ένα σύνολο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα.

Η μέθοδος αυτή της μετατροπής της καμπύλης σε σύνολο από ευθύγραμμα τμήματα επιτρέπει τον **υπολογισμό των τιμών της κατά μήκος κλίσης της καμπύλης τμηματικά, ως το σύνολο των επιμέρους κλίσεων των ευθύγραμμων τμημάτων**. Επίσης, μέσω αυτής της μεθόδου μπορούν να προσδιοριστούν οι ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων σε σημεία της καμπύλης στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, οι οποίοι ορίζουν το μέγεθος της καμπυλότητας. Πράγματι, **ο κύκλος που διέρχεται από τρία διαδοχικά σημεία – άκρα ευθύγραμμων τμημάτων προσεγγίζει επαρκώς την καμπύλη στο διάστημα ανάμεσα σε αυτά τα σημεία και μπορεί πρακτικά να**

θεωρηθεί ως εφαπτόμενος στην καμπύλη. Αντί του υπολογισμού της τιμής της καμπυλότητας, προτιμάται ο προσδιορισμός των ακτίνων των εφαπτόμενων κύκλων, ώστε να είναι άμεση η εφαρμογή των ελέγχων κατά τις ΟΜΟΕ, οι οποίοι ισχύουν για τη συμβατική χάραξη (βλ. Κεφάλαιο 4), δεδομένου ότι σε αυτούς χρησιμοποιούνται ακτίνες κυκλικών τόξων. **Οι συντεταγμένες των σημείων κατά μήκος της καμπύλης, τα οποία αποτελούν τα άκρα των ευθύγραμμων τμημάτων, προσδιορίζονται με την επαναλαμβανόμενη εκτέλεση του Αλγόριθμου de Boor για διάφορες τιμές της παραμέτρου.**

Επιπλέον, είναι απαραίτητη η ύπαρξη της **οριζοντιογραφίας και μηκοτομής του οδικού τμήματος** το οποίο αναπαρίσταται από την καμπύλη NURBS, όπως άλλωστε ισχύει και σε κάθε μελέτη συμβατικής γεωμετρικής χάραξης,. Η οριζοντιογραφία προκύπτει άμεσα, αφού αποτελεί την προβολή της οδού σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ η μηκοτομή πρέπει να δημιουργηθεί.

Η προτεινόμενη μέθοδος για την ανάλυση μιας καμπύλης NURBS συνοψίζεται στα παρακάτω στάδια:

1. προσδιορισμός συντεταγμένων σημείων κατά μήκος της καμπύλης
2. προσδιορισμός θέσης σημείων σε σχέση με την αρχή της καμπύλης (χιλιομέτρηση οδού) και υπολογισμός μήκους καμπύλης
3. δημιουργία μηκοτομής οδού
4. προσδιορισμός τιμών κατά μήκος κλίσης μεταξύ διαδοχικών σημείων της καμπύλης
5. προσδιορισμός ακτίνων εφαπτόμενων κύκλων στην οριζοντιογραφία, οι οποίοι ορίζονται από τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης
6. προσδιορισμός ακτίνων κατακόρυφων κύκλων στη μηκοτομή, οι οποίοι ορίζονται από τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης
7. κατασκευή διαγραμμάτων κατά μήκος κλίσης και ακτίνων εφαπτόμενων κύκλων στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή

Λόγω της φύσης των καμπυλών NURBS, είναι φανερό ότι οι τιμές της κατά μήκος κλίσης και της καμπυλότητας μεταβάλλονται συνεχώς και μάλιστα μη ομαλά. Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται στην παραδοχή ότι **μεταξύ των διαδοχικών σημείων που λαμβάνονται κατά μήκος της καμπύλης, τα μεγέθη αυτά μεταβάλλονται γραμμικά.** Πάντως, οι διαφορές μεταξύ των πραγματικών και υπολογιζόμενων τιμών είναι πολύ μικρές.

Είναι γεγονός ότι **η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει προσεγγιστικά αποτελέσματα.** Για παράδειγμα, το συνολικό μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων προκύπτει μικρότερο από το αντίστοιχο μήκος της καμπύλης, δεδομένου ότι το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος ανάμεσα σε δύο σημεία της καμπύλης μπορεί να είναι το πολύ ίσο με το μήκος του τμήματος της καμπύλης που περικλείεται ανάμεσα στα ίδια σημεία. Όσο πλησιέστερα βρίσκονται τα σημεία μεταξύ τους, και άρα όσο μικρότερο είναι το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων, τόσο μεγαλύτερη είναι και η ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Θεωρητικά, θα έπρεπε το μήκος των τμημάτων να είναι «απειροελάχιστο», προκειμένου

να επιτευχθεί η μέγιστη ακρίβεια, κάτι το οποίο όμως θα απαιτούσε υπερβολικά μεγάλο όγκο υπολογισμών. Άλλωστε, σε ένα έργο τόσο μεγάλης κλίμακας, όπως είναι ο σχεδιασμός μιας οδού, μία τέτοιου μεγέθους ακρίβεια πρακτικά δε θα προσέφερε κάτι παραπάνω. Συνεπώς, **η προσέγγιση θεωρείται ιδιαίτερα ικανοποιητική.**

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι μια εναλλακτική μέθοδο θα μπορούσε θεωρητικά να αποτελέσει ο προσδιορισμός των τιμών των καμπυλοτήτων μέσω της γενικής σχέσης η οποία ισχύει για όλες τις παραμετρικές καμπύλες (βλ. 3.2.1.3), η οποία δίνει ακριβή αποτελέσματα. Ωστόσο, **μια παραμετρική καμπύλη στον χώρο έχει μοναδική καμπυλότητα σε κάθε σημείο της, η οποία μάλιστα είναι σε διανυσματική μορφή, δηλαδή δεν αναφέρεται πάντοτε στο ίδιο επίπεδο.** Κατά την ανάλυση μιας καμπύλης στα πλαίσια της οδοποιίας, ενδιαφέρουν, ως γνωστόν, οι καμπυλότητες κατά την οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή. Η οριζόντια καμπυλότητα μιας καμπύλης NURBS είναι δυνατόν να προκύψει από την παραπάνω γενική σχέση θέτοντας ίσα τα υψόμετρα όλων των σημείων ελέγχου, δηλαδή θεωρώντας την προβολή της καμπύλης σε κάποιο οριζόντιο επίπεδο. Όμως, η καμπυλότητα κατά τη μηκοτομή δεν είναι δυνατόν να υπολογιστεί με αυτόν τον τρόπο, αφού η μηκοτομή αποτελεί ανάπτυγμα της οδού και δεν προκύπτει σε συνάρτηση με τους άξονες x , y , z του Καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.

Στη συνέχεια, ακολουθεί η παρουσίαση και αναλυτική περιγραφή των επιμέρους σταδίων, τα οποία συνθέτουν την παρούσα μέθοδο.

3.6.1.1 Συντεταγμένες σημείων καμπύλης

Οι συντεταγμένες των σημείων κατά μήκος της καμπύλης προσδιορίζονται με εκτέλεση του Αλγόριθμου de Boor. **Ο αλγόριθμος εκτελείται για διάφορες τιμές της παραμέτρου, οι οποίες αυξάνονται κατά σταθερό βήμα.** Είναι προφανές ότι όσο μικρότερο είναι το βήμα αύξησης της τιμής της παραμέτρου, τόσο περισσότερα σημεία λαμβάνονται κατά μήκος της καμπύλης, επομένως υπάρχει καλύτερη προσέγγιση.

3.6.1.2 Χιλιομέτρηση και συνολικό μήκος οδού

Αν (x_i, y_i, z_i) και $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ είναι οι συντεταγμένες δύο διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης, τότε η απόσταση μεταξύ τους (ή το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα αυτά τα σημεία) δίνεται από τη σχέση:

$$D = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}$$

Ως γνωστόν, **στην Οδοποιία ενδιαφέρουν οι οριζόντιες αποστάσεις και μήκη** (δηλαδή οι αποστάσεις και μήκη στην προβολή της οδού σε οριζόντιο επίπεδο), αφού γενικά οι διαφορές προκύπτουν μικρές.

Σε αυτήν την περίπτωση, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων ορίζεται ως:

$$d = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$$

Η **χιλιομέτρηση** για ένα σημείο κατά μήκος της καμπύλης προκύπτει ως το άθροισμα των αποστάσεων μεταξύ όλων των προηγούμενων σημείων (συμπεριλαμβάνεται και η απόσταση μεταξύ του υπόψη και του προηγούμενου σημείου).

Το **συνολικό μήκος** της καμπύλης προκύπτει ως το άθροισμα όλων των επιμέρους αποστάσεων, δηλαδή:

$$L_{ολικό} = \sum \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$$

3.6.1.3 Μηκοτομή οδού

Η μηκοτομή της οδού είναι το ανάπτυγμα της κατακόρυφης τομής της οδού και του εδάφους, κατά μήκος του άξονα της οδού. Η **γραμμή της οδού** («*ερυθρά γραμμή*») προκύπτει έχοντας ως δεδομένα τα στοιχεία των σημείων της καμπύλης, ενώ για τη σχεδίαση της **γραμμής του εδάφους** απαιτείται ο προσδιορισμός της μορφής του ανάγλυφου και η προσομοίωσή του σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Για το σκοπό αυτό, δημιουργείται ένα **ψηφιακό μοντέλο του εδάφους της περιοχής**, το οποίο προκύπτει από τις συντεταγμένες ικανού αριθμού σημείων που έχουν προέλθει από αποτύπωση της περιοχής. Ο προσδιορισμός του ανάγλυφου του εδάφους βασίζεται στη **μέθοδο τριγωνισμού των σημείων**. Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο, τα διαθέσιμα σημεία της επιφάνειας του εδάφους ανά τρία σχηματίζουν τρίγωνα στον χώρο, τα οποία αντιπροσωπεύουν τη μορφή του ανάγλυφου της περιοχής χάραξης.

ΓΡΑΜΜΗ ΕΔΑΦΟΥΣ

Η **γραμμή του εδάφους προκύπτει με σύνδεση μέσω ευθύγραμμων τμημάτων διαδοχικών σημείων του εδάφους**. Ο προσδιορισμός των σημείων του εδάφους γίνεται μέσω του προσδιορισμού της απόστασης μεταξύ των σημείων κατά μήκος της καμπύλης και των αντίστοιχων επιπέδων που αποτελούν το ανάγλυφο.

Οι συντεταγμένες των κορυφών των τριγώνων (επιπέδων) του εδάφους θεωρούνται γνωστές, οπότε **για κάθε διαδοχικό σημείο της καμπύλης πρέπει αρχικά να προσδιοριστεί το τρίγωνο στο οποίο ανήκει κατά την προβολή της οδού σε οριζόντιο επίπεδο** (οριζοντιογραφία). Επομένως, σε αυτό το στάδιο ενδιαφέρουν μόνο οι συντεταγμένες x και y , και όχι τα υψόμετρα. Ο έλεγχος εάν ένα σημείο ανήκει σε κάποιο τρίγωνο βασίζεται στην ιδιότητα της σχέσης του εμβαδού του τριγώνου και του αθροίσματος των εμβαδών των τριών τριγώνων που δημιουργούνται από τις κορυφές του τριγώνου και το υπό εξέταση σημείο.

Έστω σημείο $M(x_M, y_M)$ της καμπύλης, το οποίο πρέπει να ελεγχθεί εάν βρίσκεται εντός τριγώνου με κορυφές τα σημεία $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $\Gamma(x_3, y_3)$. Οι συντεταγμένες των σημείων A , B , Γ και M είναι γνωστές, αφού αποτελούν σημεία της καμπύλης και του εδάφους.

Σύμφωνα με το Σχήμα 3.20, υπολογίζονται τα παρακάτω εμβαδά τριγώνων:

$$E_{AB\Gamma} = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

$$E_{AM\Gamma} = \frac{1}{2} |x_1(y_M - y_3) + x_M(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_M)|$$

$$E_{AMB} = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_M) + x_2(y_M - y_1) + x_M(y_1 - y_2)|$$

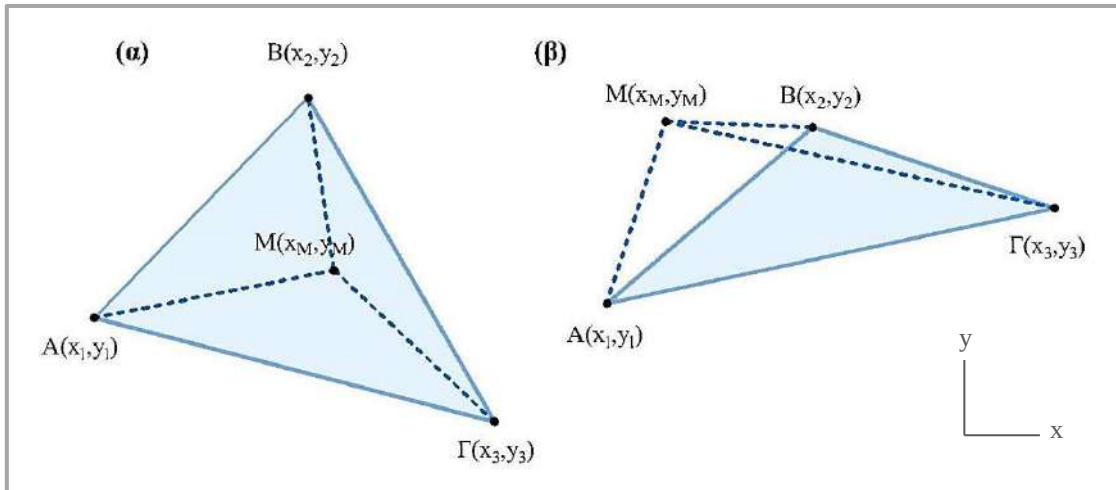
$$E_{\Gamma MB} = \frac{1}{2} |x_M(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_M) + x_3(y_M - y_2)|$$

Το σημείο M βρίσκεται **εντός** του τριγώνου $AB\Gamma$ μόνο εάν ισχύει:

$$E_{AB\Gamma} = E_{AM\Gamma} + E_{AMB} + E_{\Gamma MB}$$

Σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή αν το σημείο M βρίσκεται **εκτός** του τριγώνου $AB\Gamma$, θα ισχύει:

$$E_{AB\Gamma} < E_{AM\Gamma} + E_{AMB} + E_{\Gamma MB}$$



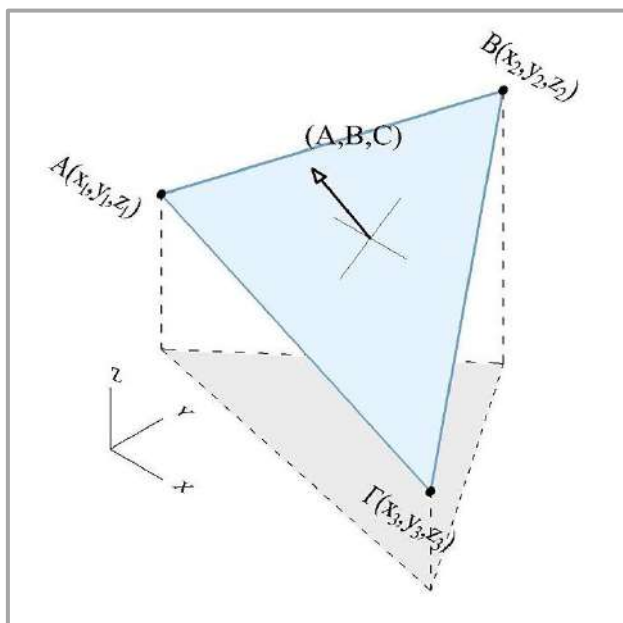
Σχήμα 3.20: Έλεγχος εάν το σημείο M ανήκει στο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην (α) περίπτωση όπου το M ανήκει στο τρίγωνο, το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των τριγώνων $AM\Gamma$, AMB και ΓMB . Στη (β) περίπτωση το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι μικρότερο από το άθροισμα των υπόλοιπων εμβαδών.

Στη συνέχεια, **προσδιορίζονται οι συντεταγμένες των σημείων του εδάφους μέσω των εξισώσεων των επιπέδων στα οποία αυτά ανήκουν**. Η εξίσωση ενός επιπέδου το οποίο ορίζεται στον τρισδιάστατο χώρο από τις κορυφές του τριγώνου είναι της μορφής:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

όπου A , B , C και D είναι πραγματικοί αριθμοί και (A, B, C) είναι το κάθετο στο επίπεδο διάνυσμα (βλ. Σχήμα 3.21).

Έχοντας γνωστές τις συντεταγμένες τριών σημείων $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ και $\Gamma(x_3, y_3, z_3)$ μπορεί να προσδιοριστεί η εξίσωση του επιπέδου στο οποίο αυτά ανήκουν. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, τα σημεία A , B και Γ αντιπροσωπεύουν τις κορυφές του κάθε τριγώνου του εδάφους, και το επίπεδο που αυτά σχηματίζουν αντιπροσωπεύει τη μορφή του ανάγλυφου.



Σχήμα 3.21: Τα σημεία A , B και Γ ορίζουν ένα επίπεδο στον χώρο, το οποίο αντιπροσωπεύει τμήμα του ανάγλυφου της περιοχής χάραξης.

Οι συντελεστές A , B , C και D δίνονται από τις ορίζουσες

$$A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad D = - \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$$

το ανάπτυγμα των οποίων δίνει:

$$A = y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) + y_3(z_1 - z_2)$$

$$B = z_1(x_2 - x_3) + z_2(x_3 - x_1) + z_3(x_1 - x_2)$$

$$C = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$$

$$D = -x_1(y_2z_3 - y_3z_2) - x_2(y_3z_1 - y_1z_3) - x_3(y_1z_2 - y_2z_1)$$

Οι συντελεστές A , B , C και D είναι πλέον γνωστοί. Η εξίσωση του επιπέδου μπορεί τώρα να γραφεί στη μορφή:

$$z = \frac{-Ax - By - D}{C}, \quad C \neq 0$$

Το εκάστοτε ζητούμενο σημείο του εδάφους ανήκει στο αντίστοιχο επίπεδο, οπότε οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση του επιπέδου.

Άρα, για κάθε σημείο της καμπύλης $M(x_M, y_M, z_M)$ για οποίο πρέπει να βρεθεί το υψόμετρο του εδάφους, στην παραπάνω εξίσωση τίθεται $x = x_M$ και $y = y_M$, αφού το ζητούμενο σημείο του εδάφους έχει ίδια τετμημένη και τεταγμένη με το αντίστοιχο σημείο της καμπύλης. Το z που προκύπτει είναι το ζητούμενο υψόμετρο του εδάφους.

Τέλος, το σημείο του εδάφους τοποθετείται σε διάγραμμα, με τετμημένη τη χιλιομετρική θέση του αντίστοιχου σημείου της οδού και τεταγμένη το υψόμετρό του. Όλα τα σημεία του εδάφους συνδέονται ανά δύο με ευθύγραμμα τμήματα και έτσι προκύπτει η γραμμή του εδάφους.

ΕΡΥΘΡΑ ΓΡΑΜΜΗ

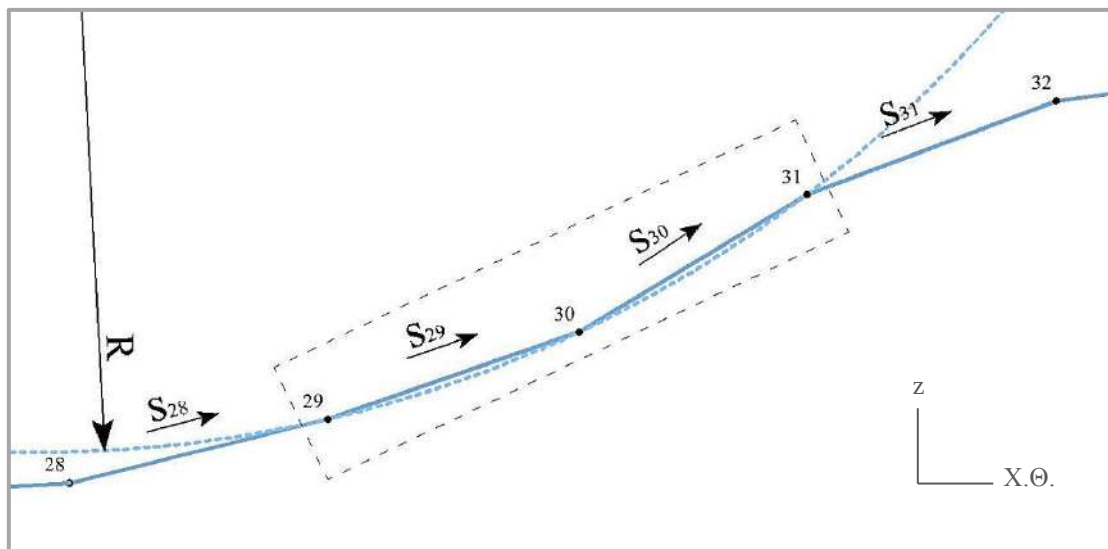
Η ερυθρά γραμμή προκύπτει από την τοποθέτηση στο ίδιο διάγραμμα με αυτό της γραμμής εδάφους, των σημείων που έχουν προσδιοριστεί κατά μήκος της καμπύλης, με τετμημένη τη χιλιομετρική τους θέση και τεταγμένη το υψόμετρό τους. Όλα τα σημεία συνδέονται ανά δύο με ευθύγραμμα τμήματα και έτσι προκύπτει η ερυθρά γραμμή.

Η ερυθρά γραμμή οδού που αναπαρίσταται από καμπύλη NURBS είναι καμπύλη, αλλά στη συγκεκριμένη μέθοδο αναπαρίσταται από σύνολο ευθύγραμμων τμημάτων. Ισχύουν και εδώ τα όσα προαναφέρθηκαν περί ακρίβειας, δηλαδή ότι όσο περισσότερα σημεία ληφθούν κατά μήκος της καμπύλης, τόσο πιο ακριβής θα είναι η μορφή της μηκοτομής.

Παρατήρηση: Τα υψόμετρα των σημείων του εδάφους και της ερυθράς γραμμής συνήθως πολλαπλασιάζονται επί το 10, για λόγους ευκρίνειας του σχεδίου της μηκοτομής.

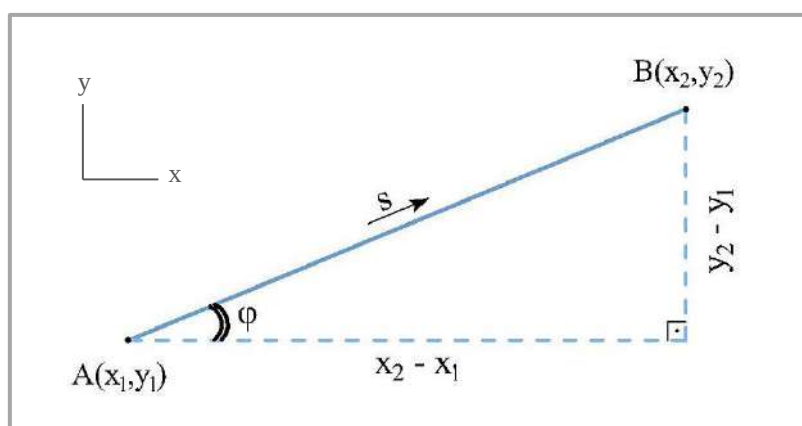
3.6.1.4 Κατά μήκος κλίση

Οι τιμές της κατά μήκος κλίσης προκύπτουν, όπως αναφέρθηκε, από τον υπολογισμό των κατά μήκος κλίσεων των επιμέρους ευθύγραμμων τμημάτων, τα οποία αναπαριστούν την καμπύλη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.22 της επόμενης σελίδας.



Σχήμα 3.22: Απόσπασμα μηκοτομής οδού η οποία αναπαρίσταται από καμπύλη NURBS και προσδιορισμός κατά μήκος κλίσεων των επιμέρους ευθύγραμμων τμημάτων που προσεγγίζουν την καμπύλη. Επίσης, φαίνεται ο κατακόρυφος κύκλος που προσεγγίζει την καμπύλη (πρακτικά εφαπτόμενος) μεταξύ των σημείων 29 και 31.

Για ένα ευθύγραμμο τμήμα AB , με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, η τιμή της κατά μήκος κλίσης υπολογίζεται σύμφωνα με τη θεωρήση ορθογώνιου τριγώνου, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3.23. Οι κάθετες πλευρές του τριγώνου είναι παράλληλες προς τους άξονες x και y .



Σχήμα 3.23: Υπολογισμός της κατά μήκος κλίσης.

Η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος AB ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ , δηλαδή με το πηλίκο του μήκους της απέναντι κάθετης πλευράς προς το μήκος της προσκείμενης κάθετης πλευράς. Άρα ισχύει ότι:

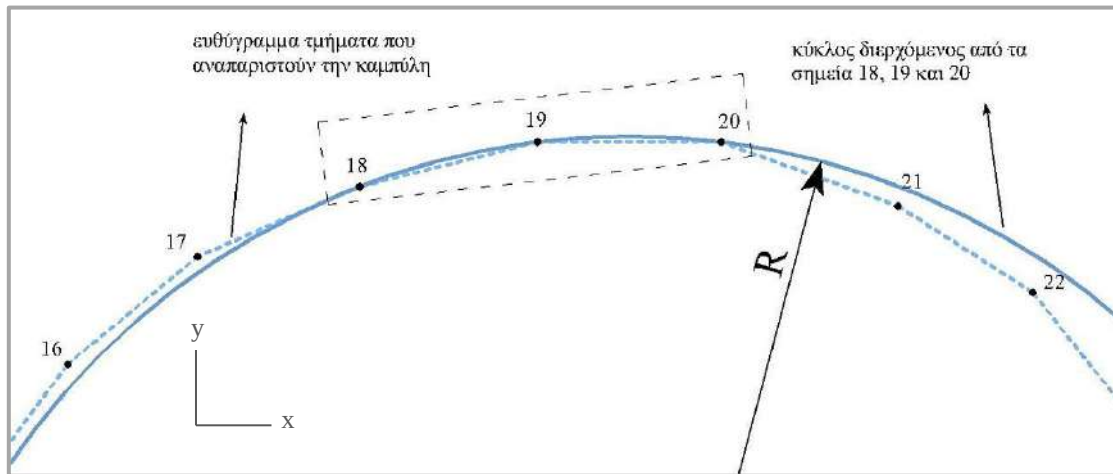
$$s(\%) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot 100\%$$

Η παραπάνω σχέση εφαρμόζεται θεωρώντας όπου x τη χιλιομετρική θέση και όπου y το υψόμετρο του αντίστοιχου σημείου.

Η κατά μήκος κλίση προκύπτει θετική για ανωφέρεια κατά τη χιλιομέτρηση (αφού $y_2 > y_1$) και αρνητική για κατωφέρεια (αφού $y_2 < y_1$).

3.6.1.5 Ακτίνες εφαπτόμενων κύκλων στην οριζοντιογραφία

Η οριζόντια καμπυλότητα της καμπύλης προκύπτει από τον **προσδιορισμό των ακτίνων των διερχόμενων από τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης κύκλων**, οι οποίοι προσεγγίζουν τοπικά την καμπύλη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.24.



Σχήμα 3.24: Απόσπασμα οριζοντιογραφίας οδού η οποία αναπαρίσταται από καμπύλη NURBS και ο διερχόμενος κύκλος από τρία σημεία της καμπύλης, ο οποίος προσεγγίζει την καμπύλη στο διάστημα ανάμεσα στα σημεία αυτά (σημειώνεται με διακεκομμένες γραμμές).

Ο υπολογισμός της ακτίνας κύκλου διερχόμενου από τρία σημεία γίνεται με τη μέθοδο που παρουσιάζεται παρακάτω (βλ. και Σχήμα 3.25 επόμενης σελίδας).

Έστωσαν τρία σημεία $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $\Gamma(x_3, y_3)$, των οποίων οι συντεταγμένες είναι γνωστές. Από τα σημεία αυτά διέρχεται κύκλος κέντρου $K(x_K, y_K)$ και ακτίνας R , η οποία πρέπει να προσδιοριστεί.

Από τα σημεία B , A και B , Γ διέρχονται οι ευθείες (r) και (t) . Οι εξισώσεις των ευθειών αυτών δίνονται ως εξής:

$$y_{(r)} = m_r \cdot (x - x_1) + y_1, \quad \text{όπου } m_r = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y_{(t)} = m_t \cdot (x - x_2) + y_2, \quad \text{όπου } m_t = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

Είναι επίσης γνωστό ότι οι μεσοκάθετες (r_p) και (t_p) στις χορδές (AB) και $(B\Gamma)$ αντίστοιχα, τέμνονται στο κέντρο K του κύκλου. Οι εξισώσεις των μεσοκαθέτων είναι:

$$y_{(r_p)} = -\frac{1}{m_r} \cdot \left(x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2}$$

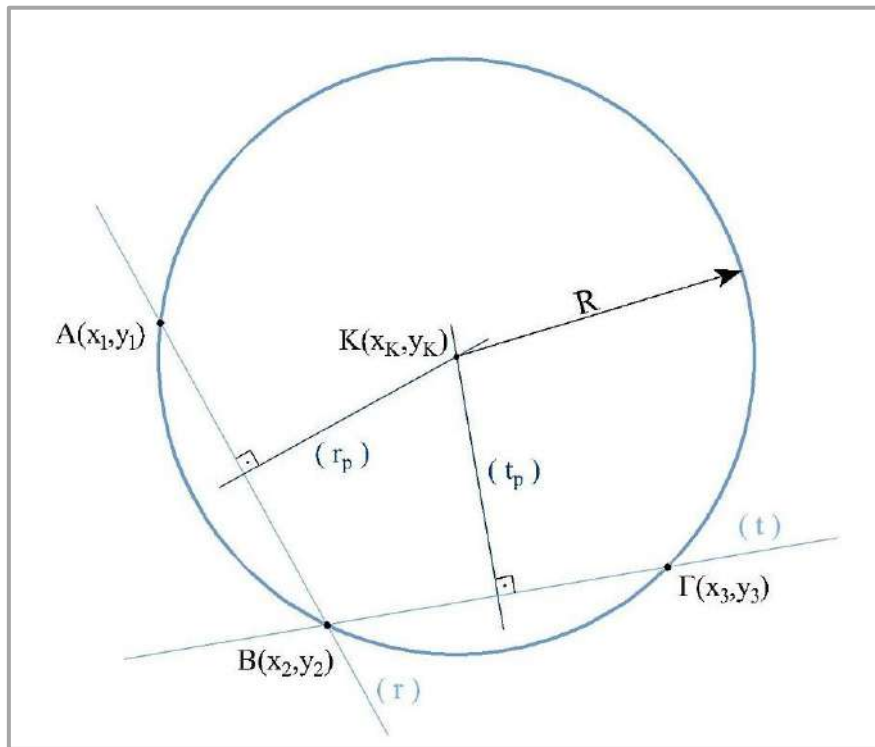
$$y_{(t_p)} = -\frac{1}{m_t} \cdot \left(x - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) + \frac{y_2 + y_3}{2}$$

Με επίλυση του συστήματος των παραπάνω εξισώσεων, προκύπτει η τετμημένη x_K του κέντρου του κύκλου:

$$x_K = \frac{m_r \cdot m_t \cdot (y_3 - y_1) + m_r \cdot (x_2 + x_3) - m_t \cdot (x_1 + x_2)}{2 \cdot (m_r - m_t)}$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας όπου x το x_K σε μία εκ των εξισώσεων των μεσοκαθέτων, υπολογίζεται η τεταγμένη y_K του κέντρου του κύκλου:

$$y_K = -\frac{1}{m_r} \cdot \left(x_K - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Σχήμα 3.25: Υπολογισμός ακτίνας κύκλου διερχόμενου από τρία σημεία.

Επομένως, η ακτίνα του κύκλου ισούται με την απόσταση του σημείου K από το σημείο A ή B ή Γ και δίνεται από μία εκ των σχέσεων:

$$R = \sqrt{(x_1 - x_K)^2 + (y_1 - y_K)^2}$$

$$\text{ή } R = \sqrt{(x_2 - x_K)^2 + (y_2 - y_K)^2}$$

$$\text{ή } R = \sqrt{(x_3 - x_K)^2 + (y_3 - y_K)^2}$$

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται θεωρώντας όπου x την τετμημένη και όπου y την τεταγμένη του αντίστοιχου σημείου.

Εκτός από τις ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων, θα πρέπει να προσδιοριστεί **εάν η καμπύλη είναι αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη κατά τη χιλιομέτρηση**. Αυτό μπορεί να γίνει σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφεται στη συνέχεια, η οποία στοχεύει στον προσδιορισμό της σχετικής θέσης μεταξύ σημείου και ευθείας σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Για την ομάδα των τριών σημείων από τα οποία διέρχεται ο αντίστοιχος κύκλος, υπολογίζεται η ποσότητα:

$$A = (x_{i+1} - x_i)(y_{i+2} - y_i) - (y_{i+1} - y_i)(x_{i+2} - x_i)$$

όπου (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) και (x_{i+2}, y_{i+2}) είναι το πρώτο, δεύτερο και τρίτο σημείο της εκάστοτε ομάδας κατά τη φορά της χιλιομέτρησης. Διακρίνονται οι περιπτώσεις:

- Εάν $A > 0$, τότε η καμπύλη είναι **αριστερόστροφη κατά τη χιλιομέτρηση**.
- Εάν $A < 0$, τότε η καμπύλη είναι **δεξιόστροφη κατά τη χιλιομέτρηση**.

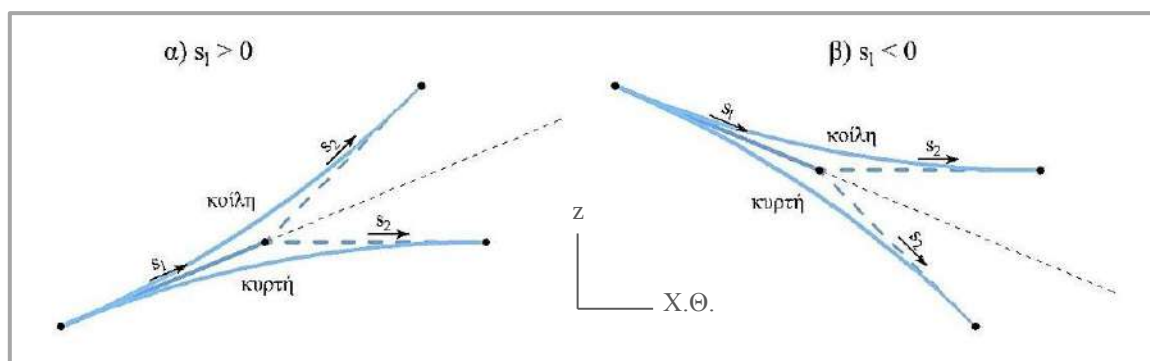
Παρατήρηση: Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται μόνο όταν οι συντεταγμένες x και y βρίσκονται στο πρώτο τεταρτημόριο που ορίζεται από τους άξονες x, y , δηλαδή μόνο όταν αυτές είναι θετικοί αριθμοί, κάτι το οποίο ισχύει. Σε άλλη περίπτωση, η σχέση για τον υπολογισμό της ποσότητας A είναι διαφορετική.

3.6.1.6 Ακτίνες εφαπτόμενων κύκλων στη μηκοτομή

Η καμπυλότητα της καμπύλης στη μηκοτομή προκύπτει από τον **προσδιορισμό των ακτίνων των διερχόμενων από τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης κύκλων**, οι οποίοι προσεγγίζουν τοπικά την καμπύλη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.22 που παρατέθηκε στα προηγούμενα.

Ο προσδιορισμός της ακτίνας κύκλου διερχόμενου από τρία σημεία γίνεται με τη μέθοδο που παρουσιάστηκε προηγουμένως (βλ. 3.6.1.5). Στη συγκεκριμένη περίπτωση, **η μέθοδος εφαρμόζεται θεωρώντας όπου x τη χιλιομετρική θέση και όπου y το υψόμετρο του αντίστοιχου σημείου**.

Εκτός από τις ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων, θα πρέπει να προσδιοριστεί **εάν η καμπύλη είναι κυρτή ή κοίλη**. Αυτό μπορεί να γίνει για κάθε ομάδα τριών σημείων από τα οποία διέρχεται ο κατακόρυφος κύκλος, με τη βοήθεια του τρόπου μεταβολής της κατά μήκος κλίσης. Στο Σχήμα 3.26 της επόμενης σελίδας απεικονίζονται οι δυνατές περιπτώσεις διάταξης των διαδοχικών σημείων και οι αντίστοιχοι τύποι καμπύλης (κυρτή ή κοίλη) που προκύπτουν. Οι κλίσεις s_1 και s_2 αναφέρονται στις κατά μήκος κλίσεις του πρώτου και δεύτερου ευθύγραμμου τμήματος αντίστοιχα.



Σχήμα 3.26: Διάκριση μεταξύ κυρτών και κοίλων καμπυλών.

Αναλυτικά, οι περιπτώσεις διάταξης είναι οι εξής:

- Εάν το πρώτο ευθύγραμμο τμήμα έχει θετική κλίση s_1 (ανωφέρεια):
 - Αν $s_2 > s_1$, τότε η καμπύλη είναι κοίλη.
 - Αν $s_2 < s_1$, τότε η καμπύλη είναι κυρτή.
- Εάν το πρώτο ευθύγραμμο τμήμα έχει αρνητική κλίση s_1 (κατωφέρεια):
 - Αν $s_2 > s_1$, τότε η καμπύλη είναι κοίλη.
 - Αν $s_2 < s_1$, τότε η καμπύλη είναι κυρτή.

Επομένως, σε κάθε περίπτωση ισχύει ότι η καμπύλη είναι **κυρτή** εφόσον $s_2 > s_1$, και **κοίλη** εφόσον $s_2 < s_1$.

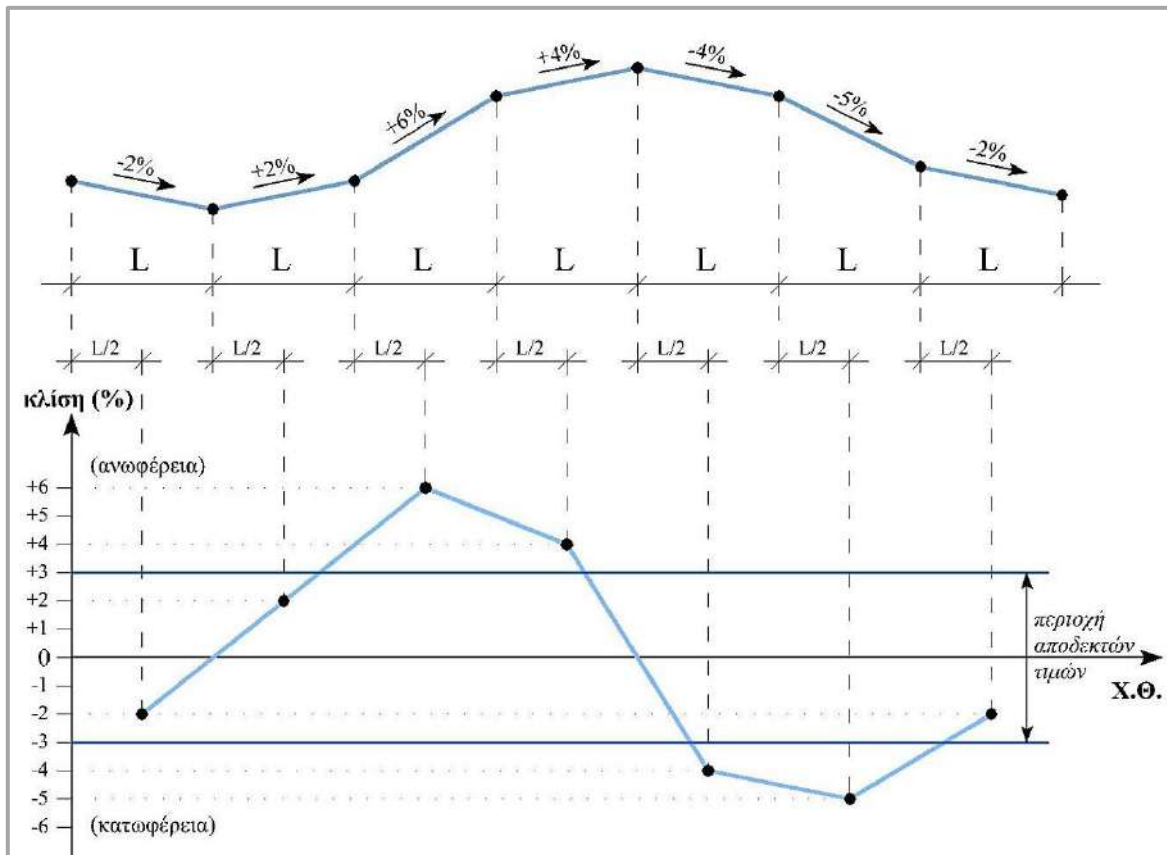
3.6.1.7 Διαγράμματα κατά μήκος κλίσης και ακτίνων εφαπτόμενων κύκλων

Τα διαγράμματα κατά μήκος κλίσης και ακτίνων των εφαπτόμενων κύκλων στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή **αναπαριστούν τον τρόπο μεταβολής των μεγεθών αυτών κατά μήκος μιας οδού**. Μέσω αυτών των διαγραμμάτων είναι δυνατός ο εντοπισμός τμημάτων εντός των οποίων οι τιμές των μεγεθών θεωρούνται μη αποδεκτές για την ασφαλή κυκλοφορία της οδού, αλλά και η διεξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων σχετικά με την υπό μελέτη οδό.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΚΛΙΣΕΩΝ

Το **διάγραμμα κατά μήκος κλίσεων αναπαριστά τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται οι κατά μήκος κλίσεις στα διάφορα τμήματα της οδού, κατά τη φορά της χιλιομέτρησης**. Στον οριζόντιο άξονα του διαγράμματος τοποθετούνται οι χιλιομετρικές θέσεις και στον κατακόρυφο άξονα τοποθετούνται οι κατά μήκος κλίσεις. Έτσι, κάθε σημείο του διαγράμματος αντιπροσωπεύει την κατά μήκος κλίση του αντίστοιχου σημείου της καμπύλης. Οι θετικές τιμές του διαγράμματος υποδηλώνουν ανωφέρεια (αφού οι αντίστοιχες κλίσεις έχουν θετικές τιμές) και οι αρνητικές τιμές υποδηλώνουν κατωφέρεια (αφού οι αντίστοιχες κλίσεις έχουν αρνητικές τιμές).

Η κατασκευή ενός τέτοιου διαγράμματος περιγράφεται με τη βοήθεια ενός παραδείγματος που παρατίθεται στο Σχήμα 3.27. Στο επάνω μέρος του σχήματος υπάρχει η μηκοτομή ενός υποθετικού τμήματος οδού, το οποίο έχει μετατραπεί σε επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα. Στο κάτω μέρος φαίνεται το διάγραμμα κατά μήκος κλίσεων που προκύπτει.



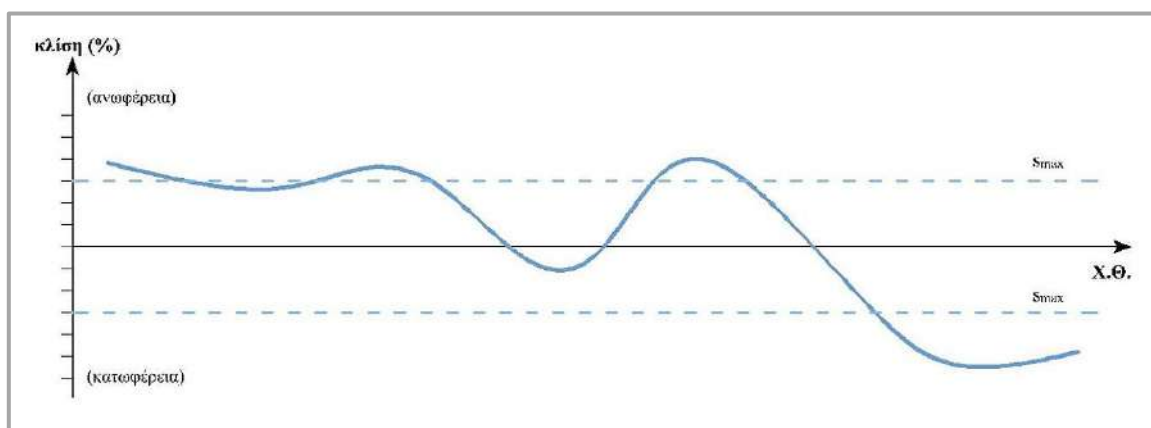
Σχήμα 3.27: Κατασκευή διαγράμματος κατά μήκος κλίσεων.

Στο παράδειγμα αυτό, καθένα από τα επτά σημεία του διαγράμματος αναπαριστά την κατά μήκος κλίση του αντίστοιχου τμήματος της οδού. Η τεταγμένη του κάθε σημείου είναι η τιμή της κλίσης σε εκείνο το τμήμα. Οι τεταγμένες υπολογίζονται ως εξής: Το πρώτο σημείο απέχει απόσταση $\frac{L_1}{2}$ από την αρχή των αξόνων, όπου L_1 είναι η οριζόντια προβολή του μήκους του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος, έτσι ώστε να ισαπέχει από τα δύο πρώτα σημεία της μηκοτομής, αφού αυτό αναφέρεται στην κλίση του μεταξύ τους ευθύγραμμου τμήματος. Τα υπόλοιπα διαδοχικά σημεία απέχουν κατά $\frac{(L_i/2)+(L_{i+1}/2)}{2}$ μεταξύ τους, όπου i και $i+1$ είναι το αντίστοιχο προηγούμενο και επόμενο ευθύγραμμο τμήμα. Το τελευταίο σημείο βρίσκεται σε απόσταση $\frac{L_n}{2}$ πριν από το τέλος της μηκοτομής, όπου L_n είναι το μήκος του τελευταίου ευθύγραμμου τμήματος. Η συγκεκριμένη διάταξη δικαιολογείται και από το γεγονός ότι ο συνολικός αριθμός των τιμών των κατά μήκος κλίσεων είναι κατά ένα μικρότερος από τα σημεία τα οποία διαιρούν σε τμήματα την καμπύλη. Στο Σχήμα 3.30 έχει υποτεθεί ότι όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν ίσα μήκη μεταξύ τους.

Τα σημεία του διαγράμματος συνδέονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα, ώστε η κατά μήκος κλίση να αναπαρίσταται καθ' όλο το μήκος της οδού (παραδοχή γραμμικής μεταβολής). Η προσέγγιση της κατά μήκος κλίσης με αυτόν τον τρόπο κρίνεται ικανοποιητική, δεδομένου ότι η κλίση στη χάραξη με καμπύλες NURBS μεταβάλλεται συνεχώς. Επομένως, θεωρητικά τουλάχιστον, το διάγραμμα αυτό είναι καμπυλόγραμμο λόγω της φύσης των καμπυλών. Όσο πυκνότερα λαμβάνονται τα σημεία στην καμπύλη κατά το στάδιο της διαίρεσής της, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια του διαγράμματος, αφού προσεγγίζεται καλύτερα η πραγματική χάραξη.

Επιπλέον, στο διάγραμμα τοποθετούνται δύο οριζόντιες γραμμές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις οριακές επιτρεπτές τιμές των κατά μήκος κλίσεων. Στο παράδειγμα του Σχήματος 3.27 υποτίθεται ότι η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της κατά μήκος κλίσης είναι 3%, οπότε οι γραμμές τοποθετούνται σε εκείνη την τιμή για την ανωφέρεια και κατωφέρεια. Μεταξύ των γραμμών αυτών οριοθετείται η περιοχή των αποδεκτών τιμών των κλίσεων, ενώ εκτός βρίσκονται οι μη αποδεκτές τιμές.

Στο Σχήμα 3.28 παρουσιάζεται η μορφή ενός τυπικού διαγράμματος κατά μήκος κλίσεων για χάραξη οδικού τμήματος με χρήση καμπύλης NURBS. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές της κλίσης.

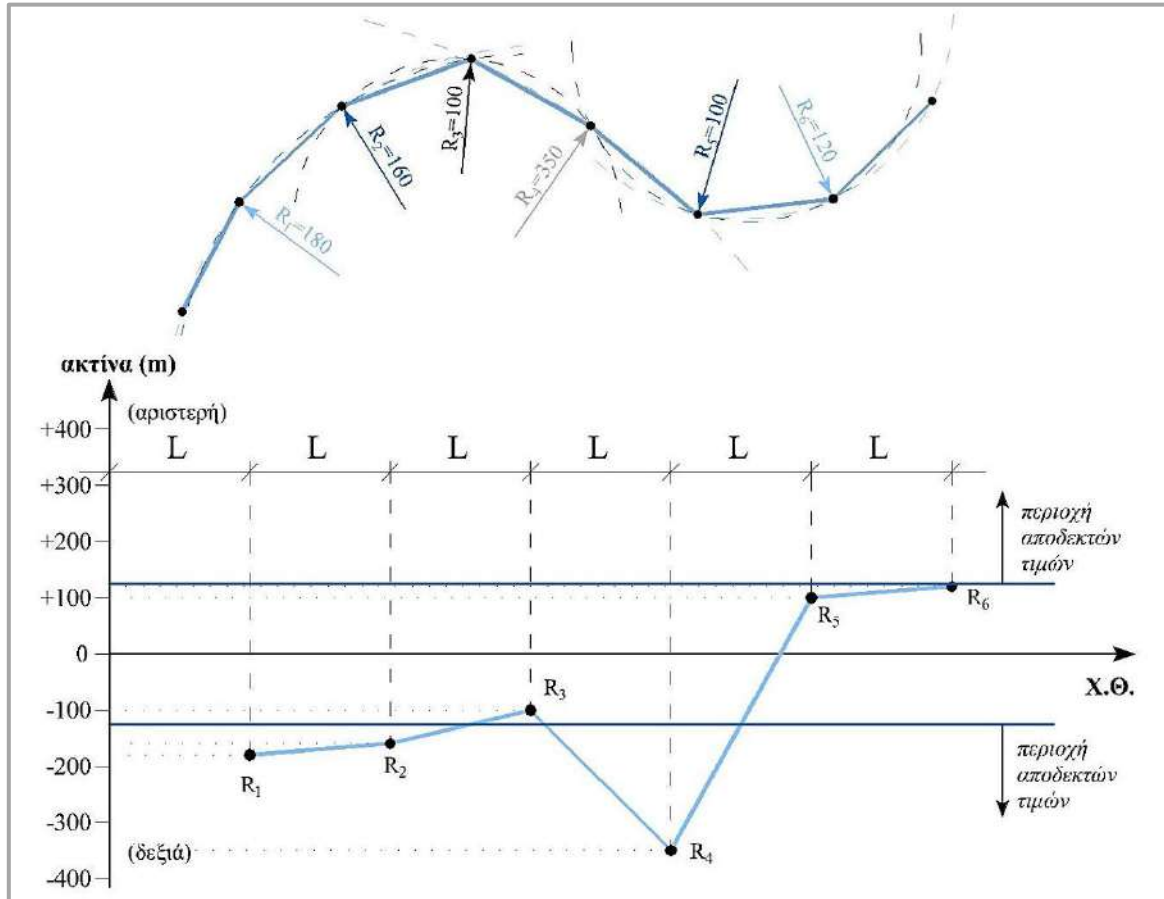


Σχήμα 3.28: Τυπικό διάγραμμα κατά μήκος κλίσεων.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Το διάγραμμα ακτίνων των οριζόντιων εφαιπτόμενων κύκλων ή διάγραμμα ακτίνων οριζοντιογραφίας αναπαριστά τον τρόπο μεταβολής των ακτίνων της οριζοντιογραφίας στα διάφορα τμήματα της οδού, κατά τη φορά της χιλιομέτρησης. Στον οριζόντιο άξονα του διαγράμματος τοποθετούνται οι χιλιομετρικές θέσεις και στον κατακόρυφο άξονα τοποθετούνται οι τιμές των ακτίνων. Έτσι, κάθε σημείο του διαγράμματος αντιπροσωπεύει την ακτίνα του εφαιπτόμενου στην καμπύλη κύκλου (για την ακρίβεια, του κύκλου ο οποίος διέρχεται από τρία διαδοχικά σημεία). Οι θετικές τιμές του διαγράμματος αντιστοιχούν σε αριστερόστροφη καμπύλη και οι αρνητικές τιμές αντιστοιχούν σε δεξιόστροφη καμπύλη.

Στο Σχήμα 3.29 παρουσιάζεται η κατασκευή ενός τέτοιου διαγράμματος, με τη βοήθεια ενός παραδείγματος. Στο επάνω μέρος του σχήματος υπάρχει η οριζοντιογραφία ενός υποθετικού τμήματος οδού, το οποίο έχει μετατραπεί σε επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα. Στο κάτω μέρος φαίνεται το διάγραμμα ακτίνων οριζοντιογραφίας που προκύπτει.



Σχήμα 3.29: Κατασκευή διαγράμματος ακτίνων οριζοντιογραφίας.

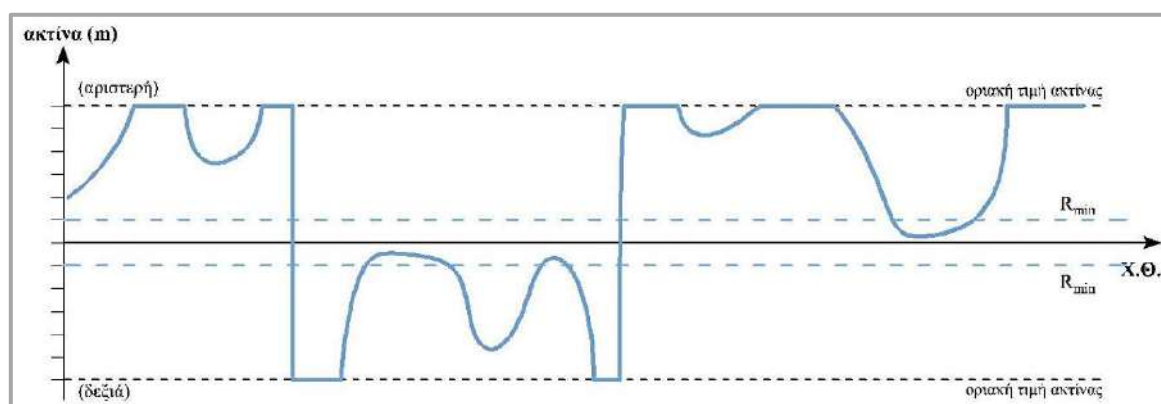
Στο παραπάνω παράδειγμα, καθένα από τα έξι σημεία του διαγράμματος αναπαριστά την τιμή της ακτίνας του οριζόντιου κύκλου που διέρχεται από τα αντίστοιχα τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης. Η τεταγμένη του κάθε σημείου είναι η θετική ή αρνητική τιμή της ακτίνας για κάθε ομάδα τριών σημείων. Οι τεταγμένες υπολογίζονται ως εξής: Το πρώτο σημείο απέχει απόσταση L_1 από την αρχή των αξόνων, όπου L_1 είναι το μήκος του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος, έτσι ώστε η θέση του να συμπίπτει με το μεσαίο σημείο της πρώτης ομάδας (αφού η πρώτη κατά σειρά τιμή της ακτίνας αναφέρεται σε αυτήν την ομάδα). Το δεύτερο σημείο απέχει απόσταση L_2 από το πρώτο σημείο, όπου L_2 είναι το μήκος του δεύτερου τμήματος, το τρίτο σημείο απέχει απόσταση L_3 από το δεύτερο σημείο, όπου L_3 είναι το μήκος του τρίτου τμήματος, και ούτω καθεξής. Έτσι, το τελευταίο σημείο βρίσκεται σε απόσταση L_n πριν από το τέλος της μηκοτομής, όπου L_n είναι το μήκος του τελευταίου ευθύγραμμου τμήματος. Η συγκεκριμένη διάταξη δικαιολογείται και από το γεγονός ότι ο συνολικός αριθμός των τιμών των οριζοντιογραφικών ακτίνων είναι κατά δύο μικρότερος από τα σημεία τα οποία διαιρούν

σε τμήματα την καμπύλη. Στο Σχήμα 3.29 έχει υποτεθεί ότι όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν ίσα μήκη μεταξύ τους.

Τα σημεία του διαγράμματος συνδέονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα, ώστε οι οριζόντιες ακτίνες να αναπαρίσταται καθ' όλο το μήκος της οδού (παραδοχή γραμμικής μεταβολής). Η προσέγγιση της ακτίνας με αυτόν τον τρόπο κρίνεται ικανοποιητική, δεδομένου ότι οι τιμές των ακτίνων στη χάραξη με καμπύλες NURBS μεταβάλλονται συνεχώς. Επομένως, θεωρητικά τουλάχιστον, το διάγραμμα αυτό είναι καμπυλόγραμμα λόγω της φύσης των καμπυλών. Όσο πυκνότερα λαμβάνονται τα σημεία στην καμπύλη κατά το στάδιο της διαίρεσής της, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια του διαγράμματος, αφού προσεγγίζεται καλύτερα η πραγματική χάραξη.

Επιπλέον, στο διάγραμμα τοποθετούνται δύο οριζόντιες γραμμές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις ελάχιστες επιτρεπόμενες τιμές των ακτίνων. Στο παράδειγμα του Σχήματος 3.29 υποτίθεται ότι η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της οριζόντιας ακτίνας είναι 120m, οπότε οι γραμμές τοποθετούνται σε εκείνη την τιμή για τις αριστερόστροφες και δεξιόστροφες καμπύλες. Μεταξύ των γραμμών αυτών οριοθετείται η περιοχή των μη αποδεκτών τιμών των οριζόντιων ακτίνων, ενώ εκτός βρίσκονται οι αποδεκτές τιμές.

Στο Σχήμα 3.30 παρουσιάζεται η μορφή ενός τυπικού διαγράμματος ακτίνων οριζοντιογραφίας για χάραξη οδικού τμήματος με χρήση καμπύλης NURBS. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις ελάχιστες επιτρεπόμενες τιμές της ακτίνας.



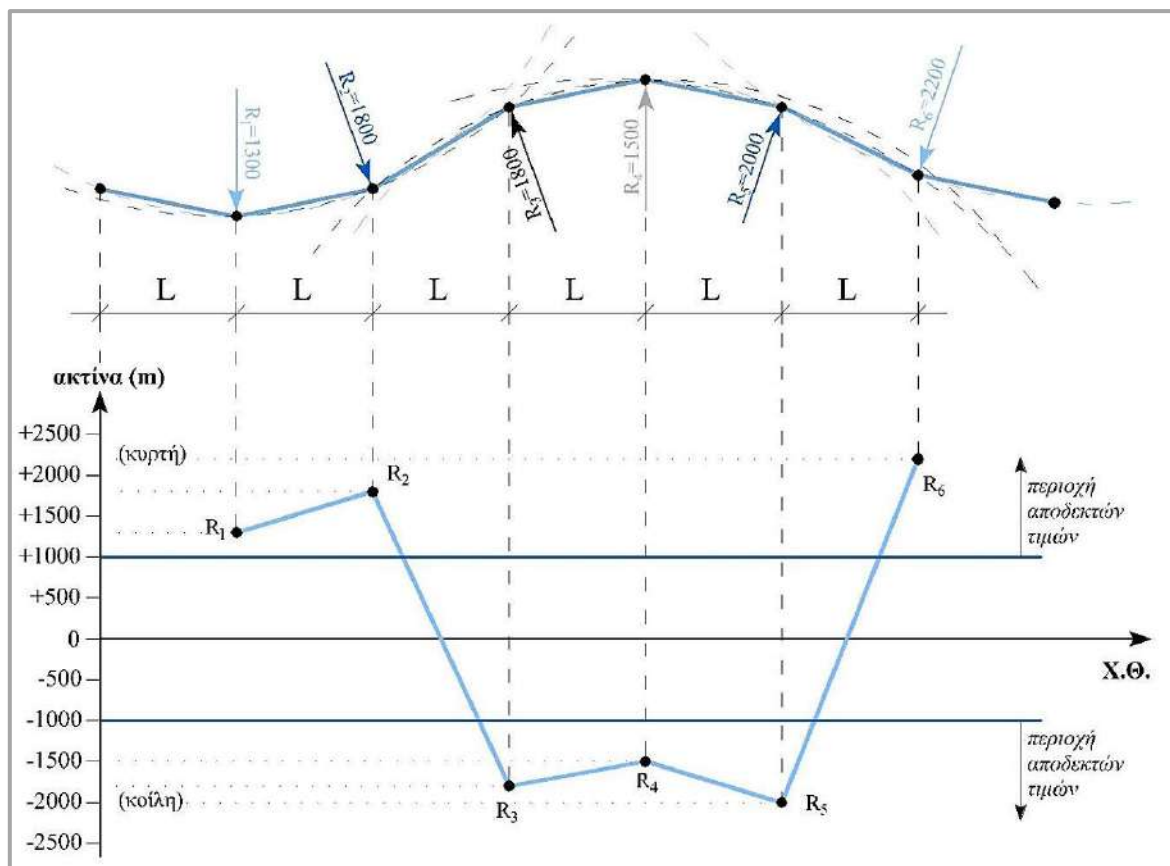
Σχήμα 3.30: Τυπικό διάγραμμα ακτίνων οριζοντιογραφίας.

Παρατήρηση: Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.30, στο διάγραμμα των ακτίνων οριζοντιογραφίας συνήθως **θεωρείται κάποια μέγιστη τιμή ακτίνας, πέρα από την οποία δεν σχεδιάζονται τα αντίστοιχα σημεία**. Αυτό συμβαίνει διότι οι ακτίνες ενός οδικού τμήματος παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές στις τιμές τους. Άρα, η ύπαρξη των πολύ μεγάλων ακτίνων στο διάγραμμα δεν είναι πρακτική, επειδή θα έκανε δύσκολη την απεικόνιση των μικρών ακτίνων, οι οποίες και ενδιαφέρουν κυρίως κατά τον έλεγχο. Τα τμήματα με πολύ μεγάλες τιμές των ακτίνων (π.χ. μεγαλύτερες των 3.000m) πρακτικά θεωρούνται ευθυγραμμίες.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΥΡΤΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΛΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΜΗΚΟΤΟΜΗΣ

Το διάγραμμα ακτίνων των εφαιπτόμενων κύκλων στη μηκοτομή ή διάγραμμα ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής αναπαριστά τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται οι ακτίνες αυτές στα διάφορα τμήματα της οδού, κατά τη φορά της χιλιομέτρησης. Στον οριζόντιο άξονα του διαγράμματος τοποθετούνται οι χιλιομετρικές θέσεις και στον κατακόρυφο άξονα τοποθετούνται οι τιμές των ακτίνων. Έτσι, κάθε σημείο του διαγράμματος αντιπροσωπεύει την ακτίνα του κύκλου ο οποίος διέρχεται από τρία διαδοχικά σημεία της μηκοτομής εκ των συνολικών σημείων που έχουν τοποθετηθεί κατά μήκος της καμπύλης. Οι θετικές τιμές του διαγράμματος αντιστοιχούν σε κυρτές καμπύλες και οι αρνητικές τιμές αντιστοιχούν σε κοίλες καμπύλες.

Στο Σχήμα 3.31 παρουσιάζεται η κατασκευή ενός τέτοιου διαγράμματος, με τη βοήθεια ενός παραδείγματος. Στο επάνω μέρος του σχήματος υπάρχει η μηκοτομή ενός υποθετικού τμήματος οδού, το οποίο έχει μετατραπεί σε επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα. Στο κάτω μέρος φαίνεται το διάγραμμα ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών που προκύπτει.



Σχήμα 3.31: Κατασκευή διαγράμματος ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών.

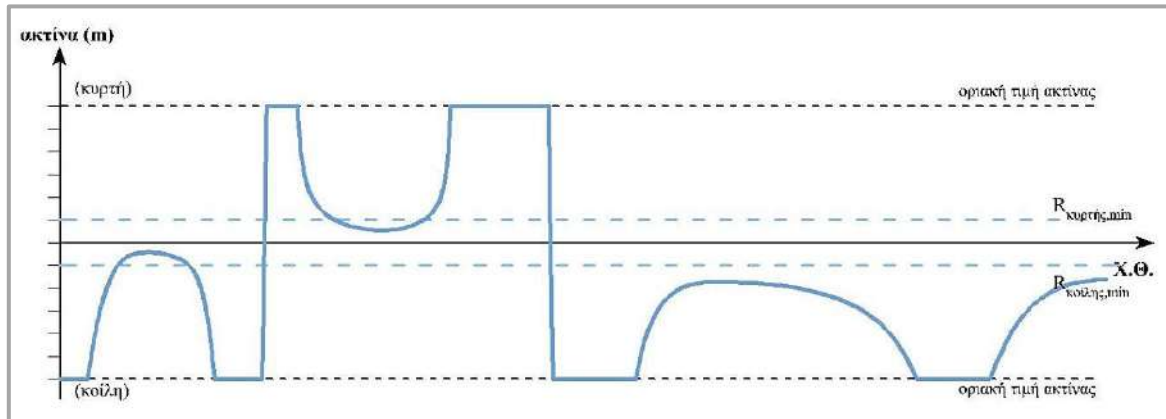
Στο παραπάνω παράδειγμα, καθένα από τα έξι σημεία του διαγράμματος αναπαριστά την τιμή της ακτίνας του κύκλου που διέρχεται από τα αντίστοιχα τρία διαδοχικά σημεία της καμπύλης. Η τεταγμένη του κάθε σημείου είναι η θετική ή αρνητική τιμή της ακτίνας για κάθε ομάδα τριών σημείων. Οι τετμημένες υπολογίζονται ως εξής: Το πρώτο σημείο απέχει απόσταση L_1 από την αρχή των αξόνων, όπου L_1 είναι το μήκος του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος, έτσι ώστε η θέση του να συμπίπτει με το μεσαίο σημείο της πρώτης ομάδας (αφού η πρώτη κατά σειρά τιμή της ακτίνας αναφέρεται σε αυτήν την ομάδα). Το δεύτερο σημείο απέχει απόσταση L_2 από το πρώτο σημείο, όπου L_2 είναι το μήκος του δεύτερου τμήματος, το τρίτο σημείο απέχει απόσταση L_3 από το δεύτερο σημείο, όπου L_3 είναι το μήκος του τρίτου τμήματος, και ούτω καθεξής. Έτσι, το τελευταίο σημείο βρίσκεται σε απόσταση L_n πριν από το τέλος της μηκοτομής, όπου L_n είναι το μήκος του τελευταίου ευθύγραμμου τμήματος. Η συγκεκριμένη διάταξη δικαιολογείται και από το γεγονός ότι ο συνολικός αριθμός των τιμών των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής είναι κατά δύο μικρότερος από τα σημεία τα οποία διαιρούν σε τμήματα την καμπύλη. Στο Σχήμα 3.31 έχει υποθεθεί ότι όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν ίσα μήκη μεταξύ τους.

Τα σημεία του διαγράμματος συνδέονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα, ώστε οι ακτίνες να αναπαρίσταται καθ' όλο το μήκος της οδού (παραδοχή γραμμικής μεταβολής). Η προσέγγιση της ακτίνας με αυτόν τον τρόπο κρίνεται ικανοποιητική, δεδομένου ότι οι τιμές των ακτίνων στη χάραξη με καμπύλες NURBS μεταβάλλονται συνεχώς. Επομένως, θεωρητικά τουλάχιστον, το διάγραμμα αυτό είναι καμπυλόγραμμο λόγω της φύσης των καμπυλών. Όσο πυκνότερα λαμβάνονται τα σημεία στην καμπύλη κατά το στάδιο της διαίρεσής της, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια του διαγράμματος, αφού προσεγγίζεται καλύτερα η πραγματική χάραξη.

Επιπλέον, στο διάγραμμα τοποθετούνται δύο οριζόντιες γραμμές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις ελάχιστες επιτρεπόμενες τιμές των ακτίνων. Στο παράδειγμα του Σχήματος 3.31 υποτίθεται ότι η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της ακτίνας είναι 1.000m και για τις κυρτές και για τις κοίλες καμπύλες, οπότε οι γραμμές τοποθετούνται σε εκείνη την τιμή. Μεταξύ των γραμμών αυτών οριοθετείται η περιοχή των μη αποδεκτών τιμών των ακτίνων της μηκοτομής, ενώ εκτός βρίσκονται οι αποδεκτές τιμές.

Στο Σχήμα 3.32 της επόμενης σελίδας παρουσιάζεται η μορφή ενός τυπικού διαγράμματος ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών για χάραξη οδικού τμήματος με χρήση καμπύλης NURBS. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις ελάχιστες επιτρεπόμενες τιμές της ακτίνας.

Παρατήρηση: Και στην περίπτωση του διαγράμματος κυρτών και κοίλων καμπυλών, ισχύει η ίδια λογική που αναφέρθηκε στην παρατήρηση για το διάγραμμα οριζοντιογραφικών ακτίνων, σχετικά με την **παράλειψη αποτύπωσης πολύ μεγάλων ακτίνων**.



Σχήμα 3.32: Τυπικό διάγραμμα ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών.

3.6.2 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Στο προηγούμενο υποκεφάλαιο περιγράφηκε η μέθοδος ανάλυσης μιας καμπύλης NURBS, η οποία χρησιμοποιείται στην παρούσα Διπλωματική Εργασία. Όπως επισημάνθηκε, η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει προσεγγιστικά αποτελέσματα. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται ο **συγκριτικός έλεγχος ακρίβειας των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου**, μέσω ενός παραδείγματος.

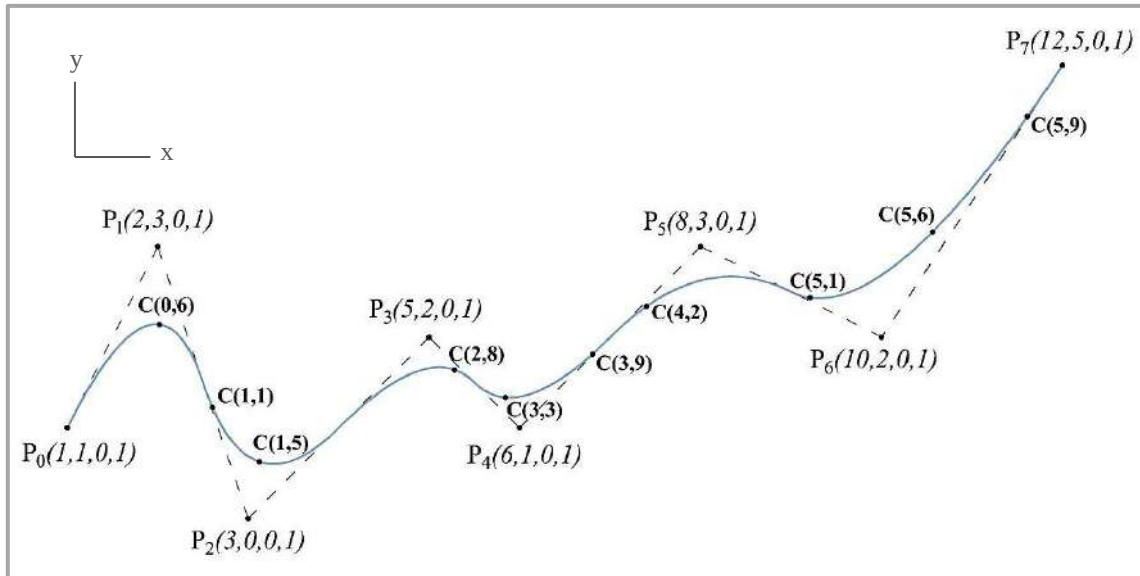
Πιο συγκεκριμένα:

- Γίνεται **έλεγχος ακρίβειας του Αλγόριθμου de Boor**, μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων του για κάποια σημεία μιας καμπύλης NURBS, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη συνάρτηση της καμπύλης, η οποία παράγει ακριβή αποτελέσματα. Για τον προσδιορισμό της συνάρτησης της καμπύλης, θα πρέπει αρχικά να υπολογιστούν οι βασικές συναρτήσεις.
- Γίνεται **έλεγχος ακρίβειας της προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού της καμπυλότητας**, μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων της για κάποια σημεία της ίδιας καμπύλης, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από εφαρμογή της γενικής σχέσης για τις παραμετρικές καμπύλες (βλ.3.2.1.3), η οποία δίνει την ακριβή τιμή της καμπυλότητας. Για την εφαρμογή της σχέσης, θα πρέπει πρώτα να υπολογιστούν η πρώτη και δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης της καμπύλης.

Δεδομένα παραδείγματος

Έστω η καμπύλη που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.33 της επόμενης σελίδας, η οποία ορίζεται από οκτώ σημεία ελέγχου, τα $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$, οι

συντεταγμένες των οποίων σημειώνονται στο σχήμα. Ο βαθμός της καμπύλης είναι $p = 2$, το ολικό παραμετρικό διάστημα περικλείεται μεταξύ των τιμών 0 και 6 ($t \in [0, 6]$) και το διάνυσμα κόμβων είναι το $(0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6)$.



Σχήμα 3.33: Στοιχεία της καμπύλης NURBS του παραδείγματος.

3.6.2.1 Υπολογισμός βασικών συναρτήσεων

Από το δεδομένο διάνυσμα κόμβων ισχύει ότι: $t_0 = t_1 = t_2 = 0$, $t_3 = 1$, $t_4 = 2$, $t_5 = 3$, $t_6 = 4$, $t_7 = 5$ και $t_8 = t_9 = t_{10} = 6$. Επιπλέον είναι $t_{max} = t_{10}$, επομένως $m = 10$.

Οι βασικές συναρτήσεις βαθμού p υπολογίζονται με χρήση των αναδρομικών σχέσεων Cox-de Boor (βλ. 3.3.2.6)

Σύμφωνα με ιδιότητα των καμπυλών, θα πρέπει να ικανοποιείται η σχέση: $m = n + p + 1$, ή $n = m - p - 1 = 10 - p - 1 \rightarrow n = 9 - p$, όπου $n + 1$ ο αριθμός των βασικών συναρτήσεων βαθμού p (βλ. 3.3.2.7).

- Βασικές συναρτήσεις μηδενικού βαθμού ($N_{i,0}$):

Είναι $p = 0$, επομένως $n = 9$, συνεπώς υπολογίζονται οι βασικές συναρτήσεις μηδενικού βαθμού για i από 0 έως 9 (συνολικά 10 βασικές συναρτήσεις). Οπότε:

$$\begin{array}{llll}
 N_{0,0} = 0, & \text{παντού} & N_{4,0} = 1, & t \in [2,3) \\
 N_{1,0} = 0, & \text{παντού} & N_{5,0} = 1, & t \in [3,4) \\
 N_{2,0} = 1, & t \in [0,1) & N_{6,0} = 1, & t \in [4,5) \\
 N_{3,0} = 1, & t \in [1,2) & N_{7,0} = 1, & t \in [5,6) \\
 N_{8,0} = 0, & \text{παντού} & N_{9,0} = 0, & \text{παντού}
 \end{array}$$

- Βασικές συναρτήσεις πρώτου βαθμού ($N_{i,1}$):

Είναι $p = 1$, επομένως $n = 8$, συνεπώς υπολογίζονται οι βασικές συναρτήσεις πρώτου βαθμού για i από 0 έως 8 (συνολικά 9 βασικές συναρτήσεις). Οπότε, με αντικατάσταση των βασικών συναρτήσεων μηδενικού βαθμού προκύπτει:

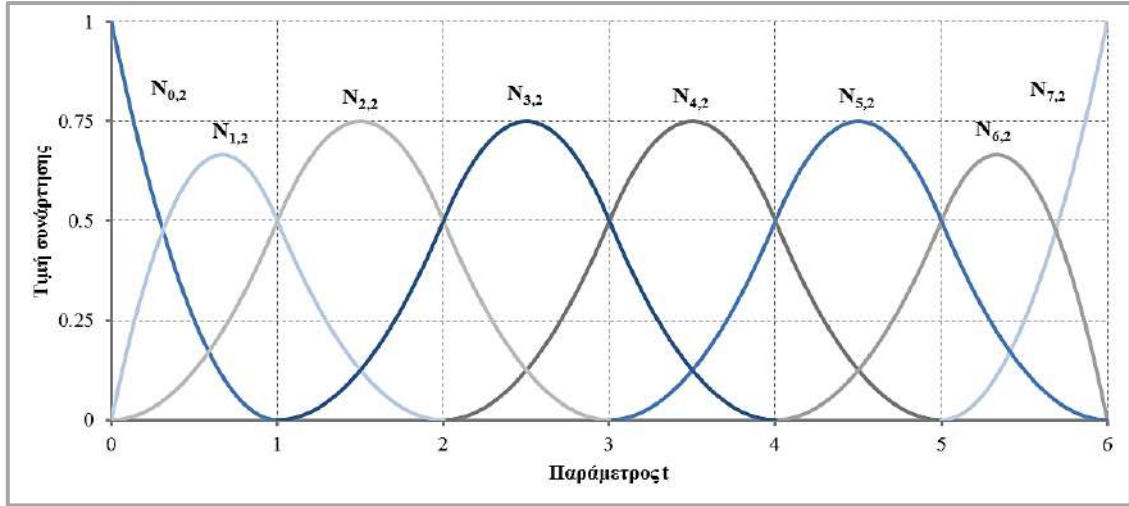
$$\begin{aligned}
 N_{0,1} &= 0, & \text{παντού} & N_{5,1} = \begin{cases} t-3, & t \in [3,4) \\ 5-t, & t \in [4,5) \end{cases} \\
 N_{1,1} &= 1-t, & t \in [0,1) & N_{6,1} = \begin{cases} t-4, & t \in [4,5) \\ 6-t, & t \in [5,6) \end{cases} \\
 N_{2,1} &= \begin{cases} t, & t \in [0,1) \\ 2-t, & t \in [1,2) \end{cases} & N_{7,1} &= t-5, & t \in [5,6) \\
 N_{3,1} &= \begin{cases} t-1, & t \in [1,2) \\ 3-t, & t \in [2,3) \end{cases} & N_{8,1} &= 0, & \text{παντού} \\
 N_{4,1} &= \begin{cases} t-2, & t \in [2,3) \\ 4-t, & t \in [3,4) \end{cases}
 \end{aligned}$$

- Βασικές συναρτήσεις δεύτερου βαθμού ($N_{i,2}$):

Είναι $p = 2$, επομένως $n = 7$, συνεπώς υπολογίζονται οι βασικές συναρτήσεις δεύτερου βαθμού για i από 0 έως 7 (συνολικά 8 βασικές συναρτήσεις). Οπότε, με αντικατάσταση των βασικών συναρτήσεων πρώτου βαθμού προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 N_{0,2} &= t^2 - 2t + 1, & t \in [0,1) & N_{4,2} = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2, & t \in [2,3) \\ -t^2 + 7t - \frac{23}{2}, & t \in [3,4) \\ \frac{1}{2}t^2 - 5t + \frac{25}{2}, & t \in [4,5) \end{cases} \\
 N_{1,2} &= \begin{cases} -\frac{3}{2}t^2 + 2t, & t \in [0,1) \\ \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2, & t \in [1,2) \end{cases} & N_{5,2} = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 - 3t + \frac{9}{2}, & t \in [3,4) \\ -t^2 + 9t - \frac{39}{2}, & t \in [4,5) \\ \frac{1}{2}t^2 - 6t + 18, & t \in [5,6) \end{cases} \\
 N_{2,2} &= \begin{cases} \frac{1}{2}t^2, & t \in [0,1) \\ -t^2 + 3t - \frac{3}{2}, & t \in [1,2) \\ \frac{1}{2}t^2 - 3t + \frac{9}{2}, & t \in [2,3) \end{cases} & N_{6,2} = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 - 4t + 8, & t \in [4,5) \\ -\frac{3}{2}t^2 + 16t - 42, & t \in [5,6) \end{cases} \\
 N_{3,2} = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 - t + \frac{1}{2}, & t \in [1,2) \\ -t^2 + 5t - \frac{11}{2}, & t \in [2,3) \\ \frac{1}{2}t^2 - 4t + 8, & t \in [3,4) \end{cases} & N_{7,2} &= t^2 - 10t + 25, & t \in [5,6)
 \end{aligned}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων δεύτερου βαθμού παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.34 της επόμενης σελίδας.



Σχήμα 3.34: Βασικές συναρτήσεις δεύτερου βαθμού της καμπύλης NURBS του παραδείγματος.

3.6.2.2 Προσδιορισμός συνάρτησης καμπύλης

Επειδή όλα τα βάρη των σημείων ελέγχου είναι ίσα μεταξύ τους, η γενική μορφή της καμπύλης (βλ. 3.3.2.7) απλοποιείται ως εξής:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t)P_i$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι $n = 7$ και $p = 2$, συνεπώς η συνάρτηση της καμπύλης του παραδείγματος είναι:

$$C(t) = N_{0,2}P_0 + N_{1,2}P_1 + N_{2,2}P_2 + N_{3,2}P_3 + N_{4,2}P_4 + N_{5,2}P_5 + N_{6,2}P_6 + N_{7,2}P_7$$

όπου $N_{i,2}$ είναι οι βασικές συναρτήσεις δεύτερου βαθμού και P_i είναι τα σημεία ελέγχου.

3.6.2.3 Υπολογισμός παραγώγων

Η **πρώτη παράγωγος** κάθε βασικής συνάρτησης (βλ. 3.3.2.9) υπολογίζεται ως εξής (με αντικατάσταση στη συνάρτηση της καμπύλης):

$$C'(t) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i+1,p-1}Q_i, \quad \text{όπου} \quad Q_i = \frac{p}{t_{i+p+1} - t_{i+1}}(P_{i+1} - P_i)$$

Η **δεύτερη παράγωγος** υπολογίζεται με την ίδια λογική, θεωρώντας ότι αποτελεί την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης $C'(t)$. Άρα:

$$C''(t) = \sum_{i=0}^{n-2} N_{i+2,p-2}B_i, \quad \text{όπου} \quad B_i = \frac{p-1}{t_{i+p+2} - t_{i+2}}(Q_{i+1} - Q_i)$$

- Πρώτη παράγωγος:

Για $n = 7$ και $p = 2$ η συνάρτηση της πρώτης παραγώγου προκύπτει:

$$C'(t) = N_{1,1}Q_0 + N_{2,1}Q_1 + N_{3,1}Q_2 + N_{4,1}Q_3 + N_{5,1}Q_4 + N_{6,1}Q_5 + N_{7,1}Q_6$$

όπου $N_{i,1}$ είναι οι βασικές συναρτήσεις πρώτου βαθμού, όπως υπολογίστηκαν προηγουμένως, και τα Q_i προκύπτουν ως εξής:

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_5 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_6 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Δεύτερη παράγωγος:

Για $n = 7$ και $p = 2$ η συνάρτηση της δεύτερης παραγώγου προκύπτει:

$$C''(t) = N_{2,0}B_0 + N_{3,0}B_1 + N_{4,0}B_2 + N_{5,0}B_3 + N_{6,0}B_4 + N_{7,0}B_5$$

όπου $N_{i,0}$ είναι οι βασικές συναρτήσεις μηδενικού βαθμού, όπως υπολογίστηκαν προηγουμένως, και τα B_i προκύπτουν ως εξής:

$$B_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, B_5 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.6.2.4 Έλεγχος ακρίβειας Αλγόριθμου de Boor

Στη συνέχεια, θα εκτελεστεί ο Αλγόριθμος de Boor για δέκα τιμές της παραμέτρου t . Για τις ίδιες τιμές της παραμέτρου, θα υπολογιστούν τα σημεία της καμπύλης μέσω της συνάρτησής της που υπολογίστηκε προηγουμένως, και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα. Επιλέγονται τυχαία οι τιμές της παραμέτρου: $t = 0,6$, $t = 1,1$, $t = 1,5$, $t = 2,8$, $t = 3,3$, $t = 3,9$, $t = 4,2$, $t = 5,1$, $t = 5,6$ και $t = 5,9$.

1. Προσδιορισμός σημείων μέσω του Αλγόριθμου de Boor:

Για κάθε τιμή από τις παραπάνω, εκτελείται ο Αλγόριθμος de Boor, όπως έχει περιγραφεί (βλ. 3.5). Οι συντεταγμένες των σημείων που αντιστοιχούν στις συγκεκριμένες τιμές της παραμέτρου παρατίθενται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 3.1 της επόμενης σελίδας.

2. Προσδιορισμός σημείων μέσω της συνάρτησης της καμπύλης:

- Παράδειγμα: υπολογισμός σημείου που αντιστοιχεί στην τιμή $t = 0,6$:

Για $t \in [0,1)$ ορίζονται μόνο οι βασικές συναρτήσεις $N_{0,2}$, $N_{1,2}$ και $N_{2,2}$. Άρα η συνάρτηση της καμπύλης γράφεται ως:

$$C(t) = (t^2 - 2t + 1)P_0 + \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t\right)P_1 + \left(\frac{1}{2}t^2\right)P_2$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου t το 0,6 προκύπτει: $C(0,6) = \begin{bmatrix} 2,02 \\ 2,14 \\ 0 \end{bmatrix}$

- Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται τα σημεία που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τιμές της παραμέτρου. Οι συντεταγμένες των σημείων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

3. Σύγκριση αποτελεσμάτων:

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα στοιχεία των τετμημένων και τεταγμένων των σημείων της καμπύλης που υπολογίστηκαν από τις δύο μεθόδους.

Πίνακας 3.1: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των δύο εναλλακτικών μεθόδων προσδιορισμού σημείων κατά μήκος της καμπύλης.

Α/Α σημείου	t	Αλγόριθμος De Boor		Συνάρτηση καμπύλης	
		x	y	x	y
1	0.6	2.020	2.140	2.020	2.140
2	1.1	2.605	1.225	2.605	1.225
3	1.5	3.125	0.625	3.125	0.625
4	2.8	5.280	1.640	5.280	1.640
5	3.3	5.845	1.335	5.845	1.335
6	3.9	6.805	1.815	6.805	1.815
7	4.2	7.400	2.340	7.400	2.340
8	5.1	9.210	2.435	9.210	2.435
9	5.6	10.560	3.160	10.560	3.160
10	5.9	11.610	4.435	11.610	4.435

Και στις τρεις περιπτώσεις τα αποτελέσματα του Αλγόριθμου de Boor είναι τα ίδια με τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την επίλυση της συνάρτησης. Επομένως, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι ο **Αλγόριθμος de Boor δίνει αποτελέσματα απόλυτης ακρίβειας**.

3.6.2.5 Έλεγχος ακρίβειας μεθόδου των διερχόμενων από τρία σημεία κύκλων

Στη συνέχεια, θα προσδιοριστούν οι ακτίνες των διερχόμενων από τρία σημεία κύκλων για δέκα τιμές της παραμέτρου t , και κατά συνέπεια οι καμπυλότητές τους. Για τις ίδιες τιμές της παραμέτρου, θα υπολογιστούν οι τιμές της καμπυλότητας και άρα και οι ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων, από τη γενική σχέση που ισχύει για τις παραμετρικές καμπύλες, και θα συγκριθούν τα αποτελέσματα. Επιλέγονται οι τιμές της παραμέτρου που

χρησιμοποιήθηκαν προηγουμένως: $t = 0,6$, $t = 1,1$, $t = 1,5$, $t = 2,8$, $t = 3,3$, $t = 3,9$, $t = 4,2$, $t = 5,1$, $t = 5,6$ και $t = 5,9$.

1. Υπολογισμός καμπυλότητας μέσω της μεθόδου των διερχόμενων από τρία σημεία κύκλων:

Για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται η ύπαρξη τριών διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης, επομένως για κάθε τιμή της παραμέτρου t από τις παραπάνω, θα πρέπει να προσδιοριστούν άλλα δύο σημεία (προηγούμενο και επόμενο) επί της καμπύλης. Αφού βρεθούν οι συντεταγμένες τους (είτε μέσω της συνάρτησης της καμπύλης, είτε μέσω του Αλγόριθμου de Boor), εφαρμόζεται η μέθοδος που περιγράφηκε προηγουμένως (βλ. 3.6.1.5). Η καμπυλότητα ισούται με το αντίστροφο της ακτίνας.

Όπως έχει αναφερθεί, η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται από τις μεταξύ αποστάσεις των υπό εξέταση τριών σημείων. Προκειμένου να υπάρχει επαρκής ακρίβεια, έστω ότι προσδιορίζονται 1.000 σημεία συνολικά κατά μήκος της καμπύλης. Επομένως, το βήμα αύξησης της παραμέτρου στη συγκεκριμένη καμπύλη θα είναι ίσο με $\frac{6}{1.000} = 0,006$. Συνεπώς, εάν το ένα σημείο αντιστοιχεί σε τιμή της παραμέτρου t , θα πρέπει να γίνει και ο προσδιορισμός των σημείων που αντιστοιχούν σε τιμές της παραμέτρου $t - 0,006$ και $t + 0,006$ αντίστοιχα.

Λόγω της εγγύτητας των σημείων κατά μήκος της καμπύλης, **οι υπολογισμοί των στοιχείων των κύκλων έχουν ακρίβεια οκτώ δεκαδικών ψηφίων**, διότι σε διαφορετική περίπτωση (λιγότερα δεκαδικά ψηφία) ενδέχεται να προκληθούν αριθμητικά προβλήματα (π.χ. οι αριθμητές στα κλάσματα μπορεί να προκύψουν μηδέν). Τέλος, υπενθυμίζεται ότι η σύγκριση είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί μόνο για τις οριζόντιες καμπυλότητες, γι' αυτόν ακριβώς τον λόγο η καμπύλη του παραδείγματος έχει όλα τα υψόμετρα των σημείων ελέγχου μηδενικά. Σε κάθε περίπτωση, θεωρείται ότι τα ίδια συμπεράσματα ισχύουν και για τη μηκοτομή.

- Παράδειγμα: υπολογισμός καμπυλότητας για $t = 0,6$:

Προσδιορισμός τριών σημείων: Κατά τον προηγούμενο έλεγχο βρέθηκε ότι το σημείο

της καμπύλης για $t = 0,6$ είναι το: $C(0,6) = \begin{bmatrix} 2,02 \\ 2,14 \\ 0 \end{bmatrix}$

Θα πρέπει επιπρόσθετα να προσδιοριστούν τα σημεία για $t = 0,6 - 0,006 = 0,594$ (προηγούμενο) και για $t = 0,6 + 0,006 = 0,606$ (επόμενο).

Για $t \in [0,1)$ προσδιορίστηκε η συνάρτηση της καμπύλης ως:

$$C(t) = (t^2 - 2t + 1)P_0 + \left(-\frac{3}{2}t^2 + 2t\right)P_1 + \left(\frac{1}{2}t^2\right)P_2$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου t το 0,594 και στη συνέχεια το 0,606 προκύπτουν:

$$C(0,594) = \begin{bmatrix} 2,011582 \\ 2,141074 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C(0,606) = \begin{bmatrix} 2,028382 \\ 2,138674 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός ακτίνας διερχόμενου κύκλου από τα τρία σημεία και καμπυλότητας:
Εφαρμόζονται οι σχέσεις της προτεινόμενης μεθόδου, όπου τα διαδοχικά σημεία A , B και Γ θεωρούνται τα σημεία $C(0,594)$, $C(0,6)$ και $C(0,606)$ αντίστοιχα. Έτσι, υπολογίζονται:

$$\begin{array}{lll} m_r = -0,12758375 & X_K = 1,97999100 & R(0,6) = 0,28290635 \\ m_t = -0,15819613 & Y_K = 1,85993700 & \kappa(0,6) = 3,53473859 \end{array}$$

- Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται οι ακτίνες και καμπυλότητες για τις υπόλοιπες τιμές της παραμέτρου. Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον Πίνακα 3.2 παρακάτω.

2. Υπολογισμός καμπυλότητων μέσω της γενικής σχέσης για τις παραμετρικές καμπύλες

Η καμπυλότητα (βλ. 3.2.1.3) εκφράζεται σε διανυσματική μορφή, αφού δεν είναι σταθερό το επίπεδο του εφαπτόμενου κύκλου κατά μήκος μιας τρισδιάστατης καμπύλης.

- Παράδειγμα: υπολογισμός καμπυλότητας για $t = 0,6$:

Για $t \in [0,1)$ ορίζονται μόνο οι βασικές συναρτήσεις $N_{1,1}$ και $N_{2,1}$. Άρα η συνάρτηση της πρώτης παραγώγου γράφεται ως: $C'(t) = (1-t)Q_0 + tQ_1$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου t το 0,6 προκύπτει: $C'(0,6) = \begin{bmatrix} 1,4 \\ -0,2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Επίσης, για $t \in [0,1)$ ορίζεται μόνο η βασική συνάρτηση $N_{2,0}$. Άρα η συνάρτηση της δεύτερης παραγώγου γράφεται ως: $C''(t) = B_0$ (σταθερή)

Επομένως είναι: $C''(0,6) = \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}$

Οπότε είναι $|C'(0,6) \times C''(0,6)| = 10$ και $|C'(0,6)|^3 = 2,82842713$

Συνεπώς προκύπτει ότι $\kappa(0,6) = 3,53553400$, άρα η ακτίνα του εφαπτόμενου κύκλου είναι $R(0,6) = 0,28284271$

- Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται οι ακτίνες και καμπυλότητες για τις υπόλοιπες τιμές της παραμέτρου. Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον πίνακα της επόμενης σελίδας.

3. Σύγκριση αποτελεσμάτων:

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι τιμές των καμπυλοτήτων και των ακτίνων των εφαπτόμενων κύκλων που υπολογίστηκαν από τις δύο μεθόδους.

Πίνακας 3.2: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των δύο μεθόδων προσδιορισμού της καμπυλότητας.

Α/Α σημείου	t	Καμπυλότητα		Ακτίνες εφαπτόμενων κύκλων			
		Προσέγγιση	Σχέση	Προσέγγιση	Σχέση	Διαφορά	Σφάλμα (%)
1	0.6	3.53473859	3.53553400	0.28290635	0.28284270	0.00006365	0.0225
2	1.1	0.39263262	0.39262843	2.54691014	2.54693732	-0.00002718	0.0011
3	1.5	2.02367411	2.02385770	0.49415071	0.49410589	0.00004483	0.0091
4	2.8	1.97631237	1.97642354	0.50599289	0.50596443	0.00002846	0.0056
5	3.3	1.80453921	1.80462350	0.55415809	0.55413221	0.00002588	0.0047
6	3.9	0.24137540	0.24137370	4.14292426	4.14295344	-0.00002918	0.0007
7	4.2	0.41236314	0.41236506	2.42504701	2.42503572	0.00001129	0.0005
8	5.1	1.46153523	1.46167091	0.68421204	0.68414853	0.00006351	0.0093
9	5.6	0.17263562	0.17263349	5.79254733	5.79261880	-0.00007147	0.0012
10	5.9	0.05768736	0.05768686	17.33481997	17.33497022	-0.00015025	0.0009

Στον πίνακα, οι στήλες με όνομα «Προσέγγιση» αναφέρονται στην προσεγγιστική μέθοδο προσδιορισμού της καμπυλότητας, ενώ οι στήλες με όνομα «Σχέση» αναφέρονται στον ακριβή υπολογισμό της καμπυλότητας, μέσω της γενικής σχέσης. Η προτελευταία στήλη με όνομα «Διαφορά» αναφέρεται στις διαφορές μεταξύ των προσεγγιστικών και των ακριβών τιμών των εφαπτόμενων κύκλων. Η τελευταία στήλη με όνομα «Σφάλμα (%)» αναφέρεται στο επί τοις εκατό σφάλμα προσέγγισης, το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma\phi\acute{\alpha}\lambda\mu\alpha(\%) = \left| \frac{\text{πραγματική τιμή} - \text{προσεγγιστική τιμή}}{\text{πραγματική τιμή}} \right| \cdot 100\%$$

Παρατηρείται ότι το σφάλμα της προσέγγισης είναι, γενικά, πολύ μικρό (μικρότερο του 0,05% σε όλες τις περιπτώσεις). Επίσης, το σφάλμα προσέγγισης είναι μεγαλύτερο, όσο αυξάνεται η τιμή της καμπυλότητας, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο.

Συνεπώς, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική, αρκεί να ληφθεί μεγάλος αριθμός σημείων κατά μήκος της καμπύλης.

3.6.2.6 Συμπεράσματα ελέγχου

- Ο Αλγόριθμος de Boor δίνει απολύτως ακριβή αποτελέσματα.
- Η προτεινόμενη μέθοδος υπολογισμού της καμπυλότητας δίνει αποτελέσματα με πολύ ικανοποιητική ακρίβεια.

Εφαρμογή των Καμπυλών NURBS στην Οδοποιία

4.1	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΟΔΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS	103
4.1.1	Συνέχεια Οδού – Καμπυλότητα.....	103
4.1.2	Οριζοντιογραφία.....	104
4.1.3	Μηκοτομή.....	106
4.1.4	Καμπύλες NURBS και διαδικασία χάραξης.....	107
4.2	ΟΙ ΟΜΟΕ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS	111
4.2.1	Εισαγωγή	111
4.2.2	Τεύχος χαράξεων (ΟΜΟΕ–Χ).....	111
4.2.3	Εφαρμογή των ΟΜΟΕ–Χ στη χάραξη οδού με χρήση καμπυλών NURBS	122
4.3	ΧΑΡΑΞΗ ΤΗΣ ΟΔΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ.....	128
4.3.1	Γενικά	128
4.3.2	Καμπύλες NURBS και χάραξη της οδού στον χώρο.....	129
4.3.3	Τα προβλήματα που παρουσιάζονται στην προοπτική εικόνα της οδού	129
4.3.4	Πρόσθετες συστάσεις	135

4.1 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΟΔΩΝ ΟΙ ΟΠΟΙΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS

4.1.1 ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΟΔΟΥ – ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ

Μια συμβατική γεωμετρική χάραξη οδού παρουσιάζει γεωμετρική συνέχεια δεύτερης τάξης (G^2) ή συνέχεια καμπυλότητας, αφού σε όλο το μήκος της κάθε σημείο της χαρακτηρίζεται από μοναδική καμπυλότητα. Η συνέχεια αυτή προκύπτει λόγω της χρήσης του τόξου συναρμογής (κλωθοειδής καμπύλη), το οποίο παρεμβάλλεται μεταξύ ευθυγραμμίας και κυκλικού τόξου. Κατ' αυτόν τον τρόπο, η μεταβολή της καμπυλότητας γίνεται γραμμικά, από μηδενική τιμή στην ευθυγραμμία έως την τιμή $1/R$ στο κυκλικό τόξο. Μάλιστα, παλαιότερα η μετάβαση από την ευθυγραμμία στο κυκλικό τόξο γινόταν μέσω κυκλικού τόξου διπλάσιας ακτίνας και η μεταβολή της καμπυλότητας ήταν κλιμακωτή, με συνέπεια η συνέχεια της οδού να είναι συνέχεια πρώτης τάξης (G^1) (δηλαδή κάθε σημείο έχει μοναδική εφαπτομένη).

Το επίπεδο συνέχειας της οδού επιδρά στη συμπεριφορά του χρήστη – οδηγού με τον εξής τρόπο:

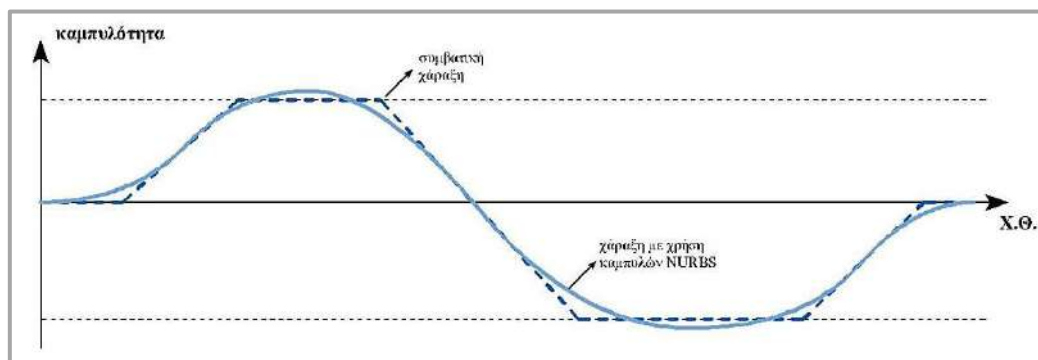
- **Συνέχεια G^1 (ευθυγραμμίες – κυκλικά τόξα):** Θεωρητικά, θα πρέπει τη στιγμή που ο οδηγός φτάνει στη θέση έναρξης του κυκλικού τόξου να στρέψει ακαριαία το τιμόνι κάποιες μοίρες, προκειμένου να εισέλθει στο κυκλικό τόξο. Πρακτικά αυτό δεν είναι δυνατόν να συμβεί, οπότε το όχημα εκτρέπεται ελαφρώς από την πορεία του και επανέρχεται έπειτα από μερικά μέτρα.
- **Συνέχεια G^2 (ευθυγραμμίες – κλωθοειδείς – κυκλικά τόξα):** Θεωρητικά, θα πρέπει τη στιγμή που οδηγός φτάνει στη θέση έναρξης της κλωθοειδούς και καθ' όλο το μήκος της να στρέφει το τιμόνι με σταθερή γωνιακή ταχύτητα και παράλληλα να διατηρεί σταθερή την ταχύτητα του οχήματος, προκειμένου να εισέλθει στο κυκλικό τόξο. Όμως, πρακτικά δεν είναι δυνατή η ακαριαία απόκτηση σταθερής γωνιακής ταχύτητας χωρίς να έχει υπάρξει κάποια επιτάχυνση, οπότε και σε αυτήν την περίπτωση το όχημα εκτρέπεται από την πορεία του. Η εκτροπή αυτή είναι αρκετά μικρότερη από την αντίστοιχη εκτροπή που παρατηρείται στη συνέχεια οδού G^1 και θεωρείται αμελητέα, αφού ούτως ή άλλως οι κινήσεις του οδηγού δεν είναι τόσο μεγάλης ακρίβειας.

Όσον αφορά στη συνέχεια χάραξης με χρήση καμπυλών ελεύθερης μορφής NURBS, έχει αναφερθεί ότι η συνέχεια αυτών των καμπυλών εξαρτάται από τον βαθμό τους, και συγκεκριμένα ότι η συνέχεια τους είναι μικρότερη κατά ένα του βαθμού. Άρα, μια καμπύλη NURBS 2^{ου} βαθμού παρουσιάζει συνέχεια G^1 και μια καμπύλη 3^{ου} βαθμού

παρουσιάζει συνέχεια G^2 . Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι καμπύλες NURBS 4^{ου} βαθμού (ή 5^{ης} τάξης), καθώς χαρακτηρίζονται από συνέχεια G^3 , η οποία δεν αποτελεί συνέχεια με τη γεωμετρική έννοια του όρου. Πιο συγκεκριμένα, σε καμπύλη με συνέχεια G^3 ο οδηγός θα πρέπει να στρέφει το τιμόνι με επιταχυνόμενη κίνηση, κατάσταση η οποία αντιστοιχεί στην πραγματικότητα. Με αυτό το επίπεδο συνέχειας, ένα όχημα είναι σε θέση – θεωρητικά τουλάχιστον – να ακολουθήσει τον άξονα της οδού με απόλυτη ακρίβεια.

Άμεση έκφραση της συνέχειας G^3 αποτελεί η γραφική παράσταση της καμπυλότητας της οδού συναρτήσει της απόστασης ή «διάγραμμα καμπυλότητας». Το διάγραμμα σε αυτήν την περίπτωση είναι καμπυλόγραμμο, ενώ για συνέχεια οδού G^2 είναι γραμμικό. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS η καμπυλότητα μεταβάλλεται συνεχώς και με ομαλό τρόπο, ενώ στη συμβατική χάραξη είναι γνωστό πως η καμπυλότητα μεταβάλλεται γραμμικά μόνο κατά μήκος των τόξων συναρμογής.

Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται μια ποιοτική σύγκριση των διαγραμμάτων καμπυλότητας για τις περιπτώσεις της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης οδού με συνέχεια G^2 και της χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS 5ης τάξης, οι οποίες προσφέρουν συνέχεια G^3 . Το διάγραμμα καμπυλότητας της συμβατικής χάραξης παρουσιάζει συνέχεια G^0 , ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα για χάραξη με καμπύλες NURBS παρουσιάζει συνέχεια G^1 .



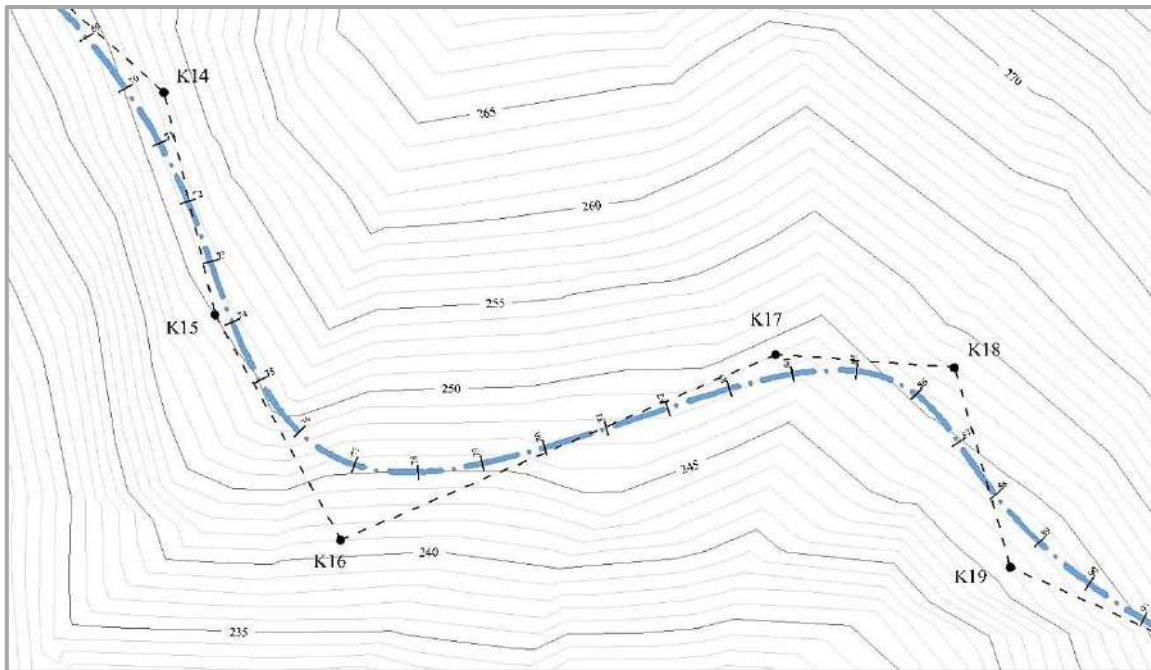
Σχήμα 4.1: Διαγράμματα καμπυλότητας για παρόμοια χάραξη με χρήση συμβατικής γεωμετρικής μεθόδου και καμπύλης NURBS.

4.1.2 ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η συμβατική οριζοντιογραφική χάραξη αποτελείται από ευθυγραμμίες και κυκλικά τόξα, καθώς και από τα τόξα συναρμογής (κλωθοειδείς καμπύλες) που χρησιμεύουν για την ομαλή μετάβαση από τις ευθυγραμμίες στα κυκλικά τόξα και το αντίστροφο. Τα στοιχεία της οριζοντιογραφίας είναι ορισμένα με τέτοιον τρόπο ώστε να ικανοποιούνται διάφορες απαιτήσεις που έχουν τεθεί κατά τη μελέτη της οδού (π.χ. ταχύτητα μελέτης,

κόστος του έργου, προσπάθεια μείωσης όγκου χωματισμών, εξίσωση επιχωμάτων και εκχωμάτων, ανάγκη παράκαμψης ορισμένων περιοχών κ.λπ.). Στη γενική περίπτωση χρήσης καμπυλών NURBS, **όλες οι παραπάνω μορφές αντικαθίστανται από μία ενιαία καμπύλη** και δεν υπάρχουν τμήματα ευθυγραμμίων ή κυκλικών τόξων στην οριζοντιογραφία, λόγω της φύσης των καμπυλών αυτών. Η μορφή της οδού εξαρτάται κατά κύριο ρόλο από τη διάταξη των σημείων ελέγχου, καθώς επίσης και από τον βαθμό της καμπύλης.

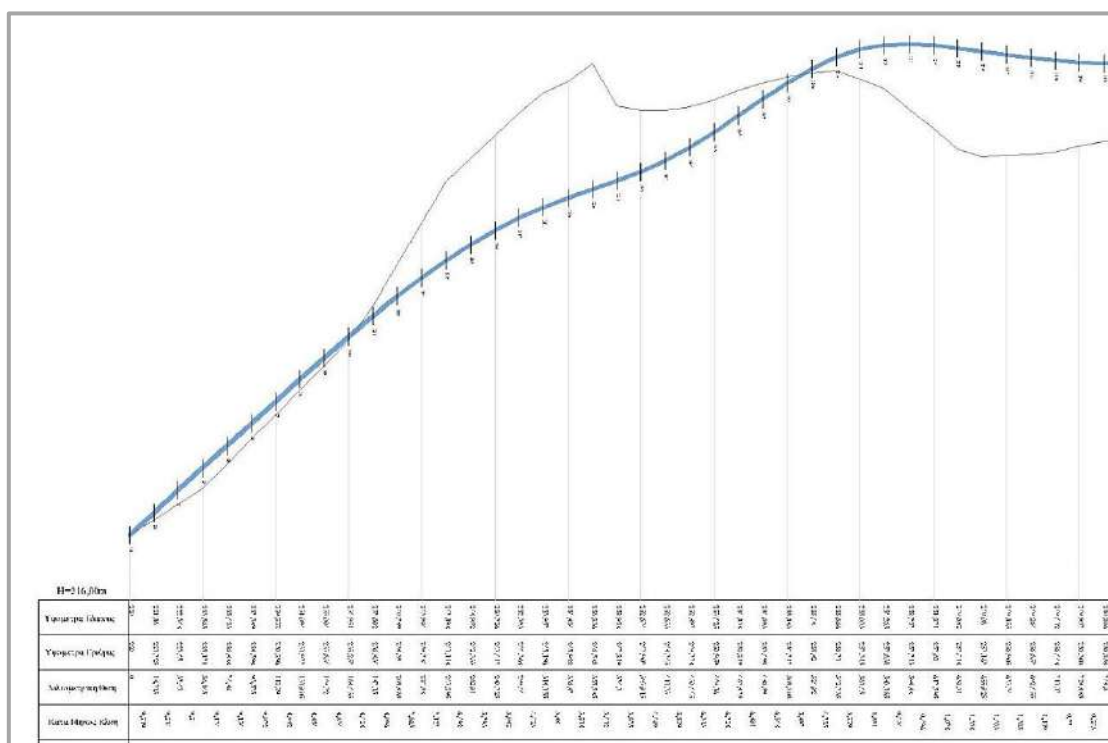
Στην περίπτωση χρήσης καμπυλών NURBS, **η καμπυλότητα δεν μηδενίζεται σε κάποιο τμήμα της οδού, παρά μόνο λαμβάνει πολύ μικρές τιμές σε τμήματα της καμπύλης που προσεγγίζουν ευθυγραμμίες** και γενικά μεταβάλλεται συνεχώς. Βέβαια, όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι καμπύλες NURBS έχουν την ιδιότητα της γραμμικής ακρίβειας, το οποίο σημαίνει ότι με κατάλληλη τοποθέτηση κάποιων σημείων ελέγχου ώστε να είναι συνευθειακά, το αντίστοιχο τμήμα της καμπύλης που βρίσκεται μεταξύ τους μετατρέπεται σε ευθύγραμμο τμήμα (κατά την οριζόντια προβολή). Επιπλέον, λόγω της ρητής φύσης των καμπυλών NURBS, με κατάλληλη μεταβολή του βάρους κάποιων σημείων ελέγχου είναι δυνατή η δημιουργία κυκλικών τόξων, με συνέπεια η καμπυλότητα της οδού να μεταβάλλεται με παρόμοιο τρόπο όπως στη συμβατική χάραξη (δηλαδή να λαμβάνει σταθερές τιμές τμηματικά). Φυσικά, στη χάραξη με καμπύλες NURBS ισχύουν παρόμοιες απαιτήσεις με αυτές της συμβατικής χάραξης όσον αφορά στη χωροθέτηση της οδού και τους διάφορους περιορισμούς που πρέπει να ληφθούν υπόψη.



Σχήμα 4.2: Απόσπασμα οριζοντιογραφίας χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS.

4.1.3 ΜΗΚΟΤΟΜΗ

Η μηκοτομή της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα συνδεδεμένα μεταξύ τους με τμήματα τετραγωνικών παραβολών, ως τόξων στρογγύλευσης στις θέσεις θλάσεων. Οι κατά μήκος κλίσεις της οδού είναι σταθερές στα ευθύγραμμα τμήματα και μεταβάλλονται σταδιακά στα τόξα συναρμογής. Το διάγραμμα της μηκοτομής παρουσιάζει συνέχεια G^1 , δεδομένου ότι στα σημεία ένωσης των ευθύγραμμων τμημάτων με τα τόξα συναρμογής η καμπυλότητα δεν είναι συνεχής (από μηδενική που είναι στο ευθύγραμμο τμήμα λαμβάνει ακαριαία κάποια τιμή εντός του τόξου συναρμογής). Ωστόσο, η ασυνέχεια αυτή δεν γίνεται αντιληπτή από τον οδηγό ενός οχήματος, καθώς το όχημα δεν στρέφει κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, ούτε δέχεται εγκάρσιες δυνάμεις. Η μηκοτομή μελετάται ξεχωριστά από την οριζοντιογραφία και σχεδιάζεται με τέτοιον τρόπο ώστε η οδός να ακολουθεί το ανάγλυφο του εδάφους όσο αυτό είναι δυνατόν, προκειμένου να μειωθεί ο συνολικός όγκος των χωματισμών, αλλά και να εξισορροπούνται οι επιμέρους όγκοι των επιχωμάτων και εκχωμάτων.



Σχήμα 4.3: Απόσπασμα μηκοτομής χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS. Η κλίμακα των υψών συνήθίζεται να είναι δεκαπλάσια από αυτήν των μηκών, για λόγους ευκρίνειας του σχεδίου.

Στη γενική περίπτωση χρήσης καμπυλών NURBS, ο σχεδιασμός της οδού γίνεται εξαρχής στις τρεις διαστάσεις. Η μηκοτομή που προκύπτει έχει τη μορφή ενιαίας καμπύλης και εξαρτάται από τις θέσεις και υψόμετρα των σημείων ελέγχου, καθώς και από τον βαθμό της καμπύλης. Επιπλέον, η μηκοτομή παρουσιάζει συνέχεια ανάλογη με τον βαθμό της

καμπύλης, για παράδειγμα συνέχεια G^3 για καμπύλη $4^{\text{ου}}$ βαθμού. Κατά συνέπεια, οι κατά μήκος κλίσεις μεταβάλλονται συνεχώς και με ομαλό τρόπο. Γενικά, στη μηκοτομή μιας οδού είναι προτιμότερο να υπάρχουν τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση, κυρίως για λόγους καλής ορατότητας.

Η σταθερή κατά μήκος κλίση είναι δυνατόν να επιτευχθεί στον σχεδιασμό με χρήση καμπυλών NURBS, αφού αυτές χαρακτηρίζονται από ισχυρή γραμμική ακρίβεια. Οπότε, για να έχει ένα τμήμα σταθερή κατά μήκος κλίση, θα πρέπει τα σημεία ελέγχου που το επηρεάζουν να βρίσκονται επάνω σε νοητό επίπεδο με κλίση την επιθυμητή κατά μήκος κλίση της οδού.

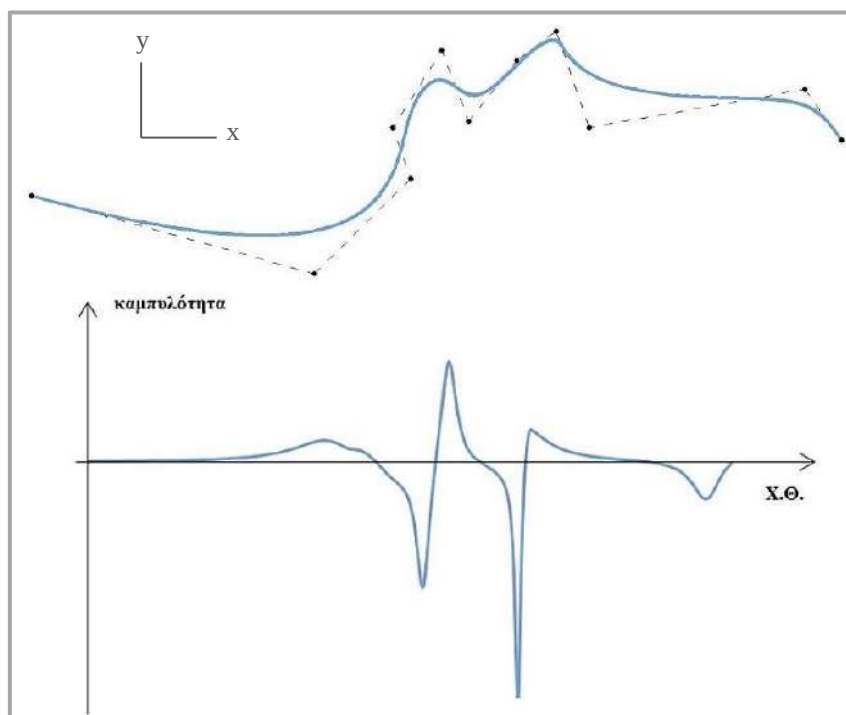
Ένα ακόμα χαρακτηριστικό της χάραξης με καμπύλες NURBS που ενδέχεται να δημιουργήσει δυσκολίες στο μελετητή είναι το γεγονός ότι **η οποιαδήποτε μεταβολή στη μορφή της καμπύλης γίνεται έμμεσα, μέσω των σημείων ελέγχου**. Έτσι, εάν απαιτείται κάποιο τμήμα της καμπύλης να διέρχεται από συγκεκριμένο υψόμετρο, λόγω χάρη μια γέφυρα ή σήραγγα, θα πρέπει να μετακινηθούν κατάλληλα τα σημεία ελέγχου που επηρεάζουν το συγκεκριμένο τμήμα, ώστε η καμπύλη να έχει την επιθυμητή μορφή. Η μετακίνηση των σημείων ελέγχου πρέπει να γίνει με δοκιμές μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα. Άρα, χρειάζεται να υπάρχει κάποια εξοικείωση με τη χρήση των καμπυλών αυτών.

4.1.4 ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΧΑΡΑΞΗΣ

Οι καμπύλες NURBS γενικά αποτελούν μια εξ' ολοκλήρου νέα προσέγγιση στη χάραξη οδών και χαρακτηρίζονται από διαφορετική φιλοσοφία σε σχέση με τις υπάρχουσες μεθόδους. Είναι γεγονός πως η χρήση τους παρέχει αρκετή ευελιξία στον μελετητή, δεδομένου ότι το πρόβλημα καθορισμού της βέλτιστης χάραξης αντιμετωπίζεται απευθείας στις τρεις διαστάσεις. Ωστόσο, υπάρχουν κάποιες παράμετροι που πρέπει να ληφθούν υπόψη, καθώς επίσης και διάφορες απαιτήσεις που πρέπει να ικανοποιούνται, διαφορετικά το αποτέλεσμα της χάραξης ίσως να απέχει πολύ από το επιθυμητό.

Παρακάτω αναφέρονται μερικές βασικές αρχές που θα πρέπει να τηρούνται κατά τη διαδικασία της χάραξης με χρήση αυτών των καμπυλών. Οι αρχές αυτές αναφέρονται σε όλα εκείνα τα στοιχεία τα οποία καθορίζονται από τον μελετητή, δηλαδή στα **σημεία ελέγχου**, την **τάξη**, το **διάνυσμα κόμβων** και τα επιμέρους **βάρη των σημείων ελέγχου**. Το σημαντικότερο ίσως στοιχείο, είναι η κατανόηση από μέρους του μελετητή – σχεδιαστή της συμπεριφοράς και των δυνατοτήτων των καμπυλών NURBS, προκειμένου αυτός να είναι σε θέση να αντιμετωπίσει ενδεχόμενες δυσκολίες κατά τη σχεδίαση και να διορθώσει εύκολα μία μη ικανοποιητική χάραξη.

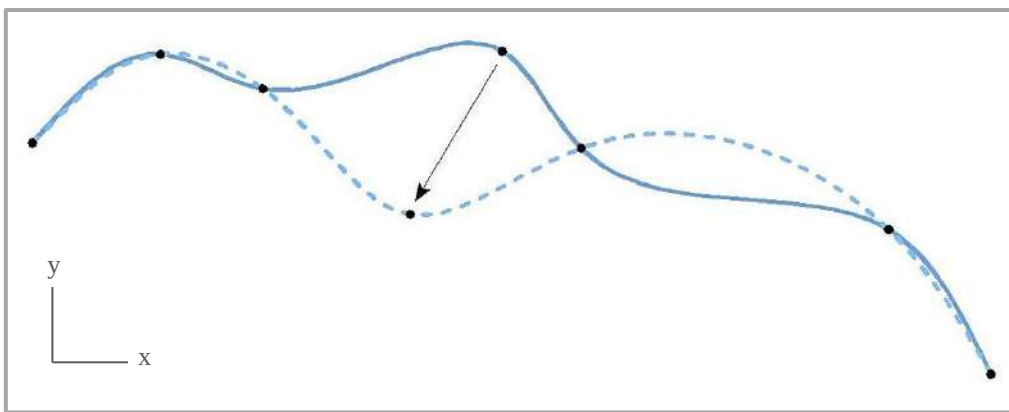
Όσον αφορά στα **σημεία ελέγχου**, αυτά θα πρέπει γενικά να είναι ομοιόμορφα καταναμημένα κατά μήκος της καμπύλης, προκειμένου να υπάρχει μεγαλύτερη ισορροπία στη μορφή της καμπύλης. Με αυτόν τον τρόπο, η τελική χάραξη θα παρουσιάζει ομοιομορφία και ισορροπία στα μεγέθη της (π.χ. καμπυλότητες), με αποτέλεσμα να είναι οπτικά αποδεκτή αλλά και ασφαλής προς τους χρήστες της οδού. **Η μη ομοιόμορφη κατανομή των σημείων ελέγχου ή η τοπική πύκνωσή τους συνεπάγεται απότομες και μη ομαλές μεταβολές της καμπυλότητας κατά μήκος της οδού**, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4, ενώ επιπλέον οι αντίστοιχες ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων λαμβάνουν μικρές τιμές. Το θέμα της ισορροπίας των επιμέρους μεγεθών της χάραξης αναλύεται και παρακάτω (βλ. 4.2.3).



Σχήμα 4.4: Χάραξη με τοπική πύκνωση σημείων ελέγχου και το αντίστοιχο διάγραμμα καμπυλότητας.

Επιπλέον, το γεγονός ότι τα **σημεία ελέγχου δεν βρίσκονται επάνω στην καμπύλη συνεπάγεται δυσκολία διάταξής της ώστε να διέρχεται από συγκεκριμένο σημείο**. Οπότε, θα πρέπει να γίνουν δοκιμαστικές μετακινήσεις των σημείων ελέγχου έως ότου επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα. Το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι δυνατόν να εξαλειφθεί χρησιμοποιώντας **σημεία ελέγχου το οποία βρίσκονται επάνω στην καμπύλη**, δυνατότητα η οποία προσφέρεται από αρκετά λογισμικά σχεδίασης. Η μαθηματική περιγραφή της καμπύλης με αυτήν τη μέθοδο είναι ακριβώς η ίδια με τη μέθοδο του πολύγωνου ελέγχου, υπό την έννοια ότι για κάθε σημείο ελέγχου εκτός της καμπύλης, υπάρχει το αντίστοιχο συσχετιζόμενο σημείο επάνω στην καμπύλη. Οπότε η σχεδίαση μπορεί να γίνει καθορίζοντας εξαρχής απευθείας σημεία από τα οποία η οδός θα διέρχεται υποχρεωτικά.

Αν και η συγκεκριμένη μέθοδος προσφέρει απόλυτη ακρίβεια και άμεσο έλεγχο στην καμπύλη, εντούτοις παρουσιάζει το χαρακτηριστικό ότι τα σημεία αυτά παραμένουν αμετακίνητα σε πιθανές αλλαγές της μορφής της καμπύλης. Άρα, με μετακίνηση κάποιου σημείου ελέγχου επάνω στην καμπύλη, **το γεγονός ότι τα υπόλοιπα σημεία ελέγχου δεν επιτρέπεται να μετακινηθούν συνεπάγεται ότι ολόκληρη η καμπύλη επηρεάζεται**, (βέβαια, όσο αυξάνεται η απόσταση από το μετακινούμενο σημείο ελέγχου, τόσο μειώνεται η επιρροή, αλλά δεν μηδενίζεται). Δηλαδή, με χρήση αυτής της μεθόδου δεν υπάρχει η ιδιότητα του τοπικού ελέγχου, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.5. Ακόμη, **αυξάνονται οι πιθανότητες ύπαρξης τμημάτων με μεγάλες τιμές καμπυλότητας** και γενικά η καμπύλη ίσως να μη χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό ομαλότητας καθ' όλο το μήκος της.

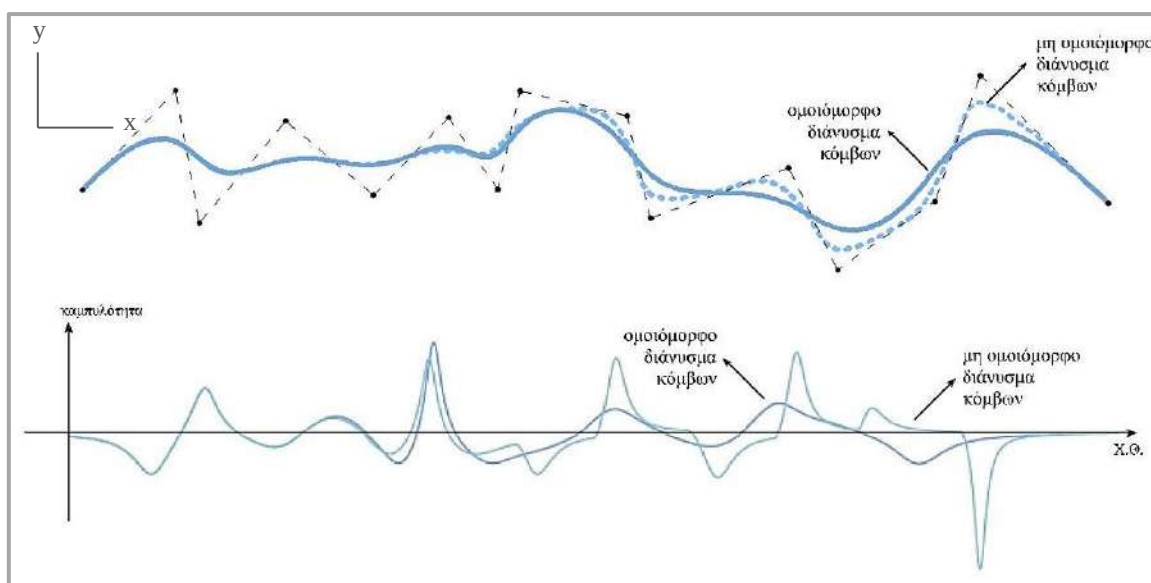


Σχήμα 4.5: Με τη μετακίνηση ενός σημείου ελέγχου επί της καμπύλης, μεταβάλλεται η μορφή της σε όλο το μήκος της. Η επιρροή μειώνεται κατά την απομάκρυνση από το μετακινούμενο σημείο.

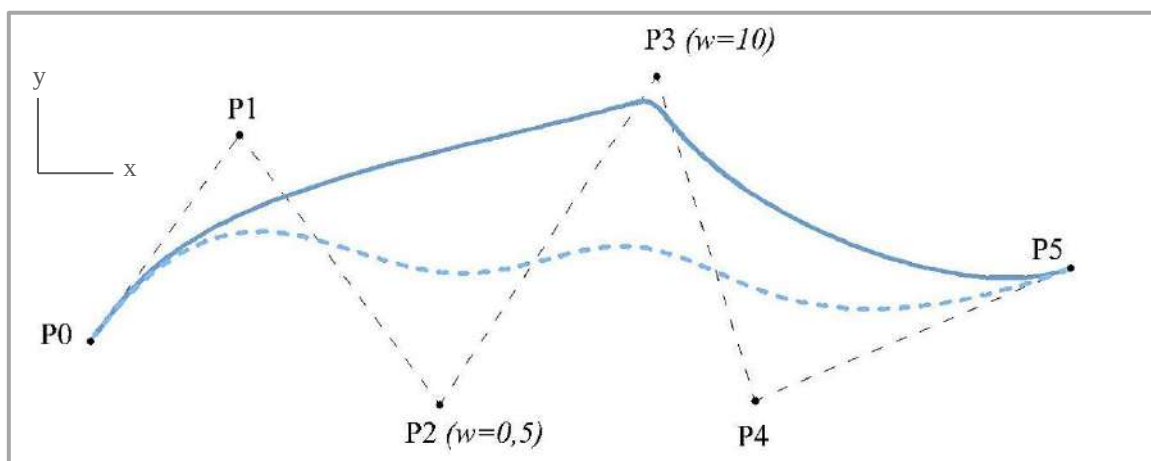
Σχετικά με το **διάνυσμα κόμβων**, έχει αναφερθεί ότι γενικά αυτό μπορεί να είναι ομοιόμορφο ή ανομοιόμορφο. Η **χρήση ομοιόμορφου διανύσματος κόμβων αποτελεί την πιο συνηθισμένη πρακτική στις διάφορες εφαρμογές των καμπυλών NURBS**, αφού στην πλειοψηφία των περιπτώσεων παράγει μια αποδεκτή μορφή. Το ανομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων μεταβάλλει το σχήμα της καμπύλης, αλλά η χρήση του δεν προτείνεται διότι δημιουργεί προβλήματα στη μορφή της καμπύλης. Πιο συγκεκριμένα, ίσως προκληθούν απότομες μεταβολές της καμπυλότητας και αύξηση του μεγέθους της, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.6 της επόμενης σελίδας. Γενικότερα, το ανομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων παράγει καμπύλες με ενδεχομένως μειωμένη ομαλότητα τοπικά κατά μήκος τους. Ακόμη, θεωρείται **απαγορευτική η χρήση πολλαπλών κόμβων**, καθώς μειώνεται τοπικά η συνέχεια της καμπύλης.

Τέλος, όσον αφορά στα **βάρη των σημείων ελέγχου**, έχει αναφερθεί ότι προσφέρουν ένα επιπλέον επίπεδο τοπικού ελέγχου της μορφής της καμπύλης. Η αλλαγή του βάρους των σημείων ελέγχου είναι μια διαδικασία η οποία θα πρέπει να γίνεται με σύνεση και προσοχή, δεδομένου ότι η μορφή της καμπύλης δεν είναι απαραίτητο ότι θα αλλάξει προς το καλύτερο, αφού υπάρχει η πιθανότητα δημιουργίας τμημάτων με μεγάλες μεταβολές

καμπυλότητας. Οι πιθανότητες εμφάνισης προβλημάτων στη μορφή της καμπύλης αυξάνονται όσο περισσότερο αυξάνεται η τιμή του βάρους κάποιου σημείου ελέγχου, ή όταν η γειτονικά σημεία ελέγχου έχουν δυσανάλογες τιμές βαρών (βλ. Σχήμα 4.7). Η καλύτερη προσέγγιση είναι η εφαρμογή βαρών μετά το πέρας της χάραξης ολόκληρης της καμπύλης, σε συγκεκριμένα σημεία ελέγχου, και αφού διασφαλιστεί ότι το επιθυμητό αποτέλεσμα δεν μπορεί να επιτευχθεί με μετακίνηση κάποιου σημείου ελέγχου.



Σχήμα 4.6: Χάραξη με καμπύλες NURBS και διαγράμματα καμπυλότητας για τα ίδια σημεία ελέγχου και διαφορετικά διανύσματα κόμβων. Η χάραξη με ομοιόμορφο διάστημα κόμβων παρουσιάζει μικρότερες και ομαλότερες μεταβολές καμπυλότητας.



Σχήμα 4.7: Παράδειγμα μη επιτυχημένης εφαρμογής βαρών σε καμπύλη NURBS που αναπαριστά οδικό άξονα.

4.2 ΟΙ ΟΜΟΕ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΜΕ ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS

4.2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι *Οδηγίες Μελετών Οδικών Έργων (ΟΜΟΕ)* περιλαμβάνουν τις ισχύουσες μεθόδους και τους κανονισμούς που χρησιμοποιούνται κατά τον σχεδιασμό και τη μελέτη χάραξης μιας οδού στον ελλαδικό χώρο, και περιγράφουν όλα τα στοιχεία και τις απαιτήσεις που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και να εφαρμόζονται.

Η δημοσίευση των πρώτων τευχών οδηγιών ξεκίνησε το 2001 και τα τεύχη που έχουν εκδοθεί έως σήμερα καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα της μελέτης και του σχεδιασμού ενός οδικού έργου. Πριν από την εκπόνηση των ΟΜΟΕ, για τον σχεδιασμό των οδών γινόταν χρήση των *Γερμανικών Κανονισμών (RAS-L-1)* ή των *Αμερικανικών Κανονισμών (AASHTO)*. Οι ΟΜΟΕ κατά μεγάλο μέρος βασίζονται σε αυτούς τους κανονισμούς, και κυρίως στους Γερμανικούς.

Στη συνέχεια γίνεται περιληπτική παρουσίαση των ΟΜΟΕ σχετικά με τη χάραξη μιας οδού και **δίνεται έμφαση στα στοιχεία εκείνα που αφορούν στην παρούσα εργασία (κυρίως οριζοντιογραφία και μηκοτομή)**. Για περαιτέρω εμβάθυνση, ο αναγνώστης παραπέμπεται στα αντίστοιχα κεφάλαια του Τεύχους 3.

4.2.2 ΤΕΥΧΟΣ ΧΑΡΑΞΕΩΝ (ΟΜΟΕ–X)

4.2.2.1 Γενικά

Στο τεύχος «Χαράξεις» των ΟΜΟΕ (Τεύχος 3, «ΟΜΟΕ–X») [40] περιγράφονται οι βασικές αρχές σχετικά με τη γεωμετρική διαμόρφωση της χάραξης των υπεραστικών και ημιαστικών οδών (οδών εκτός ή εντός σχεδίου που παρέχουν δυνατότητα εξυπηρέτησης των παρόδιων ιδιοκτησιών) κατά την οριζοντιογραφία, τη μηκοτομή και τη διατομή, και επιπλέον δίνονται κάποιες βασικές αρχές για τη μελέτη της οδού στον χώρο και τη διαμόρφωση του κυκλοφοριακού χώρου. Οι οριακές τιμές των παραμέτρων των στοιχείων μελέτης της οδού έχουν προσδιοριστεί είτε με διάφορες μετρήσεις που έγιναν σε οδούς της Ελλάδας, είτε με χρήση αποτελεσμάτων διεθνών επιστημονικών ερευνών.

4.2.2.2 Πεδίο εφαρμογής των ΟΜΟΕ-Χ

Η κατάταξη των οδών σε κατηγορίες γίνεται σύμφωνα με τις Οδηγίες για τη Λειτουργική Κατάταξη Οδικού Δικτύου (Τεύχος 1 των ΟΜΟΕ), ανάλογα με την έκταση και τη σημασία που αποδίδεται σε κάθε μία οδό, σε σχέση με τις λειτουργίες της σύνδεσης, της πρόσβασης, και της παραμονής. **Οι ΟΜΟΕ-Χ ισχύουν για την κατασκευή νέων οδών και τη βελτίωση και ανακατασκευή υφιστάμενων οδών μόνο των ομάδων Α (εκτός από την κατηγορία AVI) και Β.** Τα βασικά χαρακτηριστικά και οι παράμετροι μελέτης των οδών αυτών παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1: Λειτουργικά χαρακτηριστικά και παράμετροι μελέτης των οδών για τις οποίες ισχύουν οι ΟΜΟΕ-Χ. Οι τιμές σε παρένθεση εφαρμόζονται κατ' εξαίρεση. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Πίνακας 1-2)

Λειτουργικά χαρακτηριστικά οδών			Παράμετροι μελέτης και λειτουργίας οδών				
Ομάδα οδών	Κατηγορία οδοῦ	Χαρακτηρισμός οδου	Είδος οχημάτων	Επιτρε- πόμενη ταχύτητα $V_{\text{επιτρ}}$ [km/h]	Χαρακτηρι- στικά επιφάνειας κυκλοφορίας	Κόμβοι	Ταχύτητα μελέτης V_e [km/h]
Α οδοί που διατρέχουν περιοχές εκτός σχεδίου (υπεραστικές) με βασική λειτουργία τη σύνδεση και με περιορισμούς στην εξυπηρέτηση παροδίων ιδιοκτησιών	AI	Αυτοκινητόδρομος	μηχ.	≤ 120	διαχωρ.	ανισόπ.	(130) 120 110 100
		Οδός ταχείας κυκλοφορίας	μηχ.	≤ 90 (100)	διαχωρ. ενιαία	(ανισόπ.) ισόπ.	(100) 90 (80)
	AII	Οδός μεταξύ νομών / επαρχιών	μηχ. (μηχ.) γεν.	≤ 110 ≤ 90	διαχωρ. ενιαία	ανισόπ. (ισόπ.) ισόπ.	(120) 110 100 90 (80) (100) 90 80 (70)
	AIII	Οδός μεταξύ επαρχιών / οικισμών	μηχ. γεν.	≤ 90 ≤ 80	διαχωρ. ενιαία	(ανισόπ.) ισόπ. ισόπ.	90 80 70 (90) 80 70 (60)
	AIV	Οδός μεταξύ μικρών οικισμών Συλλεκτήρια οδός	γεν.	≤ 80	ενιαία	ισόπ.	(90) 80 70 60 (50)
	AV	Δευτερεύουσα οδός Αγροτική οδός	γεν.	≤ 60 (70)	ενιαία	ισόπ.	(70) 60 50 40 30
B οδοί που διατρέχουν περιοχές εντός σχεδίου (ημιαστικές και αστικές) με βασική λειτουργία τη σύνδεση και με περιορισμούς στην εξυπηρέτηση παροδίων ιδιοκτησιών	BI	Αστικός αυτοκινητόδρομος	μηχ.	≤ 100	διαχωρ.	ανισόπ.	100 90 80 70
	BII	Αστική οδός ταχ. κυκλοφορίας	μηχ.	≤ 90	διαχωρ. ενιαία	ανισόπ. (ισόπ.)	(100) 90 80 70 (60) 90 80 70 60
	BIII	Αστική αρτηρία	μηχ. γεν.	≤ 70 ≤ 70	διαχωρ. ενιαία	ισόπ. ισόπ.	(80) 70 60 (50) 70 60 (50)
	BIV	Κύρια συλλεκτήρια οδός	γεν.	≤ 60	ενιαία	ισόπ.	60 50

4.2.2.3 Καθοριστικές ταχύτητες

Διακρίνονται τρία είδη καθοριστικών ταχυτήτων, οι οποίες επηρεάζουν τον σχεδιασμό και τα χαρακτηριστικά ενός οδικού τμήματος:

Επιτρεπόμενη ταχύτητα $V_{\text{επιτ}}$: Το μέγιστο όριο ταχύτητας, ανάλογα με την κατηγορία της οδού. Η συγκεκριμένη ταχύτητα δεν επιδρά στον καθορισμό των επιμέρους στοιχείων μελέτης της οδού, αλλά είναι καθοριστική, δεδομένου ότι η ταχύτητα μελέτης πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση με αυτήν. Οι τιμές της δίνονται στον Πίνακα 4.1.

Ταχύτητα μελέτης V_e : Η επιλεγόμενη ταχύτητα για τη μελέτη ενός τμήματος οδού, βάσει της οποίας καθορίζονται τα διάφορα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της χάραξης. Οι τιμές της δίνονται στον Πίνακα 4.1. Συστήνεται η ταχύτητα μελέτης να παραμένει σταθερή για οδικά τμήματα μεγάλου μήκους, ώστε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της οδού να καθίστανται ομοιόμορφα για τον οδηγό.

Λειτουργική ταχύτητα V_{85} : Για οδούς εκτός κατοικημένων περιοχών, είναι η ταχύτητα την οποία δεν υπερβαίνει το 85% των ανεμπόδιστα κινούμενων οχημάτων πάνω σε καθαρό υγρό οδόστρωμα. Για οδούς προ ή εντός κατοικημένων περιοχών, είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα.

4.2.2.4 Κριτήρια Ασφαλείας I, II και III

Υπάρχουν τρία ποσοτικά κριτήρια ασφαλείας για την αξιολόγηση και τον χαρακτηρισμό της ποιότητας σχεδιασμού της οδού ως καλής, μέτριας ή μη αποδεκτής, ειδικότερα όσον αφορά τις οδούς με ενιαία επιφάνεια κυκλοφορίας της ομάδας Α. Τα κριτήρια αυτά λαμβάνουν υπόψη την αλληλεπίδραση της χάραξης της οδού, της οδικής συμπεριφοράς των οδηγών, της δυναμικής της κίνησης των οχημάτων και των αναμενόμενων τροχαίων ατυχημάτων κατά τη μελέτη ενός οδικού τμήματος.

Το **Κριτήριο Ασφαλείας I («Επίτευξη αρμονίας και συνέχειας στη μελέτη»)** αναφέρεται σε ένα στοιχείο χάραξης (καμπύλη ή ανεξάρτητη ευθυγραμμία). Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, θα πρέπει η ταχύτητα μελέτης V_e και η λειτουργική ταχύτητα V_{85} να είναι εναρμονισμένες σε κάθε τμήμα της οδού. Με αυτόν τον τρόπο επιδιώκεται η συμβατότητα μεταξύ της οδικής συμπεριφοράς των οδηγών και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της οδού. Έτσι, για την αξιολόγηση ενός οδικού τμήματος, προσδιορίζονται τα στοιχεία χάραξης και για καθένα από αυτά προσδιορίζεται η ταχύτητα μελέτης και η λειτουργική ταχύτητα. Στη συνέχεια, αξιολογείται η διαφορά των δύο ταχυτήτων.

Το **Κριτήριο Ασφαλείας II («Επίτευξη αρμονίας και συνέχειας στη λειτουργική ταχύτητα»)** αναφέρεται σε δύο διαδοχικά στοιχεία της χάραξης (καμπύλη – ανεξάρτητη ευθυγραμμία ή καμπύλη – καμπύλη). Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, θα πρέπει η λειτουργική ταχύτητα V_{85} να παραμένει σταθερή για όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μήκος της οδού. Έτσι, δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για έναν ομοιόμορφο και οικονομικό τρόπο οδήγησης. Οπότε, για την αξιολόγηση ενός οδικού τμήματος, προσδιορίζονται τα στοιχεία χάραξης και για καθένα από αυτά προσδιορίζεται η λειτουργική ταχύτητα. Στη συνέχεια, αξιολογείται η διαφορά των δύο λειτουργικών ταχυτήτων.

Το **Κριτήριο Ασφαλείας III («Επίτευξη αρμονίας και συνέχειας στη δυναμική κίνησης των οχημάτων»)** αναφέρεται στα καμπύλα τμήματα της χάραξης, και όχι στις ευθυγραμμίες. Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, θα πρέπει να υπάρχει εναρμόνιση του διατιθέμενου συντελεστή εγκάρσιας τριβής f_R , όπως προβλέπεται από τους κανονισμούς, με τον πραγματικά απαιτούμενο συντελεστή εγκάρσιας τριβής f_{RA} στα καμπύλα τμήματα. Έτσι, για την αξιολόγηση ενός οδικού τμήματος, προσδιορίζονται τα καμπύλα στοιχεία χάραξης και για κάθε ένα από αυτά υπολογίζονται οι τιμές του διατιθέμενου συντελεστή εγκάρσιας τριβής μεταξύ ελαστικού και οδοστρώματος και του απαιτούμενου συντελεστή εγκάρσιας τριβής. Στη συνέχεια, αξιολογείται η διαφορά των δύο συντελεστών εγκάρσιας τριβής.

4.2.2.5 Στοιχεία μελέτης κατά την οριζοντιογραφία

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΙΑ

Ως στοιχείο μελέτης, η ευθυγραμμία γενικά υπερτερεί (στην περίπτωση των οδών της ομάδας Α) σε εδάφη με το κατάλληλο ανάγλυφο (όπως σε πεδιάδες, οροπέδια, κοιλάδες κ.λπ.), σε περιοχές ισόπεδων και ανισόπεδων κόμβων, προκειμένου να εξασφαλισθούν τα αναγκαία μήκη ορατότητας για προσπέραση σε οδούς δύο λωρίδων κυκλοφορίας και ιδιαίτερα σε κοίλες κατακόρυφες καμπύλες και προκειμένου να προσαρμοσθεί η χάραξη σε τμήματα σιδηροδρομικών γραμμών, σε αγωγούς και σε άλλα τεχνικά έργα.

Αντίθετα, η εφαρμογή μεγάλων ευθυγραμμιών με σταθερή κατά μήκος κλίση, ιδιαίτερα στις οδούς της ομάδας Α, παρουσιάζει μειονεκτήματα, και συγκεκριμένα δυσχεραίνει την εκτίμηση των αποστάσεων και των ταχυτήτων των κινούμενων οχημάτων τόσο στην ίδια όσο και στην αντίθετη κατεύθυνση και αυξάνει τον κίνδυνο θάμβωσης από τα φώτα των αντίθετα κινούμενων οχημάτων κατά τη διάρκεια της νύκτας. Επιπλέον, οι μεγάλες ευθυγραμμίες προκαλούν κόπωση στους οδηγούς και προσαρμόζονται δύσκολα στο ανάγλυφο των λοφωδών και ορεινών εδαφών.

Για τους παραπάνω λόγους, σε νέες κατασκευές οδών της ομάδας Α πρέπει να αποφεύγονται οι μεγάλες ευθυγραμμίες με σταθερή κατά μήκος κλίση. Ειδικότερα, το μέγιστο μήκος της ευθυγραμμίας με σταθερή κατά μήκος κλίση δεν επιτρέπεται να υπερβαίνει το εικοσαπλάσιο της ταχύτητας μελέτης. Δηλαδή:

$$\max L_{\text{ευθ}}[m] = 20V_e[km/h]$$

Ακόμη, μεταξύ ομόρροπων καμπυλών πρέπει να αποφεύγονται οι μικρές ευθυγραμμίες, κυρίως για αισθητικούς λόγους. Αν αυτό δεν είναι δυνατό, τότε το ελάχιστο μήκος της ευθυγραμμίας θα πρέπει να είναι ίσο τουλάχιστον με το εξαπλάσιο της ταχύτητας μελέτης, κυρίως για λόγους αισθητικής. Δηλαδή:

$$\min L_{\text{ευθ}}[m] = 6V_e[km/h]$$

Αν είναι αναπόφευκτη η διάταξη τέτοιου είδους ευθυγραμμιών, τότε η αισθητική της οδού μπορεί να βελτιωθεί με την εφαρμογή κοίλης καμπύλης συναρμογής.

ΚΥΚΛΙΚΟ ΤΟΞΟ

Για τα κυκλικά τόξα των οδών της ομάδας Α, θα πρέπει να επιλέγονται οι μεγαλύτερες δυνατές ακτίνες, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις των μικρών επίκεντρων γωνιών και όταν ακολουθούν ευθυγραμμίες, προκειμένου να επιτευχθούν κατά κανόνα συνολικά μικρά μήκη καμπυλών, επαρκή μήκη ορατότητας για προσπέραση, καθώς και αρμονία και συνέχεια στην οδική συμπεριφορά. Παράλληλα, η επιλογή των ακτίνων θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε η οδός να προσαρμόζεται κατά μορφή και μέγεθος με το ανάγλυφο του

εδάφους και το τοπίο, να εξασφαλίζεται η συμβατότητα μεταξύ οριζοντιογραφίας και μηκοτομής και να επιτυγχάνεται η καλή ανάπτυξη της οδού στον χώρο, και να εξασφαλίζεται η αρμονική σχέση μεταξύ ταχύτητας μελέτης και λειτουργικής ταχύτητας, σύμφωνα με το Κριτήριο Ασφαλείας Ι.

Επιτρέπεται η θλάση του άξονα της χάραξης χωρίς εφαρμογή οριζόντιας καμπύλης όταν η γωνία θλάσης γ (σε grad) είναι μικρότερη από την τιμή που προκύπτει (ανάλογα με την ταχύτητα μελέτης) από τις σχέσεις:

- όταν $V_e < 70 \text{ km/h}$, $\gamma = \arctan \frac{1,6}{V_e}$
- όταν $V_e \geq 70 \text{ km/h}$, $\gamma = \arctan \frac{155}{V_e^2}$

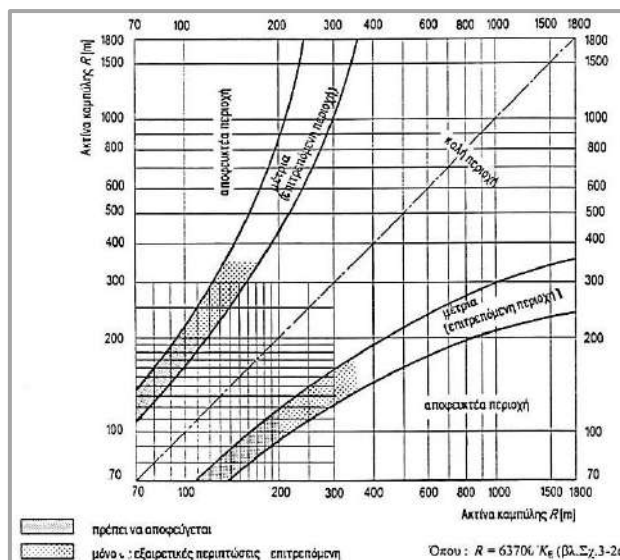
Για τις οδούς των ομάδων Α και Β οι ελάχιστες ακτίνες των καμπυλών R_{min} δίδονται συναρτήσει της κατηγορίας του εδάφους, της ταχύτητας μελέτης, τον βαθμό εκμετάλλευσης του συντελεστή εγκάρσιας τριβής n , και των οριακών τιμών της επίκλισης q . Στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται οι ελάχιστες ακτίνες των καμπυλών για τις οδούς της ομάδας Α.

Πίνακας 4.2: Ελάχιστες ακτίνες καμπυλών για οδούς της ομάδας Α. Οι τιμές σε παρένθεση εφαρμόζονται μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Πίνακας 7-2)

R_{min} [m]				
Ομάδα οδών Α				
V_e [km/h]	πεδινά εδάφη		λοφώδη και ορεινά εδάφη	
	$q_{max}=8(9)\%$	$q_{min}=2,5\%$	$q_{max}=7\%$	$q_{min}=2,5\%$
	$n=45\%$	$n=10\%$	$n=40\%$	$n=10\%$
50	80	325	95	325
60	125 (125)	490	140	490
70	180 (170)	700	200	700
80	250 (235)	960	280	960
90	330 (310)	1260	370	1260
100	420 (400)	1620	480	1620
110	530 (500)	2020	600	2020
120	650 (620)	2470	740	2470
(130)	790 (740)	2970	890	2970

Επιπλέον, τα κυκλικά τόξα πρέπει να έχουν μήκος τουλάχιστον ίσο με εκείνο που διανύεται σε 2 δευτερόλεπτα από όχημα κινούμενο με την ταχύτητα μελέτης.

Οι ακτίνες των ομόρροπων ή αντίρροπων διαδοχικών κυκλικών τόξων, μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ή όχι ευθύγραμμο τμήμα, πρέπει να παρουσιάζουν μια αρμονική σχέση για λόγους κυκλοφοριακής ασφάλειας σε οδούς της ομάδας Α ή κατηγορίας ΒΙ και ΒΙΙ. Επίσης η αρμονική σχέση μεταξύ διαδοχικών κυκλικών τόξων είναι επιθυμητή στις οδούς κατηγορίας ΒΙΙΙ, καθώς και στις οδούς κατηγορίας ΒΙV, εφόσον αυτό είναι εφικτό. Η επιτρεπόμενη σχέση των ακτίνων διαδοχικών κυκλικών τόξων δίνεται στο Σχήμα 4.8 της επόμενης σελίδας



Σχήμα 4.8: Σχέση διαδοχικών ακτίνων κυκλικών τόξων για οδούς της ομάδας Α και της κατηγορίας ΒΙ και ΒΙΙ. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Σχήμα 7-4)

ΤΟΞΟ ΣΥΝΑΡΜΟΓΗΣ

Το τόξο συναρμογής συνδέει τις ευθυγραμμίες με τα κυκλικά τόξα. Το τόξο συναρμογής επιτρέπει συνεχή γραμμική μεταβολή της φυγόκεντρης επιτάχυνσης κατά τη μετάβαση από μία καμπυλότητα σε άλλη, χρησιμοποιείται ως μήκος συναρμογής για τη μεταβολή της επίκλισης, εξασφαλίζει μια αρμονική και συνεχή χάραξη με την προοδευτική μεταβολή της καμπυλότητας, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη ομοιόμορφης λειτουργικής ταχύτητας, και συνεισφέρει σε μια οπτικά ικανοποιητική χάραξη. Η εφαρμογή τόξων συναρμογής επιβάλλεται στις οδούς της ομάδας ΑΙ έως ΑΙV καθώς και στις ΒΙ και ΒΙΙ, ενώ είναι επιθυμητή στην κατηγορία οδών ΒΙΙΙ και ΒΙV.

Ως τόξο συναρμογής χρησιμοποιείται η κλωθοειδής καμπύλη. Σε αυτόν τον τύπο τόξου, η καμπυλότητα μεταβάλλεται γραμμικά με το μήκος του τόξου. Η κλωθοειδής εκφράζεται από τη σχέση:

$$A^2 = R \cdot L$$

όπου: $A^2[m]$ η παράμετρος της κλωθοειδούς, $R[m]$ η ακτίνα καμπυλότητας στο πέρας του τμήματος της κλωθοειδούς και $L[m]$ το μήκος του τόξου της κλωθοειδούς από την αρχή του ($R = \infty$) μέχρι την ακτίνα R .

Για όλες τις κατηγορίες οδών και τις ταχύτητες μελέτης με βάση τα δεδομένα της ασφαλείας και της άνεσης της κίνησης των οχημάτων, την αισθητική της οδού και την απορροή των ομβρίων επιτρέπεται η άμεση σύνδεση ευθυγραμμιών με κυκλικά τόξα χωρίς την παρεμβολή τόξων συναρμογής όταν η ακτίνα του κυκλικού τόξου είναι $R \geq 1.000m$ και η μεταβολή της γωνίας διεύθυνσης (γωνία θλάσης) της καμπύλης γ είναι

μικρότερη από 10gon. Σε αυτές τις περιπτώσεις το ελάχιστο μήκος του τόξου πρέπει να είναι τουλάχιστο ίσο με το διπλάσιο της ταχύτητας μελέτης.

Για τις προαναφερόμενες κατηγορίες οδών ισχύει η σχέση:

$$\frac{R}{3} \leq A \leq R$$

Σε μεγάλες ακτίνες ($R \geq 1.000m$) επιτρέπεται η επιλογή παραμέτρου κλωθοειδούς μικρότερης από την τιμή $R/3$, εφόσον η τιμή της εκτροπής ΔR είναι τουλάχιστον ίση με 0,25.

4.2.2.6 Στοιχεία μελέτης κατά τη μηκοτομή

ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΚΛΙΣΗ

Οι κατά μήκος κλίσεις πρέπει για λόγους κυκλοφοριακής ασφάλειας, λειτουργικού κόστους, εξοικονόμησης ενέργειας, μειωμένης ρύπανσης και κυκλοφοριακής ποιότητας να διατηρούνται κατά το δυνατόν μικρές. Ακόμη, οι κλίσεις της οδού πρέπει κατά το δυνατό να προσαρμόζονται στο ανάγλυφο του εδάφους, προκειμένου να προστατευθούν το περιβάλλον και οι οικιστικές περιοχές και οι να μειωθεί το κόστος κατασκευής.

Για λόγους ασφαλείας, οι μέγιστες κατά μήκος κλίσεις δεν πρέπει να υπερβαίνουν τις τιμές του Πίνακα 4.3. Στις περιοχές ισόπεδων κόμβων, πρέπει να αποφεύγονται κατά μήκος κλίσεις μεγαλύτερες από 4% για λόγους σωστής μελέτης των συμβολών / διασταυρώσεων και της κυκλοφοριακής τεχνικής (περιορισμός μήκους ορατότητας για στάση). Εντός σηράγγων σε οδούς της ομάδας Α οι κατά μήκος κλίσεις δεν πρέπει να υπερβαίνουν την τιμή 4%.

Πίνακας 4.3: Μέγιστες κατά μήκος κλίσεις για οδούς της ομάδας Α. Οι τιμές σε παρένθεση εφαρμόζονται μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Πίνακας 8-1)

s _{max} (%) Ομάδα οδών Α			
Ve [km/h]	Πεδινά εδάφη	Λοφώδη εδάφη	Ορεινά εδάφη
50	7 (8)	8 (9)	10 (11)
60	6 (8)	7 (9)	9 (10)
70	5 (7)	6 (8)	8 (9)
80	4 (6)	5 (7)	7 (9)
90	4 (5)	5 (6)	7 (8)
100	3 (5)	4 (6)	6 (8)
110	3 (5)	4 (6)	5 (6)
120	3 (5)	4 (6)	-
130	3 (4)	-	-

Παρατήρηση: Σύμφωνα με τους Γερμανικούς Κανονισμούς, συνίσταται η ελάχιστη τιμή της κατά μήκος κλίσης να είναι ίση με 0,5%, ώστε να διασφαλιστεί η απαγωγή του νερού στους αγωγούς αποστράγγισης.

Επιπλέον, σε οδούς των ομάδων Α και Β, που δεν διαθέτουν κράσπεδα, στις περιοχές συναρμογής των αντίρροπων επικλίσεων, πρέπει να επιλέγεται ελάχιστη κατά μήκος κλίση $s_{min} \geq 0,7\%$ ή καλύτερα $s_{min} \geq 1,0\%$, ώστε να αποφεύγονται ζώνες κακής απορροής των ομβρίων. Σε κάθε περίπτωση η κατά μήκος κλίση της οδού δεν πρέπει να είναι μικρότερη από την πρόσθετη κλίση των οριογραμμών (διαφορά κατά μήκος κλίσεων οριογραμμών και άξονα περιστροφής).

Επίσης, για την πλήρη εξασφάλιση της απορροής των ομβρίων της οδού, η διαφορά μεταξύ της κατά μήκος κλίσης και της πρόσθετης κλίσης των οριογραμμών πρέπει να είναι 0,2% ή καλύτερα 0,5%. Δηλαδή:

$$s - \Delta s \geq 0,0 \dots 0,2\% (0,5\%)$$

όπου $s[\%]$ η κατά μήκος κλίση της οδού και $\Delta s[\%]$ η πρόσθετη κλίση των οριογραμμών.

Παρατήρηση: Σύμφωνα με τους Γερμανικούς Κανονισμούς, θα πρέπει να τηρείται μέγιστη σύνθετη κλίση 9% ως συνισταμένη της κατά μήκος κλίσης και της επίκλισης, για να αποφεύγεται ολίσθηση των οχημάτων κατά τους χειμερινούς μήνες.

ΚΟΙΛΕΣ ΚΑΙ ΚΥΡΤΕΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΣΥΝΑΡΜΟΓΗΣ

Τα τόξα συναρμογής που διατάσσονται στα κυρτώματα και τα κοιλώματα είναι συνήθως τετραγωνικές παραβολές ως προσέγγιση κυκλικών τόξων, δεδομένου ότι για τις κατά κανόνα εφαρμοζόμενες μεγάλες ακτίνες και την επιδιωκόμενη ακρίβεια το κυκλικό τόξο και η τετραγωνική παραβολή συμπίπτουν. Καθοριστικό γεωμετρικό μέγεθος της καμπύλης είναι η ακτίνα καμπυλότητας H στη θέση αλλαγής προσήμου της κατά μήκος κλίσης ($s = 0\%$).

Η τετραγωνική παραβολή εκφράζεται από τη σχέση:

$$y(x) = \frac{s_1}{100}x + \frac{x^2}{2H}$$

όπου $s_1[\%]$ η κατά μήκος κλίση της εφαπτομένης και $H[m]$ η ακτίνα καμπυλότητας στην κορυφή της παραβολής.

Η επιλογή των ακτίνων των κυρτών και των κοίλων κατακόρυφων καμπυλών πρέπει να γίνεται έτσι, ώστε σε συνδυασμό με τα στοιχεία μελέτης της οριζοντιογραφίας να προκύπτει μία αρμονική χάραξη στον χώρο, να εξασφαλίζεται το ελάχιστο επίπεδο ασφαλείας με τα απαραίτητα μήκη ορατότητας σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μήκος της οδού, να προστατεύεται το περιβάλλον και να προσαρμόζεται η οδός όσο το δυνατόν

καλύτερα στο ανάγλυφο του εδάφους, ώστε το κόστος κατασκευής της οδού να διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα.

Οι οριακές τιμές ακτίνων των κυρτών και κοίλων κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων Α και Β δίνονται στους Πίνακες 4.4 και 4.5.

Πίνακας 4.4: Οριακές τιμές ακτίνων κυρτών κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων Α και Β. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Πίνακας 8-2)

minH _K [m] Ομάδες οδών Α & Β			
V _e [km/h]	Ορατότητα για στάση	Ορατότητα για προσπέραση	
	Επιτρεπόμενη περιοχή (διατίθεται το απαραίτητο μήκος ορατότητας για στάση)	Αποφευκτέα περιοχή (δε διατίθεται το απαραίτητο μήκος ορατότητας για προσπέραση)	Επιτρεπόμενη περιοχή (διατίθεται το απαραίτητο μήκος ορατότητας για προσπέραση)
Οδοί ενιαίας επιφάνειας κυκλοφορίας και διαχωρισμένης ισόπεδους κόμβους			
50	800 έως 7000	7000 έως 27000	≥ 27000
60	2000 έως 7600	7600 έως 30000	≥ 30000
70	3000 έως 8400	8400 έως 34000	≥ 34000
80	4500 έως 10000	10000 έως 40000	≥ 40000
90	6200 έως 12000	12000 έως 48000	≥ 48000
100	8500 έως 14000	14000 έως 55000	≥ 55000
Οδοί διαχωρισμένων επιφανειών κυκλοφορίας με ανισόπεδους κόμβους			
60	3000 έως ∞	-	-
70	4500 έως ∞	-	-
80	6200 έως ∞	-	-
90	8500 έως ∞	-	-
100	11000 έως ∞	-	-
110 έως 130	15000 έως ∞	-	-

Πίνακας 4.5: Ελάχιστες τιμές ακτίνων κοίλων κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων Α και Β. (Πηγή: ΟΜΟΕ-Χ, Πίνακας 8-3)

minH _W [m] Ομάδες οδών Α & Β	
V _e [km/h]	minH _W
50	1350
60	1900
70	2500
80	3300
90	4200
100	5200
110	6300
120	7500
130	10000

Προκειμένου να αποφεύγεται η οπτική εικόνα θλάσης της χάραξης της μηκοτομής στα κυρτώματα ή κοιλώματα, το μήκος της εφαπτόμενης T θα πρέπει να είναι:

- για οδούς της ομάδας Α: $T_{min} = V_e$
- για οδούς της ομάδας Β: $T_{min} = 0,75V_e$

όπου $T_{min}[m]$ το ελάχιστο μήκος εφαπτόμενης και $V_e[km/h]$ η ταχύτητα μελέτης.

Σε περιοχές με μικρές μεταβολές της κατά μήκος κλίσης, επιτρέπεται η παράλειψη καμπύλης συναρμογής όταν η μέγιστη διαφορά των διαδοχικών κατά μήκος κλίσεων είναι:

$$Ds_{max} = \frac{0,3}{V_e^2}$$

όπου $Ds_{max}[m/m]$ είναι η διαφορά κλίσεων.

Η ελάχιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ διαδοχικών θλάσεων της χάραξης της μηκοτομής χωρίς καμπύλη συναρμογής είναι **30m για $V_e > 70km/h$** , και **15m για $V_e \leq 70km/h$** .

Τέλος, σε περιοχές εκατέρωθεν του σημείου αλλαγής του προσήμου της κατά μήκος κλίσης στις κυρτές ή στις κοίλες κατακόρυφες καμπύλες και για μήκος $L = H/100$ μπορεί να εμφανίζονται κατά μήκος κλίσεις $s \leq 0,5\%$. Σε αυτές τις περιπτώσεις, όταν η οδός έχει κράσπεδα, πρέπει να λαμβάνεται πρόνοια ώστε τα ρείθρα (π.χ. με εφαρμογή μεταβλητής εγκάρσιας κλίσης) να διατηρούν την ελάχιστη αποδεκτή κατά μήκος κλίση.

4.2.2.7 Στοιχεία μελέτης κατά τη διατομή

Κατά τη μελέτη μιας οδού, απαιτείται ο καθορισμός της εγκάρσιας κλίσης του οδοστρώματος ή **επίκλισης**, στην ευθυγραμμία (για την καλή απορροή των ομβρίων) και τα καμπύλα τμήματά της (για λόγους δυναμικής της κίνησης).

Η ελάχιστη τιμή της επίκλισης του οδοστρώματος **στην ευθυγραμμία** για όλες τις κατηγορίες οδών είναι **$q_{min} = 2,5\%$** . Στις οδούς με ενιαία επιφάνεια κυκλοφορίας και μία λωρίδα κυκλοφορίας ανά κατεύθυνση των ομάδων Α και Β εφαρμόζεται δικλινές οδόστρωμα.

Η επίκλιση **στις καμπύλες** διαμορφώνεται με κατεύθυνση προς το εσωτερικό της καμπύλης, για λόγους δυναμικής της κίνησης. Αρνητικές επικλίσεις καλό είναι να αποφεύγονται. Η μέγιστη τιμή της επίκλισης είναι **$q_{max} = 8\%$ (**9%**) σε πεδινά εδάφη ή **$q_{max} = 7\%$** σε λοφώδη και ορεινά εδάφη για οδούς της ομάδας Α. Η ελάχιστη τιμή της επίκλισης στα κυκλικά τόξα για λόγους αποχέτευσης της οδού είναι ίση με την τιμή της επίκλισης στην ευθυγραμμία, δηλαδή **$q_{min} = 2,5\%$** .**

Η μεταβολή της επίκλισης του οδοστρώματος λαμβάνει χώρα κατά μήκος ενός τμήματος συναρμογής (τμήμα προσαρμογής επίκλισης). Κατά μήκος του τμήματος αυτού η επιφάνεια του οδοστρώματος περιστρέφεται περί καθορισμένο άξονα και οι οριογραμμές του ανέρχονται ή κατέρχονται. Σε μη διαχωρισμένο οδόστρωμα, η περιστροφή γίνεται συνήθως γύρω από τον άξονα της οδού. Σε οδούς με διαχωρισμένα οδοστρώματα, η περιστροφή γίνεται κατά κανόνα γύρω από τους άξονες των οδοστρωμάτων ανά

κατεύθυνση. Σε οδούς με τόξο συναρμογής, η μεταβολή της επίκλισης λαμβάνει χώρα κατά το μήκος του τόξου συναρμογής.

Ως **πρόσθετη κλίση οριογραμμής Δs** ορίζεται η διαφορά μεταξύ των κατά μήκος κλίσεων της οριογραμμής του οδοστρώματος και του άξονα περιστροφής του. Για λόγους δυναμικής της κυκλοφορίας και λόγους οπτικής η μέγιστη τιμή της πρόσθετης κλίσης των οριογραμμών Δs_{max} δεν πρέπει να υπερβαίνει κάποιες οριακές τιμές.

4.2.2.8 Στοιχεία μελέτης ορατότητας

Το μήκος ορατότητας ορίζεται από το τμήμα της οδού που εκτίθεται στο οπτικό πεδίο του οδηγού σε κάθε χρονική στιγμή. Όσο μικρότερο είναι το μήκος ορατότητας, τόσο λιγότερη οπτική πληροφορία είναι διαθέσιμη για αξιολόγηση και ο οδηγός χρειάζεται πιο συχνά να ανανεώνει τις προβλέψεις του, με αποτέλεσμα τον υποβιβασμό του επιπέδου παρεχόμενης ασφάλειας της οδού. Η ασφάλεια της κυκλοφορίας και η ποιότητα της κυκλοφοριακής ροής απαιτούν την ύπαρξη ελάχιστων μηκών ορατότητας, προκειμένου να είναι δυνατή η έγκαιρη ακινητοποίηση ενός οχήματος, η ασφαλής προσπέραση, καθώς και η ασφαλής εξέλιξη της απόφασης του οδηγού για αλλαγή πορείας.

Διακρίνονται τα εξής βασικά μήκη ορατότητας:

- Το **απαιτούμενο μήκος ορατότητας για στάση S_h** , που είναι το μήκος που χρειάζεται ένας οδηγός κινούμενος με την ταχύτητα V_{85} , για να ακινητοποιήσει το όχημά του πριν από ένα απροσδόκητο ακίνητο εμπόδιο στο οδόστρωμα.
- Το **απαιτούμενο μήκος ορατότητας για προσπέραση S_u** , που είναι το μήκος, που απαιτείται για την ασφαλή διαδικασία προσπέρασης εμποδίου ή βραδυπορούντος οχήματος και είναι συνάρτηση της λειτουργικής ταχύτητας.
- Το **απαιτούμενο μήκος ορατότητας για συνάντηση S_t** , σε οδούς με ενιαία επιφάνεια κυκλοφορίας, είναι το μήκος που απαιτείται, ώστε δύο αντίθετα κινούμενα οχήματα με την ταχύτητα V_{85} να είναι σε θέση να ακινητοποιηθούν έγκαιρα και να αποφευχθεί η σύγκρουσή τους.

Τα **πραγματικά υφιστάμενα μήκη ορατότητας** για στάση, συνάντηση και προσπέραση υπολογίζονται σε σχέση με την οριζοντιογραφία, τη μηκοτομή, τη διατομή και τον περιβάλλοντα χώρο της οδού. Ο προσδιορισμός γίνεται για κάθε τύπο μήκους ορατότητας και πάντοτε χωριστά για κάθε κατεύθυνση κυκλοφορίας. Επίσης, ο προσδιορισμός των μηκών ορατότητας βασίζεται σε διάφορα δεδομένα και τιμές που δίνονται στα αντίστοιχα σχήματα (θέσεις και ύψη οφθαλμού και εμποδίου).

Στη συνέχεια, τα μήκη ορατότητας συγκρίνονται με τα αντίστοιχα απαιτούμενα μήκη ορατότητας με έλεγχο από διαγράμματα ορατότητας που πρέπει να έχουν συνταχθεί χωριστά για κάθε κατεύθυνση κυκλοφορίας. Γενικά, το μήκος ορατότητας για στάση πρέπει να διατίθεται σε όλο το μήκος της οδού και σε όλες τις κατηγορίες οδών. Το μήκος ορατότητας για συνάντηση πρέπει να διατίθεται σε όλο το μήκος των οδών με ενιαίο

οδόστρωμα και στις δύο κατευθύνσεις κυκλοφορίας, σε όλες τις κατηγορίες οδών. Το μήκος της οδού όπου θα διατίθεται επαρκές μήκος ορατότητας για προσπέραση πρέπει κατ' ελάχιστο να είναι το 20-25% του συνολικού μήκους της οδού, με ομοιόμορφη κατανομή στο μήκος της οδού.

Σε κάθε περίπτωση πρέπει η μεταβολή (αύξηση ή μείωση) των μηκών ορατότητας που προαναφέρονται, να παρουσιάζει μια συνέχεια δηλαδή να γίνεται σταδιακά και όχι αιφνίδια και να ανταποκρίνεται στις επικρατούσες συνθήκες. Σε όλο το μήκος της οδού πρέπει να εξασφαλίζεται η επαρκής ορατότητα και εποπτεία σύμφωνα με τα δεδομένα της τρισδιάστατης χάραξης της οδού.

4.2.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΟΜΟΕ–Χ ΣΤΗ ΧΑΡΑΞΗ ΟΔΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ NURBS

4.2.3.1 Απαιτούμενοι έλεγχοι

Οι ΟΜΟΕ, όπως περιγράφηκαν προηγουμένως, περιλαμβάνουν τις προϋποθέσεις τις οποίες θα πρέπει να πληροί η χάραξη μιας οδού για να θεωρηθεί επιτυχημένη και ασφαλής προς τους χρήστες της. Όταν πλέον η οδός έχει σχεδιαστεί πλήρως, θα πρέπει να ελεγχθεί ότι πληρούνται οι προϋποθέσεις αυτές, προκειμένου να διαπιστωθεί εάν όντως έχουν εφαρμοστεί οι απαιτούμενες προδιαγραφές και για να αναφερθούν τυχόν προβλήματα που επηρεάζουν αρνητικά την προσφερόμενη ποιότητα εξυπηρέτησης της οδού. Έτσι, γίνονται έλεγχοι των παραμέτρων της οδού και κατά πόσο αυτές βρίσκονται εντός των επιθυμητών ορίων. Οι απαιτούμενοι έλεγχοι συνοψίζονται ως εξής:

- **Εφαρμογή Κριτηρίων Ασφαλείας:**
 - έλεγχος διαφοράς ταχύτητας μελέτης και λειτουργικής ταχύτητας στα επιμέρους τμήματα χάραξης (Κριτήριο Ασφαλείας I)
 - έλεγχος διαφοράς λειτουργικών ταχυτήτων στα διαδοχικά τμήματα της χάραξης (Κριτήριο Ασφαλείας II)
 - έλεγχος διαφοράς διατιθέμενου και απαιτούμενου συντελεστή εγκάρσιας τριβής στα καμπύλα τμήματα της χάραξης (Κριτήριο Ασφαλείας III)
- **Έλεγχοι οριζοντιογραφίας:**
 - έλεγχος του μήκους των ευθυγραμμίων με σταθερή κατά μήκος κλίση
 - έλεγχος του μήκους των ευθυγραμμίων μεταξύ ομόρροπων καμπυλών
 - έλεγχος γωνίας θλάσης του άξονα της οδού, σε περίπτωση που δεν έχουν τοποθετηθεί οριζόντιες καμπύλες (κυκλικά τόξα – τόξα συναρμογής)
 - έλεγχος ελάχιστων τιμών των ακτίνων των κυκλικών τόξων
 - έλεγχος μήκους κυκλικών τόξων σε σχέση με τον περιορισμό των 2 δευτερολέπτων

- έλεγχος σχέσης διαδοχικών ακτίνων των κυκλικών τόξων
- έλεγχος ύπαρξης τόξων συναρμογής
- έλεγχος ακτίνας κυκλικού τόξου και μεταβολής γωνίας διεύθυνσης της καμπύλης, σε περίπτωση άμεσης σύνδεσης ευθυγραμμίων με κυκλικά τόξα
- έλεγχος των οριακών τιμών της παραμέτρου των κλωθοειδών
- έλεγχος της τιμής της εκτροπής, σε περίπτωση επιλογής παραμέτρου κλωθοειδούς μικρότερης από την ελάχιστη επιτρεπόμενη
- **Έλεγχοι μηκοτομής:**
 - έλεγχος των μέγιστων κατά μήκος κλίσεων της οδού
 - έλεγχος των ελάχιστων κατά μήκος κλίσεων της οδού (κατά τους Γερμανικούς Κανονισμούς)
 - έλεγχος κατά μήκος κλίσεων σε περιοχές συναρμογής αντίρροπων επικλίσεων
 - έλεγχος της διαφοράς μεταξύ της κατά μήκος κλίσης και της πρόσθετης κλίσης των οριογραμμών
 - έλεγχος της συνισταμένης της κατά μήκος κλίσης και της επίκλισης (κατά τους Γερμανικούς Κανονισμούς)
 - έλεγχος ελάχιστων τιμών των κυρτών και κοίλων καμπυλών συναρμογής
 - έλεγχος μηκών των εφαπτομένων των κυρτών και κοίλων καμπυλών συναρμογής
 - έλεγχος της διαφοράς των διαδοχικών κατά μήκος κλίσεων, σε περίπτωση παράλειψης καμπύλης συναρμογής
 - έλεγχος αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών θλάσεων της χάραξης της μηκοτομής
- **Έλεγχοι διατομών:**
 - έλεγχος μέγιστων και ελάχιστων επικλίσεων στις ευθυγραμμίες και τις καμπύλες
 - έλεγχος οριακών τιμών πρόσθετης κλίσης των οριογραμμών
- **Έλεγχοι ορατότητας**

4.2.3.2 Έλεγχοι σε χάραξη με καμπύλες NURBS

Οι παραπάνω έλεγχοι και περιορισμοί αναφέρονται σε συμβατική γεωμετρική χάραξη, όπου τα στοιχεία που συνθέτουν το οδικό έργο είναι οι ευθυγραμμίες, τα κυκλικά τόξα και τα τόξα συναρμογής κατά την οριζοντιογραφία, και τα τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση και οι τετραγωνικές παραβολές κατά τη μηκοτομή. Συνεπώς, οι έλεγχοι δεν είναι εφικτό να εφαρμοστούν σε χάραξη με καμπύλες NURBS, αφού ότι ο καθορισμός του άξονα της οδού με αυτήν τη μέθοδο βασίζεται σε διαφορετική λογική (μία ενιαία τρισδιάστατη καμπύλη).

Ωστόσο, είναι δυνατή μια ποιοτική σύγκριση, μέσω προσομοίωσης της χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη. Ένας απλός τρόπος προσομοίωσης είναι η προσομοίωση της καμπύλης με ένα σύνολο από διαδοχικά

ευθύγραμμα τμήματα μικρού μήκους, σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (βλ. 3.6).

Στη συνέχεια γίνεται αναφορά σε καθέναν από τους προαναφερθέντες ελέγχους κατά τις ΟΜΟΕ και εξετάζεται εάν και κατά πόσο μπορούν να εφαρμοστούν στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ I, II ΚΑΙ III

Όσον αφορά στο **Κριτήριο Ασφαλείας I**, απαιτείται αρχικά ο προσδιορισμός των στοιχείων χάραξης (καμπύλες και ευθυγραμμίες), και στη συνέχεια ο προσδιορισμός της ταχύτητας μελέτης και της λειτουργικής ταχύτητας. Όμως, στη χάραξη με καμπύλες NURBS δεν υφίστανται απόλυτες ευθυγραμμίες (εκτός αν – όπως προαναφέρθηκε – γίνει κατάλληλη τροποποίηση των σημείων ελέγχου). Ενδεχομένως θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως ευθυγραμμίες τα τμήματα της καμπύλης στα οποία οι εφαπτόμενοι οριζόντιοι κύκλοι έχουν ακτίνα μεγαλύτερη κάποιας οριακής τιμής. Επιπλέον, η ταχύτητα μελέτης είναι δεδομένη, και η λειτουργική ταχύτητα θα μπορούσε να υπολογιστεί συναρτήσει της ταχύτητας μελέτης από τον αντίστοιχο πίνακα (μόνο για τις οδούς με διαχωρισμένες επιφάνειες κυκλοφορίας). Το ίδιο ισχύει και για το **Κριτήριο Ασφαλείας II**, το οποίο εφαρμόζεται με δεδομένα τα στοιχεία χάραξης και τις λειτουργικές ταχύτητες, καθώς και για το **Κριτήριο Ασφαλείας III**, με δεδομένους τους συντελεστές εγκάρσιας τριβής στα καμπύλα τμήματα της χάραξης.

Συμπερασματικά, **τα Κριτήρια Ασφαλείας θα μπορούσαν θεωρητικά να εφαρμοστούν, εφόσον γίνουν διάφορες παραδοχές**. Ωστόσο, τα αποτελέσματα ίσως να μην είναι έγκυρα και δε θα πρέπει κάποιος να βασίζεται σε αυτά χωρίς τη διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας. Για παράδειγμα, ίσως αποδειχτεί λανθασμένος ο τρόπος χωρισμού των τμημάτων σε ευθύγραμμα και καμπύλα. Επιπλέον η συμπεριφορά των χρηστών της οδού, και άρα η πραγματική λειτουργική ταχύτητα σε μια χάραξη με καμπύλες NURBS, ίσως να είναι αρκετά διαφορετική από την προβλεπόμενη σε μια συμβατική γεωμετρική χάραξη.

ΕΛΕΓΧΟΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS γενικά δεν υφίστανται ευθυγραμμίες. Έτσι, ο **έλεγχος του μήκους των ευθυγραμμιών με σταθερή κατά μήκος κλίση**, ώστε να προσδιοριστεί εάν το μήκος υπερβαίνει τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί εφόσον θεωρηθεί κάποια οριακή τιμή στις ακτίνες των οριζόντιων εφαπτόμενων κύκλων πάνω από την οποία η χάραξη είναι πρακτικά ευθύγραμμη. Το ίδιο ισχύει και για τον **έλεγχο του μήκους των ευθυγραμμιών μεταξύ ομόρροπων καμπυλών**, ώστε να προσδιοριστεί εάν το μήκος είναι μικρότερο από την ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι, ιδιαίτερα σε οδούς με μη διαχωρισμένες επιφάνειες κυκλοφορίας, παρουσιάζεται η ανάγκη ύπαρξης τμημάτων της

οδού που προσεγγίζουν ευθυγραμμίες, για την πραγματοποίηση ελιγμών προσπέρασης με ασφάλεια, καθώς και σε περιοχές κόμβων, ώστε να υπάρχει επαρκής ορατότητα.

Ο έλεγχος της γωνίας θλάσης του άξονα της οδού, σε περίπτωση που δεν έχουν τοποθετηθεί οριζόντιες καμπύλες (κυκλικά τόξα – τόξα συναρμογής) δεν μπορεί να εφαρμοστεί, διότι στη χάραξη με καμπύλες NURBS ο άξονας της οδού έχει συνεχή καμπυλόγραμμη μορφή, επομένως δεν είναι δυνατή η εμφάνιση θλάσεων σε αυτόν.

Ο έλεγχος των τιμών των ακτίνων των κυκλικών τόξων, ώστε να προσδιοριστεί εάν αυτές είναι μικρότερες από τις ελάχιστες επιτρεπτές μπορεί να εφαρμοστεί στη χάραξη με καμπύλες NURBS, με χρήση των ακτίνων των οριζόντιων εφαπτόμενων κύκλων στην καμπύλη, σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (βλ. 3.6.1.5). Δηλαδή, με προσομοίωση της χάραξης με ένα σύνολο ευθύγραμμων τμημάτων μικρού μήκους, προσδιορισμό των ακτίνων των εφαπτόμενων κύκλων και σύγκρισή τους με τις αντίστοιχες ελάχιστες τιμές των ΟΜΟΕ για τα κυκλικά τόξα. Μάλιστα, η ελάχιστη ακτίνα παρουσιάζεται σημειακά στην καμπύλη (θα μπορούσε να αναφερθεί ότι ο οδηγός την αντιλαμβάνεται «στιγμιαία»), επομένως ενδεχομένως να είναι δυνατή η χρήση των οριακών τιμών των ακτίνων με μεγαλύτερη ασφάλεια σε σχέση με τη συμβατική χάραξη. Υπενθυμίζεται ότι γενικά πρέπει να αποφεύγεται η χρήση των οριακών τιμών των ακτίνων, παρά μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις.

Ο έλεγχος του μήκους των κυκλικών τόξων, ώστε αυτά να διανύονται σε χρόνο δύο δευτερολέπτων από όχημα κινούμενο με την ταχύτητα μελέτης, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, καθώς δεν υπάρχουν κυκλικά τόξα στη χάραξη με καμπύλες NURBS. Ποιοτικά, ο έλεγχος αυτός αποσκοπεί στο να μην υπάρχουν διατάξεις κυκλικών τόξων όπου ο οδηγός θα πρέπει να στρέψει για αρκετή ώρα το τιμόνι διανύοντας το τόξο συναρμογής εισόδου, να το κρατήσει σταθερό για λίγο χρόνο αφού εισέλθει στο κυκλικό τόξο, και στη συνέχεια να το επαναφέρει πάλι για αρκετή ώρα διανύοντας το τόξο συναρμογής εξόδου, διότι ενδέχεται τέτοιου είδους εναλλαγές να επιφέρουν κόπωση. Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS τέτοια φαινόμενα είναι μάλλον απίθανο να συμβούν, αφού λόγω της συνεχούς και ομαλής μεταβολής της καμπυλότητας οι κινήσεις του οδηγού δε χαρακτηρίζονται από απότομες εναλλαγές.

Ο έλεγχος σχέσης των διαδοχικών ακτίνων των κυκλικών τόξων, ώστε αυτές να βρίσκονται εντός της αποδεκτής περιοχής, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί λαμβάνοντας ως διαδοχικές καμπύλες τα τμήματα της χάραξης στα οποία οι ακτίνες των εφαπτόμενων κύκλων είναι μικρότερες από κάποια οριακή τιμή (η ίδια τιμή που χρησιμοποιείται στον έλεγχο του μήκους των ευθυγραμμιών, αφού αποτελεί το όριο μεταξύ καμπύλης και «ευθυγραμμίας»). Μάλιστα, υπέρ της ασφαλείας, μπορούν να ληφθούν ως ακτίνες των τόξων οι ελάχιστες ακτίνες που παρουσιάζονται σημειακά.

Ο έλεγχος ύπαρξης τόξων συναρμογής εάν η οδός ανήκει στις κατηγορίες ΑΙ έως ΑΙV ή ΒΙ έως ΒΙΙ δεν εφαρμόζεται, δεδομένου ότι η χάραξη με καμπύλες NURBS δεν περιλαμβάνει τόξα συναρμογής, αλλά εγγυάται ομαλή μεταβολή της καμπυλότητας καθ' όλο το μήκος της οδού. Το ίδιο ισχύει και για τον **έλεγχο μεταβολής της γωνίας**

διεύθυνσης της καμπύλης, σε περίπτωση που υπάρχει άμεση σύνδεση ευθύγραμμων με κυκλικά τόξα. Τέλος, για τον ίδιο λόγο δεν είναι δυνατή η εφαρμογή του **ελέγχου της τιμής της εκτροπής**, σε περίπτωση επιλογής παραμέτρου κλωθοειδούς μικρότερης από την ελάχιστη επιτρεπόμενη.

Σε ό,τι αφορά στον **έλεγχο των οριακών τιμών της παραμέτρου των κλωθοειδών**, δεν μπορεί να εφαρμοστεί αυτούσιος λόγω της μη ύπαρξης τόξων συναρμογής. Όμως, είναι δυνατή μια ποιοτική σύγκριση, αφού ο συγκεκριμένος περιορισμός πρακτικά μεταφράζεται ως εξής: Για τιμές της παραμέτρου της κλωθοειδούς μικρότερες του κατώτατου ορίου, η διάταξη του τόξου συναρμογής δεν γίνεται οπτικά αντιληπτή, ενώ για τιμές μεγαλύτερες από το ανώτατο όριο, ο οδηγός απαιτείται να στρέφει το τιμόνι για περισσότερο χρόνο, μέχρις ότου εισέλθει στο κυκλικό τόξο όπου το κρατά σταθερό. Στη χάραξη με καμπύλες NURBS υπάρχει συνεχής μεταβολή της καμπυλότητας, γεγονός το οποίο είναι πάντοτε αντιληπτό από τον οδηγό. Ωστόσο, υπάρχει αντίθεση με τον περιορισμό της μέγιστης τιμής, καθώς ο οδηγός χρειάζεται να στρέφει συνεχώς το τιμόνι.

ΕΛΕΓΧΟΙ ΜΗΚΟΤΟΜΗΣ

Ο **έλεγχος των τιμών των κατά μήκος κλίσεων**, προκειμένου να διαπιστωθεί εάν είναι μεγαλύτερες από τις επιτρεπτές, μπορεί να εφαρμοστεί στη χάραξη με καμπύλες NURBS, μετά την προσομοίωση της καμπύλης με σύνολο από ευθύγραμμα τμήματα. Δηλαδή, προσδιορίζεται η κλίση καθενός εκ των ευθύγραμμων τμημάτων (βλ. 3.6.1.4) και στη συνέχεια η τιμή της συγκρίνεται με τις οριακές τιμές. Κατ' αυτόν τον τρόπο, πραγματοποιείται και ο έλεγχος των ελάχιστων κατά μήκος κλίσεων (κατά τους Γερμανικούς Κανονισμούς).

Ο **έλεγχος των κατά μήκος κλίσεων σε περιοχές συναρμογής αντίρροπων επικλίσεων**, ώστε να διαπιστωθεί εάν τηρούνται οι ελάχιστες απαιτούμενες κλίσεις, είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί εφόσον καθοριστούν τα χαρακτηριστικά των τυπικών διατομών και ο τρόπος μεταβολής των επικλίσεων κατά μήκος της οδού. Ομοίως ισχύει και για τον **έλεγχο της διαφοράς μεταξύ της κατά μήκος κλίσης και της πρόσθετης κλίσης των οριογραμμών**, καθώς και για τον **έλεγχο της συνισταμένης της κατά μήκος κλίσης και επίκλισης** (κατά τους Γερμανικούς Κανονισμούς).

Ο **έλεγχος των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών συναρμογής** μπορεί να πραγματοποιηθεί με παρόμοιο τρόπο με τον έλεγχο των ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας. Η διαφορά είναι ότι σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιούνται οι ακτίνες των κύκλων, οι οποίοι είναι εφαπτόμενοι στη μηκοτομή (βλ. 3.6.1.6). Οι τιμές των ακτίνων συγκρίνονται με τις ελάχιστες επιτρεπόμενες τιμές για κυρτές και κοίλες κατακόρυφες καμπύλες, όπως αυτές δίνονται στις ΟΜΟΕ.

Επιπλέον, έχει αναφερθεί πως στη μηκοτομή είναι επιθυμητή η ύπαρξη τμημάτων με σταθερή κατά μήκος κλίση. Συνεπώς, με κατάλληλη προσαρμογή των υψομέτρων των σημείων ελέγχου και δημιουργία τμημάτων με σταθερή κατά μήκος κλίση, η μορφή της

μηκοτομής κατά τη χάραξη με καμπύλες NURBS θα προσομοιάζει τη μορφή της συμβατικής μηκοτομής. Σε αυτήν την περίπτωση, είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος μηκών των εφαπτομένων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής, έστω και ποιοτικά.

Τέλος, ο έλεγχος της διαφοράς των διαδοχικών κατά μήκος κλίσεων, σε περίπτωση παράλειψης καμπύλης συναρμογής, δεν απαιτείται να πραγματοποιηθεί, καθώς στη χάραξη με καμπύλες NURBS δεν είναι δυνατόν να εμφανιστούν σημεία θλάσης. Το ίδιο ισχύει και για τον έλεγχο των αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών θλάσεων της χάραξης της μηκοτομής

ΕΛΕΓΧΟΙ ΔΙΑΤΟΜΩΝ

Οι έλεγχοι που αφορούν στις διατομές μπορούν να πραγματοποιηθούν εφόσον γίνει μελέτη σχετικά με τις τιμές και τη μεταβολή των επικλίσεων κατά μήκος της χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS. Κάτι το οποίο πιθανότατα χρήζει έρευνας είναι το εάν στα τμήματα της οδού που θεωρούνται πρακτικά ευθυγραμμίες θα πρέπει να εφαρμοστεί αμφικλινής επίκλιση ή μονοκλινής, αφού ουσιαστικά όλα τα τμήματα της οδού είναι καμπύλα. Επίσης, θα πρέπει να εξεταστεί ο τρόπος και το μήκος μεταβολής των επικλίσεων (θεωρητικά, πρέπει οι επικλίσεις να μεταβάλλονται συνεχώς και σε όλο το μήκος της οδού, αφού η μεταβολή της καμπυλότητας είναι συνεχής).

Η διερεύνηση των χαρακτηριστικών των διατομών, καθώς και των επικλίσεων, δεν αποτελεί αντικείμενο της παρούσας εργασίας, δεδομένου ότι η χάραξη της οδού αναπαρίσταται μόνο από τον άξονα της οδού.

ΕΛΕΓΧΟΙ ΟΡΑΤΟΤΗΤΑΣ

Οι βασικές αρχές της ορατότητας ισχύουν και στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS. Δηλαδή, θα πρέπει να διασφαλίζεται επαρκής ορατότητα και εποπτεία καθ' όλο το μήκος της οδού, για την πραγματοποίηση ασφαλών μετακινήσεων. Θα πρέπει να διερευνηθεί εάν οι παρούσες μέθοδοι προσδιορισμού του απαιτούμενου και του υφιστάμενου μήκους ορατότητας για στάση και προσπέραση (σχέσεις, διαγράμματα, πίνακες) μπορούν να εφαρμοστούν σε αυτόν τον τύπο χάραξης.

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιούνται οι εξής έλεγχοι, οι οποίοι αποτελούν και τους βασικότερους:

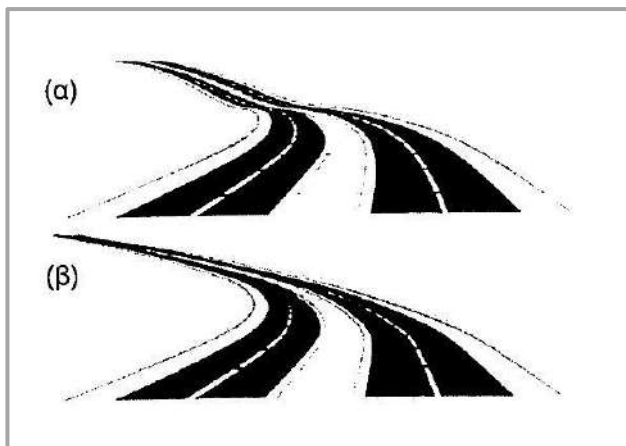
- Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφικών καμπυλών
- Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής
- Έλεγχος μέγιστων και ελάχιστων κατά μήκος κλίσεων

4.3 ΧΑΡΑΞΗ ΤΗΣ ΟΔΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ

4.3.1 ΓΕΝΙΚΑ

Σύμφωνα με αναγνωρισμένους κανονισμούς οδοποιίας ανά τον κόσμο (Γερμανικούς [30] [31], Αμερικανικούς [1], Καναδικούς [28], Αυστραλιανούς [6] κ.λπ.) η καλή προοπτική εικόνα μιας οδού στον χώρο αποτελεί ένα πολύ σημαντικό μέρος της μελέτης χάραξης, συνοδεύεται από διάφορα πλεονεκτήματα και, ως εκ τούτου, θα πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη. Έτσι, δίνονται διάφορες οδηγίες για την κατά το δυνατόν βελτιστοποίηση της συνολικής εικόνας της χάραξης.

Ειδικότερα, τονίζεται η **ανάγκη για εναρμόνιση της οριζοντιογραφίας με τη μηκοτομή**, προκειμένου το τελικό προϊόν της μελέτης, δηλαδή η οδός που θα δημιουργηθεί, να εξασφαλίζει οπτική άνεση στον οδηγό, με αποτέλεσμα την ασφαλέστερη κυκλοφοριακή λειτουργία της οδού ([1], [28], [30], [31]).



Σχήμα 4.9: Ανεπιτυχής συνδυασμός ανοιχτής οριζοντιογραφικής καμπύλης με καμπύλη μηκοτομής μικρού μήκους (α). Το πρόβλημα διορθώνεται με αύξηση του μήκους της καμπύλης στη μηκοτομή (β). (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 14)

Ακόμη, θεωρείται σημαντικό το να **βρίσκονται σε ισορροπία τα μεγέθη των στοιχείων της οριζοντιογραφίας με τα αντίστοιχα στοιχεία της μηκοτομής** ([1], [6], [28]). Δηλαδή, συνίσταται η αποφυγή ανεπιτυχών συνδυασμών οριζοντιογραφίας και μηκοτομής, όπως η απότομη αλλαγή κατεύθυνσης στην οριζοντιογραφία (δηλαδή η ύπαρξη μεγάλης καμπυλότητας) με ήπια αλλαγή στη μηκοτομή και το αντίστροφο (ανοιχτή καμπύλη με ύπαρξη μεγάλης κατά μήκος κλίσης), καθώς επίσης η επαλληλία ευθυγραμμίων ή οριζοντιογραφικών καμπυλών μεγάλης ακτίνας με κατακόρυφες καμπύλες συναρμογής μικρού μήκους.

4.3.2 ΚΑΜΠΥΛΕΣ NURBS ΚΑΙ ΧΑΡΑΞΗ ΤΗΣ ΟΔΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ

Οι καμπύλες NURBS μπορούν να έχουν οποιαδήποτε μορφή, άρα και να παραγάγουν ένα οποιοδήποτε αποτέλεσμα χάραξης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι είναι πιθανό να εμφανίσουν κάποια από τα προβλήματα που εμφανίζονται στη συμβατική γεωμετρική χάραξη. Οπότε, η ευθύνη για μια επιτυχημένη χάραξη ανήκει στον μελετητή, ο οποίος θα πρέπει κατά τον σχεδιασμό να δίνει μεγάλη σημασία στην τήρηση κάποιων βασικών αρχών, οι οποίες περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους. Ακόμα, είναι απαραίτητη η εξοικείωση με το σχεδιασμό οδών μέσω καμπυλών NURBS, για να είναι δυνατή η επίτευξη του βέλτιστου αποτελέσματος.

Ένα βασικό πλεονέκτημα της χάραξης με καμπύλες NURBS είναι πως **η οδός σχεδιάζεται απευθείας στον χώρο**, σε αντίθεση με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη, κατά την οποία η οδός συνήθως θα πρέπει να υποστεί αρκετές προσαρμογές εκ των υστέρων. Ένα ακόμη προτέρημα της χάραξης αυτής είναι **η καμπυλόγραμμη μορφή που αποκτά στον χώρο**, δεδομένης της απουσίας ευθυγραμμίων. Οι διάφοροι κανονισμοί χαράξεων αναφέρονται στα πλεονεκτήματα της καμπυλόγραμμης χάραξης, μεταξύ των οποίων είναι ότι η οδήγηση σε καμπύλα τμήματα είναι πιο ξεκούραστη και αισθητικά ευχάριστη, εφιστάται συνεχώς η προσοχή του οδηγού και η χάραξη προσαρμόζεται καλύτερα στο περιβάλλον.

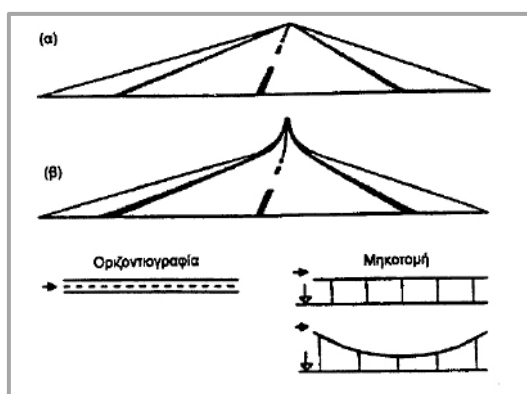
Ωστόσο, το πλεονέκτημα της μη ύπαρξης ευθύγραμμων τμημάτων στην οριζοντιογραφία, γίνεται μειονέκτημα στη μηκοτομή (τουλάχιστον στο αρχικό στάδιο του σχεδιασμού), όπου είναι προτιμότερο για τους χρήστες της οδού να υπάρχουν τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση. **Η συνεχής μεταβολή της καμπυλότητας της μηκοτομής στις καμπύλες NURBS δεν είναι ευχάριστη για τον οδηγό και, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, προκαλεί αρκετά προβλήματα στην προοπτική εικόνα της οδού.** Επομένως, έπειτα από τον αρχικό σχεδιασμό της καμπύλης στον χώρο χρειάζεται η μερική τροποποίηση της καμπύλης.

4.3.3 ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ ΤΗΣ ΟΔΟΥ

Τα διάφορα προβλήματα στην προοπτική εικόνα της οδού κάνουν την εμφάνισή τους είτε ως **οπτικά ελαττώματα**, είτε ως **επικίνδυνα σημεία** κατά μήκος της οδού και οφείλονται στη μορφή της οριζοντιογραφίας ή της μηκοτομής μεμονωμένα, καθώς επίσης και στον συνδυασμό τους. Έτσι, ο οδηγός έχει λανθασμένη εντύπωση σχετικά με την εικόνα και την πορεία της οδού, με ό,τι αυτό συνεπάγεται για την οδική ασφάλεια. Πρέπει να

τονιστεί ότι η συμμόρφωση μιας χάραξης με τους επιμέρους κανονισμούς της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής δεν εγγυάται απαραίτητα ότι το τελικό αποτέλεσμα, το οποίο προκύπτει από τη σύνθεση αυτών, θα είναι εξίσου επιτυχημένο. Επιπλέον, **τα διάφορα προβλήματα που μπορεί να υποβιβάσουν την ασφάλεια της οδού δεν ορίζονται με ποσοτικό τρόπο, παρά μόνο ποιοτικά**. Επομένως, για την αποφυγή τους χρειάζεται κρίση και διορατικότητα από μέρους του μελετητή.

Τα συχνότερα εμφανιζόμενα προβλήματα στη συμβατική γεωμετρική χάραξη προκύπτουν λόγω αποτυχημένων επιλογών στην οριζοντιογραφία (μεγάλο μήκος των ευθυγραμμίων, μικρές τιμές ακτίων, μη ομοιόμορφη αλληλουχία καμπυλών κ.λπ.) και στη μηκοτομή (ύπαρξη αλλεπάλληλων κυρτών και κοίλων καμπυλών, μικρά ευθύγραμμα τμήματα, μικρές ακτίνες κυρτών καμπυλών κ.λπ.). Επιπλέον, η μη επιτυχημένη διάταξη των στοιχείων της οριζοντιογραφίας σε συνδυασμό με αυτών της μηκοτομής οδηγεί στη δημιουργία ανεπιθύμητων εντυπώσεων σχετικά με την εικόνα της οδού, με τη μορφή οπτικών ελαττωμάτων (οπτική θλάση στην οριζοντιογραφία ή τη μηκοτομή, εντύπωση τεθλασμένου καταστρώματος, τοπική υπερύψωση, κυματισμός, βύθισμα και άλμα οδού) [33]. Παρακάτω ακολουθεί συνοπτική περιγραφή των κυριότερων προβλημάτων στην προοπτική εικόνα της οδού, καθώς και οι πιθανές λύσεις για την αντιμετώπισή τους. Επίσης, εξετάζεται το αν αυτά τα προβλήματα είναι δυνατόν να εμφανιστούν κατά τη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS και, εφόσον αυτό συμβεί, στους τρόπους αντιμετώπισής τους.

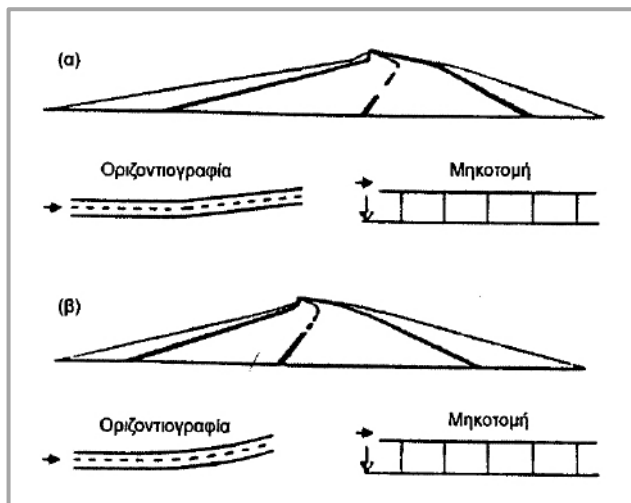


Σχήμα 4.10: Ευθυγραμμία (α) με σταθερή κλίση κατά μήκος κλίση και (β) σε κοίλωμα. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 2)

Η ύπαρξη μεγάλου μήκους ευθυγραμμίας συνδέεται με λανθασμένη εκτίμηση της απόστασης και της ταχύτητας των αντίθετα κινούμενων οχημάτων από τον οδηγό, οδηγεί σε ανάπτυξη υπερβολικά μεγάλων ταχυτήτων, δημιουργεί κόπωση και ενέχει τον κίνδυνο θάμβωσης του οδηγού από τους προβολείς των αντίθετα κινούμενων οχημάτων κατά τη διάρκεια της νύχτας, αυξάνοντας έτσι τις πιθανότητες εκδήλωσης ατυχημάτων ([30], [31]). Έτσι, είναι επιθυμητό να αποφεύγεται η χρήση τους όπου αυτό είναι δυνατόν. Σε περίπτωση που είναι αναπόφευκτη η χρήση μεγάλου μήκους ευθυγραμμίας (π.χ. σε περιοχές κόμβων), συνίσταται η επιλογή κοιλώματος στη μηκοτομή με μεγάλη ακτίνα

τόξου στρογγύλευσης, ώστε να υπάρχει καλύτερη εποπτεία της οδού από τον οδηγό. Ακόμα προτιμότερη λύση είναι ενδεχομένως η επιλογή οριζοντιογραφικής καμπύλης με μεγάλη ακτίνα ([30], [31]). **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS δεν υπάρχουν απόλυτες ευθυγραμμίες** (στη γενική περίπτωση), οπότε και δεν εμφανίζονται τα προβλήματα που σχετίζονται με αυτές.

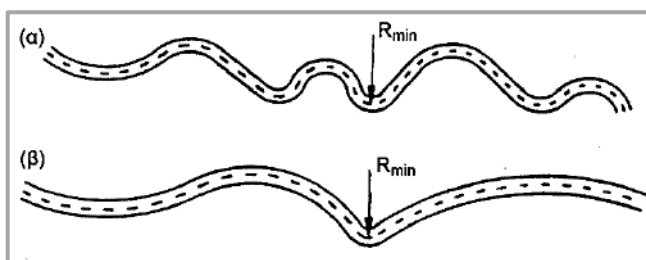
Οι καμπύλες με μικρές τιμές ακτίνων γενικά προκαλούν ευκολότερα κόπωση στον οδηγό, ακόμα και αν οι τιμές είναι οριακά επιτρεπτές. Επιπλέον, **ενδέχεται να δημιουργήσουν το φαινόμενο της οπτικής θλάσης**, εάν είναι μικρού μήκους, συνδέουν ευθυγραμμίες και είναι ορατές από μεγάλη απόσταση ([1], [28]). Έτσι, δημιουργείται στον οδηγό η εντύπωση ότι η οδός αλλάζει απότομα κατεύθυνση. Για την αποφυγή των παραπάνω προτείνεται αφενός η επιλογή μεγαλύτερων ακτίνων, και αφετέρου η χρήση καμπυλών συναρμογής μεγαλύτερου μήκους ([1], [28]). **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, το φαινόμενο της οπτικής θλάσης είναι μάλλον δύσκολο να εμφανιστεί**, καθώς το υψηλό επίπεδο συνέχειας της καμπύλης (G^3) εξασφαλίζει γενικώς μια ομαλά μεταβαλλόμενη χάραξη. Άλλωστε, η εκδήλωση της οπτικής θλάσης είναι, όπως προαναφέρθηκε, πιθανότερη αμέσως μετά από κάποια ευθυγραμμία, η οποία δεν υφίσταται καθόλου στη χάραξη με καμπύλες NURBS. Αυξημένες πιθανότητες εκδήλωσης του φαινομένου υπάρχουν σε περιοχές με μεγάλη συγκέντρωση σημείων ελέγχου. Ωστόσο, η μεγάλη συγκέντρωση σημείων ελέγχου είναι μάλλον απίθανο να συμβεί, παρά μόνον σε πολύ ειδικές περιπτώσεις (γενικά, τα πολλά σημεία ελέγχου σε κάποια περιοχή της καμπύλης είναι ανεπιθύμητα υπό την έννοια ότι συνήθως προκαλούν τοπική αύξηση της καμπυλότητας, και έτσι η χρήση τους αποφεύγεται). Πάντως, σε κάθε περίπτωση συστήνεται η τοποθέτηση των σημείων ελέγχου με τέτοιο τρόπο ώστε να μη δημιουργούνται τμήματα της καμπύλης με μεγάλη καμπυλότητα, κατάσταση η οποία είναι αντίστοιχη της ύπαρξης κυκλικών τόξων με μικρές τιμές ακτίνας στη συμβατική χάραξη.



Σχήμα 4.11: Καμπύλη (α) με οπτική θλάση και (β) χωρίς οπτική θλάση. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 4)

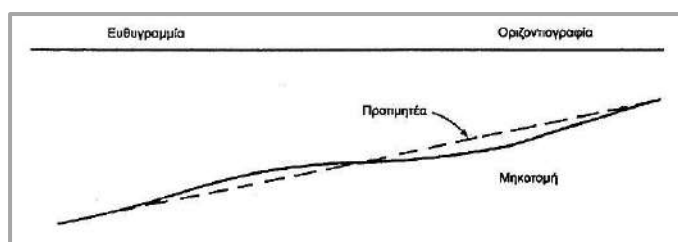
Η μη ομοιόμορφα μεταβαλλόμενη αλληλουχία διαδοχικών ακτίνων αυξάνει τις πιθανότητες εκδήλωσης ατυχημάτων, ακόμα και αν οι μεμονωμένες τιμές τους βρίσκονται εντός των αποδεκτών ορίων. Η ύπαρξη μιας μικρότερης ακτίνας έπειτα από σχετικά μεγαλύτερης ακτίνας καμπύλες αιφνιδιάζει τον οδηγό και δεν του παρέχει τον απαιτούμενο χρόνο να προσαρμόσει την ταχύτητά του στις νέες συνθήκες ([30], [31]). Έτσι, συστήνεται η βαθμιαία μείωση των ακτίνων των καμπυλών προκειμένου ο οδηγός να μπορέσει να προσαρμοστεί ([1], [28]). Με το ίδιο σκεπτικό, **θεωρείται επικίνδυνη η αλληλουχία μεγάλου μήκους ευθυγραμμιών και μικρής ακτίνας καμπυλών ή μεγάλου μήκους ευθυγραμμιών και μικρού μήκους καμπυλών συναρμογής**, επομένως συστήνεται να υπάρχει αρμονική σχέση μεταξύ των ευθυγραμμιών και των καμπυλών και γενικώς η συνολική εικόνα της χάραξης να είναι καμπυλόγραμμη [1]. **Το πρόβλημα της**

μη ομοιόμορφα μεταβαλλόμενης αλληλουχίας ακτίνων μπορεί κάλλιστα να εμφανιστεί στη χάραξη με καμπύλες NURBS με παρόμοια μορφή, υπό την έννοια ότι ενδέχεται σε κάποια περιοχή οι καμπυλότητες να είναι αρκετά μεγαλύτερες σε σχέση με αυτές των γειτονικών τμημάτων. Επίσης, ίσως προκύψει κάποιο τμήμα της καμπύλης όπου αρχικά οι τιμές τις καμπυλότητας είναι πολύ μικρές και στη συνέχεια αυξάνονται απότομα, προσεγγίζοντας έτσι το μοντέλο μεγάλης ευθυγραμμίας – μικρής ακτίνας καμπύλης. Αντίστοιχα με τη συμβατική χάραξη, η σωστή τοποθέτηση των σημείων ελέγχου μπορεί να εξαλείψει αυτά τα προβλήματα.



Σχήμα 4.12: (α) Ασφαλής αλληλουχία καμπυλών και (β) επικίνδυνη αλληλουχία καμπυλών. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 5)

Η ύπαρξη αλληπαλλήλων κυρτών και κοίλων καμπυλών στη μηκοτομή μπορεί να συμβάλει στην οικονομικότερη κατασκευή της οδού (αφού αυτή ακολουθεί πιο πιστά το



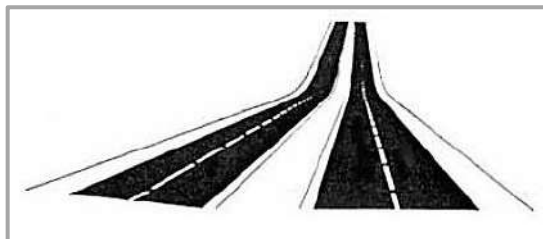
Σχήμα 4.13: Μηκοτομή με ευθύγραμμη οριζοντιογραφία. Είναι προτιμητέα η σταθερή κατά μήκος κλίση από διαδοχικά κυρτώματα και κοιλώματα. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 8)

ανάγλυφο του εδάφους, άρα μειώνεται ο συνολικός όγκος των χωματισμών), αλλά οι διαδοχικές βυθίσεις της οδού περιορίζουν την ορατότητα και έτσι μπορεί να οδηγήσουν στην πρόκληση ατυχημάτων, κυρίως κατά τη διάρκεια ελιγμών προσπέρασης προπορευόμενων οχημάτων ([1], [28]). Επομένως, προτείνεται η ύπαρξη σταθερής κλίσης στη μηκοτομή, η οποία επιπροσθέτως συμβάλλει στη φιλική προς το χρήστη προοπτική εικόνα της οδού ([30], [31]). Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πολύ πιθανό ότι θα εμφανιστεί. Για την ακρίβεια, οι πιθανότητες εμφάνισης βυθίσεων είναι περισσότερες σε σχέση με τη συμβατική χάραξη, διότι η καμπύλη εξαρχής ακολουθεί πιστά το έδαφος (αφού ο σχεδιασμός της γίνεται απευθείας στον χώρο και τα σημεία ελέγχου τοποθετούνται στην επιφάνεια του εδάφους) και η μηκοτομή της είναι καμπυλόμορφη (κανένα τμήμα της δεν έχει σταθερή κατά μήκος κλίση). Συνεπώς, για την καθιέρωση σταθερής κατά μήκος κλίσης σε ορισμένα τμήματα είναι απαραίτητη η τροποποίηση του υψομέτρου των αντίστοιχων σημείων ελέγχου, προκειμένου τα αντίστοιχα τμήματα να γίνουν ευθύγραμμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.

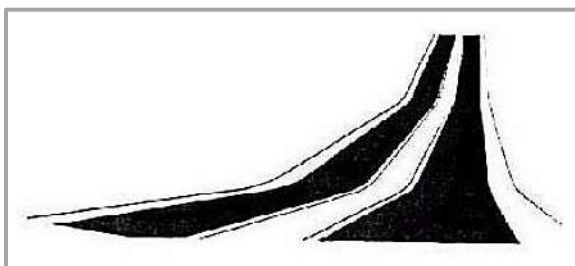
Σε λοφώδη και ορεινά εδάφη, οι μικρές ακτίνες των κυρτών καμπυλών της μηκοτομής σε σχέση με αυτές των κοίλων καμπυλών περιορίζουν τα διαθέσιμα μήκη

ορατότητας. Έτσι, σε αυτές τις περιπτώσεις συστήνεται οι ακτίνες των κυρτών καμπυλών συναρμογής να είναι μεγαλύτερες από τις ακτίνες των κοίλων καμπυλών ([30], [31]). Το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να εμφανιστεί και στη χάραξη με καμπύλες NURBS και η αντιμετώπισή του είναι παρόμοια με αυτήν στη συμβατική γεωμετρική χάραξη. Το επιθυμητό αποτέλεσμα μπορεί να προκύψει με κατάλληλη μετατόπιση των σημείων ελέγχου καθ' ύψος.

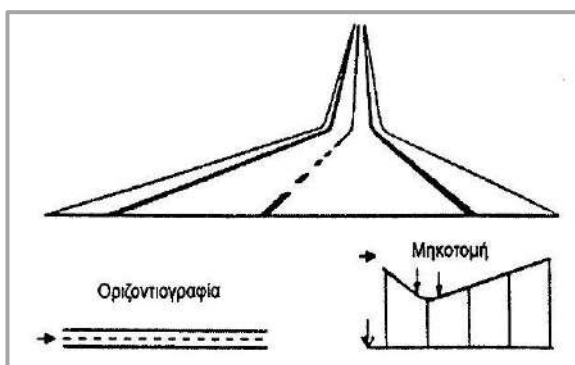
Σε κοιλώματα μικρού σχετικά μήκους, τα οποία είναι ορατά από μεγάλη απόσταση, ενδέχεται να εμφανιστεί το φαινόμενο της οπτικής θλάσης. Για την αποφυγή του φαινομένου προτείνεται η χρήση κοίλης καμπύλης μεγαλύτερου μήκους [28]. Σχετικά με το φαινόμενο της οπτικής θλάσης στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, έχει ήδη αναφερθεί παραπάνω ότι είναι μάλλον δύσκολο να εμφανιστεί, καθώς το υψηλό επίπεδο συνέχειας της καμπύλης (G^3) εξασφαλίζει γενικώς μια ομαλά μεταβαλλόμενη χάραξη.



Σχήμα 4.14: Οπτική θλάση σε κοιλώμα μικρού μήκους, το οποίο είναι ορατό από απόσταση. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 9)



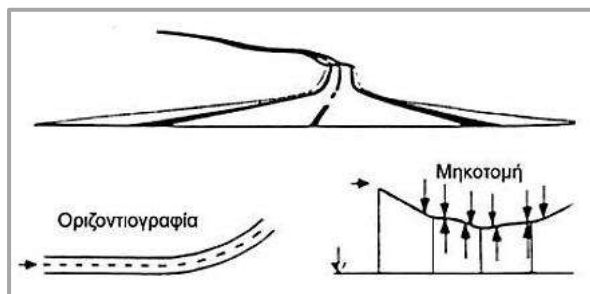
Σχήμα 4.15: Τεθλασμένο κατάστρωμα της οδού. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 12)



Σχήμα 4.16: Κοιλώμα μικρού μήκους μεταξύ τμημάτων με σταθερή κλίση, σε ευθυγραμμία. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 13)

Η ύπαρξη μικρών ευθύγραμμων τμημάτων μεταξύ των τόξων συναρμογής της μηκοτομής δημιουργεί λανθασμένη αντίληψη της μορφής της οδού. Συγκεκριμένα, ένα μικρό ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ διαδοχικών κοιλωμάτων ενδέχεται να δημιουργήσει την εντύπωση κυρτώματος και, αντίστροφα, ένα μικρό ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ διαδοχικών κυρτωμάτων ενδέχεται να δημιουργήσει την εντύπωση κοιλώματος ([30], [31]). Και στις δύο περιπτώσεις, δημιουργείται η εντύπωση τεθλασμένου καταστρώματος της οδού [28]. Έτσι, συστήνεται είτε η αντικατάσταση των διαδοχικών τόξων συναρμογής με ένα τόξο μεγαλύτερου μήκους, είτε η αύξηση του μήκους του ενδιάμεσου ευθύγραμμου τμήματος. Με την ίδια λογική, προβλήματα δημιουργεί και η ύπαρξη μικρού μήκους κοιλωμάτων μεταξύ τμημάτων με σταθερή κατά μήκος κλίση και άρα θα πρέπει αυτά να αποφεύγονται. Το

πρόβλημα του τεθλασμένου καταστρώματος είναι παρεμφερές με αυτό της οπτικής θλάσης της οδού, οπότε είναι **μάλλον δύσκολο να εμφανιστεί στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS**, καθώς το υψηλό επίπεδο συνέχειας της καμπύλης (G^3) εξασφαλίζει γενικώς μια ομαλά μεταβαλλόμενη χάραξη.

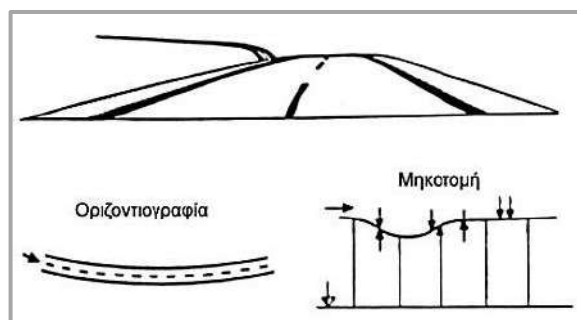


Σχήμα 4.17: Κυματισμός σε καμπύλη. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 16)

Όταν η χάραξη ακολουθεί το ανάγλυφο εδάφους με βραχείες ανυψώσεις, χωρίς κάποιο τμήμα της να αποκρύπτεται από το οπτικό πεδίο του οδηγού, δημιουργούνται τοπικές υπερυψώσεις της οδού. Πολλαπλές τοπικές υπερυψώσεις της οδού οδηγούν σε εμφάνιση του φαινομένου **κυματισμού** της οδού ([30], [31]). Το φαινόμενο είναι πιο έντονο σε περίπτωση καμπύλης με ελεύθερο το πεδίο όρασης του οδηγού, διότι ο οδηγός διακρίνει τις υπερυψώσεις

από πλάγια όψη, με συνέπεια την παρατήρηση από μέρους του και της πιο μικρής υπερύψωσης. Για την αποφυγή του φαινομένου του κυματισμού συστήνεται η αντικατάσταση των κατακόρυφων τόξων συναρμογής με τμήμα ενιαίας κλίσης. **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πολύ πιθανό ότι θα εμφανιστεί**, κατά παρόμοιο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε στο πρόβλημα της βύθισης της οδού. Ομοίως, για την καθιέρωση σταθερής κατά μήκος κλίσης σε ορισμένα τμήματα είναι απαραίτητη η τροποποίηση του υψομέτρου των αντίστοιχων σημείων ελέγχου, προκειμένου τα αντίστοιχα τμήματα να γίνουν ευθύγραμμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.

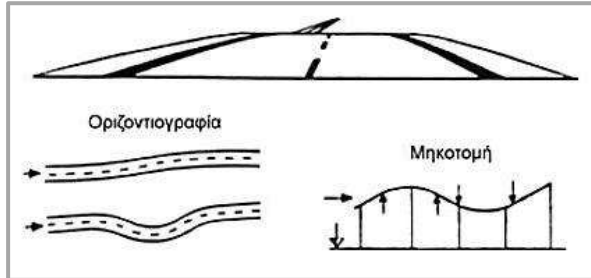
Όταν η χάραξη ακολουθεί το ανάγλυφο εδάφους με βραχείες ανυψώσεις, **ενδέχεται κάποια τμήματά της να μην είναι ορατά στον οδηγό**. Σε αυτήν την περίπτωση σημαίνει ότι έχει εμφανιστεί **βύθισμα** στην οδό, με αρνητικές επιπτώσεις στην παρεχόμενη από την οδό ασφάλεια ([30], [31]). Πιο συγκεκριμένα, εάν το βύθισμα είναι μικρό, ο οδηγός δυσκολεύεται να εκτιμήσει σωστά την απόσταση, ενώ εάν είναι μεγάλο δεν υπάρχει καθόλου ορατότητα. Σε κάθε



Σχήμα 4.18: Βύθισμα σε καμπύλη. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 18)

περίπτωση, είναι ορατός ο κίνδυνος πρόκλησης ατυχημάτων κατά τη διάρκεια ελιγμών προσπέρασης. Για την αποφυγή του φαινομένου του βυθίσματος συνίσταται η αντικατάσταση των κατακόρυφων τόξων συναρμογής με τμήμα ενιαίας κλίσης. **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πολύ πιθανό ότι θα εμφανιστεί**, κατά παρόμοιο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε στο πρόβλημα της

βύθισης της οδού λόγω των συνεχόμενων καμπυλών στη μηκοτομή. Ομοίως, για την καθιέρωση σταθερής κατά μήκος κλίσης σε ορισμένα τμήματα είναι απαραίτητη η τροποποίηση του υψομέτρου των αντίστοιχων σημείων ελέγχου, προκειμένου τα αντίστοιχα τμήματα να γίνουν ευθύγραμμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.



Σχήμα 4.19: Άλμα της οδού. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 20)

Όταν ταυτόχρονα με το βύθισμα η χάραξη κάμπτεται, υπάρχει ο κίνδυνος να μη γίνει εγκαίρως αντιληπτή η αλλαγή κατεύθυνσης της οδού από τον οδηγό. Σε αυτήν την περίπτωση δημιουργείται στον οδηγό η εντύπωση άλματος ή ασυνέχειας της οδού ([1], [30], [31]). Ειδικότερα, το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν η αρχή της οριζοντιογραφικής καμπύλης δεν είναι ορατή στον οδηγό (λόγω κυρτώματος της μηκοτομής), αλλά είναι ορατή η συνέχεια

της καμπύλης στο βάθος. Ένας τρόπος αντιμετώπισης του άλματος είναι η αύξηση της ακτίνας του κυρτού τόξου συναρμογής ή η αντικατάστασή του με τμήμα σταθερής κλίσης. **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πιθανό να εμφανιστεί,** κατά παρόμοιο τρόπο με αυτόν που περιγράφηκε στο πρόβλημα της βύθισης της οδού. Για την αντιμετώπιση του άλματος, μπορεί να γίνει κατάλληλη τροποποίηση των σημείων ελέγχου, ώστε να μειωθεί τοπικά η καμπυλότητα ή ώστε να καθιερωθεί σταθερή κατά μήκος κλίση στο τμήμα.

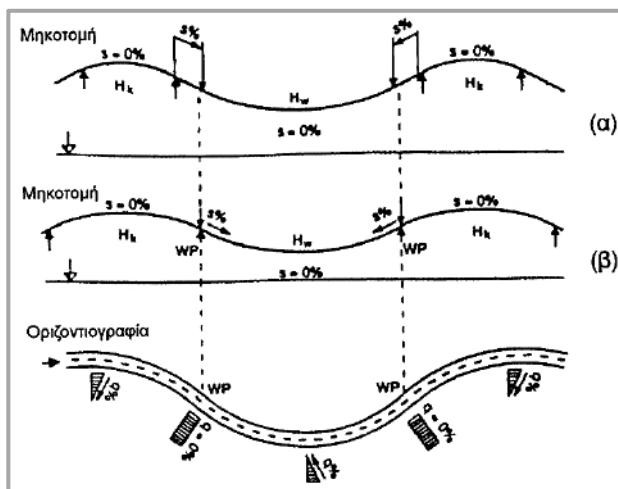
4.3.4 ΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΣΥΣΤΑΣΕΙΣ

Οι κανονισμοί παραθέτουν μια σειρά από συστάσεις για την περαιτέρω βελτίωση της προοπτικής εικόνας της χάραξης. Οι συστάσεις αναφέρονται, μεταξύ άλλων, στη σχέση που πρέπει να έχουν μεταξύ τους τα σημεία καμπής της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής, στις συνθήκες επαλληλίας οριζοντιογραφικής καμπύλης με κύρτωμα και κοίλωμα, καθώς και στη χάραξη οδού σε περιοχές ισόπεδων κόμβων και τεχνικών έργων. Επιπλέον, είναι δυνατόν να εφαρμοστούν και στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, με τροποποίηση των αντίστοιχων μεγεθών. Οι βασικότερες συστάσεις περιγράφονται παρακάτω.

Σύμπτωση σημείων καμπής στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή: Οι κανονισμοί ([1], [30], [31]) συστήνουν τη σύμπτωση των σημείων καμπής στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή. Μια χάραξη της οποίας τα σημεία καμπής της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής περίπου συμπίπτουν δημιουργεί, μια ευχάριστη προοπτική εικόνα της οδού,

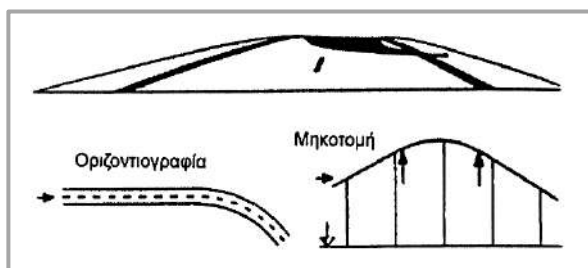
και πλεονεκτεί σε πολλά επίπεδα (ασφάλεια κυκλοφορίας, καλή δυναμική της κίνησης, αποτελεσματική απορροή των ομβρίων). Αντίστροφα, αποτυχημένη χάραξη θεωρείται αυτή της οποίας οι κορυφές της μηκοτομής συμπίπτουν με τα σημεία καμπής της οριζοντιογραφίας (δηλαδή όταν δεν υπάρχει καμία σύμπτωση κορυφών). Εφόσον ο αριθμός των σημείων καμπής της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής δεν είναι ο ίδιος (κάτι το οποίο είναι συνηθισμένο), η χάραξη θεωρείται επιτυχημένη εάν τα σημεία τομής των εφαπτομένων στις καμπύλες της οριζοντιογραφίας και της μηκοτομής βρίσκονται όσο το δυνατόν πιο κοντά το ένα στο άλλο και τα υπεράριθμα βρίσκονται ανάμεσά τους.

Επιπλέον, σε περίπτωση που τα σημεία καμπής σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή δεν είναι δυνατόν να συμπίπτουν, θα πρέπει η αλλαγή της κατεύθυνσης της οδού εντός του διαθέσιμου μήκους ορατότητας να είναι τουλάχιστον 3,5^g, προκειμένου αυτή να είναι αντιληπτή από τον οδηγό. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι **στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS, δεν είναι σίγουρο ότι υπάρχει απόλυτη σύμπτωση των σημείων καμπής στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή**. Παρόλο που τα ίδια σημεία ελέγχου επηρεάζουν την καμπύλη και στις τρεις διαστάσεις, εντούτοις δεν είναι δεδομένο ότι θα αποτελούν σημεία καμπής ταυτόχρονα στην οριζοντιογραφία και στη μηκοτομή.



Σχήμα 4.20: Σύμπτωση σημείων καμπής σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 22)

Επαλληλία οριζοντιογραφικής καμπύλης με κύρτωμα: Σε περίπτωση κλειστής οριζοντιογραφικής καμπύλης, αυτή δεν πρέπει να βρίσκεται κοντά σε έντονη κυρτή



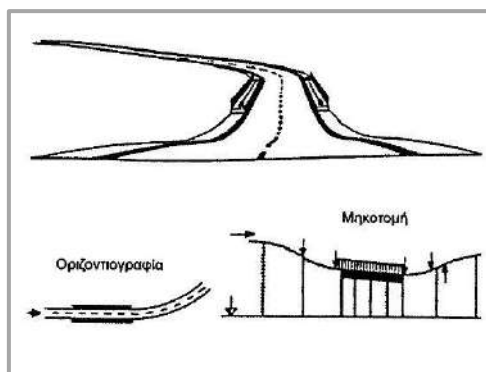
Σχήμα 4.21: Αρχή οριζοντιογραφικής καμπύλης σε περιοχή κυρτώματος. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 25)

καμπύλη μηκοτομής, για λόγους ασφάλειας της κυκλοφορίας. Η επαλληλία των καμπυλών αυτών έχει ως συνέπεια ο οδηγός να μη μπορεί να αντιληφθεί εύκολα την ύπαρξη στροφής, ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια της νύχτας. Επομένως, θα πρέπει αφενός η οριζοντιογραφική καμπύλη να προηγείται της κυρτής καμπύλης της μηκοτομής και αφετέρου να επιλέγεται τιμή για την ακτίνα οριζοντιογραφίας αρκετά μεγαλύτερη από την ελάχιστη απαιτούμενη [1].

Επαλληλία οριζοντιογραφικής καμπύλης με κοίλωμα: Γενικά, η αρχή μιας οριζοντιογραφικής καμπύλης προτείνεται να βρίσκεται κοντά σε αρχή κοιλώματος στη μηκοτομή. Έτσι, ο οδηγός έχει τη δυνατότητα να αντιληφθεί την ύπαρξη της καμπύλης όσο το δυνατόν νωρίτερα και άρα να προσαρμόσει αναλόγως την ταχύτητά του. Ο συνδυασμός κοίλης καμπύλης στη μηκοτομή με οριζοντιογραφικές καμπύλες δίνει γενικά την εντύπωση ότι η καμπύλη είναι πιο ανοιχτή σε σχέση με την πραγματικότητα ([30], [31]). Η αλλοίωση της προοπτικής εικόνας της οδού αυξάνει τις πιθανότητες πρόκλησης ατυχήματος, δεδομένου ότι ο οδηγός ενδέχεται να μη μειώσει την ταχύτητα του οχήματος όσο χρειάζεται. Για την εξάλειψη του προβλήματος, προτείνεται η ακτίνα του τόξου στρογγύλευσης της μηκοτομής να είναι αρκετά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ακτίνα της οριζοντιογραφίας (τουλάχιστον 5 έως 10 φορές μεγαλύτερη, σύμφωνα με εμπειρικό κανόνα). Τέλος, σε περίπτωση ύπαρξης κλειστής οριζοντιογραφικής καμπύλης και κοιλώματος, δεν απαιτείται να συμπίπτουν τα σημεία καμπής σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή. Αντιθέτως, ο διαχωρισμός των σημείων καμπής περιορίζει στον οδηγό την εσφαλμένη εντύπωση ανοιχτής οριζοντιογραφικής καμπύλης. Εξάλλου, στο κατώτατο σημείο ενός κοιλώματος οι ταχύτητες των οχημάτων συνήθως είναι υψηλές (λόγω της κατωφέρειας που έχει προηγηθεί), και έτσι η τοποθέτηση εκεί της αρχής της κλειστής οριζοντιογραφικής καμπύλης μπορεί να οδηγήσει σε ατυχήματα [1].

Μέγιστος αριθμός θλάσεων: Συνστήνεται σε κάθε θέση της χάραξης να μη βρίσκονται στο οπτικό πεδίο του οδηγού περισσότερες από δύο θλάσεις στην οριζοντιογραφία και τρεις στη μηκοτομή, για τη βελτίωση της αισθητικής της οδού [1].

Χάραξη στον χώρο και ισόπεδοι κόμβοι – τεχνικά έργα: Οι ισόπεδοι κόμβοι προτείνεται να τοποθετούνται σε κοίλωμα, για λόγους καλής ορατότητας ή, εάν αυτό δεν είναι εφικτό και για τις δύο οδούς που συμβάλλουν, τουλάχιστον να βρίσκεται σε κοίλωμα η οδός με τη μικρότερη κυκλοφοριακή σημασία, αφού η καλή ορατότητα δεν είναι τόσο κρίσιμης σημασίας στους χρήστες της κύριας οδού, οι οποίοι ούτως ή άλλως έχουν προτεραιότητα ([1], [30], [31]). Όσον αφορά στα τεχνικά έργα κατά μήκος της οδού, θα πρέπει να γίνεται προσαρμογή τους στη χάραξη. Για παράδειγμα, ευθύγραμμες μικρές γέφυρες μεταξύ διαδοχικών κοιλωμάτων δημιουργούν το φαινόμενο του τεθλασμένου καταστρώματος οδού. Τέλος, για προφανείς λόγους δεν θα πρέπει να αποκρύπτεται από κάποιο τεχνικό έργο η αρχή μιας οριζοντιογραφικής καμπύλης ([30], [31]).



Σχήμα 4.22: Επίπεδο τεχνικό έργο μεταξύ διαδοχικών κοιλωμάτων. (Πηγή: Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: «Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009, Σχήμα 28)

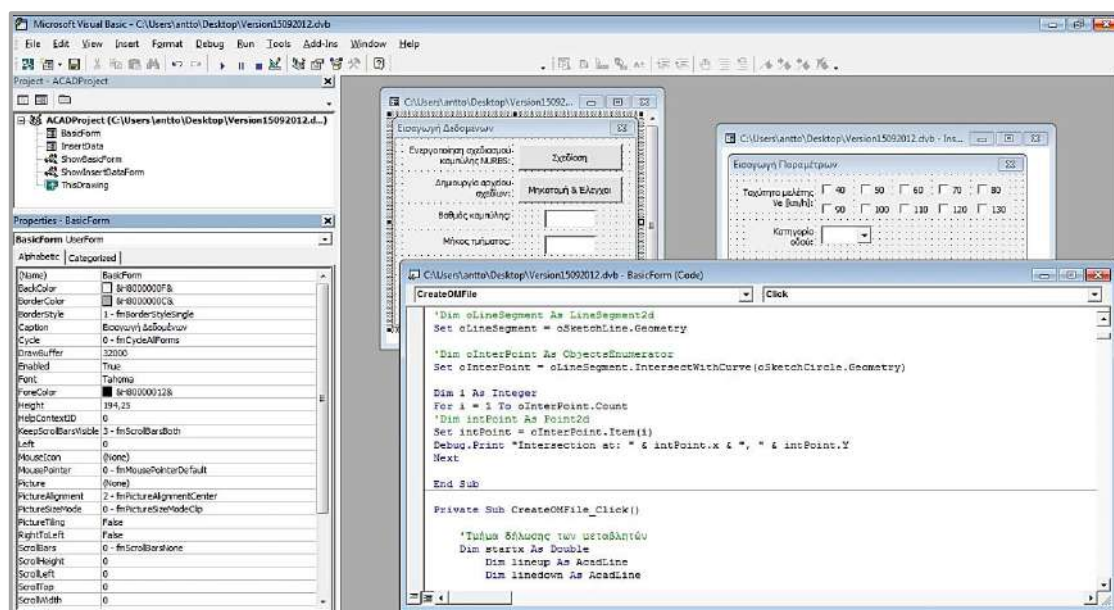
Χάραξη Οδού με χρήση Καμπυλών NURBS μέσω Η/Υ

5.1	Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ «NURBS_ROADS»	141
5.2	ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ NURBS_ROADS	143
5.2.1	Γενική περιγραφή	143
5.2.2	Εισαγωγή παραμέτρων οδικού τμήματος	145
5.2.3	Εκκίνηση διαδικασίας σχεδίασης καμπύλης	146
5.2.4	Λήψη συντεταγμένων σημείων της καμπύλης	147
5.2.5	Δημιουργία μηκοτομής οδού	150
5.2.6	Υπολογισμός κατά μήκος κλίσεων	152
5.2.7	Υπολογισμός ακτίνων οριζοντιογραφίας	152
5.2.8	Υπολογισμός ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής	153
5.2.9	Σχεδίαση διαγραμμάτων ελέγχου	153

5.1 Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ «NURBS_ROADS»

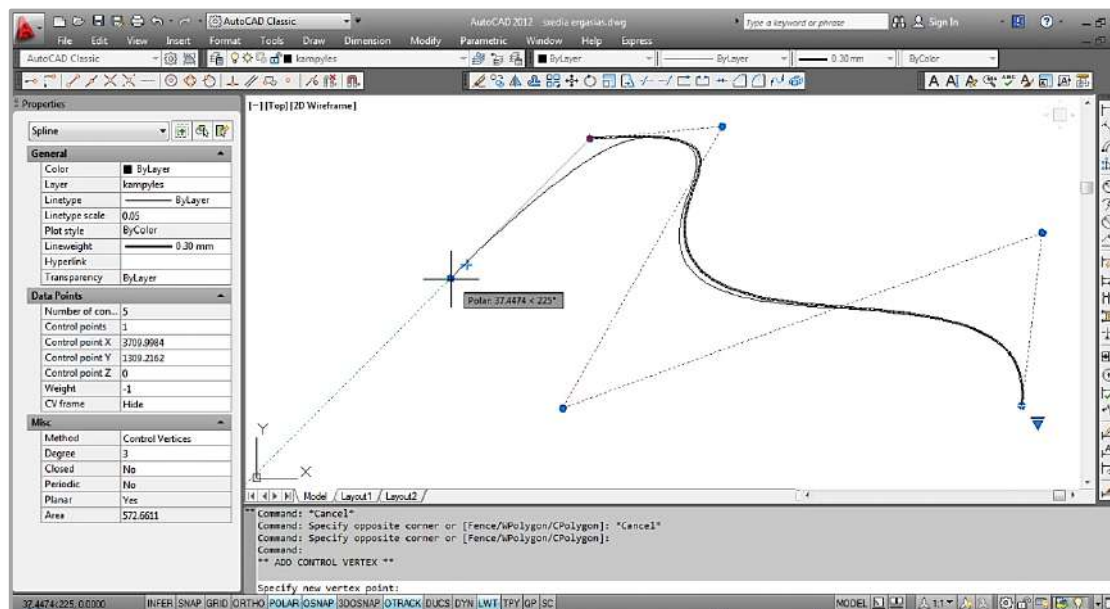
Στα προηγούμενα κεφάλαια αναπτύχθηκε η μαθηματική έννοια των καμπυλών NURBS, αναφέρθηκαν τα προτερήματα που παρουσιάζει η χρήση τους έναντι της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης καθώς και των άλλων ομοειδών καμπυλών, και έγινε ανάλυση των χαρακτηριστικών και της συμπεριφοράς τους κατά τη χρήση τους στη χάραξη ενός οδικού έργου. Προκειμένου να διερευνηθεί περαιτέρω η καταλληλότητά τους για τον σχεδιασμό οδών, καθίσταται απαραίτητη η ύπαρξη ενός λογισμικού, μέσω του οποίου θα είναι δυνατή η δημιουργία και ο έλεγχος χαράξεων με χρήση των καμπυλών αυτών, χωρίς να απαιτείται από το χρήστη η διενέργεια πολύπλοκων και χρονοβόρων μαθηματικών υπολογισμών. Κατ' αυτόν τον τρόπο καθίσταται δυνατή η δημιουργία ενός συνόλου εναλλακτικών χαράξεων και η αξιολόγησή τους από το χρήστη.

Συνεπώς, για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, δημιουργήθηκε ένα λογισμικό το οποίο προσφέρει τη δυνατότητα πραγματοποίησης των προαναφερθέντων, αξιοποιώντας την ταχύτητα και τις δυνατότητες των σύγχρονων ηλεκτρονικών υπολογιστών. Το λογισμικό αυτό φέρει την ονομασία «NURBS_ROADS» και αποτελείται από ένα σύνολο μακροεντολών, μέσω των οποίων δίνεται η δυνατότητα σχεδίασης οδικών τμημάτων σε υπάρχον τοπογραφικό διάγραμμα και δημιουργίας διαγραμμάτων από τα οποία αξιολογείται το αποτέλεσμα της χάραξης. Για την ανάπτυξη του λογισμικού επιλέχθηκε η γλώσσα προγραμματισμού *Visual Basic for Applications (VBA)* της εταιρείας Microsoft, η οποία παρουσιάζει το πλεονέκτημα της παροχής γραφικού περιβάλλοντος εργασίας στον χρήστη και επιπλέον μπορεί να συνεργαστεί με διάφορες εφαρμογές ηλεκτρονικού υπολογιστή.



Εικόνα 5.1: Το περιβάλλον εργασίας της γλώσσας προγραμματισμού VBA.

Σε συνδυασμό με τη γλώσσα προγραμματισμού VBA, χρησιμοποιήθηκε και το σχεδιαστικό πρόγραμμα **AutoCAD 2012** της εταιρείας Autodesk, μέσω του οποίου γίνεται η σχεδίαση της οδού και των διαγραμμάτων ελέγχου. Το πρόγραμμα AutoCAD είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα λογισμικά σχεδίασης και συνοδεύεται από μια πληθώρα εντολών και εργαλείων σχεδίασης στις δύο και στις τρεις διαστάσεις.



Εικόνα 5.2: Το περιβάλλον εργασίας του σχεδιαστικού προγράμματος AutoCAD 2012.

Σε ό,τι αφορά στη συγκεκριμένη εργασία, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το **σύνολο εξειδικευμένων εντολών σχεδίασης και μορφοποίησης καμπυλών NURBS που παρέχονται στον χρήστη**. Μέσω της γλώσσας προγραμματισμού VBA μπορούν να ενεργοποιηθούν οι αντίστοιχες εντολές και λειτουργίες. Οπότε, ο συνδυασμός της VBA και του AutoCAD παράγει ένα «φιλικό προς το χρήστη» αποτέλεσμα, καθώς αυτό είναι γραφικό και επεξεργάσιμο.

Επιπλέον, τα διάφορα δεδομένα που προκύπτουν κατά την εκτέλεση της διαδικασίας της χάραξης αποθηκεύονται είτε ως δεδομένα που περιέχονται σε φύλλα εργασίας του προγράμματος **Excel 2010** της Microsoft, είτε ως κείμενο που μπορεί να προβληθεί κάνοντας χρήση της εφαρμογής **Notepad** των Windows.

Η όλη διαμόρφωση του λογισμικού NURBS_ROADS έγινε κατά τέτοιον τρόπο, ώστε η διαδικασία της χάραξης να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο αυτοματοποιημένη και να απαιτείται παρέμβαση από το χρήστη μόνο όπου κρίνεται απολύτως απαραίτητο. Κάποιες από τις επιμέρους λειτουργίες του λογισμικού που περιγράφονται στα επόμενα ενδεχομένως να επιδέχονται βελτίωσης όσον αφορά στη μέθοδό τους και το προγραμματιστικό μέρος, παρόλα αυτά το λογισμικό θεωρείται επαρκές στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

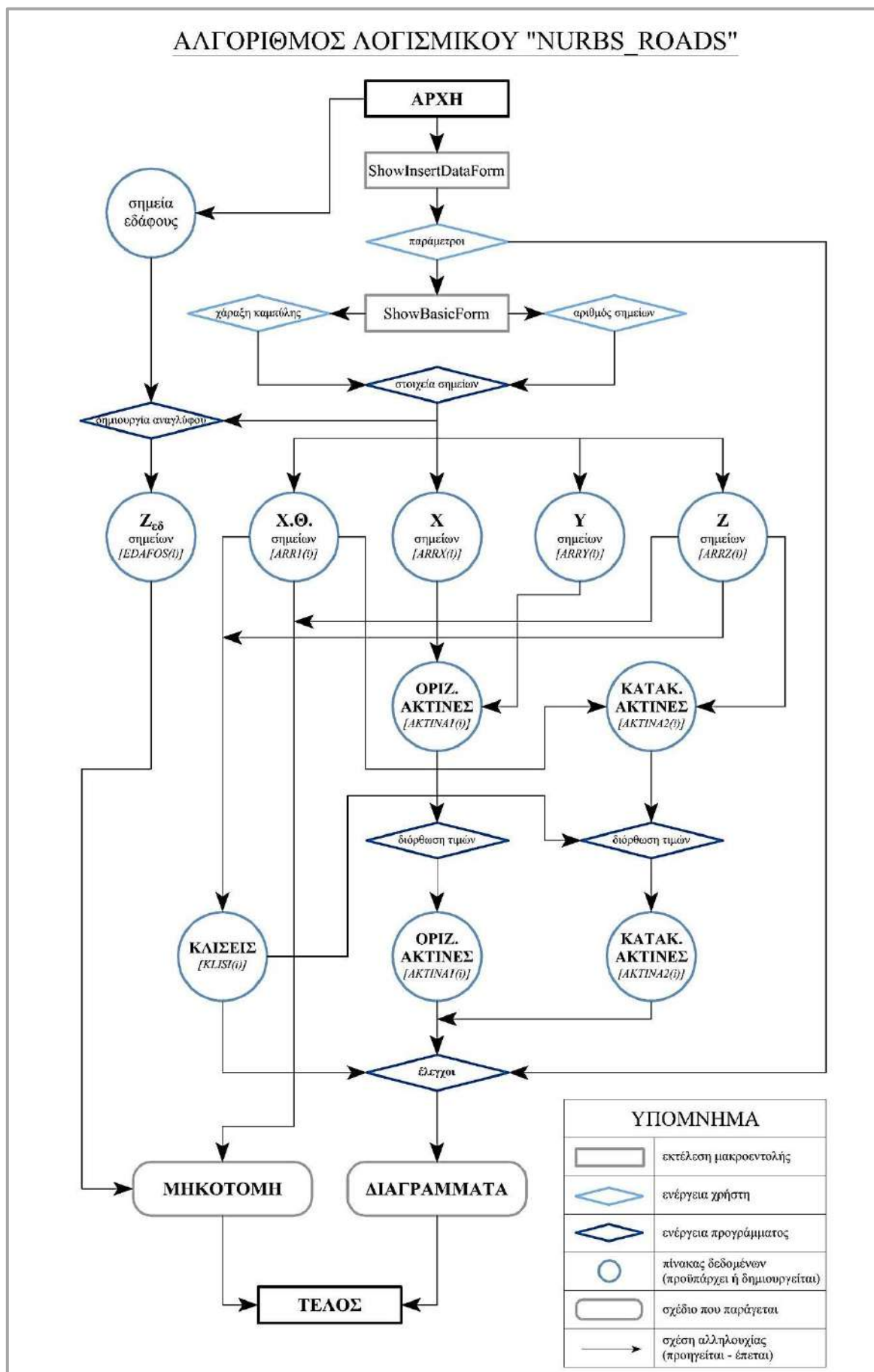
5.2 ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ NURBS_ROADS

5.2.1 ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Το λογισμικό NURBS_ROADS αποτελείται από δύο βασικές μακροεντολές, οι οποίες εκτελούνται μέσα από το περιβάλλον εργασίας του AutoCAD 2012. Κάθε μακροεντολή ενεργοποιεί μία φόρμα στην οποία καταχωρούνται τα απαιτούμενα δεδομένα. Επιπλέον, μέσω των μακροεντολών αυτών διενεργούνται οι απαραίτητοι υπολογισμοί, γίνεται η εκτέλεση των σχετικών εντολών του AutoCAD και η σχεδίαση της μηκοτομής της οδού, καθώς και των διαγραμμάτων ελέγχου. Οι λειτουργίες των μακροεντολών παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω:

- **Μακροεντολή «ShowInsertDataForm»:** Εμφανίζει μια φόρμα εισαγωγής των παραμέτρων της οδού, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν κατά τη σχεδίαση των διαγραμμάτων ελέγχου. Τα δεδομένα που καταχωρούνται είναι η ταχύτητα μελέτης, η κατηγορία της οδού, η μορφολογία του εδάφους της περιοχής, καθώς και το είδος της επιφάνειας κυκλοφορίας της οδού.
- **Μακροεντολή «ShowBasicForm»:** Εμφανίζει μια φόρμα εισαγωγής των απαιτούμενων δεδομένων σχεδίασης της μηκοτομής και των διαγραμμάτων ελέγχου (βαθμός καμπύλης και συνολικός αριθμός των σημείων επάνω στην καμπύλη, τα οποία θα αποτελέσουν άκρα ευθύγραμμων τμημάτων). Επιπλέον, μέσω αυτής της μακροεντολής, επιτελούνται και όλες οι υπόλοιπες λειτουργίες, δηλαδή:
 - Εκκίνηση της διαδικασίας σχεδίασης καμπύλης NURBS.
 - Προσομοίωση της καμπύλης με σύνολο από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα.
 - Δημιουργία μηκοτομής οδού.
 - Υπολογισμός κατά μήκος κλίσης ευθύγραμμων τμημάτων.
 - Υπολογισμός ακτίνων καμπυλών οριζοντιογραφίας.
 - Υπολογισμός ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής.
 - Πραγματοποίηση ελέγχων και δημιουργία αντίστοιχων διαγραμμάτων (διαγράμματα κατά μήκος κλίσης, οριζοντιογραφικών ακτίνων και ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής)

Βασική προϋπόθεση για να παραχθεί ένα ουσιαστικό αποτέλεσμα αποτελεί, φυσικά, η ύπαρξη στοιχείων σχετικών με το έδαφος της περιοχής χάραξης, δηλαδή ένα τοπογραφικό διάγραμμα με ισοϋψείς καμπύλες, πάνω στο οποίο θα γίνει η χάραξη της καμπύλης, και οι συντεταγμένες αρκετών σημείων του εδάφους, προκειμένου να σχεδιαστεί η μηκοτομή του εδάφους. Στο Σχήμα 5.1 της επόμενης σελίδας παρουσιάζεται συνοπτικά σε διάγραμμα ροής η λειτουργία του λογισμικού.



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα ροής του λογισμικού NURBS_ROADS.

Συνοπτικά, τα βήματα εκτέλεσης του λογισμικού είναι τα εξής:

- Άνοιγμα με το AutoCAD του αρχείου με το τοπογραφικό διάγραμμα της περιοχής.
- Φόρτωση του λογισμικού NURBS_ROADS εντός του περιβάλλοντος σχεδίασης του AutoCAD.
- Φόρτωση της φόρμας εισαγωγής παραμέτρων και καταχώρηση των δεδομένων – παραμέτρων της οδού.
- Φόρτωση της φόρμας εισαγωγής δεδομένων, καταχώρηση του επιθυμητού βαθμού της καμπύλης NURBS και εκκίνηση της σχεδίασης του οδικού τμήματος.
- Φόρτωση της φόρμας εισαγωγής δεδομένων, καταχώρηση του επιθυμητού αριθμού των σημείων τα οποία θα τοποθετηθούν κατά μήκος της καμπύλης και ενεργοποίηση σχεδίασης μηκοτομής και διαγραμμάτων ελέγχου.

Κατά τη διαδικασία εκτέλεσης των μακροεντολών, **δημιουργούνται πίνακες (ή «μητρώα»)** που περιέχουν αποθηκευμένα τα διάφορα δεδομένα που υπολογίζονται και τα οποία χρησιμοποιούνται σε μεταγενέστερα στάδια, είτε για τη διενέργεια υπολογισμών, είτε για τη δημιουργία των σχεδίων. Επιπλέον, γίνεται εξαγωγή των δεδομένων σε αρχείο του Excel, ώστε αυτά να είναι προσβάσιμα από το χρήστη. Η δομή και οι επιμέρους λειτουργίες του λογισμικού NURBS_ROADS περιγράφονται αναλυτικά στα επόμενα.

5.2.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΟΔΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

Οι απαιτούμενες παράμετροι του οδικού τμήματος, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διαδικασία δημιουργίας των διαγραμμάτων ελέγχων, εισάγονται στην αντίστοιχη φόρμα εισαγωγής, η οποία ενεργοποιείται με τη μακροεντολή «ShowInsertDataForm».

Εικόνα 5.3: Η φόρμα εισαγωγής παραμέτρων.

Το λογισμικό αυτό αφορά στη χάραξη υπεραστικών οδών. Έτσι, οι διαθέσιμες **ταχύτητες μελέτης (1^η παράμετρος)** προκύπτουν από τον πίνακα λειτουργικών χαρακτηριστικών και παραμέτρων μελέτης οδών των ΟΜΟΕ για την ομάδα Α (βλ. Πίνακα 4.1) και, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.3 της προηγούμενης σελίδας, περιλαμβάνονται οι τιμές από 40 km/h έως 130 km/h. Η ταχύτητα μελέτης που θα επιλεγεί χρησιμοποιείται σε όλους τους ελέγχους που πραγματοποιούνται για την κατασκευή των αντίστοιχων διαγραμμάτων (έλεγχος μέγιστων κατά μήκος κλίσεων, έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας, έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής).

Η **κατηγορία οδού (2^η παράμετρος)** προκύπτει από τον ίδιο πίνακα, περιλαμβάνει τις κατηγορίες ΑΙ έως ΑV και επιλέγεται σύμφωνα με την ταχύτητα μελέτης από μια λίστα. Για παράδειγμα, εάν επιλεγεί ταχύτητα μελέτης 110 km/h, οι διαθέσιμες κατηγορίες οδού που θα περιλαμβάνονται στη λίστα θα είναι οι κατηγορίες ΑΙ και ΑΙΙ, αφού μόνο σε αυτές μπορεί να εφαρμοστεί η συγκεκριμένη ταχύτητα μελέτης.

Επιπλέον, επιλέγεται η **μορφολογία του εδάφους της περιοχής (3^η παράμετρος)**, το οποίο μπορεί να είναι πεδινό, λοφώδες ή ορεινό. Το είδος της μορφολογίας χρησιμοποιείται στον έλεγχο των μέγιστων κατά μήκος κλίσεων και τον έλεγχο των ελάχιστων καμπυλών οριζοντιογραφίας.

Τέλος, επιλέγεται ο **τύπος της επιφάνειας κυκλοφορίας της οδού (4^η παράμετρος)**, δηλαδή εάν αυτή θα είναι ενιαία ή διαχωρισμένη. Ο τύπος της επιφάνειας κυκλοφορίας της οδού χρησιμοποιείται στον έλεγχο των ελάχιστων ακτίνων των κυρτών καμπυλών της μηκοτομής.

Στη συνέχεια, τα δεδομένα που επελέγησαν καταχωρούνται σε ένα αρχείο κειμένου με το όνομα «parameters.txt», ώστε να χρησιμοποιηθούν αργότερα κατά τη διενέργεια των ελέγχων.

5.2.3 ΕΚΚΙΝΗΣΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Η εκκίνηση της διαδικασίας σχεδίασης μιας καμπύλης NURBS γίνεται μέσω της φόρμας εισαγωγής δεδομένων (η φόρμα ενεργοποιείται με τη μακροεντολή «ShowBasicForm»), αφού εισαχθεί ο βαθμός της καμπύλης και πατηθεί το αντίστοιχο κουμπί.

Με το πάτημα του κουμπιού «Σχεδίαση», στέλνονται στη γραμμή εντολών του AutoCAD και εκτελούνται αυτόματα οι εντολές για την εκκίνηση σχεδίασης μιας καμπύλης, σύμφωνα με τις προτιμήσεις που καθορίζει ο χρήστης (κανονικά, οι εντολές αυτές δηλώνονται χειροκίνητα στο AutoCAD). Συγκεκριμένα, στέλνονται και εκτελούνται με τη σειρά οι εξής εντολές:

- Εντολή **SPLINE**: Έναρξη σχεδίασης καμπύλης NURBS.
- Εντολή **METHOD**: Επιλογή της μεθόδου σχεδίασης της καμπύλης, δηλαδή σχεδίαση μέσω σημείων ελέγχου που δεν ανήκουν στην καμπύλη (μέθοδος του πολύγωνου ελέγχου), ή σχεδίαση μέσω σημείων τα οποία υποχρεωτικά ανήκουν στην καμπύλη (βλ. και 4.1.4).
- Εντολή **CV (Control Vertices)**: Εισαγωγή της μεθόδου του πολύγωνου ελέγχου.
- Εντολή **DEGREE**: Επιλογή του βαθμού της καμπύλης. Στο σημείο αυτό καταχωρείται αυτόματα ο βαθμός που είχε καταχωρηθεί από το χρήστη στη φόρμα εισαγωγής δεδομένων.

Εικόνα 5.4: Η φόρμα εισαγωγής δεδομένων.

Πλέον ο χρήστης είναι σε θέση να σχεδιάσει την καμπύλη της επιλογής του επάνω στο τοπογραφικό διάγραμμα. Η κάτοψη της καμπύλης συνιστά την οριζοντιογραφία του οδικού τμήματος.

5.2.4 ΛΗΨΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Μετά από την ολοκλήρωση της σχεδίασης της καμπύλης από τον χρήστη, γίνεται εκκίνηση της διαδικασίας προσομοίωσης της καμπύλης με ένα σύνολο επιμέρους ευθύγραμμων τμημάτων, αφού εισαχθεί ο επιθυμητός αριθμός σημείων επάνω στην καμπύλη στο αντίστοιχο πλαίσιο της φόρμας εισαγωγής δεδομένων (βλ. Εικόνα 5.4). Οι συντεταγμένες των σημείων επί της καμπύλης προσδιορίζονται με εκτέλεση του Αλγόριθμου de Boor.

Αρχικά, θα πρέπει να είναι γνωστό το διάνυσμα κόμβων της καμπύλης και να καταχωρηθεί ως δεδομένο για την εκτέλεση του Αλγόριθμου de Boor. Από προεπιλογή,

για τη σχεδίαση της καμπύλης μέσω του λογισμικού AutoCAD χρησιμοποιείται **ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων** και το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου αποτελούν σημεία της καμπύλης (στο Κεφάλαιο 3 έχει αναφερθεί ότι το ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων στην πλειοψηφία των περιπτώσεων παράγει ικανοποιητικό σχήμα καμπύλης, επομένως δεν κρίνεται αναγκαία η επεξεργασία του). Επιπλέον, οι κόμβοι τοποθετούνται σε ακέραιες τιμές της παραμέτρου και ο αριθμός τους είναι ανάλογος με το πλήθος των σημείων ελέγχου. Κατ' αυτόν τον τρόπο, **είναι δυνατός ο προσδιορισμός του διανύσματος κόμβων, χωρίς να απαιτείται εισαγωγή του από τον χρήστη.**

Για παράδειγμα, εάν ο βαθμός της καμπύλης είναι $p = 4$ (η συγκεκριμένη τιμή χρησιμοποιείται πάντοτε στο πλαίσιο αυτής της εργασίας για τη σχεδίαση μιας καμπύλης) και αυτή ορίζεται από n σημεία ελέγχου, τότε το ολικό παραμετρικό διάστημα κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και $n - 4$.

Δηλαδή ισχύει ότι $t \in [0, n - 4]$, όπου n ο αριθμός των σημείων ελέγχου

Επιπλέον, για να διέρχεται η καμπύλη από το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου, θα πρέπει ως γνωστόν η πολλαπλότητα στην αρχή και στο τέλος του διανύσματος κόμβων να είναι ίση με το βαθμό της καμπύλης συν ένα, άρα στην περίπτωση αυτή ίση με 5. Οπότε, πάντοτε οι πέντε πρώτες τιμές του διανύσματος κόμβων ισούνται με $t = 0$ και οι πέντε τελευταίες ισούνται με $t = n - 4$.

Επομένως, για βαθμό καμπύλης $p = 4$ το διάνυσμα κόμβων έχει πάντοτε τη μορφή που παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 5.1: Μορφή ομοιόμορφου διανύσματος κόμβων για βαθμό καμπύλης $p=4$.

Α/Α	Κόμβοι	
	Ονομασία	Τιμή
1	t_0	0
2	t_1	0
3	t_2	0
4	t_3	0
5	t_4	0
6	t_5	1
7	t_6	2
...	...	...
$n-1$	t_{n-2}	$n-6$
n	t_{n-1}	$n-5$
$n+1$	t_n	$n-4$
$n+2$	t_{n+1}	$n-4$
$n+3$	t_{n+2}	$n-4$
$n+4$	t_{n+3}	$n-4$
$n+5$	t_{n+4}	$n-4$

Δηλαδή ισχύει ότι:

$$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, \dots, n-6, n-5, n-4, n-4, n-4, n-4, n-4)$$

Για παράδειγμα, εάν η καμπύλη που σχεδιάζεται αποτελείται από $n = 9$ σημεία ελέγχου, τότε το διάνυσμα κόμβων θα είναι το:

$$(0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5)$$

Η διαδικασία λήψης των συντεταγμένων σημείων επάνω στην καμπύλη γίνεται με επαναλαμβανόμενη εκτέλεση του Αλγόριθμου de Boor για κάθε σημείο εκτός του πρώτου και του τελευταίου, και αναλυτικά είναι η εξής:

- Διαιρείται η τιμή του ολικού παραμετρικού διαστήματος με τον αριθμό των σημείων που έχει ορίσει ο χρήστης, έτσι ώστε να βρεθεί το βήμα με το οποίο θα αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου σε κάθε επανάληψη του αλγόριθμου.
- Οι συντεταγμένες του πρώτου σημείου αντιστοιχούν σε τιμή της παραμέτρου $t = 0$ και συμπίπτουν με τις συντεταγμένες του πρώτου σημείου ελέγχου (αφού η καμπύλη διέρχεται από αυτό). Ομοίως, οι συντεταγμένες του τελευταίου σημείου αντιστοιχούν σε τιμή της παραμέτρου $t = n - 4$ και συμπίπτουν με τις συντεταγμένες του τελευταίου σημείου ελέγχου.
- Οι συντεταγμένες των ενδιάμεσων σημείων βρίσκονται αυξάνοντας κάθε φορά την τιμή της παραμέτρου t κατά το βήμα που υπολογίστηκε προηγουμένως.

Για παράδειγμα, εάν ο χρήστης δηλώσει ότι επιθυμεί τον προσδιορισμό των συντεταγμένων 100 σημείων και το ολικό παραμετρικό διάστημα της καμπύλης είναι το $[0, 26]$, ο Αλγόριθμος de Boor θα εκτελεστεί 98 φορές, αφού οι συντεταγμένες του πρώτου και του εκατοστού σημείου που βρίσκονται στα άκρα της καμπύλης είναι ήδη γνωστές. Το βήμα αύξησης της τιμής της παραμέτρου ισούται με $26/100 = 0,26$ και άρα ο Αλγόριθμος de Boor θα εκτελεστεί για τιμές της παραμέτρου $t = 0,26$, $t = 0,52$, $t = 0,78$, ..., $t = 25,22$, $t = 25,48$ και $t = 25,74$.

Παράλληλα με την εξαγωγή των δεδομένων, γίνεται και η **χιλιομέτρηση της οδού**. Στο πρώτο σημείο της καμπύλης (κατά τη φορά σχεδίασης) καταχωρείται η τιμή μηδέν, και για τα υπόλοιπα σημεία αυξάνεται προσθέτοντας κάθε φορά την απόσταση των διαδοχικών σημείων που υπολογίζονται (βλ. 3.6.1.2). Υπενθυμίζεται ότι η **απόσταση αυτή αναφέρεται στις προβολές των διαδοχικών σημείων σε οριζόντιο επίπεδο**.

Ο τελικός πίνακας που προκύπτει για τα σημεία της καμπύλης, αποτελείται από έξι στήλες: αρίθμηση σημείων, χιλιομετρική θέση και συντεταγμένες X , Y , Z και W (βάρος).

Τέλος, για κάθε σημείο i της καμπύλης, καταχωρείται η χιλιομετρική θέση σε πίνακα με το όνομα **ARR1(i)**, καθώς και οι συντεταγμένες του X , Y και Z , σε πίνακες με ονόματα **ARRX(i)**, **ARRY(i)** και **ARRZ(i)**.

5.2.5 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΜΗΚΟΤΟΜΗΣ ΟΔΟΥ

Τα σημεία του ανάγλυφου της περιοχής εισάγονται ως δεδομένα στο πρόγραμμα. Επομένως, είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός σχετικού αρχείου, το οποίο διαβάζεται κατά την εκτέλεση του προγράμματος.

ΓΡΑΜΜΗ ΕΔΑΦΟΥΣ

Η σχεδίαση της γραμμής του εδάφους κατά τον άξονα της οδού ακολουθεί τη σχεδίαση της ερυθράς γραμμής, υπό την έννοια ότι τα διάφορα σημεία που ανήκουν σε αυτή λαμβάνονται με ίδιο βήμα με αυτό των σημείων που ανήκουν στην καμπύλη, και βασίζεται στον προσδιορισμό της κατακόρυφης απόστασης των σημείων από τα αντίστοιχα τρίγωνα του εδάφους. Η διαδικασία που ακολουθείται έχει περιγραφεί στο Κεφάλαιο 3 (βλ. 3.6.1.3).

Έτσι, αρχικά για κάθε σημείο γίνεται ο προσδιορισμός του τριγώνου του εδάφους στο οποίο ανήκει κατά την οριζόντια προβολή. Οι συντεταγμένες των σημείων προκύπτουν από ανάγνωση των πινάκων **ARRX(i)** και **ARRY(i)**.

Στη συνέχεια, για κάθε σημείο υπολογίζεται το αντίστοιχο υψόμετρο του εδάφους. Αφού υπολογιστούν τα υψόμετρα των σημείων του εδάφους, καταχωρούνται σε πίνακα με το όνομα **EDAFOS(i)**.

ΕΡΥΘΡΑ ΓΡΑΜΜΗ

Προκειμένου να οριστούν τα σημεία της ερυθράς γραμμής στη μηκοτομή, πρέπει για καθένα από αυτά να είναι γνωστή η χιλιομετρική του θέση και το υψόμετρό του. Τα στοιχεία αυτά έχουν ήδη βρεθεί κατά τη διαδικασία της διαίρεσης της καμπύλης και βρίσκονται αποθηκευμένα στους πίνακες **ARR1(i)** και **ARRZ(i)** αντίστοιχα.

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΜΗΚΟΤΟΜΗΣ

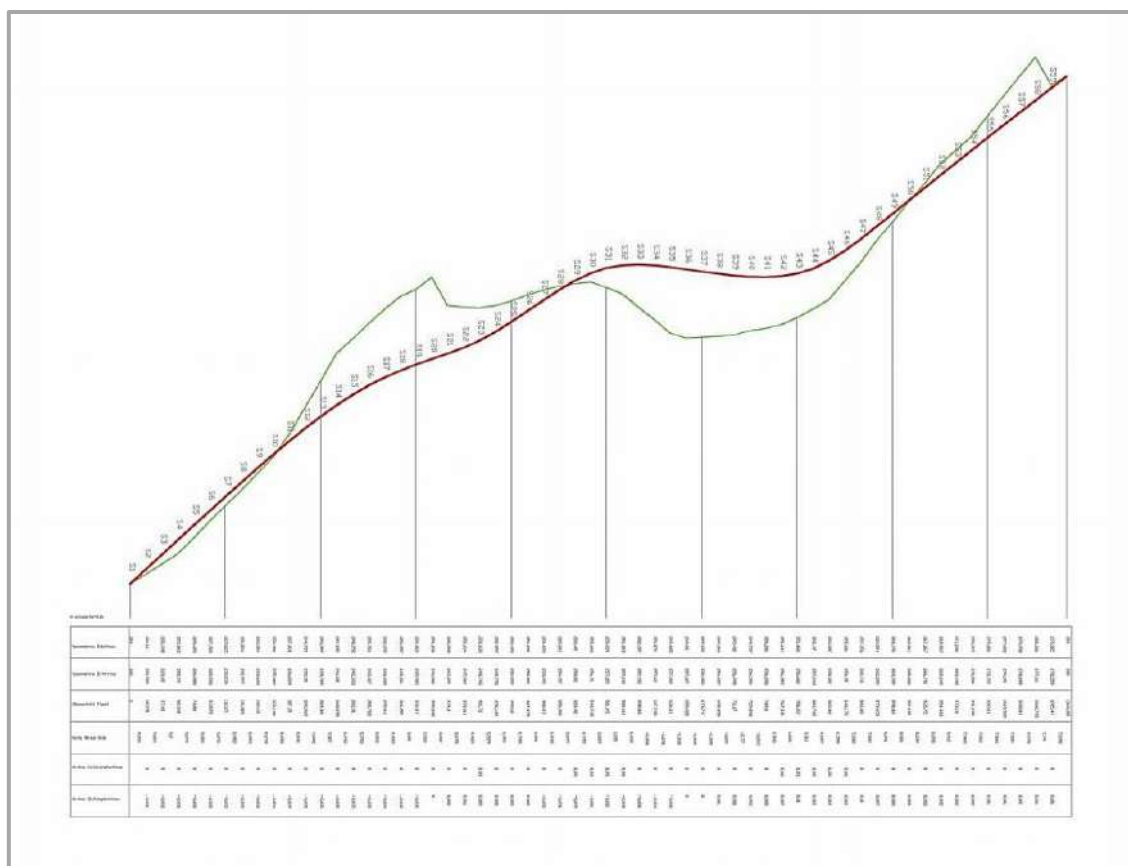
Σε συνδυασμό και με τα όσα προαναφέρθηκαν, η διαδικασία σχεδίασης της μηκοτομής συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα:

- Για το πλήθος των σημείων που έχουν τοποθετηθεί κατά μήκος της καμπύλης, διαβάζονται οι πίνακες **ARR1(i)**, **ARRZ(i)** και **EDAFOS(i)**. Οι τιμές στους πίνακες αντιστοιχούν στη χιλιομετρική θέση, τα υψόμετρα των σημείων κατά μήκος της καμπύλης και τα υψόμετρα των σημείων του εδάφους. Κάθε πίνακας περιλαμβάνει μία στήλη και τόσες σειρές, όσα είναι τα σημεία που τοποθετήθηκαν επάνω στην καμπύλη. Άρα, κάθε σειρά αντιστοιχεί στα δεδομένα ενός σημείου προς αποτύπωση.

- Για κάθε επανάληψη, δημιουργείται ένα ευθύγραμμο τμήμα της ερυθράς γραμμής και ένα ευθύγραμμο τμήμα της γραμμής του εδάφους. Οι συντεταγμένες της αρχής και του πέρατος των τμημάτων αυτών αφορούν σε δύο διαδοχικά δεδομένα σημεία και είναι:
 - (χιλιομετρική θέση, υψόμετρο σημείου καμπύλης) για την ερυθρά γραμμή, που λαμβάνονται από τους πίνακες **ARR1(i)** και **ARRZ(i)** αντίστοιχα.
 - (χιλιομετρική θέση, υψόμετρο σημείου εδάφους) για τη γραμμή εδάφους, που λαμβάνονται από τους πίνακες **ARR1(i)** και **EDAFOS(i)** αντίστοιχα.
- Η τελική μορφή της μηκοτομής προκύπτει ως το σύνολο αυτών των ευθύγραμμων τμημάτων.

Παρατήρηση: Τα υψόμετρα των σημείων της καμπύλης και του εδάφους πολλαπλασιάζονται επί το δέκα, έτσι ώστε η κλίμακα των υψών να είναι δεκαπλάσια σε σχέση με την κλίμακα των μηκών, κάτι το οποίο συνηθίζεται στα σχέδια μηχανοτομών.

Παράλληλα, κάτω από το σχέδιο της μηκοτομής δημιουργείται και το **υπόμνημα**, το οποίο αποτελείται από τις τιμές των υψομέτρων των σημείων της ερυθράς και του εδάφους, καθώς και τις χιλιομετρικές θέσεις. Οι τιμές λαμβάνονται ομοίως από τους αντίστοιχους πίνακες. Στο υπόμνημα αποτυπώνονται και άλλες πληροφορίες, οι οποίες προκύπτουν από μεταγενέστερους υπολογισμούς και αναφέρονται στα επόμενα.



Εικόνα 5.5: Μηκοτομή της οδού.

5.2.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΚΛΙΣΕΩΝ

Οι κατά μήκος κλίσεις που υπολογίζονται αφορούν στα επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα που συνθέτουν την ερυθρά της οδού. Η αντιστοιχία των δεδομένων σε σχέση με τη μέθοδο υπολογισμού της κατά μήκος κλίσης (βλ. 3.6.1.4), είναι:

- $x_1, x_2 \rightarrow$ **χιλιομετρικές θέσεις** αρχικού και τελικού σημείου κατά μήκος της καμπύλης αντίστοιχα
- $y_1, y_2 \rightarrow$ **υψόμετρα** αρχικού και τελικού σημείου κατά μήκος της καμπύλης αντίστοιχα.

Ο υπολογισμός της κατά μήκος κλίσης των τμημάτων που συνθέτουν την ερυθρά γραμμή πραγματοποιείται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας για όλα τα επιμέρους τμήματα. Για το πλήθος των σημείων που έχουν τοποθετηθεί κατά μήκος της καμπύλης, διαβάζονται οι πίνακες **ARR1(i)** (χιλιομετρική θέση) και **ARRZ(i)** (υψόμετρα των σημείων κατά μήκος της καμπύλης). Σε κάθε επανάληψη λαμβάνονται τα παραπάνω δεδομένα για δύο διαδοχικά σημεία (αρχή και πέρας του αντίστοιχου ευθύγραμμου τμήματος) και υπολογίζεται η κλίση.

Οι τιμές της κλίσης καταχωρούνται σε πίνακα με το όνομα **KLISI(i)**. Το πλήθος τους είναι κατά ένα λιγότερο από το πλήθος των σημείων κατά μήκος της καμπύλης, σύμφωνα με τη λογική του υπολογισμού τους που παρουσιάστηκε παραπάνω. Επίσης, οι τιμές της κλίσης αποτυπώνονται στο υπόμνημα της μηκοτομής.

5.2.7 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Όπως έχει αναλυθεί στα προηγούμενα, ο υπολογισμός των ακτίνων της οριζοντιογραφίας γίνεται με θεώρηση κύκλων που διέρχονται από τρία διαδοχικά σημεία επάνω στην καμπύλη, στην οριζοντιογραφία της οδού. Συνεπώς, οι ζητούμενες ακτίνες είναι αυτές των εφαπτόμενων κύκλων. Η αντιστοιχία των δεδομένων σε σχέση με τη μέθοδο υπολογισμού των οριζόντιων ακτίνων (βλ. 3.6.1.5), είναι:

- $x_1, x_2, x_3 \rightarrow$ **τετμημένες x** τριών διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης
- $y_1, y_2, y_3 \rightarrow$ **τεταγμένες y** τριών διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης

Ο υπολογισμός της ακτίνας των εφαπτόμενων κύκλων πραγματοποιείται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας για όλα τα σημεία σε ομάδες των τριών (για παράδειγμα, πρώτο – δεύτερο – τρίτο σημείο, έπειτα δεύτερο – τρίτο – τέταρτο σημείο και ούτω καθεξής). Για το πλήθος των σημείων που έχουν τοποθετηθεί κατά μήκος της καμπύλης,

διαβάζονται οι πίνακες **$ARRX(i)$** (τετμημένη x) και **$ARRY(i)$** (τεταγμένη y) και για κάθε τρία διαδοχικά σημεία, υπολογίζονται με τη σειρά, όπως έχει περιγραφεί, τα m_r, m_t, x_K, y_K και R .

Οι τιμές των ακτίνων καταχωρούνται σε πίνακα με το όνομα **$AKTINA1(i)$** . Το πλήθος τους είναι κατά δύο μικρότερο από το πλήθος των σημείων κατά μήκος της καμπύλης.

5.2.8 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΥΡΤΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΛΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Ο υπολογισμός των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής της οδού πραγματοποιείται με την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των οριζοντιογραφικών ακτίνων. Η αντιστοιχία των δεδομένων σε σχέση με τη μέθοδο υπολογισμού (βλ. 3.6.1.6), είναι:

- $x_1, x_2, x_3 \rightarrow$ χιλιομετρικές θέσεις τριών διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης
- $y_1, y_2, y_3 \rightarrow$ υψόμετρα τριών διαδοχικών σημείων κατά μήκος της καμπύλης

Ο υπολογισμός της ακτίνας των εφαπτόμενων κύκλων στη μηκοτομή πραγματοποιείται, ομοίως με τη διαδικασία υπολογισμού των οριζόντιων εφαπτόμενων κύκλων, μέσω επαναληπτικής διαδικασίας για όλα τα σημεία σε ομάδες των τριών (για παράδειγμα, πρώτο – δεύτερο – τρίτο σημείο, έπειτα δεύτερο – τρίτο – τέταρτο σημείο και ούτω καθεξής). Για το πλήθος των σημείων που έχουν τοποθετηθεί κατά μήκος της καμπύλης, διαβάζονται οι πίνακες **$ARR1(i)$** (χιλιομετρική θέση) και **$ARRZ(i)$** (υψόμετρα των σημείων κατά μήκος της καμπύλης) και για κάθε τρία διαδοχικά σημεία, υπολογίζονται με τη σειρά, όπως έχει περιγραφεί, τα m_r, m_t, x_K, y_K και R .

Οι τιμές των ακτίνων καταχωρούνται σε πίνακα με το όνομα **$AKTINA2(i)$** . Ομοίως με τις οριζοντιογραφικές ακτίνες, το πλήθος τους είναι κατά δύο μικρότερο από το πλήθος των σημείων κατά μήκος της καμπύλης.

5.2.9 ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

Τα διαγράμματα ελέγχου περιλαμβάνουν το **διάγραμμα των κατά μήκος κλίσεων** της οδού, το **διάγραμμα των ακτίνων της οριζοντιογραφίας** και το **διάγραμμα των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής**. Στα διαγράμματα

παρουσιάζονται οι μεταβολές των μεγεθών αυτών κατά μήκος της οδού και επίσης σημειώνονται τα τμήματα της οδού στα οποία παρουσιάζονται προβλήματα (δηλαδή εκεί όπου οι τιμές έχουν προκύψει είτε μικρότερες των ελάχιστων απαιτούμενων, είτε μεγαλύτερες των μέγιστων αποδεκτών).

Οι οριακές τιμές που χρησιμοποιούνται κατά τους ελέγχους, λαμβάνονται από τις ΟΜΟΕ-Χ (τεύχος χαράξεων), όπως αυτές έχουν παρουσιαστεί στα προηγούμενα (βλ. 4.2.2).

5.2.9.1 Διενέργεια ελέγχων

ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΚΛΙΣΕΩΝ

Ο έλεγχος των ελάχιστων κατά μήκος κλίσεων βασίζεται, όπως έχει ήδη αναφερθεί, σε οδηγίες των Γερμανικών Κανονισμών. Σύμφωνα με αυτόν τον έλεγχο, η ελάχιστη επιτρεπόμενη κατά μήκος κλίση θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με **0,5%**. Ο έλεγχος των μέγιστων κατά μήκος κλίσεων βασίζεται στον Πίνακα 4.3 (*«Μέγιστες κατά μήκος κλίσεις για οδούς της ομάδας Α»*) (βλ. 4.2.2.6) και αξιοποιεί τις παραμέτρους της ταχύτητας μελέτης και της μορφολογίας του εδάφους της περιοχής.

Κατά τη διαδικασία ελέγχου, διαβάζονται με τη σειρά οι τιμές των κατά μήκος κλίσεων από τον πίνακα **KLISI(i)** και για όσες βρεθούν να είναι εκτός των απαιτούμενων ορίων, εισάγεται ο χαρακτηρισμός «πρόβλημα» ή «πρόβλημα κατ' εξαίρεσιν».

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Ο έλεγχος των ελάχιστων οριζοντιογραφικών ακτίνων γίνεται σύμφωνα με τον Πίνακα 4.2 (*«Ελάχιστες ακτίνες καμπυλών για οδούς της ομάδας Α»*) (βλ. 4.2.2.5) και αξιοποιεί τις παραμέτρους της ταχύτητας μελέτης και της μορφολογίας του εδάφους της περιοχής.

Κατά τη διαδικασία ελέγχου, διαβάζονται με τη σειρά οι τιμές των ακτίνων της οριζοντιογραφίας από τον πίνακα **AKTINA1(i)** και για όσες βρεθούν να είναι εκτός των απαιτούμενων ορίων, εισάγεται ο χαρακτηρισμός «πρόβλημα» ή «πρόβλημα κατ' εξαίρεσιν».

Τέλος, για την αποτύπωση των τιμών των οριζοντιογραφικών ακτίνων στο αντίστοιχο διάγραμμα, είναι απαραίτητη η διάκριση μεταξύ αριστερόστροφων και δεξιόστροφων καμπυλών κατά τη χιλιομέτρηση. Η διάκριση γίνεται με τη μέθοδο που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3 (βλ. 3.6.1.5). Έτσι, διαβάζονται οι πίνακες **ARRX(i)** και **ARRY(i)**, και για κάθε ομάδα τριών σημείων από τα οποία διέρχεται ο αντίστοιχος κύκλος, υπολογίζεται η ποσότητα Α. Εάν προκύψει ότι η καμπύλη είναι δεξιόστροφη, η αντίστοιχη τιμή της ακτίνας στον πίνακα **AKTINA1(i)** τίθεται ως αρνητική.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ ΚΥΡΤΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΛΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Ο έλεγχος των ελάχιστων ακτίνων των κυρτών καμπυλών γίνεται σύμφωνα με τον Πίνακα 4.4 («Οριακές τιμές ακτίνων κυρτών κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων Α και Β») (βλ. 4.2.2.6) και αξιοποιεί τις παραμέτρους της ταχύτητας μελέτης και του τύπου επιφάνειας κυκλοφορίας (ενιαία ή διαχωρισμένη). Επιπλέον, ο έλεγχος γίνεται μόνο σε σχέση με τη ύπαρξη ορατότητας για στάση. Ο έλεγχος των ελάχιστων ακτίνων των κοίλων καμπυλών γίνεται σύμφωνα με τον Πίνακα 4.5 («Ελάχιστες τιμές ακτίνων κοίλων κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής για οδούς των ομάδων Α και Β») (βλ. 4.2.2.6) και αξιοποιεί την παράμετρο της ταχύτητας μελέτης.

Πριν από τη διενέργεια του ελέγχου, είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των κυρτών και κοίλων καμπυλών, αφού οι οριακές τιμές που δίνονται στις ΟΜΟΕ είναι διαφορετικές για τις δύο μορφές (υπενθυμίζεται ότι έχει γίνει ο υπολογισμός των ακτίνων των κατακόρυφων καμπυλών συναρμογής, χωρίς ωστόσο να έχει γίνει διάκριση μεταξύ κυρτών και κοίλων).

Συνεπώς σύμφωνα με τη μέθοδο που παρατέθηκε στο Κεφάλαιο 3 (βλ. 3.6.1.6), διαβάζεται ο πίνακας **KLISI(i)** και ελέγχεται η σχέση των διαδοχικών τιμών των κλίσεων. Εάν προκύψει ότι η καμπύλη είναι κοίλη, η αντίστοιχη τιμή της ακτίνας στον πίνακα **AKTINA2(i)** τίθεται ως αρνητική. Η θετική ή αρνητική προσήμανση των τιμών χρειάζεται για τη σχεδίαση του διαγράμματος ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών.

Στη συνέχεια, κατά τη διαδικασία του ελέγχου, διαβάζονται με τη σειρά οι τιμές των ακτίνων από τον πίνακα **AKTINA2(i)** και για όσες βρεθούν να είναι εκτός των απαιτούμενων ορίων, εισάγεται ο χαρακτηρισμός «πρόβλημα».

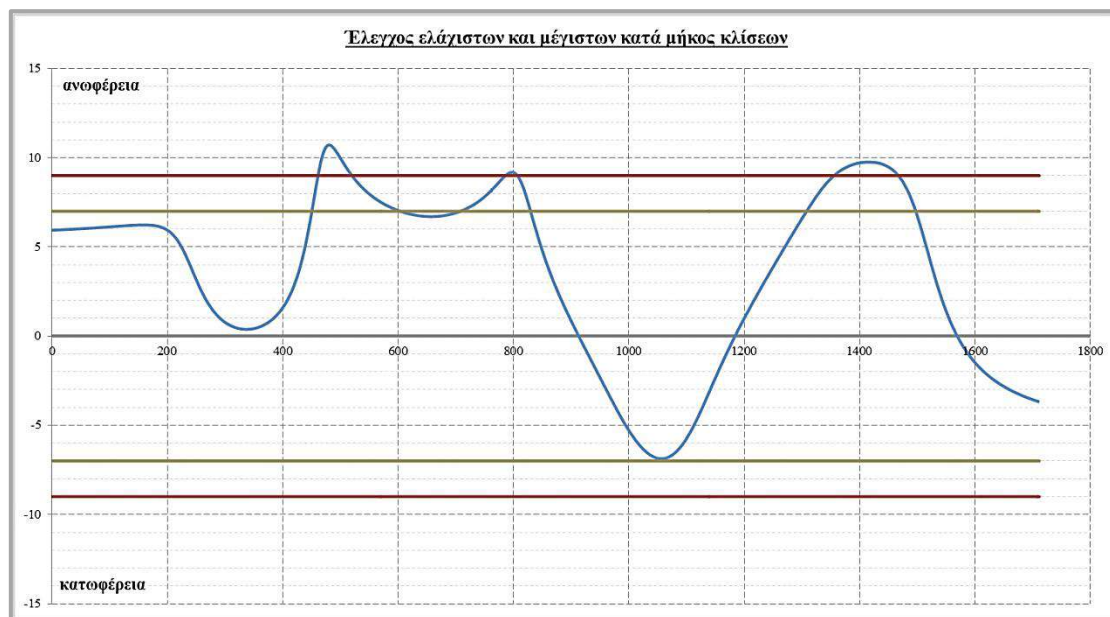
5.2.9.2 Αποτύπωση διαγραμμάτων

Για την αποτύπωση του **διαγράμματος κατά μήκος κλίσεων**, διαβάζεται ο πίνακας **KLISI(i)**. Το πρώτο σημείο του διαγράμματος αποτυπώνεται με τετμημένη το μισό μήκος του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος και τεταγμένη την πρώτη τιμή του πίνακα **KLISI(i)**. Τα υπόλοιπα σημεία αποτυπώνονται με τετμημένες τα μήκη που υπολογίζονται σύμφωνα με την περιγραφή του διαγράμματος (βλ. 3.6.1.7), και τεταγμένες τις υπόλοιπες τιμές του πίνακα κλίσεων.

Κατά την αποτύπωση δύο διαδοχικών σημείων, σχεδιάζεται και το ευθύγραμμο τμήμα που τα συνδέει. Επίσης, αποτυπώνονται και οι οριζόντιες γραμμές που αντιστοιχούν στις οριακές επιτρεπτές τιμές (οι τιμές λαμβάνονται από τον Πίνακα 4.3). Οι οριζόντιες γραμμές είναι συνολικά τέσσερις, διότι εκτός από τις περιοχές των αποδεκτών και μη αποδεκτών τιμών, υπάρχει και η περιοχή των κατ' εξαίρεσιν αποδεκτών τιμών.

Το διάγραμμα σχεδιάζεται για μέγιστες κατ' απόλυτο τιμές κατά μήκος κλίσης **15%**, αφού δεν θα είχε κάποιο νόημα η αποτύπωση μεγαλύτερων τιμών. Ως θετικές λαμβάνονται οι κατά μήκος κλίσεις σε ανωφέρεια κατά τη χιλιομέτρηση και, αντίστοιχα,

αρνητικές είναι οι κατά μήκος κλίσεις σε κατωφέρεια. Η σχεδίαση γίνεται με χρήση ευθύγραμμων τμημάτων μικρού μήκους.

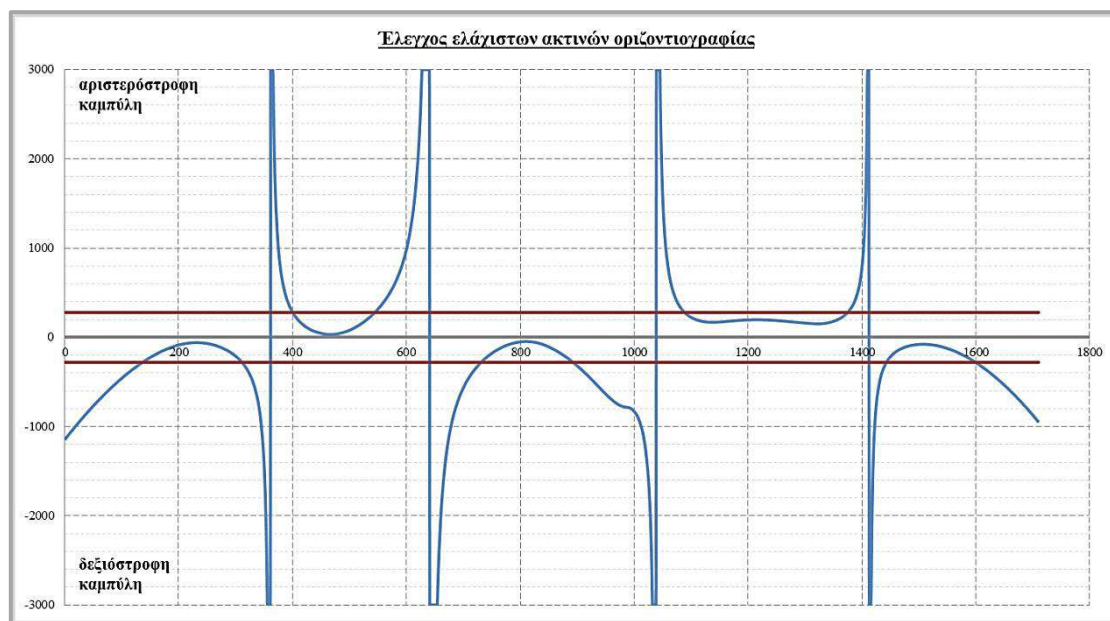


Εικόνα 5.6: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων.

Για την αποτύπωση του **διαγράμματος ακτίνων οριζοντιογραφίας**, διαβάζεται ο πίνακας **AKTINA1(i)**. Το πρώτο σημείο του διαγράμματος αποτυπώνεται με τετμημένη το μήκος του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος και τεταγμένη την πρώτη τιμή του πίνακα **AKTINA1(i)**. Τα υπόλοιπα σημεία αποτυπώνονται με τετμημένες τα μήκη που υπολογίζονται σύμφωνα με την περιγραφή του διαγράμματος (βλ. 3.6.1.7), και τεταγμένες τις υπόλοιπες τιμές του πίνακα οριζόντιων ακτίνων.

Κατά την αποτύπωση δύο διαδοχικών σημείων, σχεδιάζεται και το ευθύγραμμο τμήμα που τα συνδέει. Επίσης, αποτυπώνονται και οι οριζόντιες γραμμές που αντιστοιχούν στις οριακές επιτρεπτές τιμές (οι τιμές λαμβάνονται από τον Πίνακα 4.2). Οι οριζόντιες γραμμές είναι συνολικά δύο εάν η μορφολογία του εδάφους είναι λοφώδης ή ορεινή, ή τέσσερις εάν η μορφολογία του εδάφους είναι πεδινή (διότι σε αυτήν την περίπτωση εκτός από τις περιοχές των αποδεκτών και μη αποδεκτών τιμών, υπάρχει και η περιοχή των κατ' εξαίρεσιν αποδεκτών τιμών).

Το διάγραμμα σχεδιάζεται για μέγιστες κατ' απόλυτο τιμές ακτίνων **3.000m**. Τα τμήματα της οδού με μεγαλύτερες ακτίνες πρακτικά θεωρούνται ευθυγραμμίες, αφού ένας οδηγός δεν θα μπορούσε να αντιληφθεί την ύπαρξη καμπυλότητας σε αυτά. Ως θετικές λαμβάνονται οι ακτίνες των αριστερόστροφων καμπυλών κατά τη χιλιομέτρηση και, αντίστοιχα, αρνητικές είναι οι ακτίνες των δεξιόστροφων καμπυλών. Κατά παρόμοιο τρόπο με το προηγούμενο διάγραμμα, η σχεδίαση γίνεται με χρήση ευθύγραμμων τμημάτων μικρού μήκους.

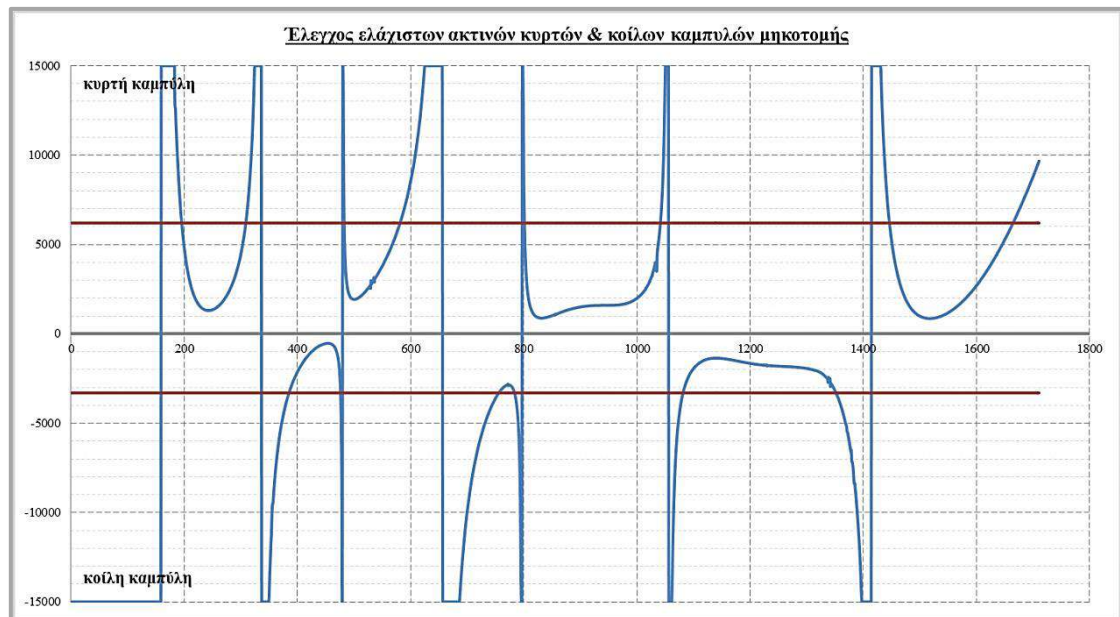


Εικόνα 5.7: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας.

Τέλος, για την αποτύπωση του **διαγράμματος ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών**, διαβάζεται ο πίνακας **AKTINA2(i)**. Το πρώτο σημείο του διαγράμματος αποτυπώνεται με τετμημένη το μήκος του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος και τεταγμένη την πρώτη τιμή του πίνακα **AKTINA2(i)**. Τα υπόλοιπα σημεία αποτυπώνονται με τετμημένες τα μήκη που υπολογίζονται σύμφωνα με την περιγραφή του διαγράμματος (βλ. 3.6.1.7), και τεταγμένες τις υπόλοιπες τιμές του πίνακα ακτίνων της μηκοτομής.

Κατά την αποτύπωση δύο διαδοχικών σημείων, σχεδιάζεται και το ευθύγραμμο τμήμα που τα συνδέει. Επίσης, αποτυπώνονται και οι δύο οριζόντιες γραμμές που αντιστοιχούν στις οριακές επιτρεπτές τιμές (οι τιμές λαμβάνονται από τον Πίνακα 4.4 για τις κυρτές καμπύλες και από τον Πίνακα 4.5 για τις κοίλες καμπύλες).

Το διάγραμμα σχεδιάζεται για μέγιστες κατ' απόλυτο τιμές ακτίνων **15.000m**. Τα τμήματα της οδού με ακτίνες μεγαλύτερες των 15.000m πρακτικά θεωρούνται ως τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση, αφού ένας οδηγός δεν θα μπορούσε να αντιληφθεί την ύπαρξη καμπυλότητας σε αυτά. Ως θετικές λαμβάνονται οι ακτίνες των κυρτών καμπυλών και, αντίστοιχα, αρνητικές είναι οι ακτίνες των κοίλων καμπυλών. Κατά παρόμοιο τρόπο με τα προηγούμενα διαγράμματα, η σχεδίαση γίνεται με χρήση ευθύγραμμων τμημάτων μικρού μήκους.



Εικόνα 5.8: Το διάγραμμα ελέγχου ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών συναρμογής της μηκοτομής.

Παράδειγμα Χάραξης

6.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	161
6.1.1	Συνοπτική περιγραφή	162
6.1.2	Βασικές αρχές χάραξης	162
6.2	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΟΔΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ	164
6.2.1	Γενικά στοιχεία.....	164
6.2.2	Στοιχεία καμπύλης.....	164
6.2.3	Οριζοντιογραφία.....	167
6.2.4	Μηκοτομή.....	168
6.2.5	Διατομές	172
6.2.6	Διαγράμματα ελέγχου.....	176
6.3	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΧΑΡΑΞΗΣ	183
6.3.1	1 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	183
6.3.2	2 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	187
6.3.3	3 ^η δοκιμαστική χάραξη.....	194
6.3.4	Τελική χάραξη (4 ^η δοκιμαστική χάραξη)	201

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύθηκε η δομή και περιγράφηκαν οι λειτουργίες του λογισμικού NURBS_ROADS για τη σχεδίαση και τον έλεγχο χαράξεων οδικών τμημάτων με χρήση καμπυλών NURBS. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια δοκιμαστική χάραξη με χρήση του λογισμικού αυτού, προκειμένου να αναλυθεί η συμπεριφορά των καμπυλών NURBS όταν αυτές αναπαριστούν οδικούς άξονες και να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα.



Εικόνα 6.1: Χάρτης της περιοχής μελέτης του παραδείγματος. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται η προτεινόμενη χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS. Με μπλε χρώμα σημειώνεται η Εθνική Οδός Ηρακλείου – Λασιθίου και με πράσινο χρώμα σημειώνεται η υπάρχουσα οδός που σύνδεσης του αεροδρομίου με την Εθνική Οδό. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

6.1.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

Στο παράδειγμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η μελέτη χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS, ενός οδικού τμήματος, το οποίο εκτείνεται εντός των ορίων των Δήμων Μινώα Πεδιάδας και Χερσονήσου, στα ανατολικά του νομού Ηρακλείου Κρήτης. Το συγκεκριμένο οδικό τμήμα συνδέει το Αεροδρόμιο Καστελλίου με την υπάρχουσα Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου (αποτελεί τμήμα του Βόρειου Οδικού Άξονα Κρήτης – ΒΟΑΚ), στο ύψος του οικισμού «Γούβες».

Το Αεροδρόμιο Καστελλίου μέχρι σήμερα χρησιμοποιείται ως βάση της Ελληνικής Αεροπορίας. Ωστόσο, σχεδιάζεται η μελλοντική αντικατάσταση του Διεθνούς Αερολιμένα Ηρακλείου «Νίκος Καζαντζάκης», με ένα νέο αεροδρόμιο το οποίο θα κατασκευαστεί νοτιοδυτικά του Αεροδρομίου Καστελλίου. Το υπάρχον οδικό δίκτυο που συνδέει την περιοχή του Καστελλίου με την Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου χαρακτηρίζεται ως ανεπαρκές για την εξυπηρέτηση της επιβατικής κίνησης από και προς το νέο αεροδρόμιο, αφού έχει κατασκευαστεί παλαιότερα, οπότε και οι απαιτήσεις δεν ήταν αυξημένες. Η διατομή της υπάρχουσας οδού σύνδεσης είναι μίας λωρίδας ανά κατεύθυνση, ενώ σε όλο το μήκος του άξονα υφίστανται άμεσες προσπελάσεις των παρόδιων στην οδό και υπάρχουν πολλαπλές ισόπεδες διασταυρώσεις με το κάθετο επαρχιακό δίκτυο.

Επομένως, είναι άμεση η ανάγκη κατασκευής μιας σύγχρονης, άνετης και ασφαλούς οδού για την πρόσβαση στην περιοχή. Στο παράδειγμα που ακολουθεί εξετάζεται η χάραξη κλειστής οδού ταχείας κυκλοφορίας με δύο λωρίδες ανά κατεύθυνση και ανισόπεδους κόμβους. Η ταχύτητα μελέτης του οδικού άξονα ορίστηκε στα **80km/hr**, ενώ το συνολικό μήκος του έργου ανέρχεται περίπου στα **19km**.

6.1.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΧΑΡΑΞΗΣ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑ

Μια τυπική χάραξη της οριζοντιογραφίας σε ηλεκτρονικό υπολογιστή γίνεται μέσω ενός εξειδικευμένου σχεδιαστικού προγράμματος, επάνω στο *ψηφιακό μοντέλο εδάφους*, το οποίο συνήθως έχει τη μορφή ενός συνόλου ισοϋψών γραμμών. Η χάραξη της οδού κυρίως πραγματοποιείται με «εμπειρικό» τρόπο, παραλείποντας τη διαδικασία χάραξης της *ισοκλινούς γραμμής* (υπενθυμίζεται ότι η ισοκλινής γραμμή είναι μια τεθλασμένη γραμμή, της οποίας οι κορυφές βρίσκονται επί των ισοϋψών και οι πλευρές έχουν σταθερή κλίση και βρίσκονται επάνω στο έδαφος). Αυτό συμβαίνει διότι η ισοκλινής βασίζεται μόνο στη μορφή των ισοϋψών και δεν λαμβάνει υπόψη άλλες σημαντικές παραμέτρους, λόγω χάρη την ανάγκη παράκαμψης κάποιου οικισμού. Εξάλλου, λόγω

των μεγάλων ταχυτήτων μελέτης, είναι πρακτικά αδύνατο αυτή να ακολουθηθεί πιστά από τον άξονα της οδού. Οι απαιτήσεις οι οποίες θα πρέπει να ικανοποιούνται σε γενικές γραμμές είναι συνοπτικά οι εξής:

- **Οι όσο το δυνατόν μικρότερες ποσότητες χωματισμών.** Άρα, κατά τη χάραξη επιδιώκεται ο άξονας της οδού να ακολουθεί όσο είναι εφικτό τις ισοϋψείς του εδάφους, ή τουλάχιστον να σχηματίζει μικρές γωνίες με αυτές. Αυτό συνεπάγεται ότι στη μηκοτομή θα παρουσιάζονται ηπιότερες κλίσεις εδάφους, οπότε και θα είναι καλύτερη η προσαρμογή της οδού στον περιβάλλοντα χώρο.
- **Κατάλληλη χωροθέτηση του άξονα της οδού,** προκειμένου να υπάρξει η ελάχιστη δυνατή όχληση ως προς τον περιβάλλοντα χώρο, τόσο κατά τη φάση κατασκευής, όσο κατά τη φάση λειτουργίας του έργου. Για παράδειγμα, η μείωση στο ελάχιστο των διασταυρώσεων της υπό μελέτη οδού με το υπάρχον οδικό δίκτυο συνεπάγεται την οικονομικότερη κατασκευή του οδικού έργου (διότι αποφεύγεται η κατασκευή ανισόπεδων διαβάσεων).
- **Η κατάλληλη διαμόρφωση του άξονα της οδού (ύπαρξη ευθυγραμμιών) στις περιοχές όπου έχουν χωροθετηθεί κόμβοι,** για λόγους καλής ορατότητας και ασφάλειας των χρηστών του οδικού δικτύου της περιοχής.
- **Κατάλληλος προσανατολισμός του αρχικού και τελικού τμήματος** της υπό μελέτη οδού, ώστε να είναι δυνατή η σύνδεση με το υφιστάμενο οδικό δίκτυο.
- **Διάφοροι τοπικοί περιορισμοί,** για παράδειγμα **ανάγκη παράκαμψης συγκεκριμένων σημείων** (π.χ. μεμονωμένα κτίσματα, οικισμοί, προστατευόμενοι βιότοποι, ακατάλληλο έδαφος κ.λπ.).

ΜΗΚΟΤΟΜΗ

Η μηκοτομή μιας οδού είτε μελετάται ξεχωριστά από την οριζοντιογραφία (συμβατική χάραξη), είτε δημιουργείται ταυτόχρονα με αυτήν (τρισεδιάστατη χάραξη). Σε κάθε περίπτωση, θα πρέπει να ικανοποιούνται τα παρακάτω κριτήρια:

- **Μείωση στο ελάχιστο των χωματισμών κατά μήκος της οδού.** Συνεπώς, θα πρέπει ο άξονας της οδού περίπου να συμπίπτει με τη γραμμή του εδάφους.
- **Έλεγχος ότι τα επιχώματα και τα εκχώματα κατά μήκος της οδού δεν υπερβαίνουν τα ανώτατα επιτρεπτά ύψη,** τα οποία επιβάλλονται για τεχνικούς και περιβαλλοντικούς λόγους.
- **Εξισορρόπηση των επιχωμάτων και των εκχωμάτων,** για πρακτικούς λόγους (τα εκχώματα θα χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή επιχωμάτων στην ίδια οδό).
- **Διατήρηση όσο το δυνατόν μικρών τιμών κατά μήκος κλίσεων,** για λόγους ασφάλειας της κυκλοφορίας, εξοικονόμησης ενέργειας, μείωσης εκπομπής καυσαερίων και ποιότητας κυκλοφοριακής ροής.
- **Εξασφάλιση μιας ελάχιστης κατά μήκος κλίσης,** για λόγους απορροής των ομβρίων της οδού.

6.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΟΔΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ

6.2.1 ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Σύμφωνα με τις ΟΜΟΕ-Χ (Πίνακας 4.1 – «Λειτουργικά χαρακτηριστικά και παράμετροι μελέτης οδών»), η οδός ανήκει στην **ομάδα οδών Α** (οδοί που διατρέχουν περιοχές εκτός σχεδίου με βασική λειτουργία τη σύνδεση και με περιορισμούς στην εξυπηρέτηση παρόδιων ιδιοκτησιών). Η κατηγορία της οδού είναι η **ΑΙ** και χαρακτηρίζεται ως **οδός ταχείας κυκλοφορίας**.

Η επιφάνεια κυκλοφορίας είναι **διαχωρισμένη**, με **δύο λωρίδες κυκλοφορίας και Λ.Ε.Α.** (Λωρίδα Έκτακτης Ανάγκης) ανά κατεύθυνση.

Η ταχύτητα μελέτης ορίζεται ως $V_e = 80 \text{ km/hr}$.

Το ανάγλυφο της περιοχής θεωρείται **ορεινό** (αν και στο αρχικό τμήμα της οδού, στην περιοχή του αεροδρομίου Καστελλίου, το ανάγλυφο είναι πεδινό).

Το συνολικό μήκος της οδού ανέρχεται στα **18.631,1m** (σε οριζόντια προβολή, ενώ το συνολικό μήκος της καμπύλης στον τρισδιάστατο χώρο είναι 18.641,1m).

6.2.2 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Το οδικό τμήμα αναπαρίσταται από μια καμπύλη NURBS με τα εξής στοιχεία:

- Ο βαθμός καμπύλης είναι $p = 4$ (δηλαδή πρόκειται για καμπύλη 5^{ης} τάξης).
- Το διάνυσμα κόμβων είναι το:
 $(0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, \dots, 45, 46, 47, 48, 48, 48, 48, 48)$.

Το διάνυσμα κόμβων είναι ομοιόμορφο, με πολλαπλότητα ίση με 5 στα άκρα. Η παράμετρος λαμβάνει τιμές μεταξύ του 0 και του 48 ($t \in [0, 48]$), ενώ συνολικά υπάρχουν 57 κόμβοι.

- Υπάρχουν **52 σημεία ελέγχου**, τα $P_0, P_1, \dots, P_{50}, P_{51}$, τα στοιχεία των οποίων παρατίθενται στον Πίνακα 6.1 της επόμενης σελίδας. Εφαρμόζονται βάρη διαφορετικά από τη μονάδα σε **12 σημεία ελέγχου**.

Πίνακας 6.1: Σημεία ελέγχου της καμπύλης του παραδείγματος.

A/A	Σημεία ελέγχου	Τετμημένη X	Τεταγμένη Y	Υψόμετρο Z	Βάρος W
1	P0	621396.487	3895032.174	343.000	1.0
2	P1	621514.613	3895154.290	344.000	1.0
3	P2	621630.575	3895269.904	348.000	1.0
4	P3	621720.942	3895333.346	351.000	1.0
5	P4	621834.645	3895525.224	353.000	1.0
6	P5	621883.869	3895753.139	350.000	1.0
7	P6	621719.472	3896167.992	343.000	1.0
8	P7	621259.803	3896271.570	338.000	1.0
9	P8	621071.331	3896530.303	333.000	1.0
10	P9	620558.082	3896551.024	332.000	1.2
11	P10	620196.904	3896825.006	329.000	1.5
12	P11	619679.199	3896858.910	340.000	1.0
13	P12	619185.859	3897039.866	324.000	0.9
14	P13	619089.945	3897692.953	340.000	0.9
15	P14	619599.063	3898255.693	380.000	0.9
16	P15	619816.464	3898670.047	380.000	0.8
17	P16	619707.764	3898996.148	375.000	1.5
18	P17	619814.974	3899349.239	350.000	1.0
19	P18	619544.479	3899844.935	367.000	1.0
20	P19	619507.935	3900760.662	360.000	1.0
21	P20	620079.063	3900882.250	361.000	1.0
22	P21	620178.652	3901325.795	357.000	1.0
23	P22	620284.393	3901503.263	353.000	1.0
24	P23	620213.753	3901800.054	338.000	1.0
25	P24	619967.761	3902063.289	328.000	1.0
26	P25	619739.914	3902339.856	352.000	1.0
27	P26	619665.722	3902586.225	354.000	1.0
28	P27	619657.371	3902790.254	360.000	1.0
29	P28	619753.932	3902993.686	360.000	1.0
30	P29	620057.136	3903135.954	350.000	1.5
31	P30	620569.522	3903160.874	340.000	1.0
32	P31	620883.921	3903186.066	320.000	1.0
33	P32	621128.189	3903233.019	305.000	1.0
34	P33	621291.314	3903479.978	300.000	1.0
35	P34	621297.717	3903687.323	290.000	1.1
36	P35	621201.048	3904045.466	275.000	1.0
37	P36	620984.925	3904137.374	258.000	1.0
38	P37	620636.425	3904365.029	270.000	1.0
39	P38	620543.010	3904741.781	255.000	1.0
40	P39	620719.237	3905078.894	237.000	0.8
41	P40	620577.584	3905405.997	210.000	1.0

Πίνακας 6.1: Σημεία ελέγχου της καμπύλης του παραδείγματος [συνέχεια].

42	P41	619839.369	3905869.851	150.000	1.2
43	P42	619898.688	3906196.949	140.000	1.0
44	P43	620012.790	3906475.074	136.000	1.0
45	P44	619839.501	3906909.949	120.000	1.0
46	P45	619124.627	3907015.557	130.000	1.0
47	P46	618696.800	3907500.163	127.000	1.0
48	P47	618877.664	3908237.795	76.000	1.0
49	P48	618970.617	3908423.340	75.000	0.6
50	P49	618987.822	3908546.142	73.000	1.0
51	P50	619007.824	3908693.020	68.000	1.0
52	P51	619038.266	3908896.170	60.000	1.0

Η μηκοτομή και τα διαγράμματα ελέγχου δημιουργήθηκαν με θεώρηση **1.000** σημείων κατά μήκος της καμπύλης. Επομένως, ο Αλγόριθμος de Boor εκτελέστηκε 998 φορές, με βήμα παραμέτρου **0,048**. Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που παρέχει το συγκεκριμένο πλήθος σημείων θεωρείται ικανοποιητική στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας. Στους επόμενους πίνακες παρουσιάζονται ενδεικτικά τα στοιχεία που υπολογίζονται για τα δέκα πρώτα σημεία.

Παρατηρήσεις:

1. Οι συντεταγμένες των σημείων της καμπύλης υπολογίζονται με ακρίβεια οκτώ δεκαδικών ψηφίων. Μια τόσο μεγάλη ακρίβεια είναι απαραίτητη για την ορθότητα των τελικών αποτελεσμάτων. Σε διαφορετική περίπτωση προκαλούνται αριθμητικά προβλήματα (διαιρέσεις με το μηδέν).
2. Οι αποστάσεις μεταξύ των διαδοχικών σημείων δεν είναι ίσες μεταξύ τους, παρόλο που το βήμα της παραμέτρου είναι σταθερό. Αυτό συμβαίνει διότι **στην ομοιόμορφη παραμετροποίηση η μεταβολή της παραμέτρου δεν σχετίζεται με την αντίστοιχη μεταβολή μήκους στην καμπύλη.**

Πίνακας 6.2: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (α).

Α/Α σημείου	Τιμή παραμέτρου	Συντεταγμένες		
		X	Y	Z
1	0.000	621396.48681608	3895032.17376518	343.00000000
2	0.048	621402.97143944	3895038.87498048	343.05661777
3	0.096	621409.45867394	3895045.57363669	343.11677060
4	0.144	621415.94875176	3895052.26950338	343.18056759
5	0.192	621422.44192325	3895058.96233167	343.24812228
6	0.240	621428.93845848	3895065.65185263	343.31955274
7	0.288	621435.43864883	3895072.33777552	343.39498166
8	0.336	621441.94280879	3895079.01978593	343.47453638
9	0.384	621448.45127782	3895085.69754368	343.55834888
10	0.432	621454.96442242	3895092.37068081	343.64655571

Πίνακας 6.3: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (β).

Α/Α σημείου	Τιμή παραμέτρου	Μήκος τμήματος (m)	Χιλιόμετρηση (m)	Υψόμετρο εδάφους (m)
1	0.000		0.00	342.587
2	0.048	12.567	12.57	342.539
3	0.096	11.877	24.44	342.495
4	0.144	10.324	34.77	342.692
5	0.192	9.965	44.73	342.981
6	0.240	9.545	54.28	343.172
7	0.288	8.899	63.18	343.246
8	0.336	7.932	71.11	343.569
9	0.384	7.004	78.11	343.778
10	0.432	6.566	84.68	343.937

Πίνακας 6.4: Στοιχεία της καμπύλης του παραδείγματος (γ).

Α/Α σημείου	Τιμή παραμέτρου	Κατά μήκος κλίση (%)	Ακτίνα οριζοντιογραφίας (m)	Ακτίνα μηκοτομής (m)
1	0.000			
2	0.048	0.65		
3	0.096	0.68	-23784.45	-24600.70
4	0.144	0.72	-21831.11	-23864.37
5	0.192	0.77	-20053.77	-23143.49
6	0.240	0.81	-18433.48	-22438.66
7	0.288	0.85	-16954.03	-21750.36
8	0.336	0.90	-15601.26	-21079.27
9	0.384	0.95	-14362.76	-20426.10
10	0.432	0.99	-13227.95	-19791.63

6.2.3 ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η νέα χάραξη της οδού δεν ακολουθεί την υφιστάμενη χάραξη (χωροθετείται δυτικά αυτής). Η αφετηρία της οδού εντοπίζεται ανατολικά του υφιστάμενου αεροδρομίου και νότια του οικισμού «Καστέλλι», ενώ το καταληκτικό της σημείο βρίσκεται στην Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου, περίπου στο ύψος του οικισμού «Γούβες». Ο γενικός προσανατολισμός του οδικού τμήματος είναι από τον νότο (Αεροδρόμιο Καστελλίου) προς τον βορρά (Εθνική Οδός Ηρακλείου – Λασιθίου).

Η αφετηρία της οδού βρίσκεται ανατολικά και σε μικρή απόσταση από το αεροδρόμιο, σε πεδινή περιοχή. Αρχικά ο άξονας είναι περίπου ευθύγραμμος (Χ.Θ. 0+000 έως 0+400) και μέσω αριστερόστροφης οριζοντιογραφικής καμπύλης, η οδός διέρχεται μεταξύ του αεροδρομίου και του οικισμού «Καστέλλι» (Χ.Θ. 0+400 έως 2+200), ενώ διέρχεται βόρεια του οικισμού «Αρχάγγελος», αποκτώντας περίπου ανατολική – δυτική κατεύθυνση (Χ.Θ. 2+200 έως 3+600).

Στη συνέχεια, η οδός μέσω δεξιόστροφης καμπύλης αποκτά νότια – βόρεια κατεύθυνση (Χ.Θ. 3+600 έως 5+300) και διέρχεται ανατολικά του οικισμού «Απόστολοι». Από τη Χ.Θ. 4+400 περίπου, έως το τέλος της χάραξης, το ανάγλυφο είναι έντονο. Από τη Χ.Θ. 4+200 έως τη Χ.Θ. 6+700 η οδός βρίσκεται παράλληλα ως προς την υφιστάμενη επαρχιακή οδό «Κάτω Βάθειας – Σμαρίου», ενώ διέρχεται ανατολικά του οικισμού «Σμάρη». Έπειτα, η οδός μέσω μιας αρκετά τεταμένης χάραξης (Χ.Θ. 7+500 έως 16+000) διέρχεται πλησίον των οικισμών «Καλό Χωριό» και «Κόξαρη», διασχίζει παράλληλα την επαρχιακή οδό «Κόξαρης – Γουβών», διέρχεται δυτικά του οικισμού «Γούβες» και καταλήγει στην Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου.

Οι περιοχές διέλευσης του οδικού άξονα είναι κατά κύριο λόγο αγροτικές – καλλιεργήσιμες εκτάσεις, με κάποια κτίσματα σποραδικά στο πεδινό τμήμα της οδού, ενώ στο ορεινό του τμήμα ο άξονας διέρχεται από ακατοίκητες εκτάσεις, αν και η όδευση διέρχεται πλησίον αρκετών οικισμών.

Η ελάχιστη τιμή των οριζοντιογραφικών ακτίνων είναι τα **279,61m**, στη Χ.Θ. 15+125,52. Η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή βάσει των ΟΜΟΕ για ταχύτητα μελέτης 80km/hr και ορεινό ανάγλυφο είναι τα 280m, οπότε πρακτικά η ελάχιστη τιμή της συγκεκριμένης χάραξης είναι αποδεκτή (διαφέρει κατά μόλις 0,4m). Άλλες μικρές τιμές ακτίνων που παρατηρούνται είναι τα 325,49m (Χ.Θ. 10+227,64), 355,15m (Χ.Θ. 11+755,89), 374,74m (Χ.Θ. 14+010,61) και 376,12m (Χ.Θ. 8+745,64).

6.2.4 ΜΗΚΟΤΟΜΗ

Η μηκοτομή της οδού γενικά προσαρμόζεται στο ανάγλυφο του εδάφους, ιδιαίτερα μεταξύ των Χ.Θ. 0+000 έως 4+400, όπου το έδαφος είναι πεδινό. Στο υπόλοιπο μήκος της οδού παρατηρούνται κατά τόπους εξάρσεις του εδάφους, καθώς το ανάγλυφο είναι ιδιαίτερα έντονο.

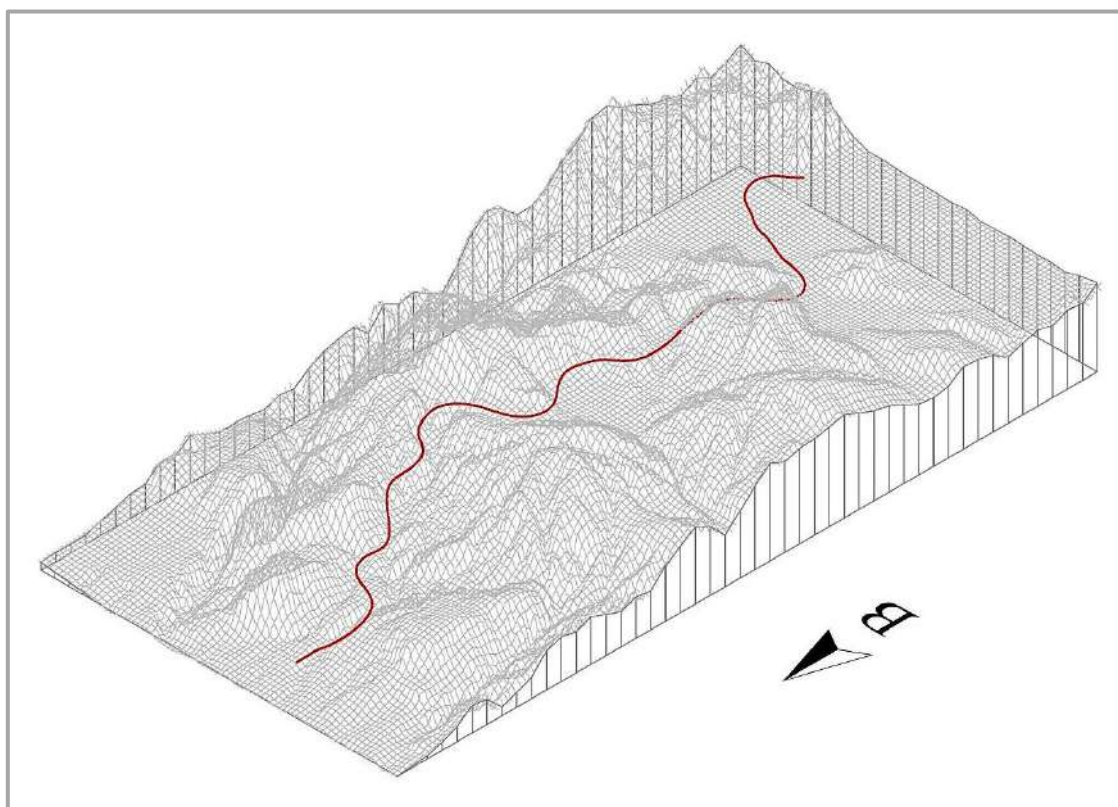
Στα πρώτα τέσσερα χιλιόμετρα της χάραξης οι κατά μήκος κλίσεις είναι σε γενικές γραμμές ήπιες (τιμές της τάξης του 1%), δεδομένου ότι το έδαφος είναι ομαλό, με περίπου σταθερό υψόμετρο στα 340 – 350m. Στη συνέχεια ακολουθεί ανωφέρεια με κατά μήκος κλίση περίπου 4,5%, ώσπου ο άξονας της οδού να αποκτήσει το μέγιστο υψόμετρο που παρατηρείται στη χάραξη, περίπου 380m (Χ.Θ. 5+550). Ακολούθως, η κατά μήκος κλίση

χαρακτηρίζεται από μικρές αυξομειώσεις μέχρι τη Χ.Θ. 10+250. Από αυτό το σημείο μέχρι και το πέρας της χάραξης υπάρχει συνεχής κατωφέρεια (με εξαίρεση ένα μικρό τμήμα περί τη Χ.Θ. 16+600), με εναλλαγή ήπιων και πιο απότομων κατά μήκος κλίσεων. Στο καταληκτικό σημείο της χάραξης το υψόμετρο του άξονα είναι 60m.

Η μέγιστη τιμή της κατά μήκος κλίσης είναι **7,77%** και παρατηρείται στη Χ.Θ. 14+094,28. Το ανώτατο επιτρεπτό όριο κατά τις ΟΜΟΕ είναι 9%, ενώ κατά μήκος κλίσεις άνω του 7% εφαρμόζονται κατ' εξαίρεση. Στη συγκεκριμένη χάραξη, κατά μήκος κλίσεις μεγαλύτερες του 7% παρατηρούνται στις Χ.Θ. 13+917,60 έως 14+670,19.

Σε γενικές γραμμές τα ύψη των επιχωμάτων και ορυγμάτων κινούνται σε ανεκτές τιμές, εκτός από συγκεκριμένα σημεία όπου παρουσιάζονται μεγάλα ύψη επιχωμάτων, με επακόλουθη την ανάγκη κατασκευής γεφυρών. Το μέγιστο ύψος επιχώματος παρουσιάζεται στη Χ.Θ. 11+588,04 και είναι **28m**, ενώ το μέγιστο ύψος ορύγματος βρίσκεται στη Χ.Θ. 12+512,24m και είναι **25m**.

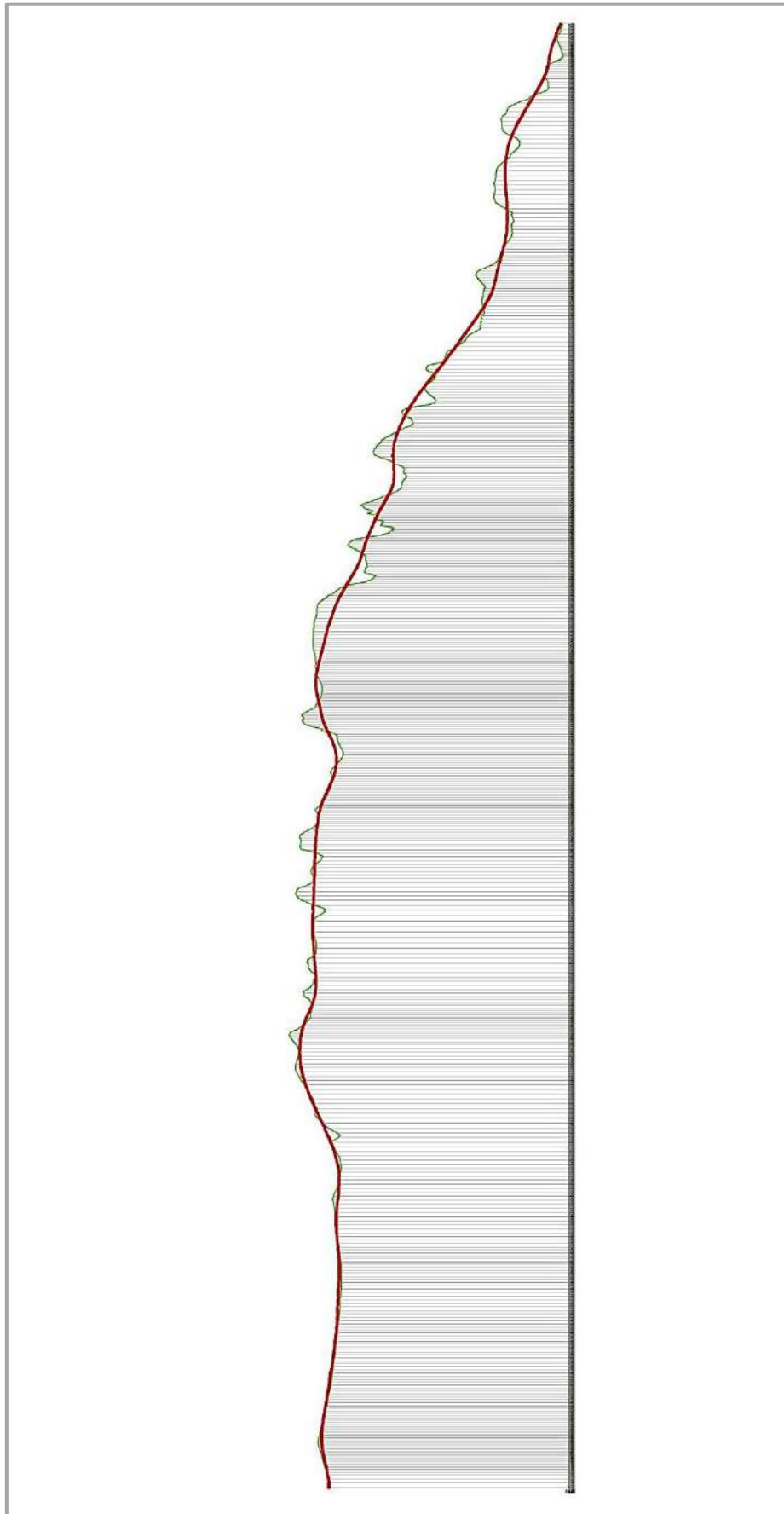
Η ελάχιστη τιμή ακτίνας **κυρτής** καμπύλης είναι **6.125,59m** στη Χ.Θ. 10+236,96. Σύμφωνα με τις ΟΜΟΕ, η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή είναι 6.200m, συνεπώς η συγκεκριμένη θέση ίσως κριθεί προβληματική από άποψη ορατότητας, αν και η διαφορά δεν είναι πολύ μεγάλη. Μικρές τιμές ακτίνας κυρτής καμπύλης εμφανίζονται επίσης στις Χ.Θ. 8+671,09 και 13+293,60, αν και είναι αρκετά μεγαλύτερες από την ελάχιστη επιτρεπτή τιμή. Τέλος, η ελάχιστη τιμή ακτίνας **κοίλης** καμπύλης είναι **3.949,73m** στη Χ.Θ. 12+743,44. Η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή είναι 3.300m. Όλες οι υπόλοιπες κοίλες καμπύλες έχουν ακτίνες αρκετά μεγαλύτερες από την ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή.



Εικόνα 6.2: Προοπτική άποψη της χάραξης του παραδείγματος.



Εικόνα 6.3: Οριζοντιογραφία χάραξης. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)



Σχήμα 6.1: Μηκοτομή της οδού.

6.2.5 ΔΙΑΤΟΜΕΣ

Στην παρούσα εργασία μελετάται μόνο ο άξονας της οδού σε χάραξη με χρήση των καμπυλών NURBS. Ως εκ τούτου, δεν έχει γίνει μελέτη των επικλίσεων και της μεταβολής τους, ούτε έχει γίνει αναφορά στα χαρακτηριστικά της τυπικής διατομής της οδού.

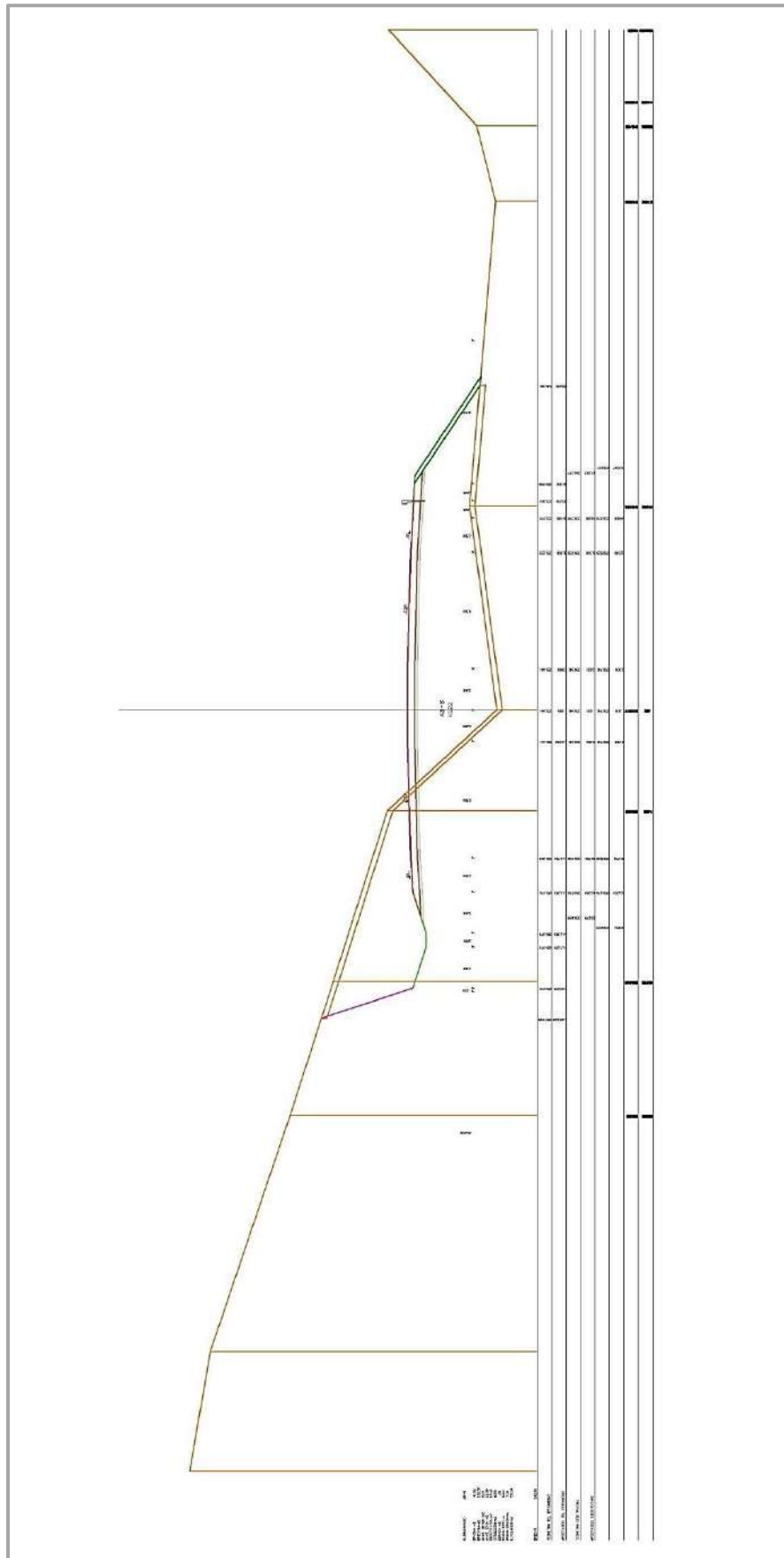
Ωστόσο, στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται ενδεικτικά τρεις διατομές της οδού (διατομή με επίχωμα, διατομή με όρυγμα και μικτή διατομή), με τη θεώρηση ότι στα τμήματα με ακτίνα οριζοντιογραφίας μεγαλύτερη των 3.000m ουσιαστικά η οδός θεωρείται ευθύγραμμη.

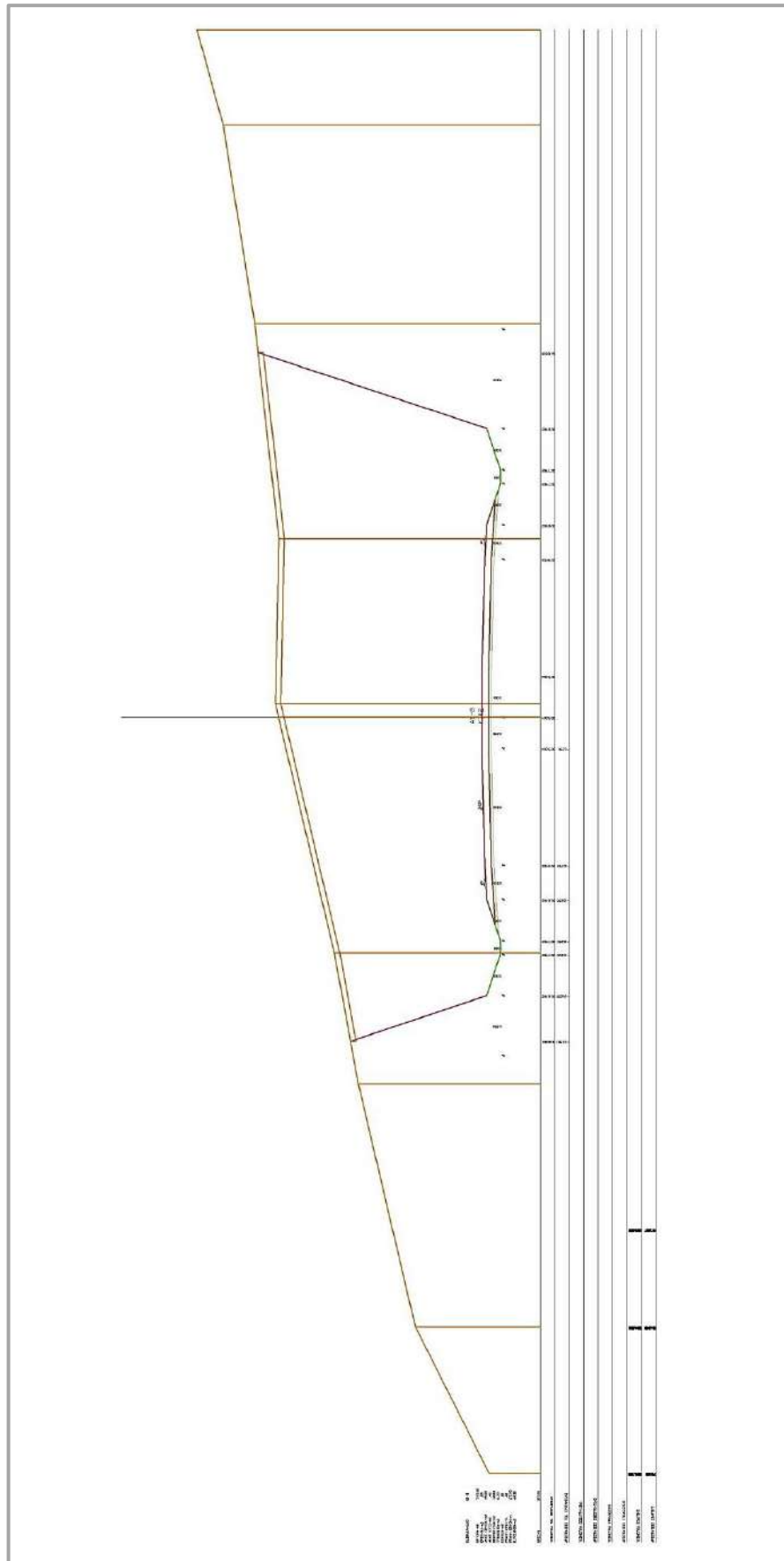
Στα τμήματα αυτά, γίνεται η θεώρηση ότι το οδόστρωμα είναι αμφικλινές με επίκλιση **2,5%** εκατέρωθεν του άξονα και κλίση ερεισμάτων **6%**. Το πλάτος της κάθε λωρίδας θεωρείται ίσο με **3,75m**.

Οι διατομές δημιουργήθηκαν με το λογισμικό χάραξης οδών «**H12**», το οποίο έχει αναπτυχθεί και παραχωρήθηκε από τον επιβλέποντα της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, κ. Φώτη Μερτζάνη.

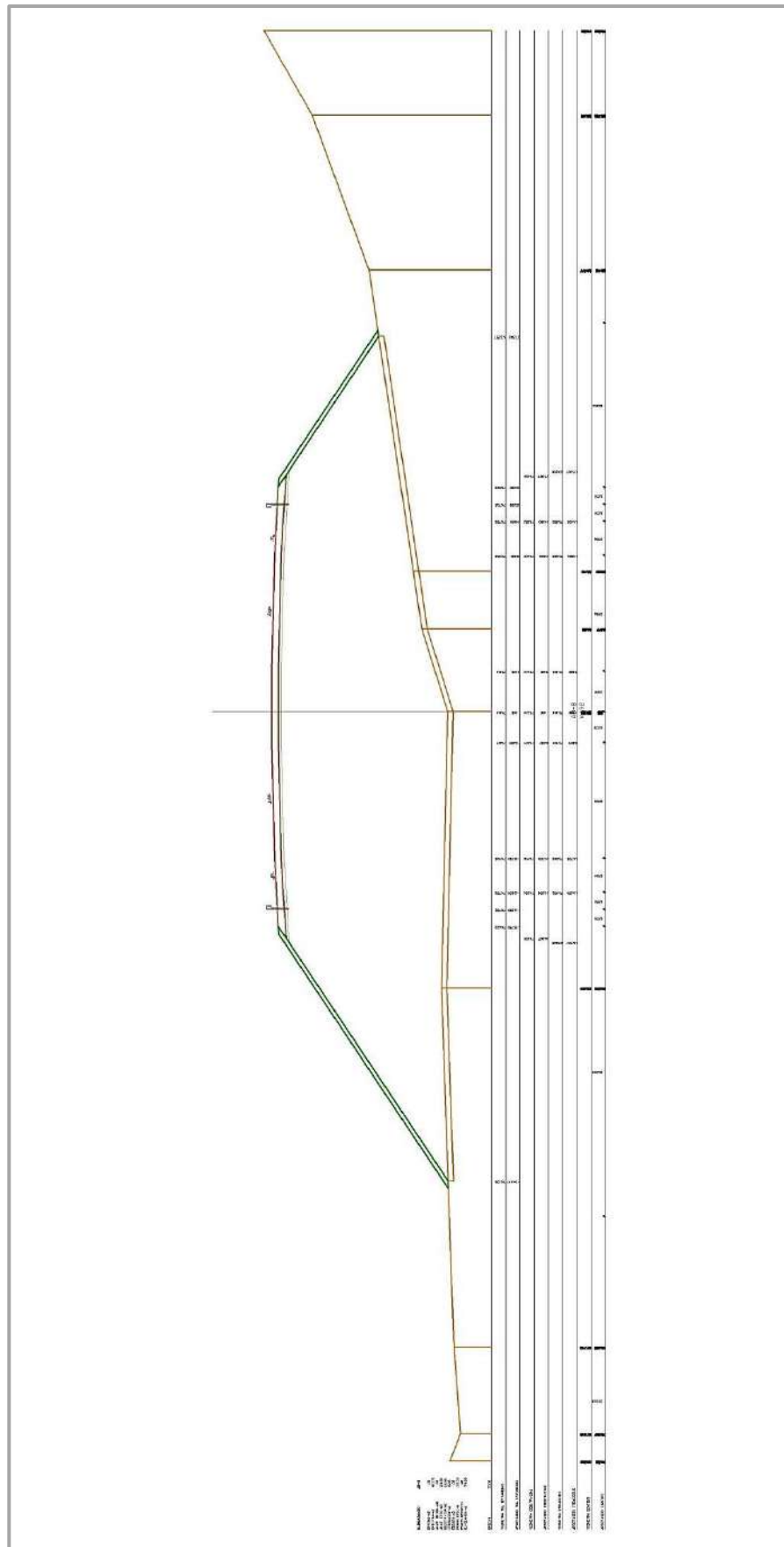
Οι διατομές που επελέγησαν και παρουσιάζονται παρακάτω είναι οι εξής:

- **ΔΙΑΤΟΜΗ 1** (βλ. Σχήμα 6.2): **Μικτή διατομή** στη Χ.Θ. 4+637,70, όπου η ακτίνα στην οριζοντιογραφία ισούται με 3.203,88m.
- **ΔΙΑΤΟΜΗ 2** (βλ. Σχήμα 6.3): **Διατομή σε όρυγμα** στη Χ.Θ. 11+351,92, όπου η ακτίνα στην οριζοντιογραφία ισούται με 5.719,98m.
- **ΔΙΑΤΟΜΗ 3** (βλ. Σχήμα 6.4): **Διατομή σε επίχωμα** στη Χ.Θ. 18+323,59, όπου η ακτίνα στην οριζοντιογραφία ισούται με 3.516,51m.





Σχήμα 6.3: Διατομή της οδού σε όρυγμα.



Σχήμα 6.4: Διατομή της οδού σε επίχωμα.

6.2.6 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

Στη συνέχεια, γίνεται σχολιασμός των διαγραμμάτων ελέγχου για την υπόψη χάραξη (έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων, έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας, έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής). Τα διαγράμματα παρατίθενται αμέσως μετά.

6.2.6.1 Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων

Στο διάγραμμα των κατά μήκος κλίσεων παρουσιάζονται οι μεταβολές της κατά μήκος κλίσης σε όλο το μήκος της οδού. Οι εσωτερικές οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στη μέγιστη αποδεκτή τιμή 7%, ενώ οι εξωτερικές οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στη μέγιστη κατ' εξαίρεσιν αποδεκτή τιμή 9%.

Σύμφωνα με το διάγραμμα, οι κατά μήκος κλίσεις είναι κυρίως αρνητικές, δηλαδή υπάρχει κατωφέρεια κατά τη χιλιόμετρηση στο μεγαλύτερο μέρος της οδού. Οι τιμές τους βρίσκονται εντός των μέγιστων επιτρεπτών ορίων καθ' όλο το μήκος της οδού, με εξαίρεση το τμήμα από τη Χ.Θ. 13+917,61 έως τη Χ.Θ. 14+652,29 περίπου, το οποίο όμως είναι κατ' εξαίρεση αποδεκτό.

Μεταξύ των Χ.Θ. 6+423,78 έως 7+300,35 και 7+589,43 έως 8+139,61 οι τιμές της κατά μήκος κλίσης είναι μικρότερες του 0,5%, κάτι το οποίο έρχεται σε αντίθεση με τις συστάσεις των Γερμανικών Κανονισμών. Το πρόβλημα διορθώνεται με αλλαγή του υψομέτρου των σημείων ελέγχου που επηρεάζουν τα συγκεκριμένα τμήματα.

Το βασικό χαρακτηριστικό του διαγράμματος αυτού είναι το γεγονός ότι **οι κατά μήκος κλίσεις δεν είναι σταθερές και μεταβάλλονται μη γραμμικά** (η μεταβολή είναι καμπυλόγραμμη) συνεχώς καθ' όλο το μήκος της οδού. Αν και αυτό το χαρακτηριστικό επιτρέπει στις καμπύλες NURBS να προσαρμόζονται καλύτερα στο έδαφος (με επακόλουθο τη μείωση του συνολικού όγκου των χωματισμών), εντούτοις έρχεται σε αντίθεση με τις συστάσεις των κανονισμών οδοποιίας διεθνώς, αφού σύμφωνα με αυτούς η σταθερή κλίση θα πρέπει να προτιμάται έναντι των διαδοχικών κυρτών και κοίλων καμπυλών, για λόγους ασφάλειας των χρηστών της οδού. Πράγματι, η συνεχής διαδοχή κυρτών και κοίλων καμπυλών περιορίζει την ορατότητα και είναι πιθανό να οδηγήσει στην πρόκληση ατυχημάτων. Εξάλλου, η ύπαρξη σταθερής κατά μήκος κλίσης συμβάλλει ώστε να είναι πιο ευχάριστη η προοπτική εικόνα της οδού.

Η σταθερή κατά μήκος κλίση στη χάραξη με καμπύλες NURBS μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή επιπλέον σημείων ελέγχου, με τέτοιο τρόπο ώστε να μην επηρεαστεί η οριζοντιογραφία της οδού, και τα οποία θα πρέπει να βρίσκονται επάνω στο ίδιο επίπεδο (σύμφωνα με την ιδιότητα της γραμμικής ακρίβειας των καμπυλών).

Ένα ακόμα σημείο το οποίο χρήζει προσοχής, αν και δεν είναι τόσο έντονο στο συγκεκριμένο παράδειγμα, είναι ότι με χρήση καμπυλών NURBS υπάρχει αυξημένη πιθανότητα σε κάποιο τμήμα της οδού να αλλάζει συνεχώς πρόσημο η κατά μήκος κλίση (δηλαδή να υπάρχουν αλλεπάλληλες ανωφέρειες ακολουθούμενες από κατωφέρειες), **αυξάνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο τις πιθανότητες εμφάνισης κυματισμού του οδοστρώματος**. Στο διάγραμμα κατά μήκος κλίσεων του παραδείγματος, μπορεί να παρατηρηθεί ένα τέτοιο φαινόμενο μεταξύ των Χ.Θ. 2+700 έως 4+000 περίπου. Το πρόβλημα είναι εντονότερο εφόσον εκδηλώνεται σε μικρότερο μήκος και εάν η οδός παρουσιάζει στην ίδια χιλιομετρική θέση μεγάλες ακτίνες κατά την οριζοντιογραφία, όποτε και προσεγγίζει την ευθυγραμμία.

6.2.6.2 Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας

Στο διάγραμμα αυτό παρουσιάζονται οι μεταβολές των ακτίνων των οριζοντιογραφικών καμπυλών. Οι μεταβολές αυτές είναι συνεχείς και συμβαίνουν με ομαλό τρόπο, σε αντίθεση με τη συμβατική χάραξη. Οι οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στην ελάχιστη αποδεκτή τιμή των 280m. Οι κατακόρυφες γραμμές που εμφανίζονται υποδηλώνουν την αλλαγή των καμπυλών (σημεία καμπής) από αριστερόστροφες σε δεξιόστροφες και το αντίστροφο, στις αντίστοιχες χιλιομετρικές θέσεις. Επομένως, υπάρχουν συνολικά 20 αλλαγές. Επίσης, συνολικά υπάρχουν 10 αριστερόστροφες καμπύλες και 11 δεξιόστροφες καμπύλες. Τα τμήματα στα οποία οι τιμές των ακτίνων είναι ± 3.000 , πρακτικά αντιστοιχούν σε ευθυγραμμίες.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα τμήματα που ορίζονται από τις Χ.Θ. 0+400 έως 1+400, 9+500 έως 10+700 και 11+500 έως 12+700 περίπου, καθώς θεωρούνται επικίνδυνα από άποψη οδικής ασφάλειας. Τα τμήματα αυτά αντιστοιχούν σε **καμπύλες αυξομειούμενης καμπυλότητας** και προέκυψαν λόγω της τοπικής συγκέντρωσης αρκετών σημείων ελέγχου και της προσπάθειας απόλυτου ελέγχου του σχήματος της καμπύλης, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.4 της επόμενης σελίδας, η οποία αντιστοιχεί στο τμήμα μεταξύ των Χ.Θ. 11+500 έως 12+700.

Έτσι, όταν ένας οδηγός εισέρχεται για παράδειγμα στην αριστερόστροφη καμπύλη της εικόνας, θα πρέπει να στρέφει το τιμόνι με αυξομειούμενο ρυθμό προκειμένου να ακολουθήσει τον άξονα της οδού, αφού εντός της ίδιας καμπύλης η καμπυλότητα αυξομειώνεται. Φυσικά, κάτι τέτοιο δεν γίνεται άμεσα αντιληπτό από τον οδηγό, με αποτέλεσμα τον αυξανόμενο κίνδυνο εκτροπής του οχήματος από την οδό. Η λύση σε αυτό το πρόβλημα έρχεται με την κατάλληλη τροποποίηση των σημείων ελέγχου εκείνης της περιοχής, μέχρις ότου η καμπυλότητα να μεταβάλλεται μονότονα (δηλαδή σταδιακά να αυξάνεται και στη συνέχεια να μειώνεται). Ακόμη, μια ενδεχόμενη λύση είναι η αφαίρεση κάποιων σημείων ελέγχου τοπικά, εφόσον βέβαια δεν επηρεάζεται με αρνητικό τρόπο η μορφή της μηκοτομής.



Εικόνα 6.4: Τμήμα της οδού, το οποίο ενδεχομένως είναι επικίνδυνο ως προς την οδική ασφάλεια. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

Επιπλέον, παρατηρείται ότι κάποιες καμπύλες, για παράδειγμα η καμπύλη στη Χ.Θ. 6+000, έχουν μικρά μήκη σε σχέση με τις γειτονικές τους, δηλαδή τα αντίστοιχα μεγέθη δεν βρίσκονται σε ισορροπία. Τούτο ενδεχομένως να επιφέρει κόπωση στον οδηγό. Ένας τρόπος διόρθωσης του προβλήματος είναι η τοπική μετακίνηση των αντίστοιχων σημείων ελέγχου.

Τέλος, ενδεχομένως να μην είναι ασφαλής η αλληλουχία αριστερόστροφων και δεξιόστροφων καμπυλών στα πρώτα τρία χιλιόμετρα της χάραξης, καθώς οι διαδοχικές καμπυλότητες διαφέρουν αρκετά μεταξύ τους (οι ακτίνες των αριστερόστροφων καμπυλών είναι αρκετά μικρότερες από αυτές των δεξιόστροφων καμπυλών).

6.2.6.3 Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών και κοίλων καμπυλών μηκοτομής

Το διάγραμμα αυτό είναι ποιοτικά παρόμοιο με το διάγραμμα ελέγχου των ελάχιστων ακτίνων της οριζοντιογραφίας, με τη διαφορά ότι οι τιμές των ακτίνων της μηκοτομής είναι αρκετά μεγαλύτερες. Οι οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στις ελάχιστες αποδεκτές τιμές των 6.200m για τις κυρτές καμπύλες και των 3.300m για τις κοίλες καμπύλες. Οι κατακόρυφες γραμμές που εμφανίζονται υποδηλώνουν την αλλαγή των καμπυλών (σημεία καμπής) από κυρτές σε κοίλες και το αντίστροφο, στις αντίστοιχες χιλιομετρικές θέσεις. Επομένως, υπάρχουν συνολικά 29 αλλαγές. Επίσης, συνολικά υπάρχουν 15 κυρτές καμπύλες και 15 κοίλες καμπύλες. Τα τμήματα στα οποία οι τιμές των ακτίνων είναι ± 15.000 , πρακτικά αντιστοιχούν σε τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση.

Το γεγονός ότι υπάρχουν αρκετές περιοχές με ακτίνες μικρότερες των 15.000m, και μάλιστα σε αρκετές περιπτώσεις με μικρό σχετικά μήκος, σε συνδυασμό με τον μεγάλο αριθμό σημείων καμπής, συνεπάγεται ότι ενδεχομένως να παρουσιάζονται προβλήματα ορατότητας, αφού υπάρχουν συνεχείς ανυψώσεις και βυθίσεις της οδού.

Παρατηρείται ότι στα τμήματα μεταξύ των Χ.Θ. 0+800 έως 3+800 και 6+300 έως 8+500 οι ακτίνες των καμπυλών στη μηκοτομή είναι πολύ μεγάλες (μεγαλύτερες του ορίου των 15.000m στο διάγραμμα), δηλαδή προσεγγίζουν την ευθυγραμμία. Αυτό σημαίνει ότι πρακτικά ένας οδηγός αντιλαμβάνεται τα συγκεκριμένα τμήματα ως τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση. Συνεπώς, ενδεχομένως να μην ισχύουν πάντοτε τα όσα αναφέρθηκαν σχετικά με την καμπυλόγραμμη μορφή του διαγράμματος κατά μήκος κλίσεων παραπάνω. Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται η διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας για να εξαχθούν σαφή συμπεράσματα.

Επιπλέον, στις Χ.Θ. 0+100 έως 0+700 παρατηρείται κάτι ανάλογο της αυξομειούμενης καμπυλότητας στο διάγραμμα των ακτίνων οριζοντιογραφίας, λόγω της τοπικής συγκέντρωσης των σημείων έλεγχου. Φυσικά, το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν είναι τόσο σοβαρό, όσο το αντίστοιχο στην οριζοντιογραφία, ωστόσο ενδέχεται να δημιουργεί προβλήματα στην προοπτική εικόνα της οδού με τη μορφή οπτικών ελαττωμάτων.

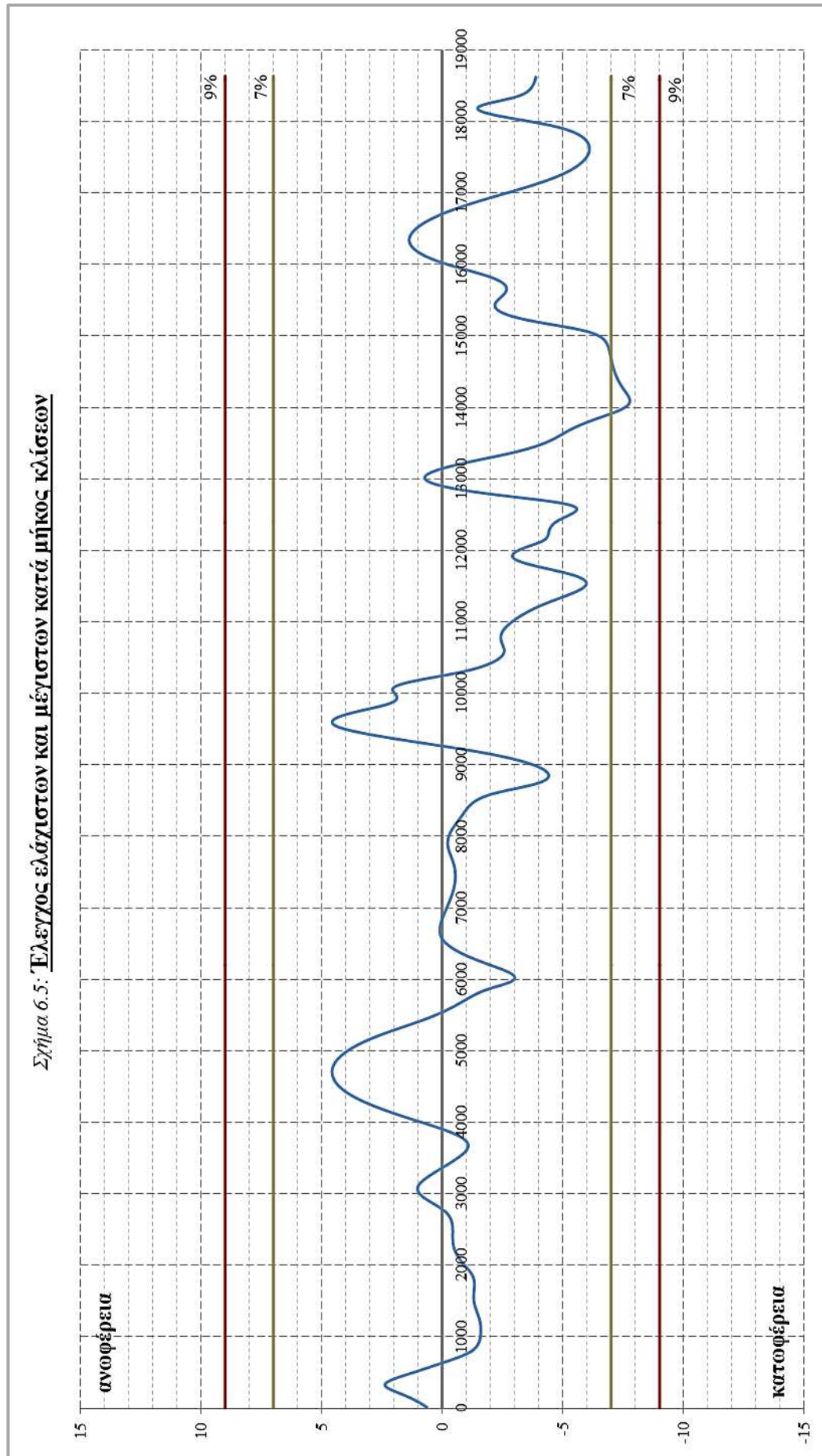
6.2.6.4 Συνδυασμένο αποτέλεσμα οριζοντιογραφίας και μηκοτομής

Παρατηρώντας τα διαγράμματα καμπυλότητας, εξάγεται το συμπέρασμα ότι σε αρκετές περιπτώσεις **δεν υπάρχει σύμπτωση των σημείων καμπής** σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή. Άρα, ενδεχομένως να μην υπάρχει επαρκής ορατότητα σε κάποια τμήματα της χάραξης. Το διάγραμμα των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής παρουσιάζει περισσότερα σημεία καμπής λόγω της προσπάθειας εναρμόνισης της μηκοτομής με το ανάγλυφο του εδάφους. Πάντως, σε αρκετές θέσεις τα σημεία καμπής συμπίπτουν. Με κατάλληλη τροποποίηση των σημείων ελέγχου, είναι δυνατόν να υπάρχει ο ίδιος αριθμός σημείων καμπής σε οριζοντιογραφία και μηκοτομή, ανεξάρτητα, βέβαια, από την ποιότητα του αποτελέσματος της μηκοτομής.

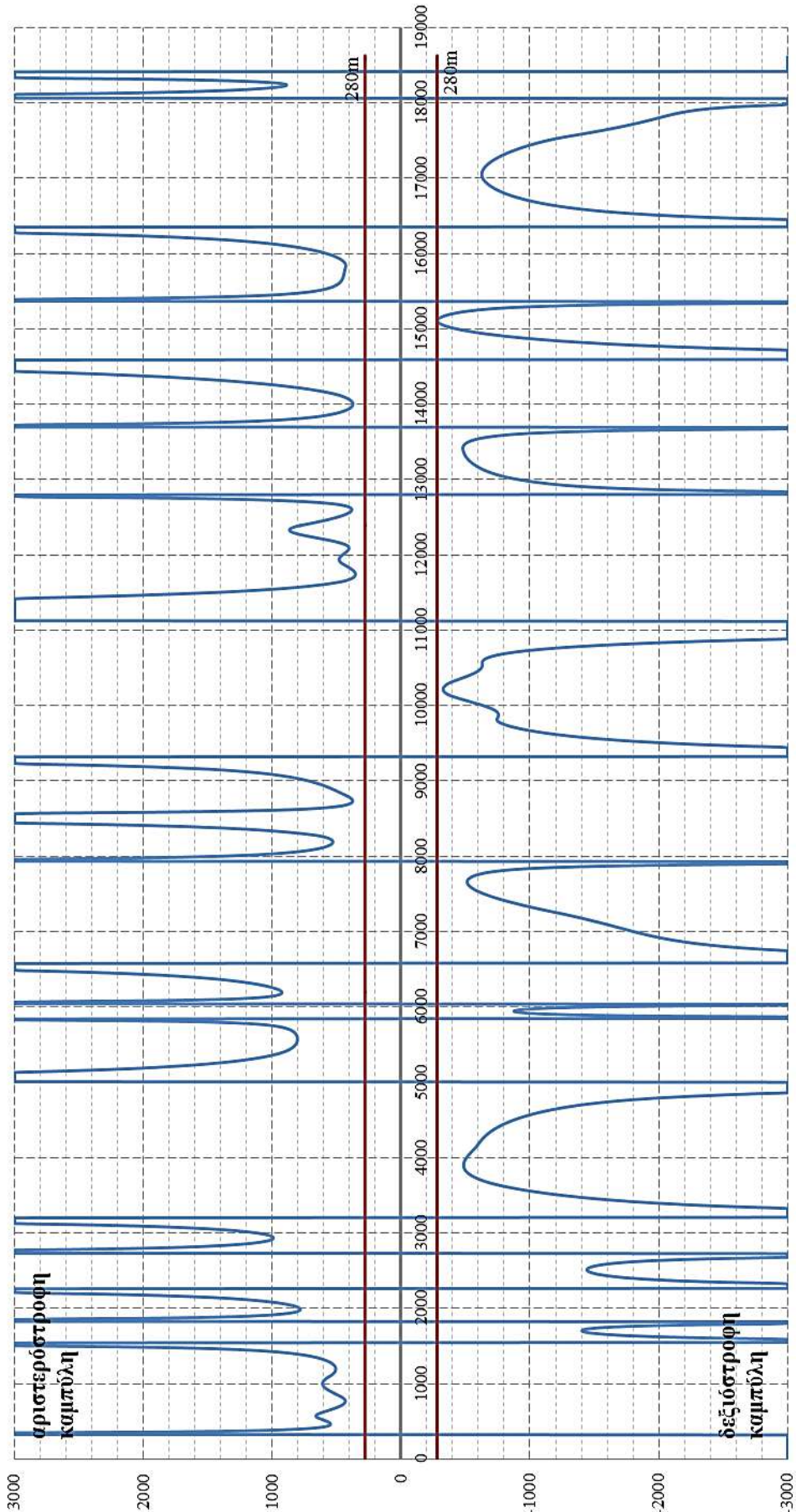
Επίσης, η οριζοντιογραφία και η μηκοτομή σε κάποιες περιπτώσεις δεν εναρμονίζονται, για παράδειγμα στις Χ.Θ. 0+000 έως 5+000 περίπου, όπου υπάρχει μεγάλη καμπυλότητα στην οριζοντιογραφία σε σχέση με την αντίστοιχη καμπυλότητα της μηκοτομής.

Συνοψίζοντας, πρέπει να τονιστεί ότι ο εντοπισμός των παραπάνω προβλημάτων βασίζεται σε γενικές συστάσεις των κανονισμών οδοποιίας. Έτσι, ίσως κάποια από αυτά τα προβλήματα να μην εμφανίζονται στην πραγματικότητα. Ωστόσο, είναι δυνατόν να συμβαίνει και το αντίστροφο, δηλαδή η οδός να εμφανίζει επικίνδυνα σημεία για τα οποία δεν υπάρχουν ενδείξεις και τα οποία δεν μπορούν να εντοπιστούν στην οριζοντιογραφία, τη μηκοτομή και τα διαγράμματα ελέγχου. Συνεπώς, κρίνεται απαραίτητος ο λεπτομερής έλεγχος της ορατότητας κατά μήκος της οδού με χρήση άλλων μεθόδων, για παράδειγμα μέσω της διαδικασίας της οπτικοποίησης.

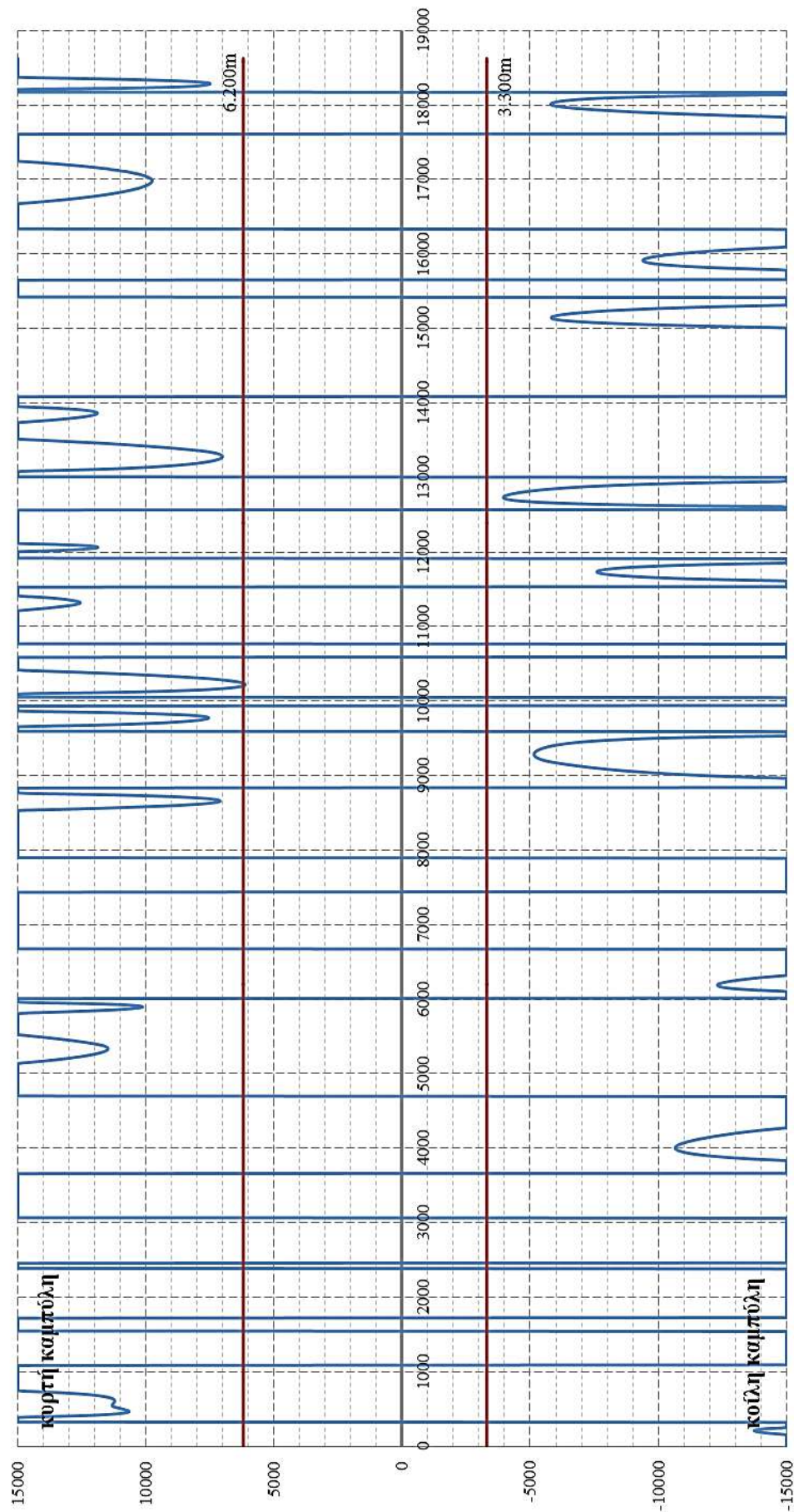
Σχήμα 6.5: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων



Σχήμα 6.6: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας



Σχήμα 6.7: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών & κοίλων καμπυλών μηκοτομής



6.3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΧΑΡΑΞΗΣ

Στη συνέχεια γίνεται σύντομη παρουσίαση της διαδικασίας που ακολουθήθηκε για τη χάραξη του προτεινόμενου οδικού τμήματος, προκειμένου να γίνουν κάποιες παρατηρήσεις και να αναφερθούν διάφορες διαπιστώσεις σχετικά με τη συμπεριφορά των καμπυλών NURBS κατά τη χρήση τους για την αναπαράσταση οδών.

Το τελικό αποτέλεσμα της χάραξης προέρχεται έπειτα από τη διενέργεια τεσσάρων δοκιμών, οι οποίες παρουσιάζονται στα επόμενα. Σε κάθε δοκιμή, επιχειρείται η χάραξη της οδού, τηρώντας τις βασικές αρχές οριζοντιογραφίας και μηκοτομής.

6.3.1 1^η ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ

Η πρώτη δοκιμαστική χάραξη ακολουθεί περίπου την υπάρχουσα οδό σύνδεσης του Αεροδρομίου Καστελλίου με την Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου, όπως φαίνεται και στην επόμενη εικόνα. Το μήκος της χάραξης ανέρχεται στα 15.436,1m.



Εικόνα 6.5: 1^η δοκιμαστική χάραξη. Με διακεκομμένη γραμμή σημειώνεται η υπάρχουσα χάραξη. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

Κατά τη σχεδίαση, γίνεται προσπάθεια ώστε ο αριθμός των σημείων ελέγχου να μην είναι υπερβολικά μεγάλος, πράγμα το οποίο θα έκανε δύσκολο το χειρισμό της καμπύλης και επιπροσθέτως ίσως να δημιουργούσε προβλήματα στη μορφή της καμπύλης (απότομη μεταβολή καμπυλότητας κ.λπ.). Για τον ίδιο λόγο, τα σημεία ελέγχου τοποθετούνται όσο το δυνατόν ομοιόμορφα κατά μήκος της καμπύλης. Επιπλέον, η τοποθέτηση των σημείων ελέγχου γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχουν τιμές ακτίνων μικρότερες από τις ελάχιστες επιτρεπόμενες, αν και αυτό είναι σχετικά δύσκολο να προβλεφθεί στο στάδιο της χάραξης. Σαφείς πληροφορίες θα προκύψουν από τα διαγράμματα ελέγχου. Η τοποθέτηση των σημείων ελέγχου γίνεται επιλέγοντας σημεία επάνω στις ισοϋψείς γραμμές, έτσι ώστε η καμπύλη να προσαρμόζεται στο ανάγλυφο.

Τέλος, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.8 της προηγούμενης σελίδας, το αρχικό τμήμα της χάραξης βρίσκεται δυτικότερα σε σχέση με την υπάρχουσα χάραξη. Αυτό συμβαίνει προκειμένου να παρακαμφθεί ο οικισμός του Καστελλίου (η υπάρχουσα οδός διέρχεται εντός του οικισμού).

Υπενθυμίζεται ότι για τη σχεδίαση μιας καμπύλης NURBS απαιτείται ο καθορισμός του βαθμού της, του διανύσματος κόμβων και των συντεταγμένων των σημείων ελέγχου. Σε όλες τις δοκιμές χρησιμοποιείται βαθμός καμπύλης $p = 4$, ενώ το (ομοιόμορφο) διάνυσμα κόμβων προκύπτει κάθε φορά αυτόματα.

Τα στοιχεία των σημείων ελέγχου της 1^{ης} δοκιμής παρατίθεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.5: Σημεία ελέγχου 1^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

A/A	Σημεία ελέγχου	Τετμημένη X	Τεταγμένη Y	Υψόμετρο Z	Βάρος W
1	P0	621194.220	3895135.791	353.000	1.0
2	P1	621352.241	3895529.208	350.000	1.0
3	P2	621631.532	3895570.416	350.000	1.0
4	P3	621750.016	3896227.632	340.000	1.0
5	P4	621207.452	3896271.885	340.000	1.0
6	P5	620854.689	3896452.080	340.000	1.0
7	P6	620630.243	3897085.604	350.000	1.0
8	P7	621362.510	3897262.413	340.000	1.0
9	P8	621585.584	3897802.403	300.000	1.0
10	P9	621112.714	3898199.294	320.000	1.0
11	P10	621132.980	3898763.990	320.000	1.0
12	P11	621039.063	3899118.284	320.000	1.0
13	P12	621565.270	3899423.628	280.000	1.0
14	P13	622101.329	3899584.893	264.000	1.0
15	P14	622479.063	3900105.411	260.000	1.0
16	P15	622392.605	3900407.734	260.000	1.0
17	P16	622935.140	3900564.020	240.000	1.0
18	P17	623479.063	3901032.250	220.000	1.0
19	P18	623709.233	3901336.021	200.000	1.0
20	P19	623762.810	3901831.010	200.000	1.0

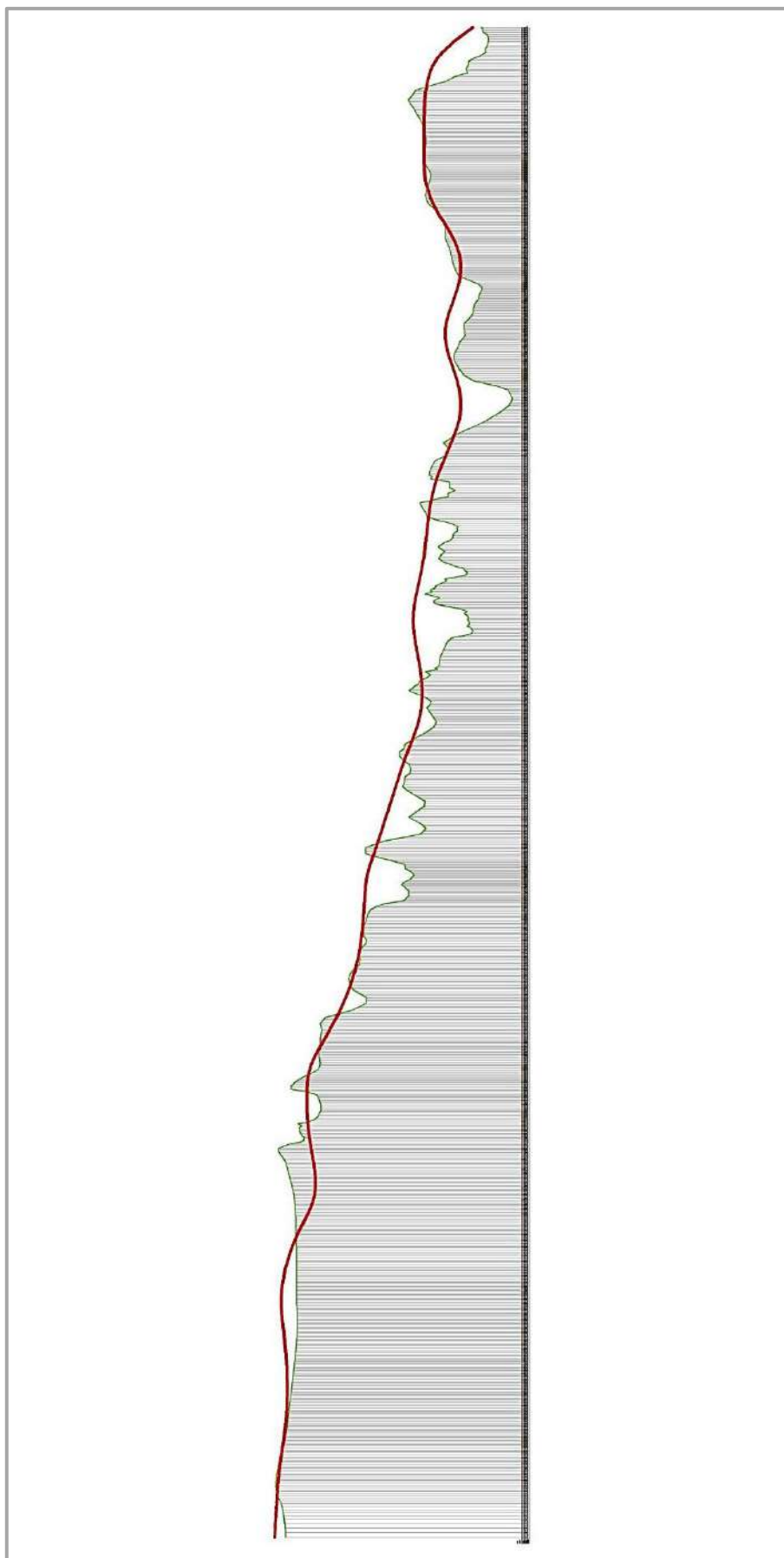
Πίνακας 6.5: Σημεία ελέγχου 1^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. [συνέχεια]

21	P20	623738.569	3902419.093	220.000	1.0
22	P21	623270.767	3902781.213	195.000	1.0
23	P22	623088.572	3903508.439	200.000	1.0
24	P23	623199.063	3904227.726	160.000	1.0
25	P24	623709.526	3904278.584	160.000	1.0
26	P25	624011.274	3904472.301	180.000	1.0
27	P26	624158.660	3904875.443	180.000	1.0
28	P27	623772.682	3905093.952	160.000	1.0
29	P28	623812.669	3905552.405	160.000	1.0
30	P29	623481.472	3905881.880	200.000	1.0
31	P30	623295.469	3906232.446	200.000	1.0
32	P31	623503.669	3906665.362	200.000	1.0
33	P32	624024.123	3906933.629	200.000	1.0
34	P33	624072.422	3907159.697	180.000	1.0
35	P34	624072.510	3907371.570	150.000	1.0

Στον παραπάνω πίνακα τα βάρη όλων των σημείων ελέγχου είναι ίσα με 1, δηλαδή η καμπύλη που σχηματίζεται είναι καμπύλη B-Spline. Η εφαρμογή βαρών δεν είναι απαραίτητη σε αυτό το στάδιο, δεδομένου ότι δεν έχει οριστικοποιηθεί ακόμη η τελική χωροθέτηση του άξονα της οδού.

Στη συνέχεια παρατίθεται η **μηκοτομή** της 1^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. Παρατηρείται ότι, αν και ο άξονας της οδού τείνει να ακολουθήσει το ανάγλυφο του εδάφους, εντούτοις **σε γενικές γραμμές βρίσκεται σε μεγαλύτερα υψόμετρα σε σχέση με τη γραμμή του εδάφους**, παρόλο που τα υψόμετρα των σημείων ελέγχου ταυτίζονται με τα υψόμετρα των αντίστοιχων ισοϋψών. Αυτό συμβαίνει διότι, ως γνωστόν, η καμπύλη γενικά δεν διέρχεται από τα σημεία ελέγχου. Το φαινόμενο παρουσιάζεται κυρίως σε περιοχές με έντονο ανάγλυφο, όπου ήταν μάλλον αναπόφευκτη η υψομετρική διαφορά σημείων ελέγχου και καμπύλης. Επομένως απαιτείται υψομετρική διαμόρφωση των σημείων ελέγχου.

Ανεξάρτητα από τη μορφή της ερυθράς γραμμής, παρατηρείται ότι το ανάγλυφο του εδάφους είναι ιδιαίτερα έντονο και ακατάλληλο για τη διέλευση της οδού. Συνεπώς, η συγκεκριμένη χάραξη είναι απαραίτητο να μεταβληθεί.



Σχήμα 6.8: Μηκοτομή της 1^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

6.3.2 2^η ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ

Η 2^η δοκιμαστική χάραξη χωροθετείται δυτικά της υπάρχουσας χάραξης. Επιπλέον, στο σύνολό της είναι διαφορετική από την πρώτη δοκιμαστική χάραξη. Το μήκος της ανέρχεται στα 18.179,5m.



Εικόνα 6.6: 2^η δοκιμαστική χάραξη. Με διακεκομμένη γραμμή σημειώνεται η προηγούμενη (1^η) δοκιμαστική χάραξη. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

Σε αυτήν τη δοκιμαστική χάραξη, η καμπύλη αποτελείται από περισσότερα σημεία ελέγχου σε σχέση με την πρώτη δοκιμή (52 έναντι 35 προηγούμενως). Η αύξηση του πλήθους τους δικαιολογείται από το γεγονός ότι το μήκος της οδού πλέον είναι μεγαλύτερο. Επιπλέον, γίνεται καλύτερος ο έλεγχος της μορφής της καμπύλης.

Τα στοιχεία των νέων σημείων ελέγχου παρατίθεται στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 6.6: Σημεία ελέγχου 2^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

A/A	Σημεία ελέγχου	Τετμημένη X	Τεταγμένη Y	Υψόμετρο Z	Βάρος W
1	P0	621266.778	3895032.174	353.000	1.0
2	P1	621281.860	3895154.290	353.000	1.0
3	P2	621297.451	3895269.904	353.000	1.0
4	P3	621403.494	3895403.635	350.000	1.0
5	P4	621461.295	3895552.175	350.000	1.0

Πίνακας 6.6: Σημεία ελέγχου 2^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. [συνέχεια]

6	P5	621670.233	3895753.139	350.000	1.0
7	P6	621713.235	3896161.755	340.000	1.0
8	P7	621259.803	3896408.500	340.000	1.0
9	P8	620839.004	3896505.602	340.000	1.0
10	P9	620567.025	3896606.028	340.000	1.0
11	P10	620110.177	3896969.741	340.000	1.0
12	P11	619599.063	3897072.250	340.000	1.0
13	P12	619211.337	3897331.040	340.000	1.0
14	P13	619359.063	3897874.951	360.000	1.0
15	P14	619696.461	3898280.057	400.000	1.0
16	P15	619816.464	3898670.047	380.000	1.0
17	P16	619707.764	3898996.148	400.000	1.0
18	P17	619814.974	3899349.239	360.000	1.0
19	P18	619544.479	3899844.935	380.000	1.0
20	P19	619507.935	3900760.662	360.000	1.0
21	P20	620079.063	3900882.250	380.000	1.0
22	P21	620181.215	3901325.795	380.000	1.0
23	P22	620377.480	3901486.998	380.000	1.0
24	P23	620391.867	3901832.014	380.000	1.0
25	P24	620079.063	3902245.994	360.000	1.0
26	P25	619794.935	3902417.485	340.000	1.0
27	P26	619702.522	3902737.698	360.000	1.0
28	P27	619728.519	3902955.649	360.000	1.0
29	P28	619833.685	3903090.424	360.000	1.0
30	P29	620057.136	3903183.368	360.000	1.0
31	P30	620569.522	3903190.883	360.000	1.0
32	P31	621017.666	3903188.645	360.000	1.0
33	P32	621261.933	3903237.302	380.000	1.0
34	P33	621421.310	3903483.727	340.000	1.0
35	P34	621431.462	3903687.323	320.000	1.0
36	P35	621334.793	3904045.466	300.000	1.0
37	P36	621159.063	3904392.250	280.000	1.0
38	P37	620990.048	3904455.356	260.000	1.0
39	P38	620799.063	3904479.182	260.000	1.0
40	P39	620523.172	3904687.764	240.000	1.0
41	P40	620582.952	3905187.806	240.000	1.0
42	P41	620357.502	3906023.023	220.000	1.0
43	P42	620482.853	3906469.823	220.000	1.0
44	P43	620182.651	3907008.640	180.000	1.0
45	P44	620464.940	3907720.735	160.000	1.0
46	P45	620150.969	3908015.260	145.000	1.0
47	P46	619726.837	3908077.219	140.000	1.0

Πίνακας 6.6: Σημεία ελέγχου 2^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. [συνέχεια]

48	P47	619526.531	3908237.795	100.000	1.0
49	P48	619334.622	3908423.340	80.000	1.0
50	P49	619330.814	3908548.495	70.000	1.0
51	P50	619348.309	3908693.020	60.000	1.0
52	P51	619369.228	3908814.453	60.000	1.0

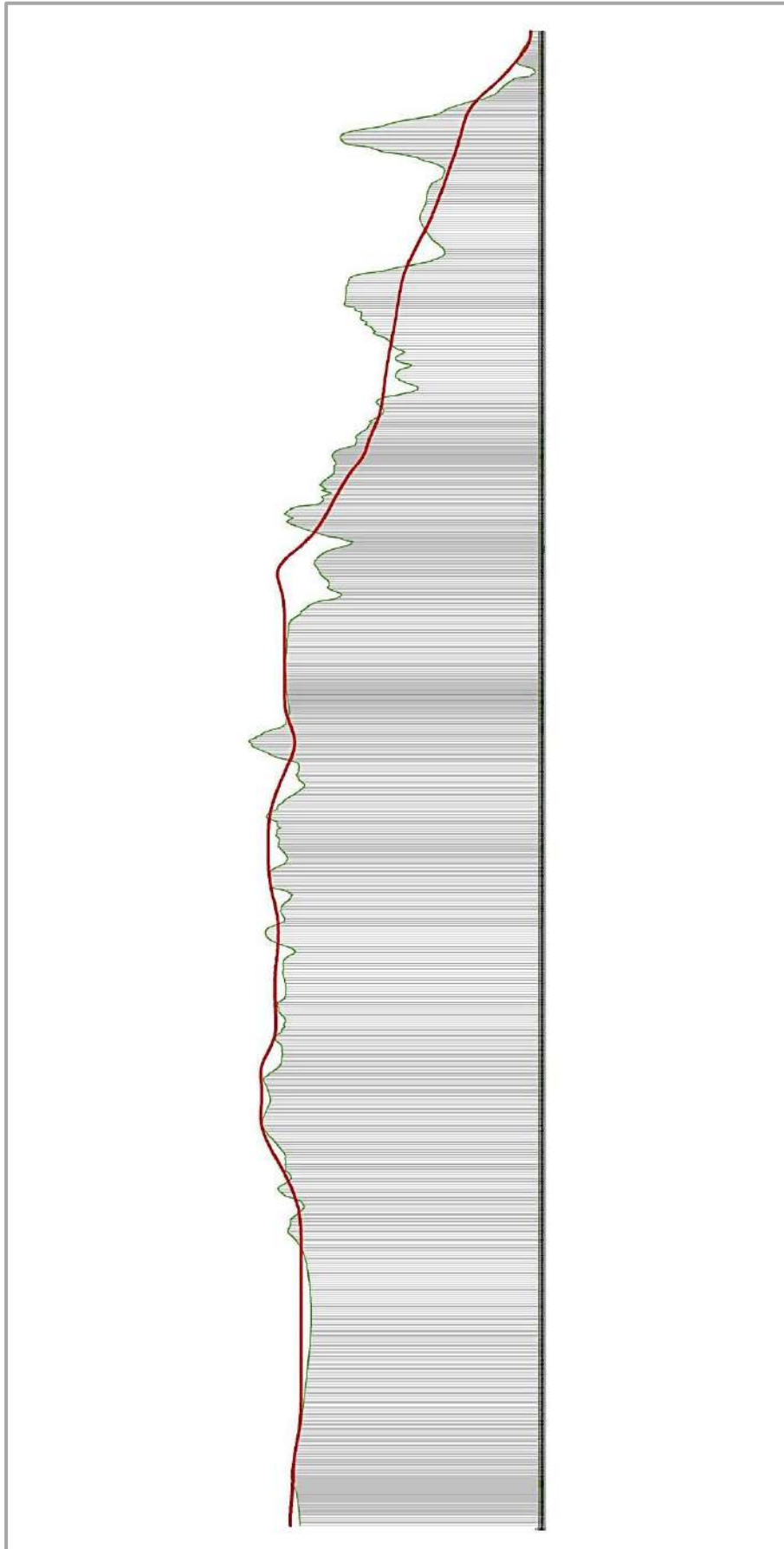
Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται η μηκοτομή και τα διαγράμματα ελέγχου για τη συγκεκριμένη χάραξη.

Όσον αφορά στη **μηκοτομή**, παρατηρείται ότι το ανάγλυφο του εδάφους είναι ικανοποιητικό για το μεγαλύτερο μέρος της χάραξης. Ωστόσο, το ανάγλυφο γίνεται ιδιαίτερα έντονο στα τελευταία χιλιόμετρα (Χ.Θ. 12+000 κατά προσέγγιση, έως το τέλος), ώστε να μην είναι δυνατή η εναρμόνιση της ερυθράς της οδού με αυτό, με αποτέλεσμα να κρίνεται αναγκαία η τοπική τροποποίηση της χάραξης.

Στο **διάγραμμα ελέγχου των κατά μήκος κλίσεων** φαίνεται ότι οι κατά μήκος κλίσεις είναι μεγαλύτερες από την οριακή επιτρεπτή τιμή μεταξύ των Χ.Θ. 11+700 έως 12+100 και 17+300 έως 17+700 περίπου. Η διόρθωση των τιμών κατά μήκος κλίσεων γίνεται μέσω της υψομετρικής διαμόρφωσης των σημείων ελέγχου που επηρεάζουν αυτά τα τμήματα της καμπύλης. Πιο συγκεκριμένα, θα πρέπει είτε να μειωθεί το υψόμετρο των υπόψη σημείων ελέγχου, είτε να αυξηθεί το υψόμετρο των γειτονικών τους σημείων ελέγχου (ή η αντίστροφη διαδικασία, ανάλογα με το αν υπάρχει κυρτή ή κοίλη καμπύλη). Επιλέγεται η λύση η οποία εξασφαλίζει την καλύτερη προσαρμογή της οδού στο έδαφος. Ακόμη, θα μπορούσε να γίνει οριζόντια απομάκρυνση κάποιων σημείων ελέγχου, αλλά με αυτόν τον τρόπο μεταβάλλεται η μορφή της οριζοντιογραφίας.

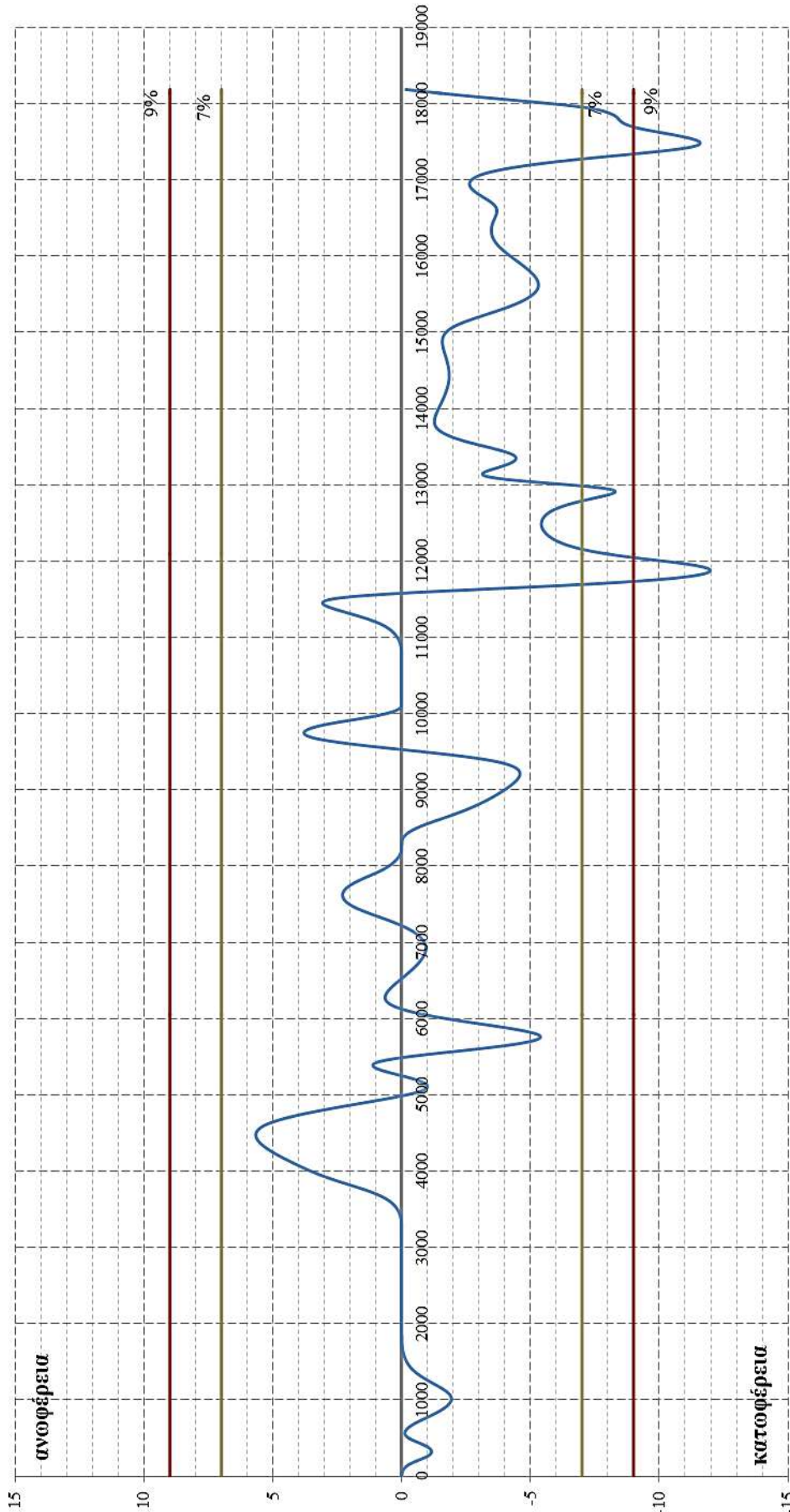
Στο ίδιο διάγραμμα, παρατηρείται ότι μεταξύ των Χ.Θ. 1+600 έως 3+500 και 10+000 έως 11+000 κατά προσέγγιση, η τιμή της κατά μήκος κλίσης είναι μηδενική. Η μη ύπαρξη κατά μήκος κλίσης στα παραπάνω τμήματα οφείλεται στην **τοποθέτηση διαδοχικών σημείων ελέγχου σε ίδιο υψόμετρο** (ιδιότητα της γραμμικής ακρίβειας των καμπυλών NURBS) και δεν συστήνεται, κυρίως για λόγους αποστράγγισης των ομβρίων της οδού. Άρα, θα πρέπει να μεταβληθεί το υψόμετρο κάποιων εκ των σημείων ελέγχου που επηρεάζουν τα συγκεκριμένα τμήματα.

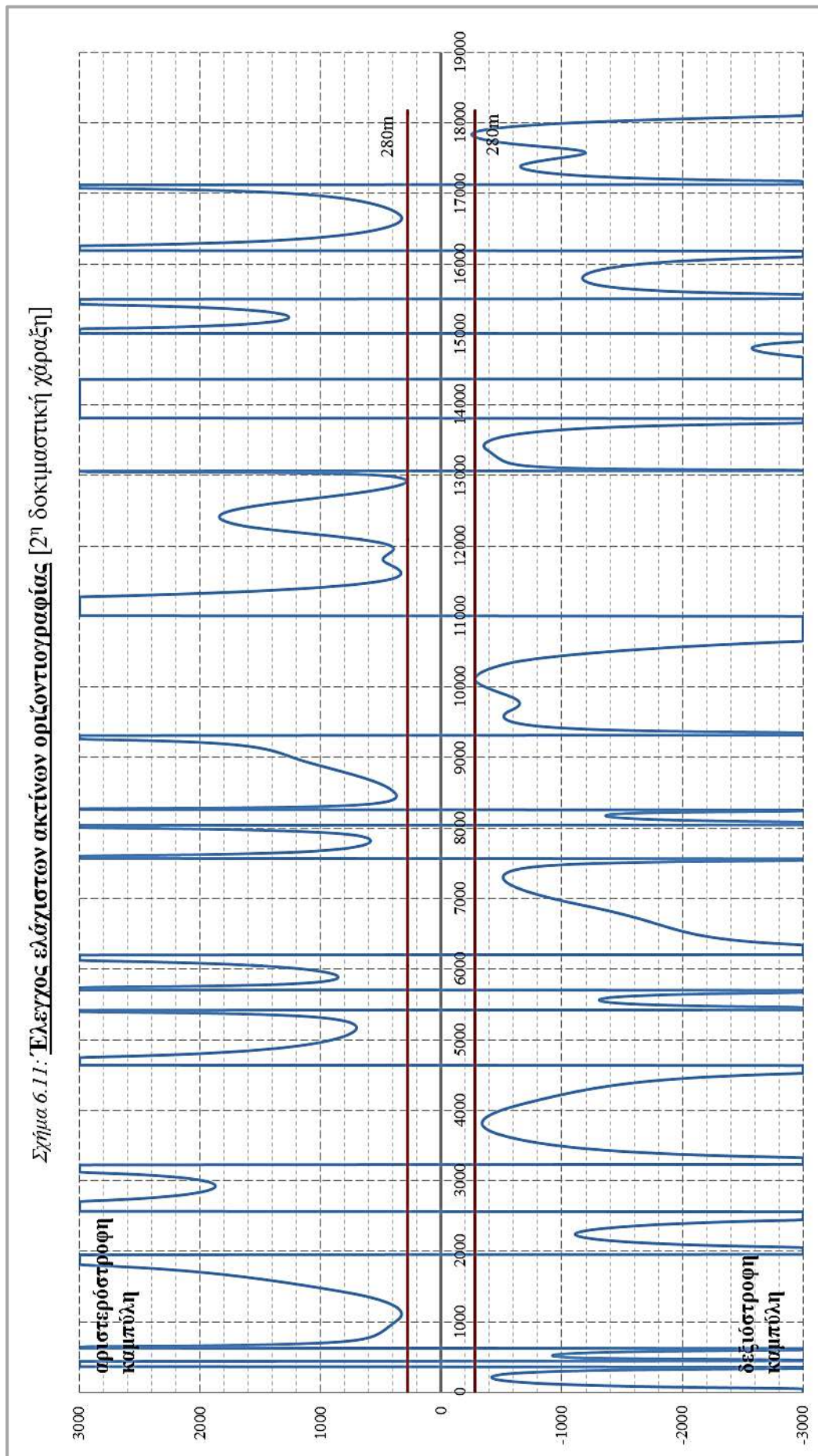
Τέλος, στο **διάγραμμα ελέγχου των ακτίνων των κυρτών και κοίλων καμπυλών**, είναι εμφανές σε αρκετές θέσεις ότι οι ακτίνες των κυρτών και κοίλων καμπυλών της μηκοτομής είναι μικρότερες από τις ελάχιστες επιτρεπόμενες. Συγκεκριμένα, πρόκειται για τις Χ.Θ. 4+800, 5+600, 9+900, 11+700, 13+000 και 17+300 κατά προσέγγιση. Η διόρθωση των τιμών των προβληματικών ακτίνων γίνεται κατά παρόμοιο τρόπο με τη διόρθωση των τιμών των κατά μήκος κλίσεων.



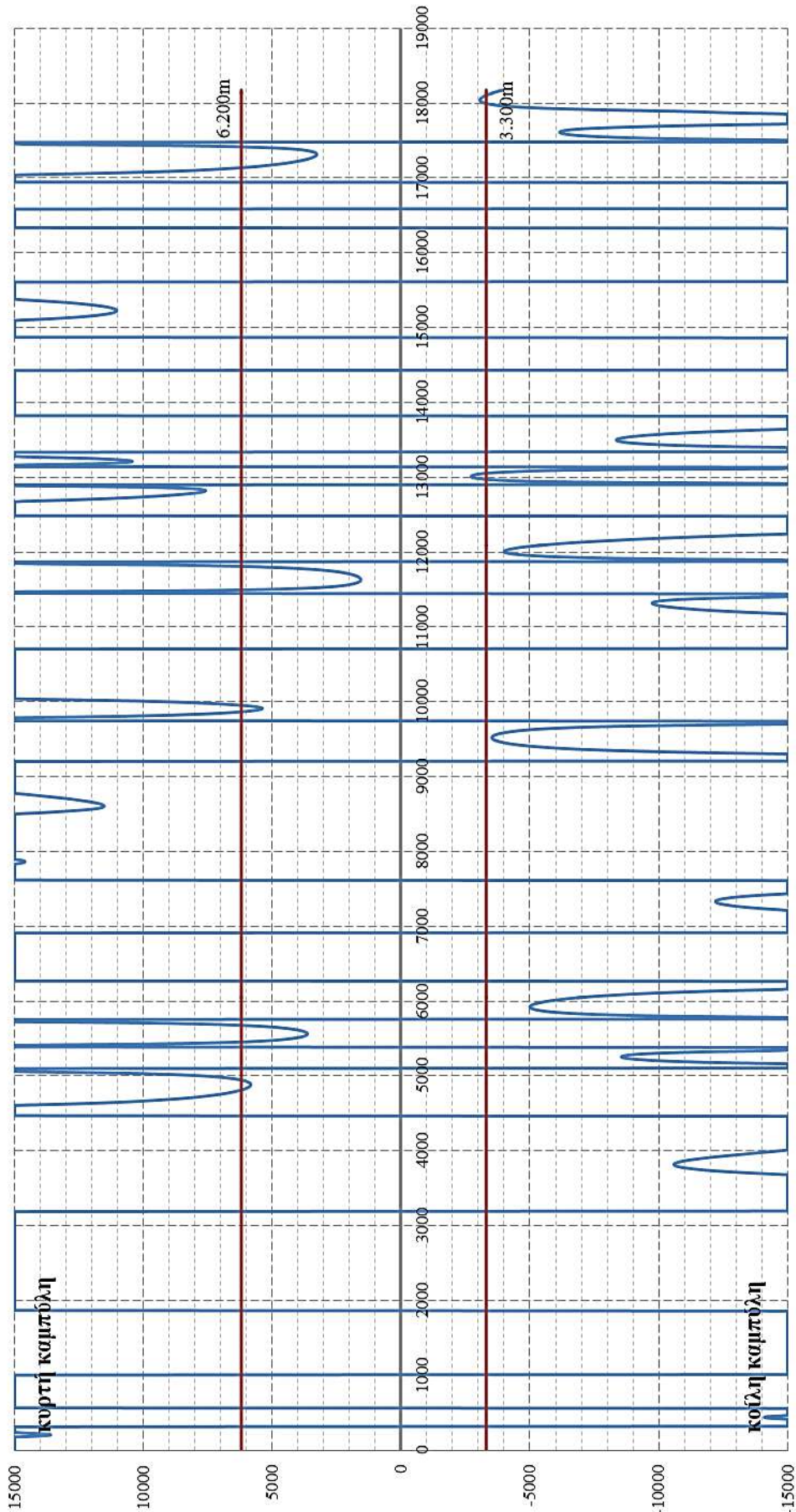
Σχήμα 6.9: Μηκοτομή της 2^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

Σχήμα 6.10: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων [2^η δοκιμαστική χάραξη]





Σχήμα 6.12: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων κυρτών & κοίλων καμπυλών [2^η δοκιμαστική χάραξη]



6.3.3 3^η ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ

Η 3^η δοκιμαστική χάραξη είναι παρόμοια με τη 2^η δοκιμαστική χάραξη, αλλά γενικά δεν συμπίπτουν μεταξύ τους παρά μόνον για μερικές εκατοντάδες μέτρα. Η κυριότερη διαφοροποίηση των χαράξεων εμφανίζεται προς το τέλος της χιλιομέτρησης, όπου η 3^η δοκιμαστική χάραξη βρίσκεται δυτικότερα. Το μήκος της συγκεκριμένης χάραξης ισούται με 18.640,8m.



Εικόνα 6.7: 3^η δοκιμαστική χάραξη. Με διακεκομμένη γραμμή σημειώνεται η προηγούμενη (2^η) δοκιμαστική χάραξη. (Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

Το πλήθος των σημείων ελέγχου είναι το ίδιο με αυτό της προηγούμενης δοκιμαστικής χάραξης. Τα στοιχεία τους παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6.7: Σημεία ελέγχου 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

A/A	Σημεία ελέγχου	Τετμημένη X	Τεταγμένη Y	Υψόμετρο Z	Βάρος W
1	P0	621396.487	3895032.174	343.000	1.0
2	P1	621514.613	3895154.290	344.000	1.0
3	P2	621630.575	3895269.904	348.000	1.0
4	P3	621720.942	3895333.346	351.000	1.0
5	P4	621834.645	3895525.224	353.000	1.0

Πίνακας 6.7: Σημεία ελέγχου 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. [συνέχεια]

6	P5	621883.869	3895753.139	350.000	1.0
7	P6	621719.472	3896167.992	343.000	1.0
8	P7	621259.803	3896271.570	338.000	1.0
9	P8	621071.331	3896530.303	333.000	1.0
10	P9	620558.082	3896551.024	332.000	1.0
11	P10	620196.904	3896825.006	329.000	1.0
12	P11	619679.199	3896858.910	340.000	1.0
13	P12	619185.859	3897039.866	324.000	1.0
14	P13	619089.945	3897692.953	340.000	1.0
15	P14	619599.063	3898255.693	380.000	1.0
16	P15	619816.464	3898670.047	380.000	1.0
17	P16	619707.764	3898996.148	375.000	1.0
18	P17	619814.974	3899349.239	350.000	1.0
19	P18	619544.479	3899844.935	367.000	1.0
20	P19	619507.935	3900760.662	360.000	1.0
21	P20	620079.063	3900882.250	361.000	1.0
22	P21	620178.652	3901325.795	357.000	1.0
23	P22	620284.393	3901503.263	353.000	1.0
24	P23	620213.753	3901800.054	338.000	1.0
25	P24	619967.761	3902063.289	328.000	1.0
26	P25	619739.914	3902339.856	352.000	1.0
27	P26	619665.722	3902586.225	354.000	1.0
28	P27	619657.371	3902790.254	360.000	1.0
29	P28	619753.932	3902993.686	360.000	1.0
30	P29	620057.136	3903135.954	350.000	1.0
31	P30	620569.522	3903160.874	340.000	1.0
32	P31	620883.921	3903186.066	320.000	1.0
33	P32	621128.189	3903233.019	305.000	1.0
34	P33	621291.314	3903479.978	300.000	1.0
35	P34	621297.717	3903687.323	290.000	1.0
36	P35	621201.048	3904045.466	275.000	1.0
37	P36	620984.925	3904137.374	258.000	1.0
38	P37	620636.425	3904365.029	270.000	1.0
39	P38	620543.010	3904741.781	255.000	1.0
40	P39	620719.237	3905078.894	237.000	1.0
41	P40	620577.584	3905405.997	210.000	1.0
42	P41	619839.369	3905869.851	150.000	1.0
43	P42	619898.688	3906196.949	140.000	1.0
44	P43	620012.790	3906475.074	136.000	1.0
45	P44	619839.501	3906909.949	120.000	1.0
46	P45	619124.627	3907015.557	130.000	1.0
47	P46	618696.800	3907500.163	127.000	1.0

Πίνακας 6.7: Σημεία ελέγχου 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. [συνέχεια]

48	P47	618877.664	3908237.795	76.000	1.0
49	P48	618970.617	3908423.340	75.000	1.0
50	P49	618987.822	3908546.142	73.000	1.0
51	P50	619007.824	3908693.020	68.000	1.0
52	P51	619038.266	3908896.170	60.000	1.0

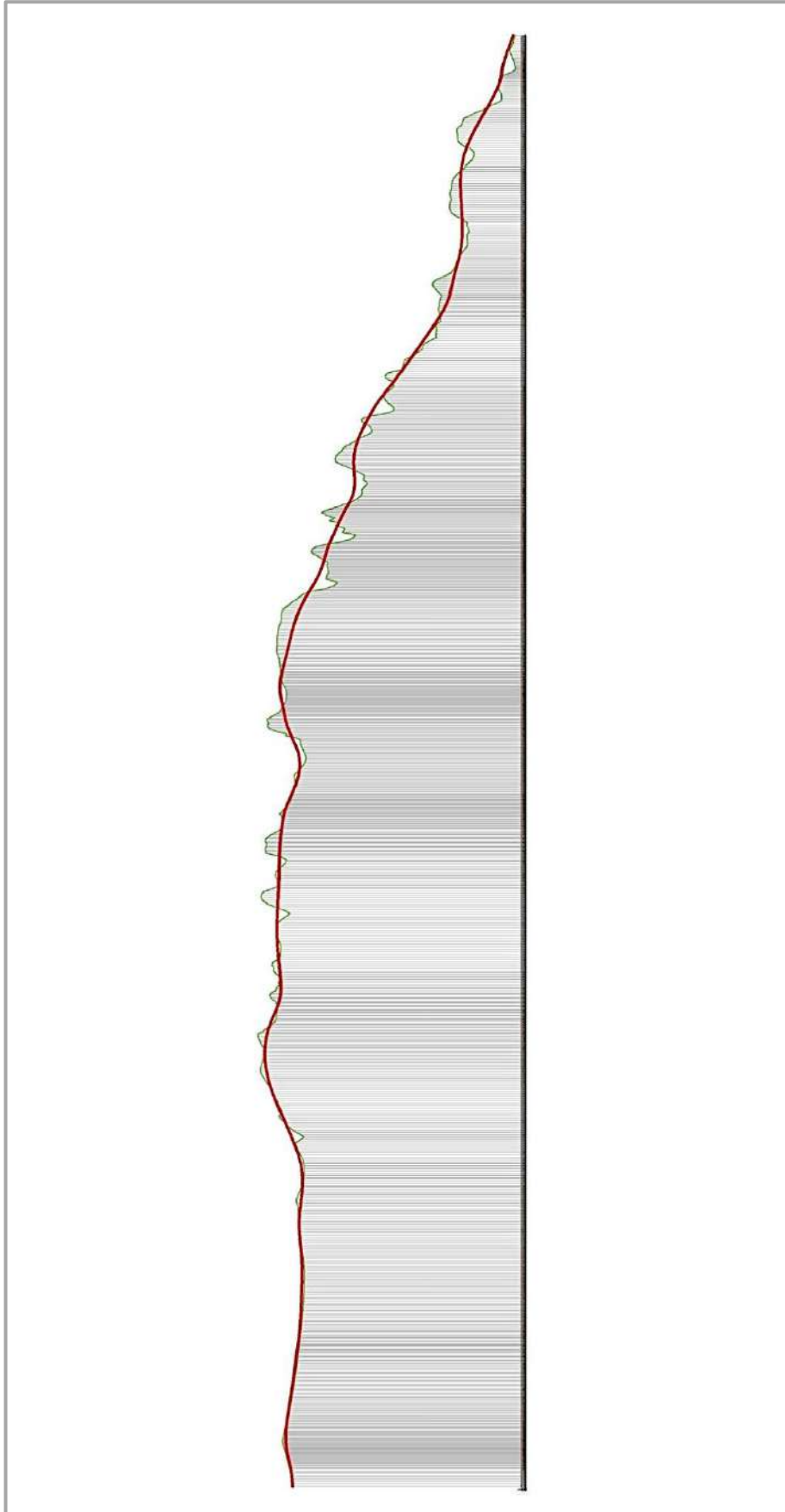
Στο αρχικό και τελικό τμήμα της χάραξης έχουν τοποθετηθεί κάποια σημεία ελέγχου κατά προσέγγιση συνευθειακά, προκειμένου εκεί να υπάρχουν ευθυγραμμίες (σύμφωνα με την ιδιότητα της ισχυρής γραμμικής ακρίβειας που χαρακτηρίζει τις καμπύλες NURBS). Υπενθυμίζεται ότι για λόγους ασφάλειας των οδηγών, προτείνεται η ύπαρξη ευθύγραμμων τμημάτων σε περιοχές κόμβων.

Σημειώνεται, επίσης, ότι στη θέση συμβολής της υπό μελέτη οδού με την Εθνική Οδό Ηρακλείου – Λασιθίου, η Εθνική Οδός δεν είναι ευθύγραμμη, κάτι το οποίο συνεπάγεται τη μη ύπαρξη επαρκών μηκών ορατότητας. Το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί μερικώς με την τοποθέτηση προειδοποιητικών πινακίδων κατά μήκος της Εθνικής Οδού, καθώς και με τον καθορισμό ενός ανώτατου ορίου ταχύτητας στην περιοχή. Τέλος, στη θέση έναρξης της χάραξης, πλησίον του Αεροδρομίου Καστελλίου, η υπό μελέτη οδός δεν ήταν δυνατόν να συμβάλει κάθετα με το υπάρχον οδικό δίκτυο, όπως θα ήταν επιθυμητό.

Στις σελίδες που ακολουθούν παρουσιάζονται η μηκοτομή και τα διαγράμματα ελέγχου της 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

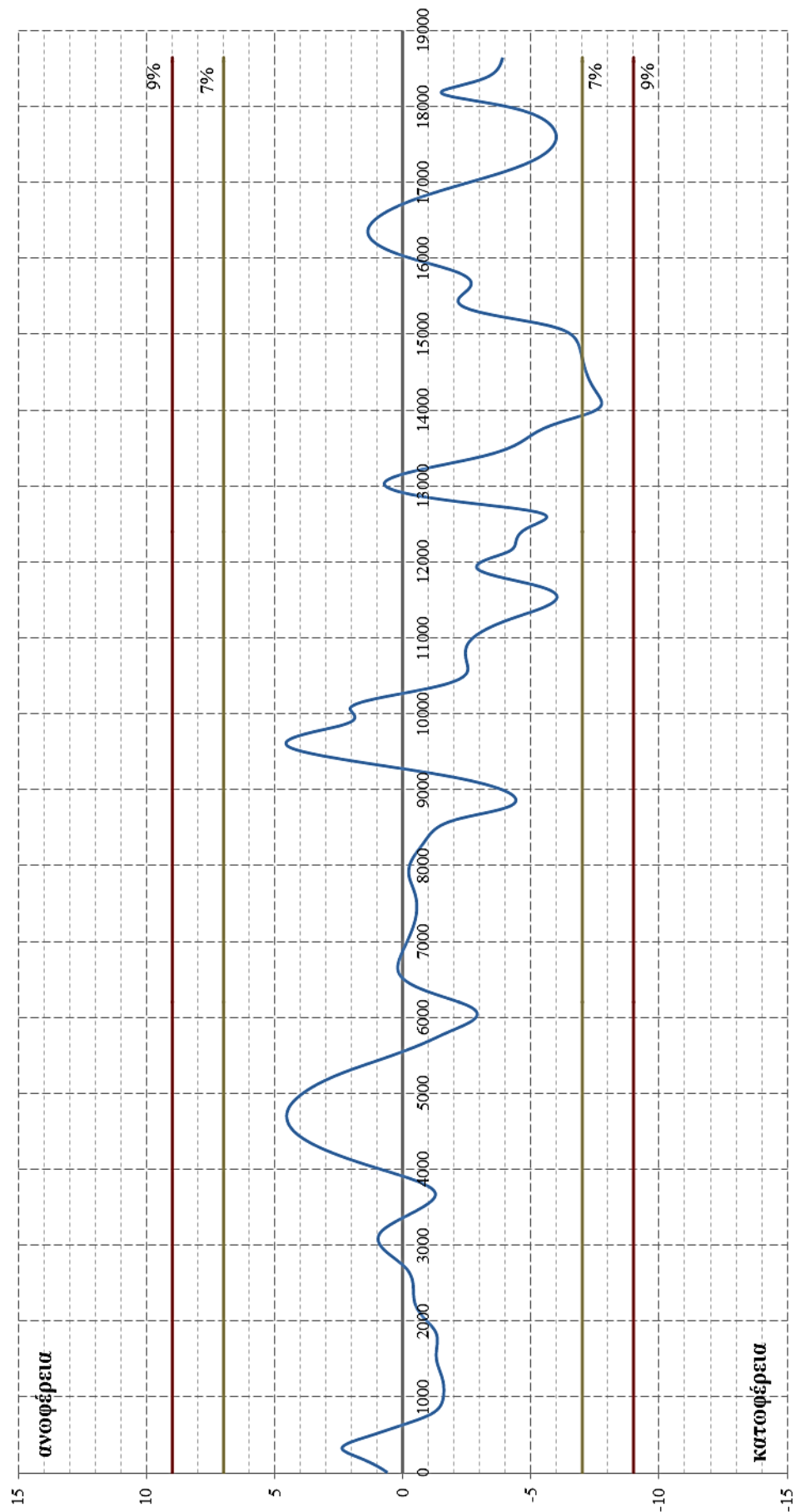
Η **μηκοτομή** κρίνεται σε γενικές γραμμές αρκετά ικανοποιητική, δεδομένου ότι ο άξονας της οδού ακολουθεί το ανάγλυφο του εδάφους. Εξαίρεση αποτελούν οι περιοχές με κατά προσέγγιση Χ.Θ. 11+620, 12+230 και 13+840, όπου παρουσιάζονται μεγάλα ύψη επιχωμάτων, πρόβλημα το οποίο μπορεί να αντιμετωπιστεί με την κατασκευή γεφυρών. Για την επίτευξη αυτού του αποτελέσματος στη μηκοτομή, έχουν γίνει αρκετές τροποποιήσεις των υψομέτρων των σημείων ελέγχου, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 6.7 παραπάνω. Δηλαδή, συμπεραίνεται – τουλάχιστον στο συγκεκριμένο παράδειγμα – ότι **για την επίτευξη ενός επιθυμητού αποτελέσματος στη μηκοτομή, δεν αρκεί τα σημεία ελέγχου να βρίσκονται επάνω στις ισοϋψείς γραμμές.**

Αναφορικά με τα διαγράμματα ελέγχων, παρατηρείται ότι γενικά οι τρεις βασικοί έλεγχοι ικανοποιούνται. Εξαίρεση αποτελεί το **διάγραμμα ελέγχου των κατά μήκος κλίσεων**, στο οποίο η κατά μήκος κλίση μεταξύ των Χ.Θ. 13+900 και 14+600 λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες της οριακά αποδεκτής. Όμως, οι τιμές αυτές χαρακτηρίζονται ως κατ' εξαίρεσιν αποδεκτές, οπότε και δε γίνεται διόρθωσή τους.

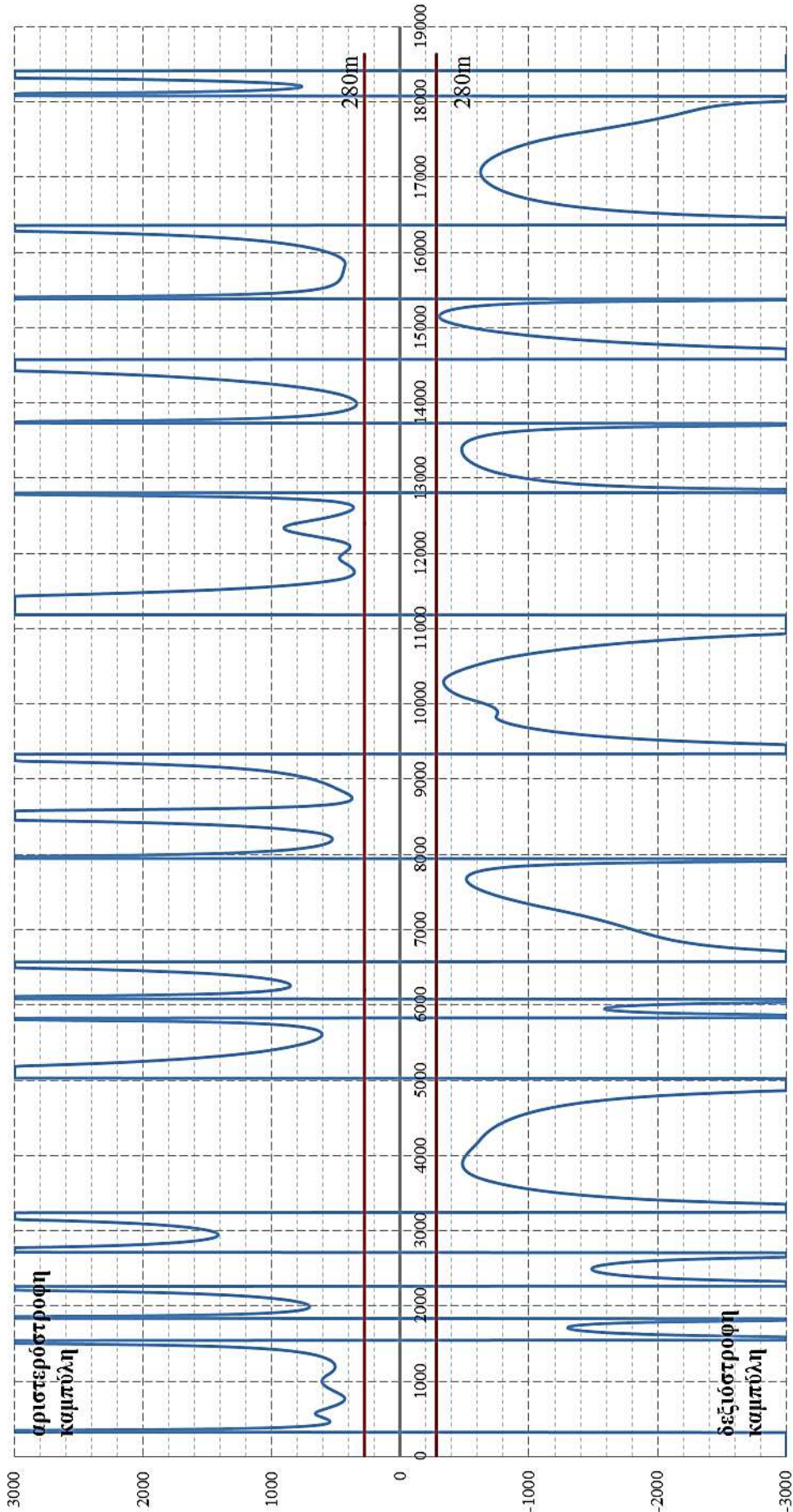


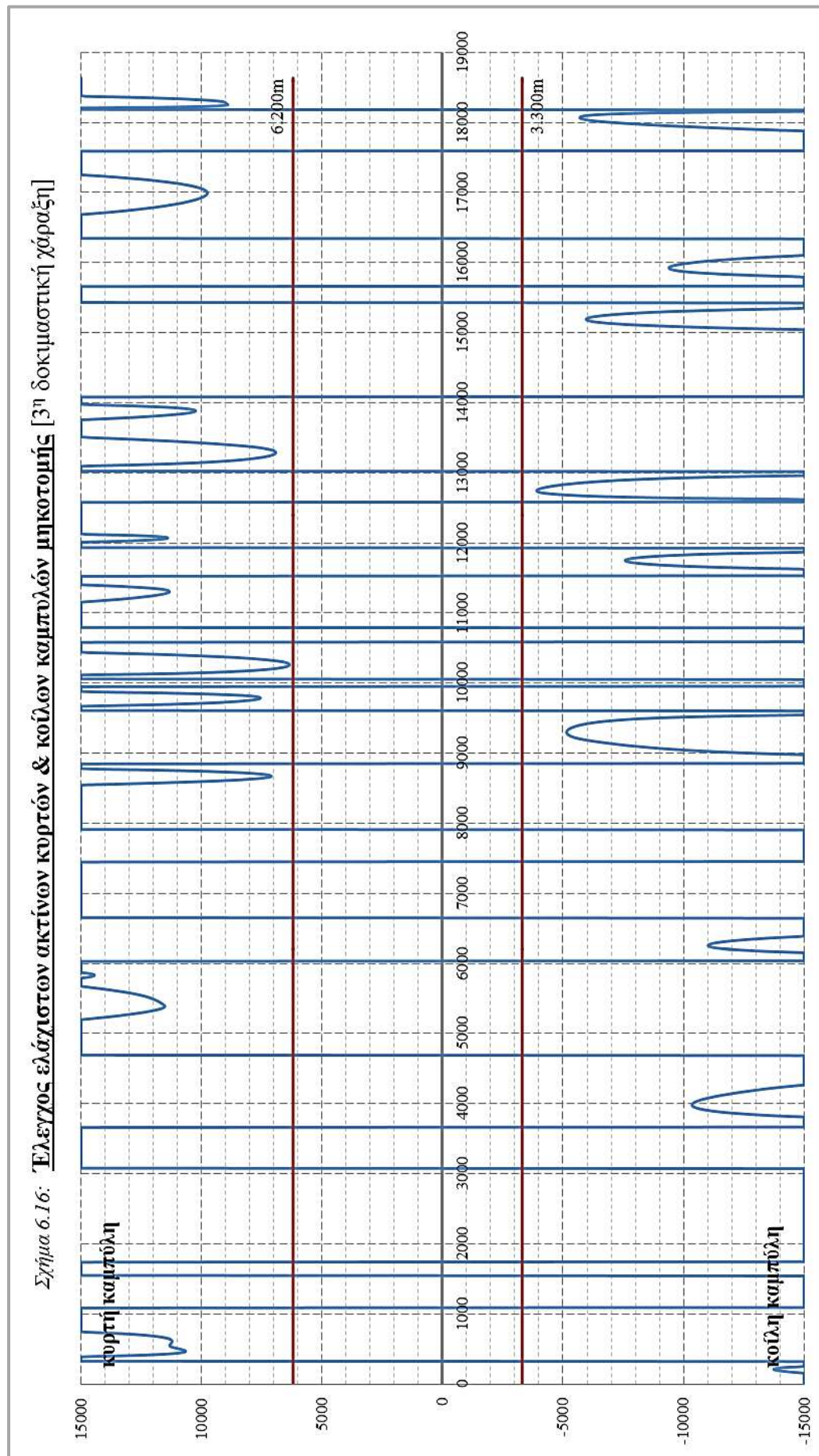
Σχήμα 6.13: Μηκοτομή της 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης.

Σχήμα 6.14: Έλεγχος ελάχιστων και μέγιστων κατά μήκος κλίσεων [3^η δοκιμαστική χάραξη]



Σχήμα 6.15: Έλεγχος ελάχιστων ακτίνων οριζοντιογραφίας [3^η δοκιμαστική χάραξη]



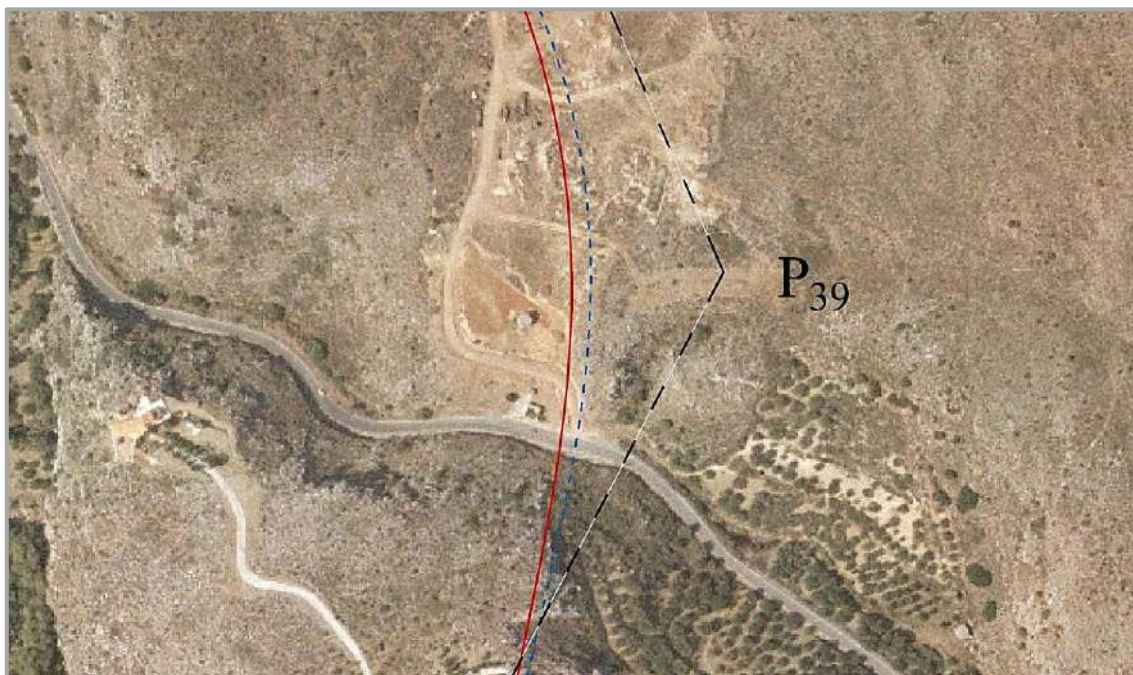


6.3.4 ΤΕΛΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ (4^η ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΗ ΧΑΡΑΞΗ)

Η 3^η δοκιμαστική χάραξη κρίθηκε σε γενικές γραμμές ικανοποιητική. Οπότε, στο τελικό στάδιο, πραγματοποιούνται μερικές μικρομετατοπίσεις του άξονα της οδού, προκειμένου, παραδείγματος χάριν, να παρακαμφθούν κάποια μεμονωμένα κτίσματα. Η μεταβολή της μορφής της καμπύλης τοπικά μπορεί να γίνει είτε με τη μετακίνηση κάποιων σημείων ελέγχου, είτε με τη μεταβολή των βαρών τους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, **η μετατόπιση του άξονα πραγματοποιείται μέσω της μεταβολής των τιμών των βαρών.**

Οι τιμές των βαρών μεταβάλλονται σε 12 σημεία ελέγχου (τα υπόλοιπα σημεία ελέγχου διατηρούν μοναδιαία βάρη), ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία των σημείων παραμένουν ως έχουν. Δηλαδή από τις αλλαγές δεν επηρεάζεται η καμπύλη σε όλο το μήκος της. Τα στοιχεία της καμπύλης και των σημείων ελέγχου έχουν ήδη παρατεθεί προηγουμένως (βλ. 6.2.2 και Πίνακα 6.1).

Τα μεγέθη της τελικής χάραξης που προκύπτει μετά την εφαρμογή των βαρών είναι σχεδόν πανομοιότυπα με τα αντίστοιχα μεγέθη της 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι το μήκος της καμπύλης αλλάζει ανεπαίσθητα, και συγκεκριμένα μειώνεται κατά μόλις 9,7m, σε σύνολο της τάξης των 18.600m. Ακόμη, η μέγιστη τιμή της κατά μήκος κλίσης αυξάνεται από 7,75% σε 7,77% (διαφορά μόλις 0,2%) και η ελάχιστη τιμή της ακτίνας μειώνεται από 300,39m σε 279,61m (διαφορά κατά περίπου 20m). Οι αλλαγές των ελαχίστων μεγεθών προφανώς συνέβησαν διότι αυτά εμφανίζονται σε θέσεις της καμπύλης οι οποίες επηρεάστηκαν από τη μεταβολή των βαρών.



Εικόνα 6.8: Μεταβολή της μορφής του οδικού άξονα με την εφαρμογή βάρους σε σημείο ελέγχου.
(Πηγή χάρτη: Χάρτες Google – <http://maps.google.com>)

Στην Εικόνα 6.8 της προηγούμενης σελίδας παρουσιάζεται η καμπύλη πριν (με διακεκομμένη γραμμή) και μετά (με κόκκινο χρώμα) την εφαρμογή βάρους ίσου με 0,8 στο σημείο ελέγχου P₃₉. Είναι προφανές ότι η εφαρμογή τιμής βάρους μικρότερης της μονάδας είχε ως αποτέλεσμα την τοπική απομάκρυνση της καμπύλης από το αντίστοιχο σημείο ελέγχου, και άρα τη μείωση τοπικά της καμπυλότητας. Η μετακίνηση αυτή της καμπύλης είναι πολύ μικρή, αφού και η μεταβολή του βάρους είναι μικρή (μείωση από 1 σε 0,8).

Επομένως, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι **μείωση** του βάρους κάποιου σημείου ελέγχου συνεπάγεται την τοπική απομάκρυνση της καμπύλης από αυτό. Κατ' αυτόν τον τρόπο, **μειώνεται τοπικά η καμπυλότητα στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, δηλαδή αυξάνονται οι τιμές των αντίστοιχων ακτίνων. Επίσης, μειώνονται και οι τιμές της κατά μήκος κλίσης.** Το αντίστροφο συμβαίνει με την αύξηση του βάρους κάποιου σημείου ελέγχου.

Τέλος, ο λόγος για τον οποίο η αλλαγή των βαρών μετέβαλε τόσο λίγο τη μορφή της καμπύλης στο συγκεκριμένο παράδειγμα χάραξης, είναι ότι **τα βάρη μεταβλήθηκαν κατά μικρή ποσότητα.** Επιπλέον, όπως φαίνεται στην οριζοντιογραφία της οδού, τα σημεία ελέγχου βρίσκονται αρκετά κοντά με την καμπύλη και συνεπώς **οι τυχόν αλλαγές στα βάρη ούτως ή άλλως δεν μπορούν να επηρεάσουν τη μορφή της καμπύλης σε μεγάλο βαθμό.** Υπενθυμίζεται ότι όσο αυξάνεται το βάρος κάποιου σημείου ελέγχου, τόσο περισσότερο αυτό «έλκει» την καμπύλη. Όμως, όσο και να αυξηθεί το βάρος, η μέγιστη μεταβολή της μορφής της καμπύλης είναι τέτοια ώστε αυτή να διέρχεται από το σημείο ελέγχου.

Η μηκοτομή και τα διαγράμματα ελέγχου της χάραξης έχουν παρατεθεί κατά την περιγραφή της χάραξης (βλ. 6.2.4 και 6.2.5). Παρατηρείται ότι, τόσο η μηκοτομή, όσο και τα διαγράμματα ελέγχου, είναι σχεδόν πανομοιότυπα με τα αντίστοιχα της 3^{ης} δοκιμαστικής χάραξης. Οι πολύ μικρές διαφορές μεταξύ τους μπορούν να γίνουν εμφανείς σε μεγαλύτερης κλίμακας σχέδια.

Συμπεράσματα

7.1 ΣΥΝΟΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	205
7.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ	210
7.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	212

7.1 ΣΥΝΟΨΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία παρουσιάστηκε μια προσπάθεια **διερεύνησης της καταλληλότητας των καμπυλών NURBS για χρήση τους στην Οδοποιία**, στο πλαίσιο της γενικότερης ανάγκης προσδιορισμού μιας νέας μεθόδου χάραξεων. Προκειμένου να είναι δυνατή η διερεύνηση αυτή, περιγράφηκε μια μέθοδος προσομοίωσης της τρισδιάστατης χάραξης με χρήση καμπύλης NURBS, με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη, η οποία εφαρμόζεται σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, μέσω εξειδικευμένης εφαρμογής που αναπτύχθηκε για τον σκοπό αυτό.

Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίστηκε στην προσομοίωση της καμπύλης με ένα σύνολο από ευθύγραμμα τμήματα μικρού μήκους, στον προσδιορισμό των κατά μήκος κλίσεων και ακτίνων των εφαπτόμενων στην καμπύλη κύκλων στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, οι οποίοι ορίζουν το μέγεθος της καμπυλότητας, και στη συνέχεια στην εφαρμογή των βασικότερων ελέγχων κατά ΟΜΟΕ, δηλαδή των ελέγχων των κατά μήκος κλίσεων και των καμπυλοτήτων της οδού. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε η χάραξη ενός οδικού τμήματος με χρήση καμπύλης NURBS 4^{ου} βαθμού και εφαρμόστηκαν οι έλεγχοι, ώστε να προκύψουν διάφορες παρατηρήσεις και κάποια ενδεικτικά συμπεράσματα.

Είναι γεγονός ότι οι παραμετρικές καμπύλες ελεύθερης μορφής παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, και γι' αυτόν τον λόγο γίνεται χρήση τους σε αρκετούς επιστημονικούς τομείς. **Στον τομέα της Οδοποιίας δεν έχει υπάρξει, προς το παρόν, μακροχρόνια και συστηματική έρευνα σχετικά με τη δυνατότητα εφαρμογής τους**. Παρόλα αυτά, τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει κάποιες απόπειρες και έχουν δημοσιευτεί τα σχετικά αποτελέσματα, κατά βάση σε θεωρητικό επίπεδο. Οι έρευνες αυτές αναφέρονται είτε στην προσομοίωση υπάρχουσας οδού, είτε στην εκ του μηδενός χάραξη, με χρήση παραμετρικών καμπυλών ελεύθερης μορφής τύπου spline και, έως τώρα τουλάχιστον, δεν συνοδεύονται από σαφή συμπεράσματα.

Στη συγκεκριμένη εργασία επελέγησαν οι καμπύλες NURBS, καθώς συνοδεύονται από αρκετά πλεονεκτήματα, μεταξύ των οποίων είναι η ικανότητα ενιαίας περιγραφής των οδικών αξόνων στις τρεις διαστάσεις, η δυνατότητα τοπικού ελέγχου της μορφής τους και η ενσωμάτωσή τους σε όλα τα σύγχρονα συστήματα σχεδίασης μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. Επιπλέον, οι καμπύλες αυτές υπερτερούν έναντι άλλων ομοειδών παραμετρικών καμπυλών, δεδομένου ότι η χρήση τους προσφέρει ένα επιπλέον επίπεδο ελέγχου στη μορφή της καμπύλης και επίσης έχουν τη δυνατότητα να αναπαραστήσουν πλήθος μορφών.

Η τρισδιάστατη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS χαρακτηρίζεται, σε γενικές γραμμές, από τις ίδιες αρχές και την ίδια φιλοσοφία που διέπει τη συμβατική γεωμετρική χάραξη, όσον αφορά στους περιορισμούς και τις απαιτήσεις που θα πρέπει να πληροί ένα

οδικό έργο. Ωστόσο, το αποτέλεσμα της τρισδιάστατης χάραξης, δηλαδή η οδός που προκύπτει, συγκεντρώνει αρκετά διαφορετικά χαρακτηριστικά σε σχέση με το αντίστοιχο αποτέλεσμα της συμβατικής χάραξης. Οι κυριότερες διαφορές που εντοπίζονται μεταξύ της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης και της χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS είναι οι εξής:

- Τα γεωμετρικά στοιχεία που συνθέτουν τη συμβατική γεωμετρική χάραξη είναι οι ευθυγραμμίες, οι κλωθοειδείς καμπύλες και τα κυκλικά τόξα κατά την οριζοντιογραφία, και τα τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση και οι τετραγωνικές παραβολές κατά τη μηκοτομή. Όλα αυτά τα στοιχεία συνδέονται και επαλληλίζονται μεταξύ τους. **Μια χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS αποτελείται από μία ενιαία μορφή**, τόσο κατά την οριζοντιογραφία, όσο και κατά τη μηκοτομή.
- Η συμβατική γεωμετρική χάραξη περιέχει ευθύγραμμα τμήματα κατά την οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, ενώ μια χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS είναι καμπυλόγραμμη. Επομένως, στη συμβατική χάραξη η καμπυλότητα μηδενίζεται τμηματικά, ενώ **στη χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS η καμπυλότητα δεν μηδενίζεται** πουθενά, παρά μόνο λαμβάνει πολύ μικρές τιμές τμηματικά (σε τμήματα τα οποία προσεγγίζουν ευθυγραμμίες).
- Στη συμβατική γεωμετρική χάραξη, η καμπυλότητα είναι σταθερή κατά τμήματα (ευθυγραμμίες, κυκλικά τόξα, τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση, τετραγωνικές παραβολές) ή μεταβάλλεται γραμμικά (κλωθοειδείς καμπύλες). **Σε χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS, η καμπυλότητα μεταβάλλεται με ομαλό τρόπο καθ' όλο το μήκος της οδού, αλλά χωρίς σταθερό ρυθμό.**
- Η συμβατική γεωμετρική χάραξη χαρακτηρίζεται από γεωμετρική συνέχεια δεύτερης τάξης (G^2), ενώ **η χάραξη που αναπαρίσταται από καμπύλη NURBS 4^{ου} βαθμού (5^{ης} τάξης) έχει συνέχεια τρίτης τάξης (G^3)**, κάτι το οποίο σημαίνει ότι ένας οδηγός είναι σε θέση να ακολουθήσει με απόλυτη ακρίβεια την πορεία του άξονα, χωρίς παρεκκλίσεις.
- **Σε χάραξη με χρήση καμπύλης NURBS, οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές των παραμέτρων της (κατά μήκος κλίση, καμπυλότητα στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή) εμφανίζονται σημειακά**, ενώ σε συμβατική γεωμετρική χάραξη εμφανίζονται σε τμήματα της οδού.

Οι καμπύλες NURBS έχουν τη δυνατότητα προσομοίωσης της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης και την απόκτηση κάποιων χαρακτηριστικών της, όπως είναι η σταθερή καμπυλότητα κατά την οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή. Έτσι, οι καμπύλες NURBS μπορούν να αναπαραστήσουν ευθυγραμμίες και τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση, μέσω της κατάλληλης διάταξης των σημείων ελέγχου, και επίσης μπορούν να αναπαραστήσουν κυκλικά τόξα, μέσω της κατάλληλης τροποποίησης των βαρών των σημείων ελέγχου.

Γενικά, παρατηρήθηκε ότι **η χάραξη με καμπύλες NURBS συγκεντρώνει αρκετά ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά, αλλά παράλληλα παρουσιάζει και κάποια μειονεκτήματα.**

Μεταξύ των σημαντικότερων **πλεονεκτημάτων** από τη χρήση καμπυλών NURBS για τον σχεδιασμό οδικών αξόνων, τα οποία είτε ήταν εκ των προτέρων γνωστά, είτε παρατηρήθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, συγκαταλέγονται:

- Σχεδιασμός μιας οδού απευθείας στον χώρο, ως **μία ενιαία τρισδιάστατη καμπύλη**, αντικαθιστώντας όλες τις επιμέρους μορφές που χρησιμοποιούνται στη συμβατική γεωμετρική χάραξη.
- Περιγραφή των οδικών αξόνων με μεγάλη **ακρίβεια**.
- **Απλή και ευέλικτη διαδικασία χάραξης**, αφού είναι πλήρως προβλέψιμες οι αλλαγές της μορφής της καμπύλης μέσω της μετακίνησης των σημείων ελέγχου.
- Δυνατότητα **τοπικής τροποποίησης** της μορφής της χάραξης, με την υπόλοιπη καμπύλη να παραμένει αμετάβλητη.
- **Δύο επίπεδα ελέγχου της μορφής** της καμπύλης, αφενός μέσω της μετακίνησης των σημείων ελέγχου και αφετέρου μέσω της μεταβολής του βάρους τους. Κατά συνέπεια, αποτελεσματικότερος έλεγχος της χάραξης.
- **Ταχεία επεξεργασία** τους από τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, διότι περιγράφονται από σχετικά απλές πολυωνυμικές συναρτήσεις μικρού βαθμού.
- **Αποτελεσματική διαδικασία προσδιορισμού σημείων κατά μήκος τους**, με χρήση του γρήγορου και αριθμητικά σταθερού Αλγόριθμου de Boor, χωρίς να είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός της συνάρτησης που τις περιγράφει.
- Δυνατότητα απευθείας **χρήσης των δεδομένων των οδικών αξόνων από άλλες σύγχρονες εφαρμογές** (π.χ. Συστήματα Ευφύων Μεταφορών, Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης, εφαρμογές οπτικοποίησης οδικών τμημάτων, προσομοιωτές οδήγησης). Κατά συνέπεια, υπάρχει η **δυνατότητα αποτελεσματικού ελέγχου της διάταξης της οδού στον χώρο και διάφορων παραμέτρων ασφαλείας**, όπως είναι τα διατιθέμενα επίπεδα ορατότητας κατά μήκος της οδού.
- Επίτευξη **υψηλότερου επιπέδου ομαλότητας και συνέχειας** (G^3 για βαθμό $p = 4$) έναντι της συμβατικής γεωμετρικής χάραξης (G^2), κάτι το οποίο έχει θετικές επιδράσεις κατά τη διάρκεια οδήγησης.
- **Καμπυλόγραμμη μορφή της οδού στον χώρο**. Επομένως, η οδήγηση καθίσταται πιο ευχάριστη, εφίσταται συνεχώς η προσοχή του οδηγού και η χάραξη προσαρμόζεται καλύτερα στο περιβάλλον.
- **Δυνατότητα χάραξης ευθυγραμμιών και κυκλικών τόξων**, εφόσον αυτό κρίνεται αναγκαίο, μέσω κατάλληλης τοποθέτησης κάποιων σημείων ελέγχου και μεταβολής των τιμών του βάρους τους.
- **Ελάχιστες πιθανότητες εμφάνισης των οπτικών ελαττωμάτων** του τεθλασμένου καταστρώματος της οδού και της οπτικής θλάσης.

Επιπλέον, θετική εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι οι συγκεκριμένες καμπύλες μπορούν να περιγράψουν κάποια μορφή (εν προκειμένω ένα οδικό τμήμα) με σχετικά μικρό πλήθος δεδομένων: αρκούν μόνο ο βαθμός της καμπύλης, το διάνυσμα κόμβων και οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου.

Στον αντίποδα, τα κυριότερα **μειονεκτήματα** που παρουσιάζουν οι καμπύλες NURBS με χρήση τους για τον σχεδιασμό οδικών αξόνων είναι:

- **Δυσκολία τροποποίησης της μορφής της καμπύλης ώστε αυτή να διέρχεται από συγκεκριμένα σημεία** (π.χ. γέφυρες ή σήραγγες), τόσο κατά την οριζοντιογραφία, όσο και κατά τη μηκοτομή, δεδομένου ότι η μεταβολή της μορφής της καμπύλης γίνεται έμμεσα, μέσω των σημείων ελέγχου. Συνεπώς, η τροποποίηση της μορφής της καμπύλης, ώστε να διέρχεται από συγκεκριμένα σημεία, μπορεί να γίνει μέσω δοκιμών και μάλιστα το πιθανότερο είναι ότι το αποτέλεσμα δεν θα έχει απόλυτη ακρίβεια. Τα μόνα σημεία της καμπύλης στα οποία είναι εφικτό να καθοριστεί ακριβώς η θέση, είναι το αρχικό και τελικό σημείο, καθώς αυτά συμπίπτουν με το αρχικό και τελικό σημείο ελέγχου. Μια πιθανή λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι η χρήση διαδοχικών καμπυλών NURBS, όπου το σημείο σύνδεσής τους θα έχει ως συντεταγμένες τις κατά περίπτωση απαιτούμενες. Βέβαια, με αυτόν τον τρόπο ο άξονας της οδού δεν θα έχει ενιαία περιγραφή, αφού οι καμπύλες έχουν διαφορετικές συναρτήσεις. Φυσικά, σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει, επιπροσθέτως, να ληφθεί μέριμνα ώστε να εξασφαλίζεται συνέχεια G^3 στο σημείο σύνδεσης των καμπυλών.
- Στην ίδια λογική, **δεν είναι δυνατός ο άμεσος καθορισμός των τιμών της κατά μήκος κλίσης και της καμπυλότητας** σε σημεία της καμπύλης όπου απαιτείται τα μεγέθη αυτά να έχουν συγκεκριμένες τιμές, για παράδειγμα στα σημεία αρχής και τέλους της καμπύλης, όπου θα πρέπει να γίνει κατάλληλη σύνδεσή της με το υπάρχον οδικό δίκτυο. Ο καθορισμός αυτός γίνεται έμμεσα, μέσω των σημείων ελέγχου, και μέσω δοκιμών, ενώ το τελικό αποτέλεσμα ενδεχομένως να μην έχει την απαιτούμενη ακρίβεια.
- **Απουσία τμημάτων με σταθερή κατά μήκος κλίση στη μηκοτομή.** Η μορφή της μηκοτομής είναι καμπυλόγραμμη καθ' όλο το μήκος της οδού, με συνέπεια την ενδεχόμενη κόπωση των οδηγών και τις αυξημένες πιθανότητες εμφάνισης προβλημάτων στην προοπτική εικόνα της οδού, τα οποία περιορίζουν την ορατότητα και αυξάνουν τον κίνδυνο πρόκλησης οδικών ατυχημάτων. Τα συνηθέστερα προβλήματα που ενδέχεται να εμφανιστούν είναι τοπικές βυθίσεις και υπερυψώσεις της οδού, κυματισμοί του οδοστρώματος και άλματα ή ασυνέχειες της οδού.
- Λόγω της διάταξης των σημείων ελέγχου, **είναι πολύ πιθανό οι κυρτές και κοίλες καμπύλες να έχουν μικρά μήκη κατά την οριζόντια διεύθυνση**, κάτι το οποίο συμβάλλει στην περαιτέρω επιδείνωση των παραπάνω προβλημάτων στην προοπτική εικόνα της οδού.
- Η μορφή της μηκοτομής είναι δυνατόν να βελτιωθεί με την προσθήκη σημείων ελέγχου τα οποία θα επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης μόνο καθ' ύψος και την κατάλληλη διάταξη τους ώστε να δημιουργηθούν τμήματα με σταθερή κατά μήκος κλίση. Όμως, **η διαδικασία εισαγωγής και κατάλληλης τροποποίησης επιπλέον σημείων ελέγχου είναι αρκετά επίπονη και χρονοβόρα.** Πράγματι, θα πρέπει αρχικά να προσδιοριστεί η εξίσωση του επιπέδου (ή ευθείας, αφού η μηκοτομή αποτελεί επίπεδη απεικόνιση) με την επιθυμητή κλίση, και στη συνέχεια να γίνει τέτοια υψομετρική διαμόρφωση των σημείων ελέγχου, ώστε αυτά να ανήκουν στο συγκεκριμένο επίπεδο (ή ευθεία). Επιπλέον, θα πρέπει να γίνει ο κατάλληλος

καθορισμός των τετμημένων και τεταγμένων των συγκεκριμένων σημείων ελέγχου, προκειμένου να μην επηρεάζεται το σχήμα της καμπύλης κατά την οριζοντιογραφία της οδού.

- Στην περίπτωση εισαγωγής και κατάλληλης διάταξης επιπλέον σημείων ελέγχου, προκειμένου να δημιουργηθεί τμήμα με σταθερή κατά μήκος κλίση, **δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν με ακρίβεια οι θέσεις έναρξης και τέλους της σταθερής κατά μήκος κλίσης**. Ο καθορισμός αυτός γίνεται προσεγγιστικά. Το ίδιο ισχύει, φυσικά, και στην περίπτωση δημιουργίας ευθυγραμμίας στην οριζοντιογραφία.

Τέλος, κατά τη διαδικασία χάραξης μέσω καμπυλών NURBS, **θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη, μεταξύ άλλων, τα εξής:**

- Τα **σημεία ελέγχου να κατανέμονται σχετικά ομοιόμορφα, καθώς επίσης το πλήθος τους να μην είναι υπερβολικά μεγάλο**, για την αποφυγή ανεπιθύμητων διατάξεων της οδού στον χώρο (π.χ. τμήματα με μεγάλη καμπυλότητα ή απότομες μεταβολές της).
- Είναι **αναπόφευκτη η καμπυλόγραμμη μορφή της μηκοτομής με απουσία ευθύγραμμων τμημάτων, τουλάχιστον κατά το αρχικό στάδιο χάραξης**. Επομένως, συστήνεται η εισαγωγή επιπλέον σημείων ελέγχου και η κατάλληλη τροποποίησή τους, ούτως ώστε να επηρεάζουν τη μορφή της καμπύλης μόνο κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.
- Η τοποθέτηση διαδοχικών σημείων ελέγχου στο ίδιο υψόμετρο έχει ως αποτέλεσμα την **ύπαρξη μηδενικής κατά μήκος κλίσης** στο αντίστοιχο τμήμα της οδού.
- Η μείωση του βάρους κάποιου σημείου ελέγχου συνεπάγεται την τοπική απομάκρυνση της καμπύλης από αυτό. Κατ' αυτόν τον τρόπο, μειώνεται τοπικά η καμπυλότητα στην οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή και μειώνονται οι τιμές της κατά μήκος κλίσης. Το αντίστροφο συμβαίνει με την αύξηση του βάρους κάποιου σημείου ελέγχου. Συνεπώς, **δεν συστήνεται η αύξηση του βάρους σημείων ελέγχου που επηρεάζουν τμήματα της καμπύλης τα οποία έχουν τιμές κατά μήκος κλίσης και καμπυλότητας οριακά επιτρεπόμενες**.
- Συνίσταται η **αποφυγή της τοπικής συγκέντρωσης σημείων ελέγχου σε περιοχή οριζοντιογραφικής καμπύλης**, καθώς αυξάνονται οι πιθανότητες εμφάνισης αυξομειούμενης ή μη ομαλά μεταβαλλόμενης καμπυλότητας κατά μήκος της καμπύλης αυτής. Σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να γίνει κατάλληλη τροποποίηση των σημείων ελέγχου. Το ίδιο ισχύει και για τη μηκοτομή.
- Η σχεδίαση μιας καμπύλης με τοποθέτηση των σημείων ελέγχου επάνω σε ισοϋψείς γραμμές **δεν εγγυάται πάντοτε ότι ο άξονας θα προσαρμόζεται ικανοποιητικά στο ανάγλυφο**, οπότε το πιθανότερο είναι ότι θα χρειαστεί περαιτέρω υψομετρική διαμόρφωση των σημείων ελέγχου.

7.2 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, είναι γεγονός ότι **οι καμπύλες NURBS, ενώ αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη οδικών έργων, διευκολύνοντας αρκετές πτυχές της διαδικασίας χάραξης, εντούτοις παρουσιάζουν και κάποια μειονεκτήματα και περιορισμούς, οι οποίοι δεν υφίστανται στη συμβατική γεωμετρική χάραξη.** Πάντως, τα επιμέρους αποτελέσματα και συμπεράσματα ενισχύουν την ιδέα ότι η χάραξη με χρήση τρισδιάστατων καμπυλών ελεύθερης μορφής αποτελεί μια εν δυνάμει εναλλακτική μέθοδο, όπως άλλωστε υποστηρίζεται και σε συναφείς έρευνες και εργασίες που έχουν δημοσιευτεί.

Ωστόσο, στη συγκεκριμένη εργασία, όπως άλλωστε και σε άλλες συναφείς έρευνες και εργασίες, δεν κατέστη δυνατή η διατύπωση σαφών συμπερασμάτων, παρά μόνο η παρουσίαση των βασικών κατευθύνσεων που θα πρέπει να ακολουθούνται κατά τη διαδικασία της χάραξης και η παράθεση διάφορων παρατηρήσεων και ενδεικτικών συμπερασμάτων. Συνεπώς, **προς το παρόν δεν μπορεί να υποστηριχθεί με απόλυτη βεβαιότητα ότι οι καμπύλες NURBS ενδείκνυνται για τη χάραξη οδών.**

Το σημαντικότερο, ίσως, ζήτημα το οποίο δεν ήταν δυνατόν να διερευνηθεί και για το οποίο δεν έχει ακόμα βρεθεί απάντηση είναι **η ποιότητα της χάραξης, καθώς και η αντίληψή της από τον οδηγό – χρήστη της οδού.** Στο σημείο αυτό, πρέπει να σημειωθεί ότι βασική πηγή τέτοιου είδους συμπερασμάτων αποτελεί η ύπαρξη πειραματικών αποτελεσμάτων και φυσικά η διεξαγωγή συστηματικών ερευνών.

Οι καμπύλες NURBS γενικώς χαρακτηρίζονται από μεγάλη ευελιξία κατά τη διαδικασία χάραξης ενός οδικού τμήματος. Παράλληλα, ωστόσο, η μεγάλη ευελιξία που προσφέρουν μπορεί εύκολα να οδηγήσει σε ένα μη επιθυμητό αποτέλεσμα. Συνεπώς, **απαιτείται μεγάλη εξοικείωση με αυτές, καθώς και με τις μεθόδους σχεδίασής τους.**

Ακόμη, παρατηρήθηκε ότι τα υπό εξέταση χαρακτηριστικά μιας καμπύλης NURBS, και συγκεκριμένα οι τιμές της κατά μήκος κλίσης και της καμπυλότητας κατά την οριζοντιογραφία και τη μηκοτομή, μεταβάλλονται συνεχώς. Ως εκ τούτου, τα ελάχιστα μεγέθη εμφανίζονται στιγμιαία, σε σημεία της καμπύλης. Επομένως, **ενδεχομένως να υπάρχει μεγαλύτερη άνεση στην εφαρμογή μικρότερων ή μεγαλύτερων των οριακών αποδεκτών τιμών των παραμέτρων της χάραξης,** εφόσον αυτές χρησιμοποιούνται για μικρά τμήματα της καμπύλης.

Σε ό,τι αφορά στη σύγκριση της χάραξης μέσω καμπυλών NURBS με τη συμβατική γεωμετρική χάραξη, μπορεί να υποτεθεί ότι στη συμβατική χάραξη η καμπυλότητα μεταβάλλεται πιο απότομα (με μεγαλύτερο ρυθμό), μιας και το σύνολο της μεταβολής συμβαίνει εντός μικρών τμημάτων της οδού (τόξων συναρμογής). **Στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS η μεταβολή της καμπυλότητας πραγματοποιείται σε όλο το μήκος**

της καμπύλης, επομένως είναι λογικό αυτή η μεταβολή να γίνεται με ομαλότερο ρυθμό. Για τη διεξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων, είναι απαραίτητη η προσομοίωση χάραξης με χρήση καμπυλών NURBS με κάποια υπάρχουσα χάραξη, ώστε να είναι δυνατή η απευθείας σύγκριση των αντίστοιχων μεγεθών. Ακόμη, στη χάραξη με χρήση καμπυλών NURBS υπάρχει η δυνατότητα **ελέγχου του ρυθμού μεταβολής των μεγεθών**, μέσω της μετακίνησης των σημείων ελέγχου και της εφαρμογής διαφορετικών τιμών βαρών σε αυτά.

Όσον αφορά στο διάνυσμα κόμβων της καμπύλης, **το ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων παράγει αποδεκτές καμπύλες**, οι οποίες μπορούν να αναπαραστήσουν οδικούς άξονες. Ένα διάνυσμα κόμβων με μεγάλη ανομοιομορφία στις τιμές του, έχει ως συνέπεια τη δημιουργία καμπύλης με απότομες μεταβολές των παραμέτρων της οδού (κλίση και καμπυλότητα), κάτι το οποίο έχει αρνητικές συνέπειες κατά το στάδιο λειτουργίας της οδού. Ωστόσο, το ομοιόμορφο διάνυσμα, **δεν έχει καμία άλλη πρακτική χρησιμότητα σχετικά με την περιγραφή της οδού**, αφού οι τιμές του δεν συσχετίζονται με τη γεωμετρία και τα μεγέθη της καμπύλης.

Αναφορικά με τα βάρη των σημείων ελέγχου, δεν ήταν δυνατή η διεξαγωγή σαφών συμπερασμάτων, με κύριο αίτιο τη διάταξη των σημείων ελέγχου. Πιο συγκεκριμένα, στο παράδειγμα χάραξης τα σημεία ελέγχου βρίσκονται σε αρκετά κοντινή απόσταση με την καμπύλη καθ' όλο το μήκος της, επομένως δεν είναι εύκολη η αλλαγή της μορφής της σε τέτοιο βαθμό ώστε να προκύψουν συμπεράσματα. Πάντως, είναι δεδομένο ότι με εφαρμογή διαφορετικών βαρών στα σημεία ελέγχου, δημιουργούνται μορφές οι οποίες δεν είναι δυνατόν να δημιουργηθούν με ίσα βάρη όλων των σημείων ελέγχου.

Σχετικά με τη μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα Διπλωματική Εργασία, είναι γεγονός ότι **τα αποτελέσματά της είναι προσεγγιστικά**. Η προσέγγιση της καμπυλότητας κατά μήκος της καμπύλης μέσω του υπολογισμού των ακτίνων των διερχόμενων από τρία διαδοχικά σημεία κύκλων κρίνεται ιδιαίτερα ικανοποιητική (το ίδιο ισχύει, φυσικά, και για τις κατά μήκος κλίσεις, των οποίων ο προσδιορισμός είναι εξ' ορισμού λιγότερο επιρρεπής στην εκδήλωση σφαλμάτων), όπως αποδείχτηκε μέσω της διενέργειας συγκριτικού ελέγχου, ενώ παράλληλα η μέθοδος είναι αρκετά απλή στην εφαρμογή της. Εάν συνυπολογιστεί και το γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκαν πολλά δεκαδικά ψηφία κατά τη διαδικασία των ενδιάμεσων υπολογισμών, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι **το τελικό αποτέλεσμα είναι επαρκώς ακριβές**. Επίσης, το γεγονός ότι τα σημεία κατά μήκος της καμπύλης δεν ισαπέχουν μεταξύ τους, δεν επηρεάζει αρνητικά τα τελικά αποτελέσματα, αφού ούτως ή άλλως οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων θεωρούνται μικρές σε σχέση με το ολικό μήκος της καμπύλης.

Τέλος, ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιήθηκε ο Αλγόριθμος de Boor για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων των σημείων κατά μήκος της καμπύλης, έναντι της συνάρτησής της, είναι ότι η καμπύλη κάθε φορά σχεδιάζεται μέσω της εφαρμογής σχεδίασης AutoCAD, και όχι μέσω του πακέτου μακροεντολών NURBS_ROADS (μόνο τα δεδομένα σχεδίασης της καμπύλης αποστέλλονται στο AutoCAD). Άρα, δεν θα είχε νόημα ο υπολογισμός της συνάρτησης μιας υπάρχουσας καμπύλης.

7.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Σύμφωνα με τα όσα προαναφέρθηκαν, **είναι βέβαιο ότι απαιτείται ακόμη μακροχρόνια έρευνα, και κυρίως μέσω της εισαγωγής του ανθρώπινου παράγοντα**, ώστε να αναλυθεί πλήρως η συμπεριφορά ενός τυπικού χρήστη οδού η οποία αναπαρίσταται με χρήση καμπύλης NURBS ή άλλης καμπύλης ελεύθερης μορφής. Η έρευνα αυτή είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί αρχικά μέσω της διαδικασίας της προσομοίωσης οδήγησης και στη συνέχεια μέσω της κατασκευής ενός πραγματικού πειραματικού οδικού τμήματος το οποίο περιγράφεται από αυτές τις καμπύλες. Με αυτόν τον τρόπο θα καταστεί δυνατή η διεξαγωγή πειραμάτων, από τα οποία μπορούν να προκύψουν σαφή συμπεράσματα.

Προς το παρόν, **προτείνεται η χρήση των καμπυλών NURBS στο προκαταρκτικό στάδιο σχεδιασμού ενός οδικού έργου (προμελέτη)**, λόγω της ευκολίας αλληλεπίδρασης και εξέτασης εναλλακτικών λύσεων που αυτές προσφέρουν. Δηλαδή, οι καμπύλες NURBS μπορούν να χρησιμεύσουν για τον καθορισμό του διαδρόμου χάραξης κατά προσέγγιση, και στη συνέχεια να γίνει η τελική χάραξη της οδού σύμφωνα με την ισχύουσα γεωμετρική μέθοδο χάραξης.

Επιπλέον, αποτελεί γεγονός ότι **ένα βασικό χαρακτηριστικό των καμπυλών NURBS το οποίο χρήζει περαιτέρω διερεύνησης είναι ο ρυθμός μεταβολής της καμπυλότητας**, ο οποίος δεν είναι σταθερός, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στη συμβατική γεωμετρική χάραξη. Η παράμετρος αυτή δεν υπεισέρχεται στις συμβατικές γεωμετρικές χαράξεις, δεδομένου ότι η καμπυλότητα είτε είναι σταθερή (ευθυγραμμίες, κυκλικά τόξα), είτε μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό (τόξα συναρμογής). Επιπροσθέτως, θα πρέπει να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο επιδρά στους χρήστες της οδού η συνεχής μεταβολή της καμπυλότητας κατά μήκος της καμπύλης, και εάν είναι προτιμότερη η ανυπαρξία ευθυγραμμιών κατά τη γενική περίπτωση σχεδίασης μιας καμπύλης NURBS.

Σε περίπτωση που οι καμπύλες NURBS κριθούν ως κατάλληλες για την αναπαράσταση οδών, θα πρέπει να θεσμοθετηθεί ένα **σύνολο κανονισμών και περιορισμών για την εφαρμογή τους** (αφού το υπάρχον κανονιστικό πλαίσιο δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστεί αυτούσιο στην περίπτωση της τρισδιάστατης χάραξης), όπου θα περιγράφονται οι κυριότερες μέθοδοι για τη χάραξη με χρήση των καμπυλών αυτών, καθώς και οι ανάλογοι ποσοτικοί και ποιοτικοί έλεγχοι της χάραξης.

Όσον αφορά στη συνολική διαδικασία ελέγχου της χάραξης, **μπορούν επιπρόσθετα να φανούν εξαιρετικά χρήσιμες οι τεχνολογίες της οπτικοποίησης και της προσομοίωσης οδήγησης, με απευθείας χρήση των στοιχείων της καμπύλης**. Επίσης, θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η ανάπτυξη κάποιας αυτόνομης εφαρμογής ηλεκτρονικού υπολογιστή σχετικά με τη χάραξη οδών με χρήση καμπυλών NURBS (ή καμπυλών ελεύθερης μορφής τύπου spline γενικότερα) όπου οι όποιες αλλαγές γίνονται

κατά τη σχεδίαση των καμπυλών στην οριζοντιογραφία, θα εφαρμόζονται απευθείας στη μηκοτομή της οδού («σε πραγματικό χρόνο»), και το αντίστροφο. Με αυτόν τον τρόπο, θα καταστεί ακόμα ευκολότερη και αποδοτικότερη διαδικασία της τρισδιάστατης χάραξης.

Σε παρεμφερείς έρευνες, έχουν προταθεί μέθοδοι τρισδιάστατης χάραξης, όπου ο άξονας της οδού αποτελείται από τρισδιάστατες ευθείες και κυβικές καμπύλες τύπου *spline*. Σε αυτήν τη λογική χάραξης, **μια εναλλακτική πρόταση θα ήταν η αντικατάσταση των κυβικών καμπυλών τύπου *spline* με καμπύλες NURBS**. Με αυτόν τον τρόπο, η τρισδιάστατη χάραξη θα συνοδεύεται από τα πλεονεκτήματα των καμπυλών NURBS, ενώ ταυτόχρονα δεν θα εκδηλώνονται τα μειονεκτήματα που σχετίζονται με την καμπυλόγραμμη μορφή της μηκοτομής και την αδυναμία ακριβούς προσδιορισμού σημείων από τα οποία θα πρέπει υποχρεωτικά να διέρχεται η χάραξη.

Ενδεχομένως, με συγκεκριμένες διατάξεις σημείων ελέγχου και συγκεκριμένες τιμές βαρών να σχηματίζονται τμηματικά κατά μήκος της καμπύλης NURBS **μορφές των οποίων η χρήση να αποδειχθεί ότι είναι κατάλληλη για αναπαράσταση οδών**, αφού μπορεί να εξασφαλίζουν, για παράδειγμα ομαλότερες και γενικά πιο επιθυμητές μεταβολές της καμπυλότητας. Σε αυτό το πλαίσιο, ίσως θα ήταν ενδιαφέρουσα η μελέτη χάραξης με χρήση καμπυλών οι οποίες θα σχηματίζουν κατά μήκος τους κυκλικά τόξα, ειδικά εάν αποδειχθεί ότι η συνεχής μεταβολή της καμπυλότητας έχει αρνητικές επιπτώσεις κατά την οδήγηση. Μια τέτοια χάραξη θα προσέγγιζε σε μεγάλο βαθμό τη συμβατική χάραξη, ενώ παράλληλα θα συνοδευόταν και από άλλα πλεονεκτήματα, όπως είναι η ομαλή μεταβολή της καμπυλότητας και η δυνατότητα ενιαίας περιγραφής του άξονα της οδού.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα παρουσίαζε μια μελέτη παραμετροποίησης της καμπύλης (δηλαδή καθορισμού των τιμών του διανύσματος κόμβων), έτσι **ώστε οι τιμές της παραμέτρου να συμπίπτουν με το μήκος τόξου της καμπύλης σε κάθε σημείο της**. Με αυτόν τον τρόπο, υπάρχει η δυνατότητα άμεσου προσδιορισμού σημείων της οδού με δεδομένη τη χιλιομετρική τους θέση.

Βιβλιογραφία – Αναφορές

- [1] «*AASHTO – A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*», American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC 2004
- [2] Ahlberg J.H., Nilson E.N., Walsh J.L.: «*The Theory of Splines and their Applications*», Academic Press, New York 1967
- [3] Andersson F.: «*Bézier and B-Spline Technology*», Umeå University, Umeå - Sweden 2003
- [4] Armstrong A., Gilson K.: «*Using Design Visualization Technologies to Improve the Highway Design Process*», Transportation Research Board of the National Academies, Washington D.C. 2008
- [5] Atkinson K.: «*Modeling a Road using Spline Interpolation*», The University of Iowa, Iowa City 2002
- [6] «*AUSTROADS – Rural Road Design: A Guide to the Geometric Design of Rural Roads*», AustRoads Incorporated, Sydney 2003
- [7] Bartels R.H., Beatty J.C., Barsky B.A.: «*An Introduction to Splines for use in Computer Graphics and Geometric Modeling*», Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo – California 1987
- [8] Ben-Arieh D., Chang S., Zhang G.: «*Geometric Modeling of Highways using GPS data and B-Spline Approximation*», Kansas State University, Manhattan-Kansas 2004
- [9] Cantisani G., Donti D., Loprencipe G., Ranzo A.: «*Spline Curves for Geometric Modeling of Highway Design*», Sapienza University of Rome, Rome 2003
- [10] Cottingham M.: «*AutoCAD VBA – Πλήρες Εγχειρίδιο*», Εκδόσεις Γκιούρδας, Αθήνα 2001
- [11] Decreto del Ministero Delle Infrastrutture e dei Trasporti del 5 Novembre 2001, «*Norme Funzionali e Geometriche per la Construzione delle Strade*», Rome 2001
- [12] Easa S.M., Strauss T.R., Hassan Y., Souleyrette R.R.: «*Three-Dimensional Transportation Analysis: Planning and Design*», Journal of Transportation Engineering, 2002
- [13] Epperson J.: «*History of Splines*», NA Digest Sunday – Volume 98 – Issue 26, 1998
- [14] Fan J., Yao Q.: «*Nonlinear Time Series – Nonparametric and Parametric Methods – Chapter 6.4: Spline Methods*», Springer Publishing, New York 2005
- [15] Fracassa A., Scalamandrè A.: «*The use of Rational B-Spline Curves in Geometrical Design of Road Alignments*», 1st International Conference on Computer Applications in Transportation Systems, Basel-Switzerland 1996

- [16] Gontran H., Gilliéron P.Y., Skaloud J.: «**Precise Road Geometry for Integrated Transport Safety Systems**», 5th Swiss Transport Research Conference, Monte Verita / Ascona, March 2005
- [17] Hollister S.M.: «**The Dirty Little Secrets of NURBS**», New Wave Systems Inc., Jamestown – Rhode Island 2001 (www.pilot3d.com/NurbSecrets.htm)
- [18] Karri G., Jha M.K.: «**A new Method for 3-Dimensional Roadway Design using Visualization Techniques**», Morgan State University, Baltimore-Maryland 2007
- [19] Kühn W.: «**The Basics of a Three-Dimensional Geometric Design Methodology**», 3rd International Symposium on Highway Geometric Design, Chicago 2005
- [20] Kühn W., Jha M.K.: «**Methodology for Checking Shortcomings in the Three-Dimensional Alignment**», 4th International Symposium on Highway Geometric Design, Valencia 2010
- [21] Kühn W., Jha M.K.: «**Using Visualization for the Design Process of Rural Roads**», 5th International Visualization in Transportation Symposium, Denver 2006
- [22] Kühn W.: «**A new Three-Dimensional Methodology for the Road Design Process**», Αθήνα 2010
- [23] Piegl L., Tiller W.: «**The NURBS Book – 2nd edition**», Springer Publishing, New York 2007
- [24] Prautzsch H., Boehm W., Paluszny M.: «**Bézier and B-Spline Techniques**», Springer Publishing, New York 2002
- [25] Rogers D.F.: «**An Introduction to NURBS with Historical Perspective**», Academic Press, San Diego – California 2001
- [26] Sederberg T.W.: «**Computer Aided Geometric Design course notes – Chapter 6: B-Splines**», Brigham Young University, Provo – Utah 2010
- [27] Shene C.K.: «**Introduction to Computing with Geometry notes**», Michigan Technological University, Houghton – Michigan 1997-2011 (www.cs.mtu.edu/~shene/courses/cs3621/NOTES)
- [28] «**TAC-ATC – Geometric Design Guide for Canadian Roads**», Transportation Association of Canada, Ottawa 1999
- [29] Tilger K., Appelt V.: «**New Complex Solutions for the Real Time Spatial Road Design**», 3rd International Symposium on Highway Geometric Design, Chicago 2005
- [30] «**RAA-R1 – Richtlinien für die Anlage von Autobahnen / Οδηγίες για την Κατασκευή Αυτοκινητόδρομων**», Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen, Köln 2008
- [31] «**RAS-L – Richtlinien für die Anlage von Straßen, Teil: Linienführung**», Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen, Köln 1995

- [32] Αθανασόπουλος Μ.: *«Χάραξη Οδού στον Χώρο με χρήση Καμπυλών Ελεύθερης Μορφής B-Splines»*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 2007
- [33] Δραγομάνοβιτς Α., Κανελλαΐδης Γ.: *«Χάραξη της οδού στον χώρο – Κατάσταση της έρευνας διεθνώς»*, 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο Οδοποιίας, Βόλος 2005
- [34] Θεοχάρης Θ., Παπαϊωάννου Γ., Πλατής Ν., Πατρικαλάκης Ν.Μ.: *«Γραφικά και Οπτικοποίηση: Αρχές και Αλγόριθμοι – Κεφάλαιο 7: Παραμετρικές Καμπύλες και Επιφάνειες»*, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 2010
- [35] Κανελλαΐδης Γ., Δραγομάνοβιτς Α.: *«Σημειώσεις Οδοποιίας II – Χάραξη της Οδού στον Χώρο»*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 2009
- [36] Κανελλαΐδης Γ., Μαλέρδος Γ., Καλτσούνης Α., Γλαρός Γ.: *«Σημειώσεις για το Γεωμετρικό Σχεδιασμό των Οδών»*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 2008
- [37] Κανελλαΐδης Γ., Μερτζάνης Φ., Παγώνη Ι.: *«Σχεδιασμός Οδών με τη χρήση Ηλεκτρονικού Υπολογιστή»*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 2010
- [38] Κεχαγιάς Θ.: *«Σημειώσεις Αναλυτικής Γεωμετρίας»*, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο, Θεσσαλονίκη 2009
- [39] Μπιλάλης Ν.: *«Μελέτη – Σχεδίαση με χρήση Η/Υ»*, Πολυτεχνείο Κρήτης, Χανιά 2000
- [40] *«Οδηγίες Μελετών Οδικών Έργων (ΟΜΟΕ) – Τεύχος 3: Χαράξεις»*, Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας & Δημοσίων Έργων, Αθήνα 2001