



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΑΚΟΛΟΥΘΙΩΝ
ΑΦΙΚΝΟΥΜΕΝΩΝ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ ΣΕ ΑΕΡΟΔΡΟΜΙΟ
ΜΕ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ



ΒΛΑΧΟΥ ΚΛΕΟΝΙΚΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΚΑΡΛΑΥΤΗΣ ΜΑΤΘΑΙΟΣ

Λέκτορας Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, Μάρτιος 2005

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον κ. Ματθαίο Καρλαύτη, Λέκτορα του Τομέα Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η βοήθειά του ήταν πολύτιμη τόσο στη σύλληψη της ιδέας του θέματος όσο και στην υλοποίησή της.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Κωνσταντίνο Κεραπτσόγλου για τις χρήσιμες παρατηρήσεις και συμβουλές του, καθώς και για την πολύτιμη βοήθειά του στη δημιουργία του κώδικα προγραμματισμού των επιμέρους μεθοδολογιών. Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο και συνάδελφο Ιωάννη Σφήκα για την σημαντική προσφορά του στη τελική διαμόρφωση της εργασίας και την υπομονετική παραχώρηση του υπολογιστή του για την επίλυση των προβλημάτων.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κ.κ. John Beasley, Mohan Krishnamoorthy, Paolo Dell’Olmo και Stefano Giordani για την ευγένεια και την προθυμία που έδειξαν στο να μου απαντήσουν σε όσες απορίες δημιουργήθηκαν κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας, καθώς και στην παροχή δεδομένων.

ΣΥΝΟΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη μεθόδου για τον προσδιορισμό βέλτιστων ακολουθιών προσγειούμενων αεροσκαφών. Το πρόβλημα ανάγεται μαθηματικά στην εύρεση του βέλτιστου χρόνου προσγείωσης κάθε αεροσκάφους, ο οποίος πρέπει να βρίσκεται εντός κάποιου προκαθορισμένου για κάθε αεροσκάφος “χρονικού παραθύρου” (time window). Παρουσιάζονται αναλυτικά οι παράμετροι που λαμβάνονται υπόψη για τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος με έμφαση στους απαιτούμενους χρονικούς διαχωρισμούς μεταξύ προσγειούμενων αεροσκαφών. Η διατύπωση του προβλήματος γίνεται με τη βοήθεια μικτού ακέραιου – τετραγωνικού - μη γραμμικού προγραμματισμού. Η επίλυση γίνεται με τη μέθοδο “διακλάδωσης και αποκοπής” (branch-and-bound) σε συνδυασμό με τον γενικευμένο αλγόριθμο μειούμενης κλίσης (generalized reduced gradient algorithm). Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται αφορούν σε τέσσερις διαφορετικές ομάδες δεδομένων, που περιλαμβάνουν έως και 50 αεροσκάφη, για εναλλακτικές διαμορφώσεις της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι όλες οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται βελτιώνουν την ακολουθούμενη διαδικασία στην πράξη και ότι εναλλακτικές συναρτησιακές μορφές δίνουν διαφορετικές ακολουθίες.

Λέξεις κλειδιά: Έλεγχος εναέριας κυκλοφορίας, ακολουθία αεροσκαφών, μονός διάδρομος, “χρονικό παράθυρο”, χρονικοί διαχωρισμοί, επιχειρησιακή έρευνα.

ABSTRACT

This Diploma Thesis examines the optimal sequences of landing aircraft sets. The problem is related to finding the optimal landing time for each aircraft, within a specified “time window”. The parameters considered in formulating the problem are presented with emphasis on separation requirements. The problem is formulated using mixed integer – quadratic - non-linear programming models. Models are solved using the branch-and-bound method and the Generalized Reduced Gradient algorithm (GRG). Computational results are presented for all the models and for a number of instances involving up to 50 aircrafts. The results indicate that all models proposed that have been applied, provided better results compared to the typically used FCFS sequence. The alternative functional models have provided different sequences.

Key words: Air Traffic Control, aircraft sequencing, single runway, “time window”, separation requirements, operations research.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στη διερεύνηση του προβλήματος των προσγειώσεων αεροσκαφών σε μονό διάδρομο αεροδρομίου και στην παρουσίαση μεθόδων για τον αποτελεσματικό προσδιορισμό των βέλτιστων ακολουθιών προσγειούμενων αεροσκαφών. Η προσέγγιση αυτή αξιοποιεί τις ασυμμετρίες που υπάρχουν στους απαιτούμενους χρονικούς διαχωρισμούς μεταξύ διαδοχικών προσγειούμενων αεροσκαφών.

Αρχικά γίνεται αναφορά στο πρόβλημα των καθυστερήσεων που έχει δημιουργηθεί στα διεθνή αεροδρόμια λόγω της αυξημένης κυκλοφορίας και που επιτάσσει την άμεση εύρεση τρόπων αντιμετώπισης του χωρίς όμως την ακριβή ανάπτυξη της υποδομής τους. Παρουσιάζεται αναλυτικά η λειτουργία του συστήματος ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας, το οποίο διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην ασφαλή διεξαγωγή των πτήσεων και του οποίου η πλήρης αξιοποίηση μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση του προβλήματος. Στη συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά κάποιες εργασίες από τη διεθνή βιβλιογραφία σχετικές με την ακολουθία των αεροσκαφών και την εύρεση κάποιου προτύπου που να την βελτιστοποιεί. Όλες οι έρευνες στοχεύουν στην αντιμετώπιση των φαινομένων κορεσμού και καθυστερήσεων στα αεροδρόμια και αφορούν διαφορετικές προσεγγίσεις.

Στη συνέχεια γίνεται η διαμόρφωση του προβλήματος, λαμβάνοντας υπόψη όλους τους παράγοντες που το επηρεάζουν. Επίσης παρουσιάζεται αναλυτικά η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, καθώς η μεθοδολογία και η διαδικασία επίλυσής του. Για να διερευνηθεί περαιτέρω το πρόβλημα παρουσιάζονται δύο εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις, βάσει των οποίων μπορεί να προσεγγιστεί. Η αρχική μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης λαμβάνεται ως τμηματικά γραμμική, ενώ οι δύο εναλλακτικές μορφές της ως τετραγωνική και μη γραμμική. Ακόμα περιγράφονται οι ομάδες δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα τα προβλήματα που θα χρησιμοποιηθούν στη παρούσα διπλωματική είναι τέσσερα και περιέχουν όλα τα απαιτούμενα στοιχεία που χρειάζονται για να επιλυθεί το πρόβλημα. Αυτά αφορούν σε αφίξεις αεροσκαφών και περιλαμβάνουν ως και 50 αεροσκάφη. Τα στοιχεία προέρχονται από συνδυασμό πραγματικών δεδομένων –από το αεροδρόμιο Malpensa του Μιλάνο- και δεδομένων που παράχθηκαν με προσομοίωση, για να ελεγχθεί

η αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν από άλλους ερευνητές. Η χρήση της συγκεκριμένης βάσης δεδομένων έχει το πλεονέκτημα ότι τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την παρούσα διπλωματική, θα είναι άμεσα συγκρίσιμα με αυτά των προηγούμενων εργασιών, με συνέπεια την άμεση σύγκριση των λύσεων που επιτυγχάνονται από διαφορετικές μαθηματικές μορφοποιήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης.

Τα αποτελέσματα για κάθε μια από τις μεθόδους επίλυσης και ομάδες δεδομένων αναφέρονται αναλυτικά στο τέταρτο κεφάλαιο. Παρουσιάζονται οι χρόνοι επίλυσης, οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης και γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων επίλυσης. Συγκρίνοντας τις τρεις μεθοδολογίες με αυτή της FCFS φάνηκε πόσο σημαντική είναι η μείωση στο κόστος λόγω αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, όταν υπάρχει αναδιάταξη της ακολουθίας των αεροσκαφών σε σχέση με την περίπτωση που αυτά προσγειώνονται με τη σειρά που αφικνούνται. Τέλος διατυπώνονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων, και γίνονται σχετικές προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1. Η Εναέρια Κυκλοφορία	1
1.1.1. Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας.....	2
1.2. Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	7
1.3. Δομή της Εργασίας	8
2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	9
2.1. Εισαγωγή.....	9
2.2. Εργασίες Σχετικές με την Ακολουθία των Αεροσκαφών	9
2.3. Συμπεράσματα	19
3. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	21
3.1 Εισαγωγή.....	21
3.1.1. Μέθοδος διακλάδωσης και αποκοπής.....	25
3.1.2. Γενικευμένος Αλγόριθμος Μειούμενης Κλίσης	26
3.2 Μαθηματική Διατύπωση Προβλήματος	27
3.2.1. Συμβολισμοί.....	27
3.2.2. Ο Αλγόριθμος.....	28
3.2.3. Περιορισμοί.....	29
3.2.4. Αντικειμενική Συνάρτηση.....	34
3.3 Εναλλακτικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις.....	35
3.3.1 Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι.....	39
3.4 Βάση Δεδομένων	41
4. ΕΠΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	42
4.1 Εισαγωγή.....	42
4.2 Επίλυση με τη Μέθοδο First-Come-First-Served	43
4.3 Επίλυση Γραμμικού Προβλήματος.....	43
4.4 Ανάλυση Ευαισθησίας	45
4.5 Επίλυση Τετραγωνικού Προβλήματος	48
4.6 Επίλυση Μη Γραμμικού Προβλήματος	49
4.7 Σύγκριση Αποτελεσμάτων για όλες τις Μεθόδους Επίλυσης.....	51
4.8 Συγκεντρωτικά Συγκριτικά Διαγράμματα για τη Γραμμική – Μη Γραμμική – Τετραγωνική Επίλυση.....	56

4.9	Σύγκριση Αποτελεσμάτων Γραμμικής Συνάρτησης με Αποτελέσματα Προηγούμενης Έρευνας.....	59
5.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	62
5.1	Εισαγωγή.....	62
5.2	Μέθοδοι Επίλυσης	62
5.3	Προτάσεις για Περαιτέρω Έρευνα.....	64
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	65
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	69

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Η Εναέρια Κυκλοφορία

Τόσο σε ευρωπαϊκή όσο και σε παγκόσμια κλίμακα, παρατηρείται μια συνεχής ανάπτυξη των αεροπορικών μεταφορών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αεροπορικές μεταφορές καταφέρνουν να συνδυάσουν επιτυχώς αυτά που ο σύγχρονος άνθρωπος ζητά στις μετακινήσεις του: άνεση, ταχύτητα και ασφάλεια. Οι αερομεταφορές δημιουργούν ένα μοναδικό παγκόσμιο σύστημα διασύνδεσης ανθρώπων, κρατών και πολιτισμών, και διαδραματίζουν ζωτικό ρόλο στην περαιτέρω ενοποίηση και ανάπτυξη της Ευρώπης και ολόκληρης της ανθρωπότητας (IATA, 2004). Πλέον, με αυξανόμενο ρυθμό, η χρήση αεροπλάνων είναι οικονομικά προσιτή σε μεγάλο ποσοστό ανθρώπων που επιλέγουν αυτό το μέσο για να μετακινηθούν, για επαγγελματικούς λόγους, αναψυχή κτλ. Οι αεροπορικές μεταφορές στηρίζουν την παγκόσμια οικονομία αφού δημιουργούν νέες θέσεις εργασίας και ανοίγουν νέες αγοραστικές δυνατότητες, προσελκύοντας δραστηριότητες σε ανεπτυγμένες και αναπτυσσόμενες χώρες. Επίσης, μεταφέρουν με ταχύτητα προϊόντα και υπηρεσίες σε μεγάλες αποστάσεις, ενδυναμώνοντας την οικονομική και κοινωνική συμμετοχή απομακρυσμένων κοινοτήτων (IATA, 2004).

Τα τελευταία 25 χρόνια, παρά το ότι οι αερομεταφορές επεκτάθηκαν σημαντικά και με ιλιγγιώδεις ρυθμούς ανάπτυξης, επλήγησαν άμεσα και σε αρκετά μεγάλο βαθμό από γεγονότα που έχουν παγκόσμια επιρροή. Χαρακτηριστικά αναφέρονται τα ακόλουθα γεγονότα, τα οποία οδήγησαν σε προσωρινή ύφεση της ανοδικής πορείας του τομέα των αερομεταφορών: ο πόλεμος στον Περσικό Κόλπο (1991), η τρομοκρατική επίθεση της 11^{ης} Σεπτεμβρίου στη Νέα Υόρκη (2001), ο πόλεμος στο Ιράκ (2002) και η εξάπλωση του θανατηφόρου ιού SARS (2003). Η ανάκαμψη όμως του τομέα ήταν άμεση, ενώ στο μέλλον οι αεροπορικές μεταφορές αναμένεται να παρουσιάσουν ακόμα μεγαλύτερη ανάπτυξη, εκτίμηση η οποία εξάγεται με βάση τα ακόλουθα στατιστικά στοιχεία:

Σύμφωνα με τη Διεθνή Ένωση Αερομεταφορέων (IATA, 2004):

- Το πρώτο πεντάμηνο του 2004 η παγκόσμια επιβατική κίνηση αυξήθηκε κατά 8,8% σε σύγκριση με το ίδιο χρονικό διάστημα του 2000, ενώ η αντίστοιχη εμπορευματική κατά 13,6%.

- Η κυκλοφορία των επιβατών το Μάιο του 2004 αυξήθηκε κατά 38% σε σχέση με το Μάιο του 2003. Για τον ίδιο μήνα, μόνο στις ασιατικές αερογραμμές η αύξηση ήταν 108%, δείχνοντας την πλήρη ανάκαμψη μετά από την επίδραση της επιδημίας του SARS.
- Πάνω από 1,6 δισεκατομμύρια επιβάτες παγκοσμίως χρησιμοποιούν τις αερομεταφορές για την πραγματοποίηση των επαγγελματικών ταξιδιών τους και για λόγους αναψυχής, αριθμός που σύμφωνα με έρευνες υπολογίζεται να ανέλθει στους 2,3 δισεκατομμύρια επιβάτες μέχρι το 2010.

Σύμφωνα τώρα με στατιστικά στοιχεία της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Eurostat, 2004), τα οποία περιλαμβάνουν και την Ελλάδα και εντός αυτής λαμβάνει χώρα το 33% των παγκόσμιων αερομεταφορών:

- Η κυκλοφορία των επιβατών μεταξύ των ετών 1980 και 2001 σε επιβατοχιλιόμετρα αυξήθηκε κατά 7,4% το χρόνο.
- Η ζήτηση για αεροπορικά ταξίδια στην Ευρώπη τριπλασιάστηκε από το 1980 μέχρι το 2000 και αναμένεται να διπλασιαστεί μέχρι το 2020.

Τέλος σε ότι αφορά την επιβατική κίνηση στην Ελλάδα, η οποία ακολουθεί στις διεθνείς τάσεις, και σύμφωνα με τα στοιχεία του διεθνή αερολιμένα “Ελευθέριος Βενιζέλος” (Athens International Airport, 2004), το πρώτο εξάμηνο του 2004 υπήρξε αύξηση της επιβατικής κίνησης της τάξης του 15% σε σχέση με το αντίστοιχο εξάμηνο του 2003.

1.1.1. Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας

Τα αεροδρόμια και το σύστημα ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας (Air Traffic Control, ATC) αποτελούν τα βασικά στοιχεία της υποδομής του συστήματος των εναέριων μεταφορών. Ο έλεγχος εναέριας κυκλοφορίας, που αποτελεί ένα μέρος της διαχείρισης εναέριας κυκλοφορίας (Air Traffic Management, ATM), είναι υπηρεσία η οποία παρέχεται για τη διατήρηση της κανονικής ροής της εναέριας κυκλοφορίας και την αποφυγή συγκρούσεων αφενός μεταξύ αεροσκαφών στον εναέριο χώρο και αφετέρου στις περιοχές ελιγμών μεταξύ αεροσκαφών και εμποδίων τα οποία βρίσκονται στο έδαφος (Αμπακούμκιν, 1990). Ο έλεγχος αυτός συνίσταται στον καθορισμό εναέριων διαδρομών και υψομέτρων και στη

διατήρηση της ελάχιστης απαιτούμενης απόστασης μεταξύ αεροσκαφών, ώστε η κυκλοφορία τους να είναι ασφαλής και ομαλή και να εκμηδενίζεται η πιθανότητα συγκρούσεων. Για την καλύτερη κατανόηση του ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας γίνεται στη συνέχεια μια παρουσίαση των κύριων συστατικών του, του τρόπου διαχείρισης και λειτουργίας του και των κύριων βοηθημάτων πλοήγησης (Horonjeff και McKelney, 1994).

Η εναέρια κυκλοφορία μπορεί να γίνεται με δύο τύπους κανόνων πτήσεως, οι οποίοι είναι γνωστοί ως κανόνες ορατής πτήσεως (Visual Flight Rules-VFR) και κανόνες ενόργανης πτήσεως (Instrument Flight Rules-IFR). Η πρώτη περίπτωση ακολουθείται όταν οι μετεωρολογικές συνθήκες είναι ικανές να παρέχουν με οπτικά μέσα ασφαλή διαχωρισμό μεταξύ διαδοχικών αεροσκαφών, ο οποίος αποτελεί στην περίπτωση αυτή κύρια ευθύνη του πιλότου. Στην δεύτερη περίπτωση οι μετεωρολογικές συνθήκες δεν είναι ευνοϊκές και οι ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας αναλαμβάνουν να καθοδηγήσουν το αεροσκάφος με ασφάλεια. Βέβαια, τα τελευταία χρόνια η ταχύτητα των αεροπλάνων και η πυκνότητα της κυκλοφορίας έχει αυξηθεί κατά πολύ, γεγονός που αυξάνει την πιθανότητα συγκρούσεων. Για το λόγο αυτό, ανεξάρτητα πλέον από τις καιρικές συνθήκες η εναέρια κυκλοφορία γίνεται με κανόνες IFR, καθιστώντας με τον τρόπο αυτό ασφαλέστερες τις πτήσεις.

Για την σωστή διαχείριση της εναέριας κυκλοφορίας η δικαιοδοσία του ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας έχει χωριστεί σε τρεις αλληλοσυνεργαζόμενους τομείς, ο καθένας από τους οποίους έχει ειδική λειτουργία. Τα κέντρα ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας (Air Route Traffic Control Centers, ARTCC) είναι υπεύθυνα για την επίβλεψη των κινήσεων των αεροσκαφών στους αεροδιάδρομους και σε άλλα τμήματα του εναέριου χώρου. Επιπλέον, τα κέντρα αυτά ελέγχουν αν το σχέδιο πτήσης που έχει υποβάλει ο πιλότος εξασφαλίζει επαρκή διαχωρισμό μεταξύ των αεροσκαφών. Συνήθως δεν είναι εγκατεστημένα σε αεροδρόμια και διαιρούνται σε τομείς, έτσι ώστε να εξισώνεται ο φόρτος εργασίας των ελεγκτών. Επίσης, υπάρχουν τα κέντρα ελέγχου τερματικής προσέγγισης (Terminal Approach Control Centers), τα οποία παρακολουθούν και ελέγχουν την εναέρια κυκλοφορία γύρω από αεροδρόμια με υψηλή κίνηση. Η περιοχή για την οποία είναι υπεύθυνα και συνήθως αναφέρεται ως τερματική περιοχή (Terminal Area) εκτείνεται σε απόσταση πάνω από 50 μίλια (mi) από το αεροδρόμιο και σε υψόμετρο πάνω από 17.000 πόδια (ft). Τα κέντρα αυτά παραλαμβάνουν αεροσκάφη από τα ARTCC και τα κατευθύνουν σε ένα από τα αεροδρόμια της περιοχής. Τα αεροσκάφη που προσγειώνονται

ή απογειώνονται, κατευθύνονται από τον πύργο ελέγχου του αεροδρομίου (Airport Traffic Control Tower), ο οποίος επιβλέπει, διευθύνει και καταγράφει την άφιξη και αναχώρησή τους στον εναέριο χώρο που εκτείνεται σε απόσταση 5 mi περίπου από το αεροδρόμιο. Οι ελεγκτές του πύργου ελέγχου είναι επίσης υπεύθυνοι για την παροχή πληροφοριών στον πιλότο σχετικά με τις μετεωρολογικές συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή του αεροδρομίου (Hogonjeff και McKelney, 1994).

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, είναι αναγκαίο τα αεροσκάφη να διατηρούν μεταξύ τους αποστάσεις ασφαλείας. Οι ελάχιστοι διαχωρισμοί ακολουθούν κανόνες, οι οποίοι έχουν καθοριστεί από την Ομοσπονδιακή Διεύθυνση Αεροπορίας των ΗΠΑ (Federal Aviation Administration, FAA). Οι κανόνες αυτοί αφορούν σε κάθετη, οριζόντια ή κατά μήκος και πλευρική διεύθυνση ως προς το αεροσκάφος και είναι συνάρτηση του τύπου των αεροσκαφών, της ταχύτητάς τους, της διαθεσιμότητας ραντάρ και βοηθημάτων πλοήγησης και άλλων παραγόντων, όπως η σοβαρότητα των δημιουργούμενων στροβιλισμών από το αεροσκάφος. Η ελάχιστη κάθετη απόσταση αεροσκαφούς εκτός της τερματικής περιοχής για υψόμετρο μέχρι 29.000 ft είναι 1.000 ft, ενώ για μεγαλύτερο από αυτό υψόμετρο είναι 2.000 ft. Εντός της τερματικής περιοχής η απόσταση αυτή είναι τουλάχιστον 500 ft. Ο ελάχιστος πλευρικός διαχωρισμός για υψόμετρο κάτω από 18.000 ft είναι 8 mi και για πάνω από 18.000 ft είναι 20 mi. Πάνω από τους ωκεανούς η απόσταση ποικίλει από 60 mi έως 120 mi. Οι σημαντικότεροι κανόνες είναι αυτοί που αφορούν την κατά μήκος διεύθυνση, επηρεάζοντας τη χωρητικότητα του συστήματος ανάλογα με τον τύπο μίξης των αεροσκαφών. Τα αεροσκάφη σύμφωνα με την FAA κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το μέγιστο φορτίο απογείωσης. Έτσι διακρίνονται σε βαρέως τύπου (Heavy) με μέγιστο φορτίο από 300.000 lb, μεγάλα (Large), με φορτίο μεταξύ 12.500 lb και 300.000 lb, και μικρά (Small), με φορτίο μικρότερο από 12.500 lb. Ανάλογα λοιπόν τον τύπο και τη σειρά με την οποία ακολουθούν τα αεροσκάφη, οι διαχωρισμοί (σε mi) είναι αυτοί που φαίνονται στον ακόλουθο Πίνακα 1.1. Σημειώνεται ότι οι πτήσεις θεωρείται ότι πραγματοποιούνται σύμφωνα με κανόνες IFR.

Πίνακας 1.1: Ελάχιστοι κατά μήκος διαχωρισμοί (σε ναυτικά μίλια)

Τύπος αεροσκάφους που προηγείται	Τύπος αεροσκάφους που έπεται		
	Βαρύ	Μεγάλο	Μικρό
Βαρύ	4,0	5,0	6,0
Μεγάλο	3,0	3,0	4,0
Μικρό	3,0	3,0	3,0

Βασικό τμήμα του συστήματος εναέριας κυκλοφορίας είναι τα βοηθήματα πλοήγησης τα οποία διακρίνονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το σημείο εγκατάστασής τους. Έτσι, υπάρχουν εκείνα που βρίσκονται στο έδαφος και ονομάζονται εξωτερικά βοηθήματα (External Aids) και αυτά που είναι τοποθετημένα στο θάλαμο διακυβέρνησης του αεροσκάφους και ονομάζονται εσωτερικά βοηθήματα (Internal Aids). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι σταθμοί πολύ υψηλής συχνότητας (Very high-frequency Omnidirectional Radio, VOR), οι οποίοι στέλνουν ραδιοσήματα προς όλες τις κατευθύνσεις, σε συχνότητα λίγο υψηλότερη από αυτή των ραδιοφωνικών σταθμών, ελεύθερη στατικού ηλεκτρισμού. Ο δέκτης VOR που υπάρχει στην καμπίνα του πιλότου σε συνδυασμό με τον δείκτη αποκλίσεως θέσεως (Position Deviation Indicator, PDI), δείχνει αν το αεροσκάφος αποκλίνει από την επιθυμητή πορεία. Ένα ακόμη βοήθημα είναι ο εξοπλισμός μέτρησης αποστάσεων (Distance Measuring Equipment, DME), ο οποίος είναι εγκατεστημένος κοντά στον σταθμό VOR και δείχνει στον πιλότο την διαγώνια απόσταση μεταξύ του αεροσκάφους και του σταθμού VOR. Τα δύο παραπάνω βοηθήματα σε συνδυασμό με ένα ραντάρ παρακολούθησης (Air Route Surveillance Radar), χρησιμοποιούνται στην καθ'οδόν πορεία των αεροσκαφών. Πλησιάζοντας στην τερματική περιοχή ο εξοπλισμός έχει ως κυριότερη χρήση την υποβοήθηση στην προσγείωση των αεροσκαφών. Το πιο διαδεδομένο για το σκοπό αυτό είναι το σύστημα ενόργανης προσγείωσης (Instrument Landing System, ILS), το οποίο αποτελείται από δύο ραδιοπομπές και είναι εγκατεστημένο στο αεροδρόμιο. Ο πρώτος είναι ο εντοπιστής (Localizer) και δείχνει στον πιλότο εάν αποκλίνει από την σωστή τροχιά προσέγγισης στον διάδρομο, ενώ ο δεύτερος ονομάζεται δείκτης κλίσεως καθόδου (Glide Slope) και υποδεικνύει στον πιλότο τη σωστή γωνία καθόδου στο διάδρομο. Η γωνία αυτή, η οποία υπολογίζεται σε μοίρες, ποικίλει από $2^{\circ} - 3^{\circ}$ έως $7,5^{\circ}$. Το σύστημα αυτό συμπληρώνουν δύο σηματοδότες, οι οποίοι δίνουν επιπρόσθετες πληροφορίες στον πιλότο για το πόσο απέχει από την φάση προσέγγισης. Σε αεροδρόμια με χαμηλή ορατότητα απαιτείται η προσθήκη και τρίτου σηματοδότη. Ο πρώτος ονομάζεται εξωτερικός (Outer Marker) και τοποθετείται περίπου 3,5 mi ως 5 mi

από την άκρη του διαδρόμου. Ο δεύτερος είναι ο μέσος (Middle Marker) και βρίσκεται περίπου 3.000 ft από την άκρη του διαδρόμου, ενώ ο τρίτος, εάν απαιτείται, ονομάζεται εσωτερικός (Inner Marker), απέχει 1.000 ft από την άκρη του διαδρόμου και προειδοποιεί τον πιλότο να εγκαταλείψει την προσπάθεια προσέγγισης, σε περίπτωση που ο διάδρομος δεν είναι ορατός.

Επειδή το σύστημα αυτό παρουσιάζει αρκετά προβλήματα, τείνει να αντικατασταθεί από πιο σύγχρονα, τα οποία παρέχουν περισσότερες από μία τροχιές καθόδου, αυξάνοντας έτσι τη χωρητικότητα του συστήματος και μειώνει αισθητά το θόρυβο που προκαλείται από τα αεροσκάφη που προσγειώνονται. Αυτό ονομάζεται σύστημα προσγείωσης με μικροκύματα (Microwave Landing System, MLS), που εξασφαλίζει οποιαδήποτε πορεία που βρίσκεται από 20° έως 60° εκατέρωθεν του άξονα του διαδρόμου. Επιπλέον, βοήθημα αποτελεί και το ραντάρ παρακολούθησης αεροδρομίου (Airport Surveillance Radar), το οποίο παρέχει γενική εποπτεία του εναέριου χώρου σε ακτίνα έως 60 mi. Το σύστημα φωτισμού προσέγγισης (Approach Lighting Systems) βοηθά τον πιλότο στο να μεταβεί από τις ενόργανες συνθήκες στις ορατές και να ολοκληρώσει την προσγείωση. Στη συνέχεια η συσκευή ανίχνευσης επιφάνειας αεροδρομίου (Airport Surface Detection Equipment) μεταφέρει στον πύργο ελέγχου την πλήρη εικόνα των διαδρόμων, των τροχοδρόμων και της τερματικής περιοχής. Τέλος, οι δείκτες κλίσεως ορατής προσέγγισης (Visual Approach Slope Indicator, VASI) αποτελούν ένα σύστημα φωτισμού, το οποίο δείχνει τη σωστή κλίση που απαιτείται για την προσέγγιση στον διάδρομο και δε δύναται να χρησιμοποιηθεί υπό δυσμενείς συνθήκες ορατότητας (Horonjeff και McKelney, 1994).

Τα εσωτερικά βοηθήματα είναι λιγότερα σε πλήθος και τα δύο βασικότερα εξ' αυτών είναι το σύστημα πλοήγησης Doppler (Doppler Navigation System) και το αδρανειακό σύστημα πλοήγησης (Inertial Navigation System). Το πρώτο είναι ένας τύπος ραντάρ μακράς εμβέλειας και παρέχει στον πιλότο πολλές πληροφορίες, όπως τη γωνία του αεροσκάφους σε σχέση με την επιθυμητή πορεία, την απόσταση από τον προορισμό και άλλες. Το δεύτερο σύστημα είναι πιο διαδεδομένο και εκτός από τις πληροφορίες του πρώτου παρέχει και επιπρόσθετες, όπως την ταχύτητα και τη διεύθυνση του ανέμου. Τα βοηθήματα αυτού του τύπου συμπληρώνει το παγκόσμιο σύστημα εντοπισμού θέσεως (Global Positioning System, GPS), το οποίο δίνει με υψηλή ακρίβεια τη θέση και την ταχύτητα, οποιοδήποτε στιγμή και υπό οποιοδήποτε καιρικές συνθήκες.

1.2. Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα τελευταία χρόνια οι αερομεταφορές παρουσιάζουν τόσο μεγάλη ανάπτυξη, που πλέον το σύστημα των αεροδιαδρόμων και των αεροδρομίων δεν μπορεί να ανταποκριθεί στις αυξημένες ανάγκες που εμφανίζονται ιδιαίτερα σε περιόδους αιχμής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον κορεσμό του συστήματος και τη δημιουργία καθυστερήσεων, οι οποίες αφενός προκαλούν δυσφορία στο επιβατικό κοινό, αφετέρου δε, μεταφράζονται και σε αυξημένο κόστος για τα αεροδρόμια και τις αεροπορικές εταιρίες.

Για την αποτελεσματική αντιμετώπιση των δημιουργημένων προβλημάτων κρίνεται αναγκαία είτε η κατασκευή νέων αεροδρομίων μεγαλύτερης χωρητικότητας και η επέκταση των ήδη υπαρχόντων, είτε η πλήρης αξιοποίηση όλων των συστημάτων ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας. Ο πρώτος τρόπος μπορεί να αποτελέσει μια πολύ καλή λύση, η οποία όμως απαιτεί τη δαπάνη μεγάλων ποσών και αρκετό χρονικό διάστημα για την υλοποίηση του. Η δεύτερη προσέγγιση αντιμετώπισης είναι ενδεχομένως ικανή να προσφέρει πιο άμεσα και με πολύ μικρότερο κόστος λύση στα συγκεκριμένα προβλήματα.

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη μιας μεθόδου, η οποία θα προσδιορίζει βέλτιστες ακολουθίες ομάδων προσγειούμενων αεροσκαφών έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η χωρητικότητα ενός διαδρόμου αεροδρομίου. Η χωρητικότητα διαδρόμων ενός αεροδρομίου, η οποία ισοδυναμεί με το μέσο αριθμό απογειώσεων και προσγειώσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν στη διάρκεια μιας ώρας, επηρεάζεται από αριθμό παραγόντων. Στην εργασία αυτή, τηρώντας όλους τους κανόνες διαχωρισμού των αεροσκαφών, θα βρεθεί η βέλτιστη ακολουθία τους (Sequencing) με τη χρήση μεθόδων Μαθηματικού Προγραμματισμού. Το πρότυπο που θα δημιουργηθεί, θα αφορά σε ένα διάδρομο (Single Runway).

1.3. Δομή της Εργασίας

Η διάταξη των κεφαλαίων της παρούσας διπλωματικής θα έχει τη μορφή που παρουσιάζεται παρακάτω :

Το 2^ο κεφάλαιο περιλαμβάνει τη βιβλιογραφική ανασκόπηση η οποία αφορά στην ανάλυση των ερευνών από τη διεθνή βιβλιογραφία σχετικά με την ακολουθία των αεροσκαφών και την εύρεση κάποιου μοντέλου βελτιστοποίησης αυτής. Όλες οι έρευνες έχουν ως στόχο την αντιμετώπιση των φαινομένων κορεσμού και καθυστερήσεων στα αεροδρόμια και τον προσεγγίζουν με διαφορετικές μεθοδολογίες.

Το 3^ο κεφάλαιο περιλαμβάνει τη διαμόρφωση του προβλήματος και πιο συγκεκριμένα γίνεται αναφορά σε όλους τους παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη για τη διαμόρφωση αυτή. Επίσης παρουσιάζεται αναλυτικά η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, καθώς η μεθοδολογία και η διαδικασία επίλυσής του. Σε μια προσπάθεια περαιτέρω ανάλυσης του προβλήματος παρουσιάζονται και δύο εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις, με τις οποίες επιλύεται το πρόβλημα. Τέλος περιγράφεται η βάση δεδομένων που θα χρησιμοποιηθεί, η οποία αποτελείται από τέσσερις διαφορετικές ομάδες δεδομένων.

Το 4^ο κεφάλαιο περιλαμβάνει την επίλυση του προβλήματος και την αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων για κάθε μια από τις αντικειμενικές συναρτήσεις και ομάδες δεδομένων. Παρουσιάζονται αναλυτικά οι χρόνοι επίλυσης κάθε προβλήματος, οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης, κ.α. Επίσης, γίνεται σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων των διαφόρων μεθόδων επίλυσης, καθώς και των αποτελεσμάτων της γραμμικής επίλυσης με αυτά προηγούμενων εργασιών.

Στο 5^ο κεφάλαιο περιλαμβάνεται η παρουσίαση των τελικών αποτελεσμάτων και η ερμηνεία τους. Επίσης, διατυπώνονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων του τέταρτου κεφαλαίου για την εφαρμογή κάθε μεθόδου επίλυσης. Τέλος, παρατίθενται σχετικές προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

2.1. Εισαγωγή

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η εύρεση βέλτιστων ακολουθιών αφικνούμενων αεροσκαφών, για ένα διάδρομο που χρησιμοποιείται μόνο για προσγειώσεις. Πριν την παρουσίαση των στοιχείων, του τρόπου επεξεργασίας τους και της επιλεγόμενης μεθοδολογίας επίλυσης, κρίνεται απαραίτητο να γίνει αναφορά στις προσπάθειες ερευνητών που έχουν γίνει κατά καιρούς στη διεθνή βιβλιογραφία, οι οποίες έχουν ως κύριο στόχο τη μεγιστοποίηση της χωρητικότητας των διαδρόμων αεροδρομίων, σε μια προσπάθεια να μειωθούν οι καθυστερήσεις που παρατηρούνται σε ώρες αιχμής και το κόστος που αυτές συνεπάγονται. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται αξιοποιώντας πλήρως τις δυνατότητες του ελέγχου εναέριας κυκλοφορίας (ATC). Σε όλες τις έρευνες λαμβάνονται υπόψη οι απαιτούμενες αποστάσεις ασφαλείας μεταξύ των αεροσκαφών και έπειτα, η καθεμία χρησιμοποιεί ξεχωριστά δεδομένα και διαφορετική μεθοδολογία για την επεξεργασία τους και την εξαγωγή αποτελεσμάτων.

2.2. Εργασίες Σχετικές με την Ακολουθία των Αεροσκαφών

Όπως προκύπτει από τη διεθνή βιβλιογραφία, οι πρώτες έρευνες που έχουν διεξαχθεί σχετικά με την ακολουθία των αεροσκαφών (Sequencing) είναι αποσπασματικές, ενώ έχουν βελτιωθεί τα τελευταία χρόνια, γεγονός που ενδεχομένως οφείλεται στο ότι το πρόβλημα της συμφόρησης στα αεροδρόμια γίνεται ολοένα και πιο αισθητό.

Σύμφωνα με την έρευνα που έγινε από τους Andreussi κ.α. (1981) αναπτύχθηκε ένα μοντέλο προσομοίωσης που βοηθά στην ακολουθία των λειτουργιών των αεροσκαφών στην τερματική περιοχή (Terminal Area). Διαπιστώνοντας το κυκλοφοριακό πρόβλημα που δημιουργείται από τον αυξημένο αριθμό απογειώσεων και προσγειώσεων και αναγνωρίζοντας τη σημαντική βοήθεια που μπορεί να προσφέρει ο έλεγχος εναέριας κυκλοφορίας, θεώρησαν ότι οι τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας, και πιο συγκεκριμένα η προσομοίωση (Fast-time Simulation Techniques), είναι η πλέον κατάλληλη. Εξηγώντας τη δομή της τερματικής περιοχής γίνεται εκτενής αναφορά στις προκαθορισμένες πορείες,

“θημωνιές”, (Feeder Fixes) που υποχρεούνται να ακολουθούν τα αεροσκάφη όταν δεν μπορούν να προσγειωθούν λόγω αυξημένης κυκλοφορίας. Τα δεδομένα εισόδου που χρησιμοποίησαν (Inputs) ήταν η δομή και η τοποθεσία του αεροδρομίου, η γεωμετρία των αεροδιαδρόμων, ο μέγιστος χρόνος αναμονής για αναχωρήσεις και αφίξεις, τα χαρακτηριστικά απόδοσης των αεροσκαφών, ο όγκος της κυκλοφορίας, οι δεδομένοι χρονικοί διαχωρισμοί για διαδοχικά αεροσκάφη, οι διαδικασίες προσέγγισης στη τερματική περιοχή και οι περιορισμοί στην ικανότητα των διαδρόμων. Τα δεδομένα εξόδου (Outputs) που προέκυψαν ήταν η μέση καθυστέρηση των αεροσκαφών, το πλήθος τους στο σύστημα κατά κατηγορία ανά ώρα, ο συνολικός αριθμός προσγειώσεων και απογειώσεων, ο χρόνος που μένει αχρησιμοποίητος ο διάδρομος και ο ενδιάμεσος χρόνος μεταξύ των προσγειώσεων.

Το πρότυπο προσομοίωσης αναπτύχθηκε για να αναλύσει ένα μεγάλο αριθμό προβλημάτων ATC, όπως για παράδειγμα την αποτίμηση του συστήματος ATC υπό διαφορετικές πολιτικές λειτουργίας. Το πρότυπο αυτό χρησιμοποιήθηκε στην περιοχή της Ρώμης, που περιλάμβανε δύο αεροδρόμια και δύο προκαθορισμένες τροχιές. Έπειτα από συλλογή ιστορικών και υπολογιστικών πληροφοριών εξετάστηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή πέντε διαφορετικών σεναρίων. Στα δύο πρώτα θεωρήθηκε ότι όλα τα αεροσκάφη χρησιμοποιούν τους διαδρόμους και τις “θημωνιές”, ενώ η ακολουθία των αεροσκαφών έχει για το πρώτο σενάριο τη μορφή First-In First-Out (FIFO), ενώ για το δεύτερο εξαρτάται από την κατηγορία των αεροσκαφών αυτών. Στο τρίτο και τέταρτο σενάριο διαφοροποιούνται αντίστοιχα η χρήση των προκαθορισμένων τροχιών και η χρήση των διαδρόμων κατά κατηγορία αεροσκαφών. Στο τελευταίο σενάριο όλα εξαρτώνται από την κατηγορία του αεροσκάφους. Τα αποτελέσματα του μοντέλου προσομοίωσης έδειξαν ότι με την εφαρμογή των δύο τελευταίων σεναρίων μειώνονται αισθητά οι καθυστερήσεις. Τελικά, τα συμπεράσματα που προέκυψαν ήταν θετικά για την απόδοση της μεθοδολογίας και τη σημαντική βοήθεια που προσέφερε στη λήψη αποφάσεων.

Οι Dear και Sherif (1991) προσπάθησαν να αναπτύξουν μια μεθοδολογία για το προγραμματισμό και τη σειρά των αεροσκαφών σε τερματικές περιοχές με υψηλή πυκνότητα, θεωρώντας ότι θα βοηθούσε σημαντικά τους ελεγκτές στο να επιλέξουν εναλλακτικές ακολουθίες στο μικρό χρονικό διάστημα που έχουν. Η μεθοδολογία που

επέλεξαν ορίζεται ως Constrained Position Shifting (CPS). Αρχικά επιχείρησαν να καθορίσουν τον απαιτούμενο χρόνο από τη χρονική στιγμή της εισόδου του αεροσκάφους στο σύστημα, της προσγείωσής του ως και της παραμονής του στο διάδρομο, λαμβάνοντας ως βασική παραδοχή ότι τηρούνται όλοι οι χρονικοί διαχωρισμοί που ορίζει η FAA. Με βάση αυτό παρουσίασαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν για την διαδοχή πέντε αεροσκαφών με την εφαρμογή τεσσάρων στρατηγικών, και σύμφωνα μ' αυτά φάνηκε πόσο ευαίσθητη είναι η απόδοση του συστήματος.

Το υπόλοιπο μέρος της έρευνας αφιερώθηκε στον αλγόριθμο CPS και στη σύγκρισή των αποτελεσμάτων του με αυτά που δίνει η ακολουθία αφίξεων τύπου First-come First-served (FCFS), δίνοντας προτεραιότητα ανάλογα με τη σειρά που φτάνουν τα αεροσκάφη στον διάδρομο. Οι ερευνητές θεώρησαν ότι ο αλγόριθμος CPS είναι ένας γενικός όρος ο οποίος περιγράφει οποιαδήποτε μεθοδολογία ακολουθιών χρησιμοποιεί περιορισμούς για να θέσει όριο στο πλήθος των προγραμματισμένων αναθεωρήσεων. Οι αναθεωρήσεις αυτές γίνονται για παράδειγμα όταν ένα νέο αεροσκάφος μπει στη τερματική περιοχή και ο αλγόριθμος καλείται να το συνδυάσει με μια δεδομένη υποψήφια ομάδα αεροσκαφών, υπό τον περιορισμό κάποιων ορίων. Το ένα όριο, το αρχικό (Initial Constraint), ορίζει ότι το ένα αεροσκάφος τοποθετείται αμέσως πριν την ομάδα των αεροσκαφών και το δεύτερο όριο, το τελικό (Final Constraint), ότι το αεροσκάφος τοποθετείται αμέσως μετά την ομάδα αυτή. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο αυτό έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε οι ελεγκτές να προσθέτουν επιπλέον περιορισμούς, και έχει γραφτεί σε τέτοια δομή που να διευκολύνει τις αλλαγές στη λογική των αποφάσεων. Έπειτα από τη προσομοίωση με CPS και με FCFS, για αφίξεις 500 αεροσκαφών και για διάφορες περιπτώσεις μίξης κατηγοριών αεροσκαφών, οι ερευνητές αποφάνθηκαν ότι ο αλγόριθμος CPS δίνει πολύ μικρότερες καθυστερήσεις σε κάθε περίπτωση και αυξάνει σημαντικά τη χωρητικότητα του διαδρόμου και την απόδοση του συστήματος.

Οι Venkatakrishnan κ.α. (1993) θεώρησαν ότι μπορούν να βελτιώσουν την υπάρχουσα χωρητικότητα των αεροδρομίων συνδυάζοντας μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας με την ανάλυση συστημάτων (System Analysis). Γιαυτό ανέπτυξαν αρχικά ένα στατιστικό πρότυπο για τα χρονικά διαστήματα μεταξύ αεροσκαφών κατά την προσγείωση (Landing Time Intervals, LTIs), τα οποία θεώρησαν ότι επηρεάζονται από την διάταξη των διαδρόμων προσγείωσης και τις κατηγορίες κατάταξης των αεροσκαφών. Για το λόγο αυτό

έλαβαν υπόψη τούς τους απαιτούμενους χρονικούς διαχωρισμούς, όπως τους ορίζει η FAA, και την διάταξη των διαδρόμων του αεροδρομίου Logan της Βοστώνης (HPIA), για το οποίο έγινε η έρευνα. Για τη δημιουργία του μοντέλου συλλέχτηκαν στοιχεία σε περιόδους και ώρες αιχμής. Έπειτα αναπτύχθηκε μια εξίσωση για τα μέσα χρονικά διαστήματα (mean LTI) καθώς αντίστοιχα και για άλλα δύο στατιστικά μεγέθη, την σταθερή απόκλιση και το τεταρτημόριο των LTIs.

Το επόμενο πρόβλημα με το οποίο ασχολήθηκαν ήταν η ακολουθία των αεροσκαφών (Aircraft Sequencing Problem, ASP) και πως αυτή μπορεί να γίνει βέλτιστη έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι καθυστερήσεις και να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα. Ως αντικειμενική συνάρτηση για το πρόβλημα αυτό θεωρήθηκε η ελαχιστοποίηση του κόστους λόγω των καθυστερήσεων των αεροσκαφών στην τερματική περιοχή. Το κόστος αυτό ποσοτικοποιήθηκε ως ο συνολικός χρόνος καθυστέρησης όλων των αεροσκαφών, ο συνολικός χρόνος καθυστέρησης των επιβατών και το συνολικό χρηματικό κόστος από τις καθυστερήσεις. Ο περιορισμός που τέθηκε για το πρόβλημα ήταν ο χρονικός διαχωρισμός μεταξύ των αεροσκαφών να είναι ίσος, κατ' ελάχιστο, του επιθυμητού LTI.

Το πρώτο πρότυπο που δημιουργήθηκε ήταν στατικό, σύμφωνα με το οποίο, με δεδομένη την ώρα εισόδου στην τερματική περιοχή κάθε αεροσκάφους, υπολογίζεται το χρονικό παράθυρο, δηλαδή η νωρίτερη και η αργότερη ώρα εισόδου του, από τις οποίες ώρες επιθυμητή για προσγείωση είναι η πρώτη. Έτσι υπολογίστηκε η βέλτιστη ακολουθία προσγείωσης ικανοποιώντας όλους τους περιορισμούς. Για την αξιολόγηση του μοντέλου αυτού έγινε εφαρμογή του σε έξι διαφορετικές βάσεις δεδομένων, και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπάρχει μείωση των καθυστερήσεων σε σχέση με την πραγματική κατάσταση από 13% έως 35%.

Έπειτα δημιουργήθηκε ένα δυναμικό μοντέλο, DASP-1, με προκαθορισμένα επίσης χρονικά παράθυρα, το οποίο ήταν σαφώς πιο ρεαλιστικό αφού υπήρχε αναθεώρηση της ακολουθίας κάθε φορά που ένα νέο αεροσκάφος εισερχόταν στην τερματική περιοχή. Τα αποτελέσματα όμως που εξήχθησαν ήταν σχεδόν ίδια με αυτά που προέκυπταν από το στατικό αλγόριθμο. Έτσι αναπτύχθηκε ένα άλλο δυναμικό μοντέλο, DASP-2, στο οποίο θεωρήθηκε ότι τα χρονικά παράθυρα συρρικνώνονται γραμμικά. Σε αυτή την περίπτωση τα αποτελέσματα ήταν εντυπωσιακά, καθώς η μείωση των καθυστερήσεων σε σχέση με

την πραγματική κατάσταση φτάνει έως το 30%. Παρόλα αυτά οι διαφορές με το προηγούμενο μοντέλο δεν ήταν ουσιαστικές.

Ο Milan (1997) απεικόνισε το πρόβλημα προσδιορισμού προτεραιοτήτων στη προσγείωση αεροσκαφών σε κορεσμένα αεροδρόμια, με ένα πρότυπο βασισμένο στη προσομοίωση της θεωρίας ουρών. Με βάση τη θεωρία ουρών υπολόγισε την καθυστέρηση που προκαλείται σε κάθε ομάδα αεροσκαφών και δημιούργησε μια συνάρτηση, η οποία καθορίζει το κόστος των καθυστερήσεων αυτών. Έπειτα θεώρησε τρία διαφορετικά κριτήρια για τον προσδιορισμό των προτεραιοτήτων στις πτήσεις. Αυτά είναι ο κανόνας FCFS, κατά τον οποίο το αεροσκάφος που έρχεται πρώτο εξυπηρετείται πρώτο, ο στατικός κανόνας προτεραιοτήτων SPF (Static Priority Function rule), ο οποίος εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους και των επιβατών, και ο δυναμικός DPF (Dynamic Priority Function rule), ο οποίος εξαρτάται επιπλέον από κάποιες παραμέτρους όπως η προβλεπόμενη καθυστέρηση για συγκεκριμένες καταστάσεις.

Για να απλοποιηθεί η εφαρμογή του προτύπου αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα για τους υπολογισμούς, το οποίο αποτελείται από 6 βήματα. Τα δεδομένα εισόδου που χρησιμοποιήθηκαν αφορούσαν σε χαρακτηριστικά καθεμιάς από τις τρεις κατηγορίες αεροσκαφών, όπως το μέσο κόστος καθυστερήσεων και η μέση χωρητικότητα επιβατών, και σε χαρακτηριστικά που σχετίζονται με χρόνους, όπως η διάρκεια ταξιδιού και η μέση καθυστέρηση. Το υποθετικό σενάριο που χρησιμοποιήθηκε αφορούσε σε μια ομάδα 30 αεροσκαφών με συμμετοχή όλων των κατηγοριών. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν με την εφαρμογή του μοντέλου για κάθε ένα από τα κριτήρια προσδιορισμού προτεραιοτήτων, έδειξαν ότι πάντα ο SPF ή ο DPF κανόνας δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τον FCFS. Επίσης φάνηκε ότι ο DPF δίνει χαμηλότερες καθυστερήσεις σε ότι αφορά στις προσγειώσεις και στο δίκτυο ATC, σε σχέση με τον SPF. Το ακριβώς αντίθετο συνέβει με το συνολικό κόστος τους. Επομένως το κριτήριο κάθε φορά θα πρέπει να επιλέγεται βάσει της συνάρτησης που επιθυμείται να βελτιστοποιηθεί.

Οι Carr κ.α. (2000) προσπάθησαν στην εργασία τους να λάβουν υπόψη τις προτεραιότητες που θέτουν οι αεροπορικές εταιρίες στις αφίξεις των πτήσεων τους, έτσι ώστε να αυξάνουν την οικονομική τους αποδοτικότητα. Εξαιτίας της λειτουργίας ορισμένων αεροδρομίων ως κομβικά (Hubs), της πολύ αυξημένης επιβατικής κίνησης και της αναπόφευκτης

συμφόρησης, πολλές πτήσεις που έχουν ανταπόκριση σε αυτά καθυστερούν και δημιουργούν προβλήματα στις επόμενες πτήσεις που αναχωρούν. Οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν μέθοδο ταχείας προσομοίωσης (fast-time simulation), για να προσδιορίσουν την ακολουθία αφίξεων αεροσκαφών μιας συγκεκριμένης αεροπορικής εταιρίας σύμφωνα με την επιθυμητή σειρά (preferred order) έναντι της σειράς FCFS.

Η προσομοίωση αυτή αποτελούνταν από τρία βασικά συστατικά. Το πρώτο αφορούσε στο αεροδρόμιο και αυτή η έρευνα βασίστηκε σε αυτό του Dallas/Fort Worth (DFW) (HΠΑ), το οποίο διαθέτει τέσσερις τροφοδοτικές πύλες (feeder gates) και τρεις διαδρόμους για προσγείωση. Το δεύτερο αφορά στο στατιστικό πρότυπο άφιξης των αεροσκαφών, το οποίο βασίστηκε σε πραγματικά δεδομένα που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια έξι περιόδων αιχμής στο DFW. Στα δεδομένα αυτά καταγράφηκαν μεταξύ των άλλων τα στοιχεία και ο τύπος του αεροσκάφους. Το τελευταίο αφορά στις μεθόδους προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Οι μέθοδοι αυτοί ήταν η αλληλουχία FCFS και ο κατά προτεραιότητα προγραμματισμός (Priority Scheduling). Και οι δύο χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση των ακολουθιών στον εκτιμώμενο χρόνο άφιξης (Estimated Time of Arrival, ETA), ο οποίος αντιπροσωπεύει τον ελάχιστο πιθανό χρόνο άφιξης του αεροσκάφους χωρίς να υπάρχουν καθυστερήσεις, και στον νωρίτερο προγραμματιζόμενο χρόνο άφιξης (earliest Scheduled Time of Arrival, STA), ο οποίος προκύπτει, όταν ικανοποιούνται οι ελάχιστοι χρονικοί διαχωρισμοί. Για να αξιολογηθούν οι μέθοδοι ως προς την αποτελεσματικότητά τους, οι ερευνητές εισήγαγαν ένα δείκτη, που όρισαν ως αλλαγή θέσης (Position Shift, PS), και ο οποίος είναι ενδεικτικός του πόσο κοντά η προγραμματισμένη ακολουθία ταιριάζει με την επιθυμητή. Ο δεύτερος δείκτης που εισήγαγαν, ορίστηκε ως απόκλιση από τη σειρά (Order Deviation, OD), και οδήγησε στο συμπέρασμα ότι ο προγραμματισμός κατά προτεραιότητα δίνει αποτελέσματα πλησιέστερα στην επιθυμητή σειρά των αεροσκαφών σε σχέση με τον FCFS.

Οι Carr κ.α. (1999) σε άλλη έρευνα προσπάθησαν να αντιμετωπίσουν το ίδιο πρόβλημα με αυτό της προηγούμενης με διαφορετικό τρόπο. Αυτό που θέλησαν να πετύχουν, ήταν να ευνοήσουν μια πτήση μιας συγκεκριμένης αεροπορικής εταιρίας, εάν το επιθυμούσε, αλλά ταυτόχρονα καθυστερώντας μια άλλη της ίδιας εταιρίας. Για το λόγο αυτό χρησιμοποίησαν κάποιους αλγόριθμους ανταλλαγής καθυστέρησης (Delay Exchange

Algorithms), τους οποίους κατέταξαν σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με την κατηγορία ροής που ανήκουν τα αεροσκάφη. Ο όρος αυτός αναφέρεται στην ομαδοποίηση των αφικνούμενων αεροσκαφών, που βασίζεται στον τύπο της μηχανής και στη προκαθορισμένη τροχιά (feeder fix), για τους σκοπούς του προγραμματισμού. Έτσι προέκυψαν οι ακόλουθοι αλγόριθμοι: ο πρώτος εκτελεί ανταλλαγή καθυστέρησης μεταξύ αεροσκαφών που ανήκουν στην ίδια κατηγορία ροής (Same Stream Class, SSC), ο δεύτερος μεταξύ αεροσκαφών που ανήκουν σε διαφορετική κατηγορία ροής (Different Stream Class, DSC) και ο τρίτος μεταξύ αεροσκαφών που ανήκουν σε οποιαδήποτε κατηγορία ροής (Any Stream Class, ASC).

Η στατιστική αποτίμηση των αλγορίθμων αυτών έγινε με ταχεία προσομοίωση, η οποία αποτελείται από τις ίδιες παραμέτρους με αυτές της προηγούμενης έρευνας. Για να εκτιμηθεί η επιτυχία της εφαρμογής των αλγορίθμων, μετρήθηκε το πόσο συχνά υπήρχε χρονική προώθηση (Time Advance, TA) στα αεροσκάφη. Απ' αυτό προέκυψε ότι ο ASC αλγόριθμος ήταν πιο επιτυχημένος από τους άλλους δύο για διάφορους αριθμούς αφικνούμενων αεροσκαφών ανά ώρα.

Οι Beasley κ.α. (2000) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα του προγραμματισμού προσγειώσεων αεροσκαφών, σύμφωνα με τον οποίο καθορίζεται ο χρόνος προσγείωσης κάθε αεροπλάνου εντός κάποιου προκαθορισμένου χρονικού παραθύρου και τηρώντας όλα τα κριτήρια χρονικού διαχωρισμού μεταξύ των αεροσκαφών. Η διατύπωση του προβλήματος έγινε με τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας και πιο συγκεκριμένα με μικτό ακέραιο, προγραμματισμό 0-1 (mixed-integer zero-one formulation), ο οποίος αρχικά αφορούσε σ' ένα διάδρομο προσγειώσεων και έπειτα επεκτάθηκε για πολλαπλούς διαδρόμους. Εξετάστηκε η στατική περίπτωση προσγειώσεων, δηλαδή το γεγονός ότι είναι γνωστές εκ των προτέρων όλες οι ομάδες αεροσκαφών που θα αφιχθούν.

Για τη διαμόρφωση του αρχικού, βασικού προβλήματος ορίστηκε ως αντικειμενική συνάρτηση η ελαχιστοποίηση του κόστους λόγω των αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης κάθε αεροσκάφους. Είχε από την αρχή διευκρινιστεί ότι, όταν ένα αεροσκάφος προσγειωθεί πριν ή μετά από τον στοχευόμενο χρόνο, το κόστος αυξάνει γραμμικά. Για την ολοκλήρωση του μαθηματικού προτύπου διατυπώθηκαν και κάποιοι περιορισμοί, όπως το ότι πρέπει κάθε αεροσκάφος να προσγειώνεται μέσα στο χρονικό

παράθυρο που του αντιστοιχεί και σε κάθε ζεύγος αεροσκαφών ένα από τα δύο να προσγειώνεται πρώτο και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται οι απαιτούμενοι χρονικοί διαχωρισμοί. Επίσης οι ερευνητές διευκρίνισαν ότι θα μπορούσαν να έχουν οριστεί εναλλακτικές αντικειμενικές συναρτήσεις καθώς και να έχουν συμπεριληφθεί και απογειώσεις στη διατύπωση του προβλήματος, όπως επίσης να έχουν προστεθεί και άλλοι περιορισμοί.

Στη συνέχεια διευρύνθηκε η διατύπωση για πολλαπλούς διαδρόμους, διότι στα διεθνή αεροδρόμια διατίθενται τουλάχιστον δύο διάδρομοι. Έτσι λοιπόν, διατηρώντας την ίδια αντικειμενική συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα, πρόσθεσαν νέους περιορισμούς, με τους οποίους διευκρινίζεται εάν ένα ζεύγος αεροσκαφών προσγειώνεται στον ίδιο διάδρομο ή όχι και ποίο διάδρομο χρησιμοποιεί κάθε αεροσκάφος. Για αυτή τη περίπτωση τέθηκαν και κάποιοι περιορισμοί ως προς τον απαιτούμενο φόρτο εργασίας από τους ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας, καθώς αυτός είναι πολύ μεγαλύτερος για περισσότερους από έναν διαδρόμους.

Στη τελική φάση της έρευνας επιχειρήθηκε η επίλυση του προβλήματος με δύο τρόπους, προσθέτοντας νέους περιορισμούς. Ο πρώτος ήταν η χρήση δένδροειδούς αναζήτησης, βασισμένης σε γραμμικό προγραμματισμό (LP-based tree search), και ο δεύτερος η χρήση ευρετικού αλγόριθμου. Η εφαρμογή τους για διάφορες περιπτώσεις, οι οποίες περιελάμβαναν έως 50 αεροσκάφη και 4 διαδρόμους, έδωσε ενδιαφέροντα αποτελέσματα, όπως ότι ο ευρετικός αλγόριθμος απέδιδε γρήγορα λύση καλής ποιότητας. Επιπρόσθετα όμως το δένδροειδές έδινε εφικτή λύση σε όσες περιπτώσεις δεν μπορούσε ο ευρετικός.

Οι Bolender και Slater (2000) θέλησαν να αναλύσουν κάποιες άλλες τεχνικές, εκτός τη FCFS, για τον προγραμματισμό των αεροσκαφών, όταν ένα αεροδρόμιο διαθέτει περισσότερους από έναν διαδρόμους. Για να προβλέψουν το μέγεθος της καθυστέρησης αεροσκάφους με δεδομένα τη μίξη κυκλοφορίας, το ρυθμό αφίξεων και τη χωρητικότητα αεροδρομίου, χρησιμοποίησαν δύο μοντέλα ουρών. Το πρώτο έχει προσδιοριστικούς χρόνους εξυπηρέτησης (deterministic service times) και το δεύτερο θεωρεί τους χρόνους αυτούς εκθετικά κατανεμημένους (exponentially distributed). Η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο αυτών μεθόδων έδειξε ότι η δεύτερη αποφέρει μεγαλύτερη μέση

καθυστέρηση από ότι η πρώτη, η οποία οφείλεται στη μεγαλύτερη τυπική απόκλιση της εκθετικής κατανομής.

Έπειτα ασχολήθηκαν με στρατηγικές κατανομής αφικνούμενων αεροσκαφών στους διατιθέμενους διαδρόμους (runway allocation), και πιο συγκεκριμένα τα σενάρια που εξέτασαν, αφορούσαν σε δύο και τρεις διαδρόμους, για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πυκνότητας της κυκλοφορίας. Σε κάθε συνδυασμό διαδρόμων-πυκνότητας εξετάστηκαν τέσσερις διαφορετικές στρατηγικές κατανομής, τις οποίες συνέκριναν με βάση τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της θεωρίας ουρών με προσδιοριστικούς χρόνους εξυπηρέτησης. Οι στρατηγικές αυτές είναι οι ακόλουθες: (α) κάθε αεροσκάφος προσγειώνεται στο διάδρομο που έχει προεπιλεγεί, (β) ένα αεροσκάφος μπορεί να αλλάξει διάδρομο στη περίπτωση που μπορεί να προσγειωθεί νωρίτερα, (γ) ότι και στη (β) αλλά με κάποιους περιορισμούς στο πότε πρέπει να υπάρξει αυτή η αλλαγή, και (δ) τα μικρά και τα βαρέως τύπου αεροσκάφη προσγειώνονται πάντα σε ξεχωριστούς διαδρόμους από τα μεγάλα έτσι ώστε να υπάρχει η μικρότερη δυνατή καθυστέρηση. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων τους έδειξε ότι η τελευταία στρατηγική για υψηλή κυκλοφορία δίνει τη μικρότερη καθυστέρηση.

Οι Dell’Omo και Lulli (2003) προσπάθησαν με δυναμικό προγραμματισμό να μειώσουν τις καθυστερήσεις σε αεροδρόμια με υψηλό βαθμό κορεσμού, λαμβάνοντας υπόψη την υπάρχουσα χωρητικότητα τους και με σκοπό την πιο αποτελεσματική χρήση της. Η έρευνα αυτή περιέλαβε συνδυασμούς αναχωρήσεων και αφίξεων αεροσκαφών, που υπερπληρούσαν την χωρητικότητα του αεροδρομίου και τους οποίους όρισαν ως περιβάλλουσα χωρητικότητα (capacity envelope).

Η αντικειμενική συνάρτηση που επιχείρησαν να ελαχιστοποιήσουν ήταν το συνολικό κόστος, λόγω καθυστερήσεων στις απογειώσεις και στις προσγειώσεις, θέτοντας αρκετούς περιορισμούς. Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης χρησιμοποιήθηκε αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού. Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν για τη ανάλυση και την εκτίμηση του μοντέλου, προέρχονταν από πραγματικά δεδομένα των αεροδρομίων της Ρώμης, του Μιλάνο και του Σικάγο. Για τα στοιχεία αυτά βρέθηκαν η μέγιστη και μέση καθυστέρηση και προέκυψε ότι ο δυναμικός αλγόριθμος έβρισκε τις χαμηλότερες τιμές αυτών.

Οι Beasley κ.α. (2004) σε αυτή την έρευνα θέλησαν να προσδιορίσουν το πρόβλημα μετατόπισης (Displacement problem), το οποίο προκύπτει όταν πρέπει να παρθεί μια ακολουθία αποφάσεων και κάθε νέα απόφαση συνδέεται άμεσα με την προηγούμενη. Σε τέτοια προβλήματα υπάγεται και ένας μεγάλος αριθμός προβλημάτων μεταφορών, όπως η δρομολόγηση οχημάτων (vehicle routing), ο προγραμματισμός πληρώματος (crew scheduling) και ο προγραμματισμός προσγειώσεων αεροσκαφών (scheduling aircraft landings). Η τελευταία περίπτωση απασχόλησε τους συγγραφείς στην έρευνά τους. Σε πολλά προβλήματα λήψης αποφάσεων υποτίθεται ότι το επιχειρησιακό τους περιβάλλον είναι στατικό, κάτι όμως που δεν ισχύει απόλυτα, καθώς νέες πληροφορίες που λαμβάνονται κατά την εξέλιξή τους κάνουν αναγκαία την αναθεώρηση των προηγούμενων αποφάσεων. Έτσι λοιπόν στην περίπτωση προσγειώσεων αεροσκαφών, όταν ένα νέο εμφανιστεί, πρέπει να αναθεωρηθούν όλοι οι χρόνοι προσγειώσεως που έχουν ήδη προγραμματιστεί. Τέτοια προβλήματα είναι δυναμικά καθώς πρέπει συνεχώς να επανεξετάζονται όταν αλλάζει το επιχειρησιακό περιβάλλον τους.

Στην έρευνα αυτή λοιπόν, πρώτα παρουσιάστηκε η μαθηματική διατύπωση του γενικού προβλήματος μετατόπισης και εξηγήθηκε πως με την προσθήκη μιας συνάρτησης μετατόπισης (displacement function), σχετίζεται άμεσα η προηγούμενη λύση με την επόμενη μιας μεταβλητής. Επίσης αναλύθηκε και ένας αριθμός ζητημάτων που προκύπτουν από τη μαθηματική διατύπωση, όπως η διαδικασία αποφάσεων, η αριθμητική επίλυση, κάποιες ειδικές περιπτώσεις και άλλα. Έπειτα προσδιορίστηκε η μαθηματική διατύπωση για το πρόβλημα της προσγειώσεως των αεροσκαφών, η οποία βασίστηκε στην προηγούμενη έρευνα τους. Τέλος παρουσιάστηκαν η μεθοδολογία και τα αποτελέσματα από την επίλυση ενός αριθμού προβλημάτων, που περιελάμβαναν ως 50 αεροσκάφη.

Οι Bianco κ.α. (2005) παρουσίασαν κάποια πρότυπα για τον προγραμματισμό των απογειώσεων και προσγειώσεων στην τερματική περιοχή αεροδρομίου (Terminal Maneuvering Area, TMA), με στόχο τη βελτιστοποίηση της χωρητικότητάς της. Αρχικά πρότειναν ένα προσδιοριστικό πρότυπο εργασίας-αγορών ("job-shop") που αφορά στην περίπτωση μονού διαδρόμου και μιας διαδικασίας "προσγείωση ή απογείωση". Έπειτα το επέκτειναν για πολλαπλές διαδικασίες σε ένα διάδρομο και τελικά για πολλαπλούς διαδρόμους και διαδικασίες. Το συγκεκριμένο πρότυπο είναι κατάλληλο για να απεικονίζει

διάφορους επιχειρησιακούς περιορισμούς (operational constraints) όπως τους ελάχιστους διαχωρισμούς κατά μήκος και διαγωνίως στις τροχιές που διαγράφουν τα αεροσκάφη. Επίσης στην περίπτωση πολλαπλών διαδρόμων μπορούν να εκφραστούν και να ληφθούν υπόψη οι διαφορετικές διατάξεις τους, εάν είναι δηλαδή παράλληλοι ή αν τέμνονται και εάν η λειτουργία τους είναι ανεξάρτητη.

Στη συνέχεια, αφού προσδιόρισαν ότι το πρόβλημα έχει δυναμική φύση, παρουσίασαν ένα γρήγορο ευρετικό αλγόριθμο (fast heuristic algorithm) για την επίλυσή του. Αυτός θεώρησαν ότι μπορεί να αντεπεξέλθει στους περιορισμούς και να παράγει σε πραγματικό χρόνο νέο πρόγραμμα κάθε φορά που ένα νέο αεροσκάφος εισέλθει στην τερματική περιοχή. Η χρήση του προτύπου έγινε για πραγματικά δεδομένα για τις τερματικές περιοχές του Μιλάνο και της Ρώμης και η εφαρμογή του αλγορίθμου έδειξε ότι μπορούν να υπάρχουν σημαντικές μειώσεις στις καθυστερήσεις, περισσότερο από 40%, και αύξηση στη χωρητικότητα περίπου 30%.

2.3. Συμπεράσματα

Όπως φάνηκε από την παραπάνω ανάλυση, οι έρευνες που έχουν γίνει και αφορούν στην ακολουθία των αεροσκαφών αρχικά ήταν λιγосτές και αποσπασματικές αλλά τα τελευταία χρόνια έχουν εντατικοποιηθεί οι προσπάθειες για την εύρεση αποτελεσματικών λύσεων. Η βιβλιογραφική αυτή ανασκόπηση έδειξε ότι η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε είναι ξεχωριστή για κάθε έρευνα. Σε πέντε από αυτές ακολουθήθηκαν τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας για τη διατύπωση του προβλήματος (Andreussi κ.α., 1981; Venkatakrishnan κ.α., 1993; Beasley κ.α., 2000; Dell’Olmo και Lulli 2003; Beasley κ.α., 2004) και στις υπόλοιπες υπήρξαν τελείως διαφορετικές προσεγγίσεις. Επίσης παρατηρήθηκε ότι δύο ήταν βασικά οι συναρτήσεις που επιχειρήθηκε να βελτιστοποιηθούν, αυτή του συνολικού χρόνου καθυστερήσεων και αυτή του συνολικού κόστους λόγω των καθυστερήσεων. Με αυτόν τον τρόπο κατ’ επέκταση γινόταν εφικτή η εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας των αεροσκαφών.

Οι βάσεις δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν, αποτελούνταν από στοιχεία τα οποία σε κάποιες περιπτώσεις ήταν πραγματικά και είχαν συλλεχθεί από αεροδρόμια (Ρώμη, Βοστώνη, Μιλάνο, Σικάγο, Ντάλας) και στις υπόλοιπες ήταν υποθετικές (instances) μέσω

προσομοιώσεων, ανταποκρινόμενες όμως σε αληθινές συνθήκες. Το μέγεθός τους ήταν μεγάλο και τα στοιχεία αφορούσαν σε μέρες και ώρες αιχμής. Η βασικότερη προϋπόθεση που υπήρχε σε όλες τις έρευνες, ήταν αυτή της τήρησης των χρονικών διαχωρισμών μεταξύ των αεροσκαφών ανάλογα με την κατηγορία κάθε αεροσκάφους. Στην παρούσα προσπάθεια εύρεσης της βέλτιστης ακολουθίας αεροσκαφών θα χρησιμοποιηθεί συγκεκριμένη βάση δεδομένων και οι μεθοδολογία θα βασίζεται σε πρότυπα επιχειρησιακής έρευνας.

3. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

3.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε και στο εισαγωγικό κεφάλαιο, από τις αρχές της δεκαετίας του '80 έχουν αρχίσει με αυξανόμενο ρυθμό να παρουσιάζονται σοβαρά προβλήματα κορεσμού στο σύστημα διαχείρισης εναέριας κυκλοφορίας (Air Traffic Management, ATM). Ο κορεσμός αυτός αφορά σε διάφορα στοιχεία του ATM, όπως τα αεροδρόμια (airports), την τερματική περιοχή (terminal area), τα τμήματα εναέριων διαδρομών (en-route sectors) και άλλα (Odoni, 1998). Το σύστημα ATM, το οποίο επιχειρεί με διάφορους τρόπους να βελτιώσει την επικρατούσα κατάσταση, αποτελείται από δύο συνιστώσες, τον έλεγχο εναέριας κυκλοφορίας (ATC) και τη διαχείριση της ροής εναέριας κυκλοφορίας (Air Traffic Flow Management, TFM), (Odoni, 1998). Η TFM προσπαθεί με διάφορες στρατηγικές να βελτιστοποιήσει τη ροή των αεροσκαφών. Αυτές για παράδειγμα είναι η καθυστέρηση στην απογείωση αεροσκαφών από το αεροδρόμιο προέλευσης, ώστε να φτάσουν χωρίς εναέριες καθυστερήσεις -οι οποίες είναι πιο ζημιογόνες- στον προορισμό τους και η αναπροσαρμογή των δρομολογίων. Ο ATC εγγυάται τον ασφαλή διαχωρισμό μεταξύ των αεροσκαφών και μπορεί να προσφέρει σημαντική βοήθεια στον προσδιορισμό της ακολουθίας των αεροσκαφών.

Στην παρούσα διπλωματική θα επιχειρηθεί με την βοήθεια του ATC να προσδιοριστεί η βέλτιστη ακολουθία (Sequencing) μιας ομάδας αεροσκαφών μέσω της ελαχιστοποίησης του κόστους λόγω των αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η χωρητικότητα διαδρόμου αεροδρομίου, ένα από τα στοιχεία του ATM που παρουσιάζουν μεγάλο συνωστισμό. Είναι γνωστό ότι πολλά αεροδρόμια ακολουθούν τη μέθοδο First-Come-First-Served (FCFS), δηλαδή όποιο αεροσκάφος φτάνει πρώτο εξυπηρετείται πρώτο. Αυτό το πρότυπο εξυπηρέτησης αεροσκαφών όμως δεν εξασφαλίζει τη βέλτιστη ακολουθία τους. Για παράδειγμα όταν υπάρχει η ακολουθία B727-B747-B727 απαιτείται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να προσγειωθούν τα αεροσκάφη με ασφάλεια, σε αντίθεση με την ακολουθία B727-B727-B727-B747-B747 όπου ο χρόνος μειώνεται καθώς απαιτούνται μικρότερα κενά όταν ένα μεγάλο αεροσκάφος ακολουθεί ένα μικρό (Venkatakrishnan κ.α., 1993). Είναι φανερό ότι μια ακολουθία μπορεί να απαιτεί μεγαλύτερο χρόνο εάν τίθενται μακρόχρονα κενά για να

προσγειωθούν με ασφάλεια όλα τα αεροσκάφη, καθώς μια άλλη ακολουθία μπορεί να χρειάζεται μικρότερο χρόνο εάν μειωθούν τα μεγάλα κενά αξιοποιώντας το πλεονέκτημα των ασυμμετριών στους διαχωρισμούς (Bianco κ.α., 2005). Έτσι λοιπόν με κατάλληλη διαχείριση της ακολουθίας αφικνούμενων αεροσκαφών μπορεί να υπάρξει σημαντική μείωση του συνολικού χρόνου προσγειώσεων και κατ' επέκταση αποτελεσματική αύξηση της χωρητικότητας διαδρόμου.

Η χωρητικότητα ενός διαδρόμου ορίζεται ως ο μέσος αριθμός απογειώσεων και προσγειώσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν στη διάρκεια μιας ώρας και η οποία επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες. Αναφορικά, αυτοί οι παράγοντες είναι οι καιρικές συνθήκες, η ένταση και διεύθυνση των ανέμων, οι απαιτήσεις διαχωρισμών κατά μήκος και ύψος, ο τύπος μίξης των αεροσκαφών, ο τύπος λειτουργίας του διαδρόμου (προσγείωση, απογείωση, μικτή), η απόδοση και ποιότητα της πλοήγησης, της παρακολούθησης και των συστημάτων ελέγχου, η απόδοση των πιλότων και των ελεγκτών, ακόμα και οι περιορισμοί ως προς τον θόρυβο (Odoni, 1998). Κάποιοι από τους παραπάνω παράγοντες θα ληφθούν υπόψη για την διατύπωση του προβλήματος.

Σε ότι αφορά λοιπόν τον τρόπο λειτουργίας του διαδρόμου, στο παρόν πρόβλημά θα θεωρηθεί ότι χρησιμοποιείται μόνο για προσγειώσεις (Landings), δηλαδή κάθε αεροσκάφος από τη θεωρούμενη ομάδα θα προσγειώνεται στον συγκεκριμένο διάδρομο και δεν θα επιτρέπεται να γίνεται καμία απογείωση από αυτόν. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και στο διεθνή αερολιμένα Ελευθέριος Βενιζέλος, όπου ο ένας διάδρομος εξυπηρετεί όλες τις απογειώσεις και ο άλλος όλες τις προσγειώσεις. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι σε πολλά διεθνή αεροδρόμια (Σικάγο, Ντάλας) διατίθενται περισσότεροι από ένας διάδρομοι και τότε παρουσιάζονται επιπρόσθετες πολυπλοκότητες, ως προς τον προσδιορισμό του κατάλληλου διαδρόμου για κάθε αεροσκάφος. Αντίστοιχα πολύπλοκο γίνεται το πρόβλημα όταν υπάρχει μόνο ένας διάδρομος (Gatwick, Λονδίνο), οπότε αναγκαστικά λειτουργεί με μικτό τρόπο. Αυτές οι περιπτώσεις μπορούν να αντιμετωπιστούν με την προσθήκη πρόσθετων περιορισμών στην αντικειμενική συνάρτηση.

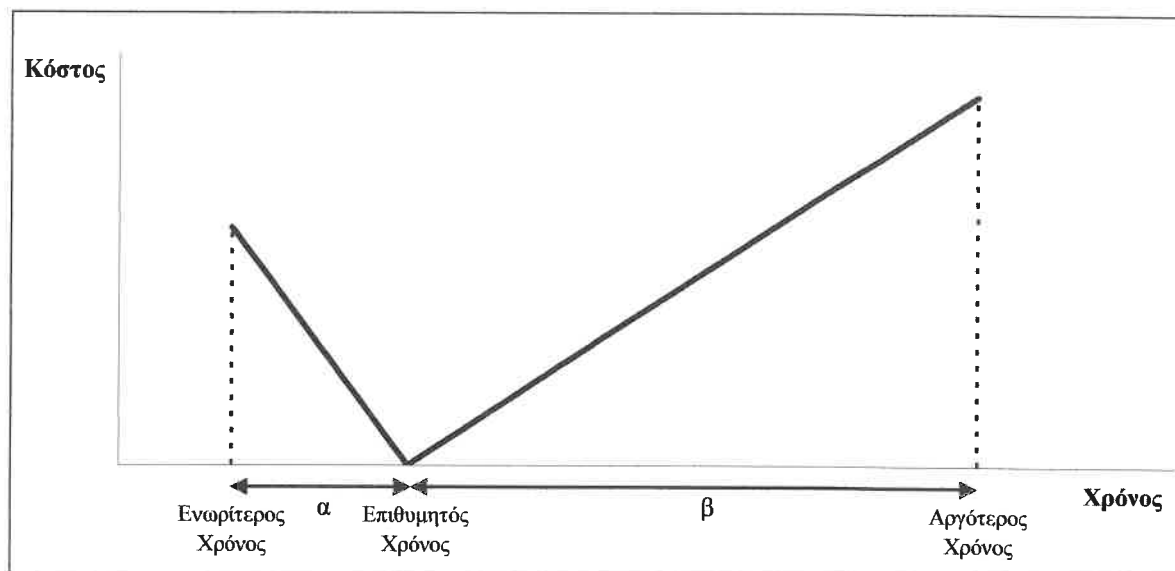
Πολύ σημαντική παράμετρος αποτελεί η απαίτηση για διαχωρισμό κατά μήκος. Ουσιαστικά οι αποστάσεις αυτές εκφρασμένες σε κατά μήκος απόσταση μετρούμενη σε ναυτικά μίλια, και κάποιες φορές σε χρονική απόσταση μετρούμενη σε δευτερόλεπτα,

πετυχαίνουν την ασφαλή διεξαγωγή των πτήσεων. Είναι γνωστό ότι οι κινητήρες των αεροσκαφών δημιουργούν στροβιλισμούς, οι οποίοι είναι επικίνδυνοι για τα αεροσκάφη που ακολουθούν, εάν αυτά δεν τηρούν τις αποστάσεις αυτές. Μάλιστα κατά το παρελθόν κάποια αεροπορικά ατυχήματα είχαν αποδοθεί σε αυτούς. Οι στροβιλισμοί είναι τόσο πιο έντονοι όσο πιο μεγάλο είναι το αεροσκάφος. Ανάλογα λοιπόν με την κατηγορία του αεροσκάφους που προπορεύεται και του αεροσκάφους που έπεται έχουν οριστεί συγκεκριμένες αποστάσεις που πρέπει να τηρούνται. Αυτές έχουν παρουσιαστεί αναλυτικά στο πρώτο κεφάλαιο.

Ο παράγοντας αυτός θα ληφθεί σημαντικά υπόψη στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος γιατί, εκτός ότι πρέπει αυτές οι απαιτήσεις να γίνονται σεβαστές για λόγους ασφαλείας, σε συνδυασμό με τη μίξη των αεροσκαφών θα αποτελέσουν το κριτήριο για την διερεύνηση του. Πιο συγκεκριμένα όταν θα δίνεται μια δεδομένη ομάδα αεροσκαφών, όλων των τύπων, που πρόκειται να αφιχθούν, θα βρίσκεται διαμέσου της επίλυσης η καταλληλότερη ακολουθία έτσι ώστε ο συνολικός χρονικός διαχωρισμός τους να είναι ο λιγότερος δυνατός. Έτσι θα μπορούν να προσγειώνονται περισσότερα αεροσκάφη σε κάποιο χρονικό διάστημα.

Γενικά όταν ένα αεροσκάφος εισέλθει στη περιοχή εμβέλειας του ραντάρ του πύργου ελέγχου, χρειάζεται να προσδιοριστεί ο χρόνος προσγείωσης του και ο διάδρομος σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από έναν. Ο χρόνος αυτός βρίσκεται εντός κάποιου καθορισμένου χρονικού “παραθύρου” (Time window), το οποίο ορίζεται από έναν ενωρίτερο και έναν αργότερο χρόνο προσγείωσης και οι οποίοι αντίστοιχα αντιπροσωπεύουν το χρόνο κατά τον οποίο το αεροσκάφος πετάει με την μέγιστη ταχύτητα και τον πιο εκτενή χρόνο στον οποίο μπορεί το αεροσκάφος να προσγειωθεί, διατηρώντας τον οικονομικά αποδοτικό. Κάθε αεροσκάφος βέβαια έχει μια ταχύτητα η οποία είναι η πιο οικονομική και κατ’ επέκταση η πιο προτιμότερη. Για το λόγο αυτό, ο επιθυμητός χρόνος προσγείωσης αφορά σε αυτή την ταχύτητα και όταν υπάρξει απόκλιση από αυτόν, αυξάνεται το κόστος.

Το κόστος αυτό είναι γραμμικά συσχετισμένο με την απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1: Μεταβολή του κόστους για κάθε προσγειούμενο αεροσκάφος, εντός του χρονικού του “παραθύρου” για τη γραμμική επίλυση.

Όπως προκύπτει από το Σχήμα 3.1, το κόστος όταν το αεροσκάφος προσγειώνεται στην ώρα που επιθυμείται, θεωρείται μηδενικό. Η συνάρτηση του κόστους δεν είναι γραμμική, αλλά το γεγονός ότι αποτελείται από δύο γραμμικά τμήματα, βοηθάει στο να του δοθεί γραμμική μορφή και να διατυπωθεί έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί στην αντικειμενική συνάρτηση.

Για τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος θα χρησιμοποιηθούν τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας, η οποία πιστεύεται ότι δίνουν πολύ καλά αποτελέσματα, κρίνοντας από τις πέντε εργασίες που αναλύθηκαν στο κεφάλαιο της βιβλιογραφικής ανασκόπησης (Andreussi κ.α., 1981; Venkatakrishnan κ.α., 1993; Beasley κ.α., 2000; Dell’Olmo και Lulli 2003; Beasley κ.α., 2004). Έτσι, η αντικειμενική συνάρτηση (Objective Function) που στοχεύεται να βελτιστοποιηθεί είναι το συνολικό κόστος λόγω αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, η οποία θα επιλύεται βάση των προτύπων : μεικτού ακέραιου, μηδέν-ένα προγραμματισμού (Mixed integer, zero-one Programming), τετραγωνικού προγραμματισμού (Quadratic Programming) και μη γραμμικού προγραμματισμού (Nonlinear Programming), κάτω από περιορισμούς (Constraints). Οι μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του προβλήματος είναι η “διακλάδωση και αποκοπή” (branch-and-bound) σε συνδυασμό με τον γενικευμένο

αλγόριθμο μειούμενης κλίσης (Generalized Reduced Gradient Algorithm) οι οποίες αναλύονται εκτενώς παρακάτω.

Τέλος το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να χαρακτηριστεί βασικό, αρχικό, αφού η εφαρμογή του θα μπορούσε να επεκταθεί για περισσότερους από έναν διαδρόμους (Multiple Runway) και για μικτή λειτουργία του διαδρόμου, προσγειώσεις και απογειώσεις. Αυτό θα ήταν εφικτό με την προσθήκη κάποιων περιορισμών.

3.1.1. Μέθοδος διακλάδωσης και αποκοπής

Τα περισσότερα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού (Integer Programming, IP), (και κατ' επέκταση μεικτού ακέραιου προγραμματισμού), λύνονται χρησιμοποιώντας τη τεχνική “διακλάδωσης και αποκοπής” (branch-and-bound) (Winston, 1991). Αυτή η μέθοδος βρίσκει τη βέλτιστη λύση σε τέτοια προβλήματα, απαριθμώντας αποτελεσματικά όλα τα σημεία της εφικτής περιοχής (feasible region) ενός υποπροβλήματος (subproblem), όπου εφικτή περιοχή ορίζεται το σύνολο των λύσεων που ικανοποιεί ταυτόχρονα όλους τους περιορισμούς (Καρλαύτης, Λαμπρόπουλος, 2002). Σε προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού που η περιοχή αυτή περιέχει μεγάλο αριθμό ακέραιων σημείων, η μέθοδος “διακλάδωσης και αποκοπής” καταφέρνει με πολύ αποτελεσματικό τρόπο να ελαττώσει τα μη βέλτιστα σημεία, χωρίς να τα λαμβάνει υπόψη. Προτού αναλυθεί το πώς ακριβώς λειτουργεί η μέθοδος αυτή, πρέπει να επισημανθεί μια σημαντική παρατήρηση η οποία αναφέρει ότι όταν λυθεί η “χαλάρωση” γραμμικού προγραμματισμού (LP relaxation) ενός προβλήματος ακέραιου προγραμματισμού (IP) και βρεθεί μια λύση στην οποία όλες οι μεταβλητές είναι ακέραιες, τότε η βέλτιστη λύση για τη γραμμική χαλάρωση θα είναι και η βέλτιστη λύση και για το πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού.

Έτσι λοιπόν η μέθοδος “διακλάδωσης και αποκοπής” ξεκινάει λύνοντας τη γραμμική χαλάρωση του προβλήματος ακέραιου προγραμματισμού και αυτό ονομάζεται πρώτο υποπρόβλημα. Εάν σε αυτό δεν βρίσκεται η βέλτιστη λύση τότε δημιουργούνται δύο νέα υποπροβλήματα, διακλαδίζοντας (branching) το πρώτο, αφού προστεθούν περιορισμοί που να αφορούν σε μια από τις μεταβλητές. Κάποια από τα υποπροβλήματα που συνεχώς δημιουργούνται, θέτοντας νέους περιορισμούς για κάθε μεταβλητή, ίσως να μην έχουν εφικτή λύση, ή ακόμα η λύση που δίνουν να είναι μικρότερη από μια άλλη που έχει ήδη

προκύψει και έτσι αυτά τερματίζονται και δεν υπάρχουν νέες διακλαδώσεις. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη λύση.

Το σύνολο των υποπροβλημάτων που δημιουργούνται αποκαλούνται “δέντρο” (tree), λόγω της μορφής που έχει. Κάθε υποπρόβλημα αναφέρεται ως κόμβος (node) του “δέντρου” και η ευθεία που ενώνει δύο κόμβους ονομάζεται τόξο (arc). Η σειρά επίλυσης των υποπροβλημάτων που ακολουθείται βασίζεται συνήθως στον κανόνα last-in-first-out (LIFO), σύμφωνα με τον οποίο λύνεται το πιο πρόσφατα δημιουργημένο υποπρόβλημα. Έτσι πρώτα επιλύεται η μια πλευρά του “δέντρου” και έπειτα επιστρέφει στην αρχή της άλλης πλευράς και την επιλύει. Για τον λόγο αυτό, η μέθοδος αυτή καλείται και οπισθοδρόμηση (backtracking). Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιείται αρκετά λέγεται μεταπήδηση (jumptracking), η οποία λύνει όλα τα υποπροβλήματα που δημιουργούνται από την κάθε διακλάδωση και πολλές φορές μεταπηδά από τη μια πλευρά του “δέντρου” στην άλλη. Από τις δύο αυτές μεθόδους η προτιμότερη είναι η πρώτη γιατί βρίσκει πιο εύκολα την πιθανή λύση και γιατί η δεύτερη δημιουργεί περισσότερα υποπροβλήματα και απαιτεί μεγαλύτερο αποθηκευτικό χώρο.

3.1.2. Γενικευμένος Αλγόριθμος Μειούμενης Κλίσης

Όπως στον γραμμικό προγραμματισμό ο αλγόριθμος simplex εφαρμόζεται για όλες τις διαδικασίες βελτιστοποίησης, έτσι στο μη γραμμικό προγραμματισμό ένας συνήθης ευρετικός αλγόριθμος είναι ο γενικευμένος αλγόριθμος μειούμενης κλίσης (Generalized Reduced Gradient Algorithm), ο οποίος είναι γενικά γνωστός ως μέθοδος ελάττωσης μεταβλητών (variable elimination method), (Rardin, 1998). Πιο συγκεκριμένα αυτός αναφέρεται ως κλιμακωτά μειούμενος στην περίπτωση που το πρόβλημα έχει γραμμικούς περιορισμούς και ως γενικευμένος κλιμακωτά μειούμενος όταν οι περιορισμοί είναι μη γραμμικοί.

Στα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού οι μεταβλητές χωρίζονται σε μη βασικές (nonbasic variables) και βασικές (basic variables). Οι μη βασικές ορίζονται ως οι μεταβλητές που έχουν ως οριακή τιμή τους το μηδέν. Οι βασικές είναι αυτές που λαμβάνουν τις τιμές τους λύνοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις. Επίσης η βασική λύση (basic solution) για ένα γραμμικό πρότυπο λαμβάνεται όταν αρκετές μεταβλητές παίρνουν

την τιμή μηδέν και οι περιορισμοί που αποτελούν ισότητες μπορούν να λυθούν μοναδικά από τις τιμές των υπολοίπων μεταβλητών. Όλα τα παραπάνω οδηγούν σε αναζήτηση λύσης σε ακραία σημεία της εφικτής περιοχής. Για την περίπτωση όμως μη γραμμικών προβλημάτων η βέλτιστη λύση μπορεί να βρίσκεται στο εσωτερικό της εφικτής περιοχής και όχι σε κάποιο εξωτερικό σημείο των ορίων. Αυτό λοιπόν σημαίνει ότι οι μη βασικές μεταβλητές δεν μπορούν να περιορίζονται σε μηδενικές τιμές, για το λόγο αυτό οι κλιμακωτά μειούμενοι αλγόριθμοι κατατάσσουν τις μεταβλητές σε βασικές, μη βασικές και σε μια ακόμη κατηγορία τις υπερβασικές (superbasic). Οι τελευταίες μεταβλητές είναι μη βασικές των οποίων οι τιμές είναι μεγαλύτερες του μηδενός.

Ο κλιμακωτά μειούμενος αλγόριθμος επιχειρεί να βελτιώσει την αντικειμενική συνάρτηση κατασκευάζοντας μια εφικτή κατεύθυνση (feasible direction), η οποία ορίζεται ως ο πρώτος όρος μιας σειράς Taylor. Αυτό το διάνυσμα υποδιαιρείται σε δύο μέρη το βασικό και το μη βασικό. Ο υπολογισμός αρχίζει από οποιοδήποτε εφικτό σημείο και μια αντίστοιχη βάση. Κάθε επανάληψη ακολουθεί την κατεύθυνση της μειούμενης κλίσης μέχρι η αντικειμενική διαδικασία να σταματήσει ή μέχρι να πλησιάσει τη βέλτιστη λύση.

3.2 Μαθηματική Διατύπωση Προβλήματος

Σε αυτό το σημείο θα επιχειρηθεί η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος το οποίο αφορά στην περίπτωση ενός διαδρόμου που χρησιμοποιείται μόνο για προσγειώσεις και η οποία είναι βασισμένη στην έρευνα των Beasley κ.α. (2000).

3.2.1. Συμβολισμοί

Πριν από το προσδιορισμό των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης, κρίνεται σκόπιμο να διευκρινιστεί τι αντιπροσωπεύει κάθε συμβολισμός. Οι συμβολισμοί έχουν ως εξής :

P = ο αριθμός των αεροσκαφών

E_i = ο νωρίτερος χρόνος προσγείωσης για το αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

L_i = ο αργότερος χρόνος προσγείωσης για το αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

T_i = ο επιθυμητός χρόνος προσγείωσης για το αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

- S_{ij} = ο απαραίτητος χρονικός διαχωρισμός (≥ 0) μεταξύ του αεροσκάφους i και του αεροσκάφους j (όπου το i προσγειώνεται πριν από το j),
 $i=1, \dots, P; j = 1, \dots, P; i \neq j$
- g_i = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά μονάδα χρόνου για προσγείωση πριν από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)
- h_i = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά μονάδα χρόνου για προσγείωση μετά από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το χρονικό “παράθυρο” για το αεροσκάφος i είναι $[E_i, L_i]$, όπου $E_i \leq T_i \leq L_i$. Οι μεταβλητές είναι οι ακόλουθες :

- x_i = ο χρόνος προσγείωσης για το αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)
- a_i = πόσο νωρίτερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)
- β_i = πόσο αργότερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)
- $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{εάν το αεροσκάφος } i \text{ προσγειώνεται πριν το αεροσκάφος } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

Από τις παραπάνω μεταβλητές θα υποθέσουμε ότι οι χρόνοι E_i , L_i και S_{ij} είναι ακέραιοι αριθμοί.

3.2.2. Ο Αλγόριθμος

Όπως είναι γνωστό από την επιχειρησιακή έρευνα, σε πολλές περιπτώσεις προβλημάτων μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης κάποιες από τις μεταβλητές είναι ακέραιες και για αυτό ένα τέτοιο πρόβλημα καλείται πρόβλημα Μεικτού Ακέραιου Προγραμματισμού. Κάποιες άλλες μεταβλητές μπορούν να λαμβάνουν αποκλειστικά τις τιμές 0,1 και αυτό αποτελεί πρόβλημα Δυναδικού Ακέραιου Προγραμματισμού (Καρλαύτης, Λαμπρόπουλος 2002).

Συνοπτικά ο αλγόριθμος είναι ο εξής :

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g_i \alpha_i + h_i \beta_i) \quad (3.1)$$

$$\text{υπό τους περιορισμούς } E_i \leq x_i \leq L_i, \quad i = 1, \dots, P \quad (3.2)$$

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, P; \quad j = 1, \dots, P; \quad j > i \quad (3.3)$$

$$\delta_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in W \cup V \quad (3.4)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \quad \forall (i, j) \in V \quad (3.5)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \delta_{ij} - (L_i - E_j) \delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U \quad (3.6)$$

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.7)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq T_i - E_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.8)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.9)$$

$$0 \leq \beta_i \leq L_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.10)$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.11)$$

Παρακάτω γίνεται αναλυτική παρουσίαση και επεξήγηση των εξισώσεων αυτών.

3.2.3. Περιορισμοί

Πάντα στη μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος οι μεταβλητές πρέπει να ικανοποιούν κάποιους περιορισμούς. Έτσι λοιπόν ο πρώτος περιορισμός (3.2) αφορά στο χρόνο προσγείωσης του αεροσκάφους, για τον οποίο πρέπει να ισχύει :

$$E_i \leq x_i \leq L_i, \quad i = 1, \dots, P,$$

δηλαδή ο χρόνος προσγείωσης κάθε αεροσκάφους πρέπει να βρίσκεται εντός του χρονικού του “παραθύρου”. Εάν τώρα θεωρηθεί ένα ζεύγος αεροσκαφών (i, j) θα πρέπει να ισχύει ο περιορισμός (3.3), όπου :

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, P; \quad j = 1, \dots, P; \quad j > i$$

δηλαδή είτε το αεροσκάφος i πρέπει να προσγειώνεται πριν το αεροσκάφος j ($\delta_{ij}=1$), είτε το αεροσκάφος j πρέπει να προσγειώνεται πριν το αεροσκάφος i ($\delta_{ji}=1$). Η παραπάνω εξίσωση εξασφαλίζει ότι μια από τις δύο περιπτώσεις συμβαίνει πάντα.

Σε αυτό το σημείο είναι σωστό να αναφερθούν κάποιες περιπτώσεις που μπορεί να ισχύουν και οι οποίες είναι σημαντικές για τον καθορισμό κάποιων από τους υπόλοιπους περιορισμούς. Αυτές έχουν να κάνουν αφενός με τη σειρά που αφικνούνται δύο αεροσκάφη και αφετέρου με τις απαιτούμενες αποστάσεις ασφαλείας και το αν αυτές τηρούνται. Έτσι λοιπόν ενδέχεται να υπάρχουν δύο αεροσκάφη (i, j) , όπου το i προσγειώνεται πριν το j , για τα οποία τα χρονικά τους παράθυρα να μην συμπίπτουν και ταυτόχρονα ο αργότερος χρόνος του πρώτου L_i να απέχει τόσο από τον νωρίτερο του δεύτερου E_j , με συνέπεια να ικανοποιείται αυτόματα ο απαιτούμενος χρονικός διαχωρισμός S_j . Μπορεί να υπάρξει επίσης και η περίπτωση να αφικνούνται τα αεροσκάφη με αυτή τη σειρά αλλά να μην ικανοποιείται αυτόματα ο χρονικός διαχωρισμός και επομένως να απαιτείται επιπλέον περιορισμός. Τέλος ενδέχεται η σειρά των αεροσκαφών να είναι αντίστροφη.

Για τον λόγο αυτό θα οριστούν τρεις ομάδες ζευγών αεροσκαφών, που θα καλύπτουν κάθε πιθανή περίπτωση, και τους αντίστοιχους περιορισμούς. Έτσι προκύπτουν οι ακόλουθες :

- U = το σύνολο των ζευγών αεροσκαφών (i, j) για τα οποία είναι αβέβαιο αν το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j .
- V = το σύνολο των ζευγών αεροσκαφών (i, j) για τα οποία το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j , αλλά δεν ικανοποιούνται αυτόματα οι απαιτήσεις χρονικών διαχωρισμών.
- W = το σύνολο των ζευγών αεροσκαφών (i, j) για τα οποία το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j και για τα οποία ικανοποιούνται οι απαιτήσεις χρονικών διαχωρισμών αυτομάτως.

Οι ομάδες αυτές θα μπορούσαν να οριστούν και μαθηματικά ως εξής. Σε ότι αφορά την πρώτη ομάδα U , για να υπάρχει η αβεβαιότητα για το πιο αεροσκάφος προσγειώνεται

πρώτο, θα πρέπει το χρονικό “παράθυρο” του ενός να επικαλύπτει του άλλου. Αυτό ορίζεται ως :

$$U = \left[(i, j) \mid i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, P; i \neq j; E_j \leq E_i \leq L_j \text{ ή } E_j \leq L_i \leq L_j \text{ ή } E_i \leq E_j \leq L_i \text{ ή } E_i \leq L_j \leq L_i \right] \quad (3.12)$$

Από τα παραπάνω ουσιαστικά φαίνεται ότι κάποιο από τα άκρα του χρονικού παραθύρου ενός αεροπλάνου κείται εντός του χρονικού παραθύρου του άλλου.

Η δεύτερη ομάδα V θα μπορούσε να οριστεί ως εξής :

$$V = \left[(i, j) \mid L_i < E_j \text{ και } L_i + S_{ij} > E_j \text{ } i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, P; i \neq j \right] \quad (3.13)$$

Με άλλα λόγια το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j ($L_i < E_j$) και οι απαιτήσεις για χρονικό διαχωρισμό δεν ικανοποιούνται ($L_i + S_{ij} > E_j$).

Η τελευταία ομάδα W ορίζεται ως :

$$W = \left[(i, j) \mid L_i < E_j \text{ και } L_i + S_{ij} \leq E_j \text{ } i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, P; i \neq j \right] \quad (3.14)$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j ($L_i < E_j$) και ότι ικανοποιούνται αυτόματα οι απαιτήσεις χρονικών διαχωρισμών ($L_i + S_{ij} \leq E_j$).

Για όλες τις παραπάνω περιπτώσεις λοιπόν πρέπει να παρουσιαστούν και οι αντίστοιχοι περιορισμοί. Ξεκινώντας από τις δύο τελευταίες ομάδες V και W πρέπει να ισχύει ο περιορισμός (3.4) :

$$\delta_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in W \cup V.$$

Ο περιορισμός αυτός εξασφαλίζει ότι το αεροσκάφος i θα προσγειωθεί πριν το αεροσκάφος j . Επίσης για την ομάδα V πρέπει να προστεθεί ακόμα ένας περιορισμός (3.5) που θα εγγυάται ότι θα έχει παρέρθει ο απαραίτητος χρόνος S_{ij} αφού προσγειωθεί το αεροσκάφος i στο χρόνο x_i και πριν προσγειωθεί το αεροσκάφος j στο χρόνο x_j , δηλαδή :

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \quad \forall (i, j) \in V.$$

Αντίστοιχος περιορισμός πρέπει να τεθεί και για την ομάδα U και ο οποίος είναι :

$$x_j \geq x_i + S_{ij} - M\delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.15)$$

όπου το M είναι μια θετική σταθερά. Πιο αναλυτικά θα μπορούσε να υποτεθεί ότι υπάρχουν δύο περιπτώσεις :

(α) Η πρώτη εάν $\delta_{ij} = 1$, δηλαδή το αεροσκάφος i προσγειώνεται πριν το αεροσκάφος j , οπότε από την εξίσωση (3.3) προκύπτει ότι $\delta_{ji} = 0$. Έτσι η εξίσωση (3.15) γίνεται :

$$x_j \geq x_i + S_{ij},$$

δηλαδή εξασφαλίζει τον απαραίτητο χρονικό διαχωρισμό.

(β) Στη δεύτερη περίπτωση εάν $\delta_{ij} = 0$, τότε το αεροσκάφος i προσγειώνεται μετά το αεροσκάφος j , οπότε από την εξίσωση (3.3) προκύπτει ότι $\delta_{ji} = 1$. Έτσι η εξίσωση (3.15) γίνεται :

$$x_j \geq x_i + S_{ij} - M, \quad (3.16)$$

δηλαδή ο χρόνος x_j είναι μεγαλύτερος ή ίσος από έναν αρνητικό αριθμό. Η σταθερά M θα ήταν επιθυμητό να λάβει όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή και αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν αντικατασταθεί από την σχέση $(L_i + S_{ij} - E_j)$ και τότε η εξίσωση (3.15) γίνεται :

$$x_j \geq x_i + S_{ij} - (L_i + S_{ij} - E_j)\delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U, \quad (3.17)$$

και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.3) μπορεί να ξαναδιατυπωθεί όπως φαίνεται στον περιορισμό (3.6), δηλαδή :

$$x_j \geq x_i + S_{ij}\delta_{ij} - (L_i - E_j)\delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U.$$

Για να διαπιστωθεί αν αυτή η αντικατάσταση ισχύει, θα πρέπει να ξαναελεγχθεί η περίπτωση (β) που είχε αναφερθεί προηγουμένως. Έτσι αν $\delta_{ij} = 0$ ($\delta_{ji} = 1$) τότε η εξίσωση γίνεται :

$$x_j \geq E_j + (x_i - L_i). \quad (3.18)$$

Από τα παραπάνω ισχύει πάντα $(x_i - L_i) \leq 0$, βάση της εξίσωσης (3.2), και έτσι από την εξίσωση (3.18) προκύπτει ότι $x_j \geq E_j + [\text{μία τιμή} \leq 0]$, ένας περιορισμός που πάντα ισχύει.

Τελικά πρέπει να διατυπωθούν και κάποιοι περιορισμοί που να συσχετίζουν μεταξύ τους τις μεταβλητές x_i , α_i , και β_i . Έτσι υπάρχουν οι ακόλουθοι περιορισμοί (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) :

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i = 1, \dots, P,$$

$$0 \leq \alpha_i \leq T_i - E_i \quad i = 1, \dots, P,$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i = 1, \dots, P,$$

$$0 \leq \beta_i \leq L_i - T_i \quad i = 1, \dots, P,$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i = 1, \dots, P,$$

Οι εξισώσεις (3.7) και (3.8) εξασφαλίζουν ότι ο χρόνος α_i είναι μεγαλύτερος του μηδενός και βρίσκεται μεταξύ της διαφοράς του T_i και του x_i και μεταξύ της διαφοράς του T_i και E_i . Οι εξισώσεις (3.9) και (3.10) είναι οι αντίστοιχες για το χρόνο β_i . Η εξίσωση (3.11) συσχετίζει το χρόνο προσγείωσης x_i του αεροσκάφους i με το χρόνο προσγείωσης πριν (α_i) ή μετά (β_i) τον επιθυμητό χρόνο T_i . Από τις παραπάνω εξισώσεις σίγουρα είτε η (3.7) είτε η (3.9) θα ικανοποιείται με ισότητα, διότι για την αντικειμενική συνάρτηση –που παρουσιάζεται παρακάτω– επιθυμείται η ελαχιστοποίησή της, επομένως ενδιαφέρει η μικρότερη δυνατή τιμή του χρόνου α_i και του χρόνου β_i .

3.2.4. Αντικειμενική Συνάρτηση

Αφού πλέον έχουν προσδιορίσει οι περιορισμοί του προβλήματος, θα καθοριστεί και η αντικειμενική συνάρτηση. Όπως είχε προαναφερθεί η συνάρτηση (3.1) στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του κόστους το οποίο οφείλεται στην απόκλιση του χρόνου προσγείωσης κάθε αεροσκάφους από τον επιθυμητό χρόνο. Αυτή η συνάρτηση είναι η ακόλουθη :

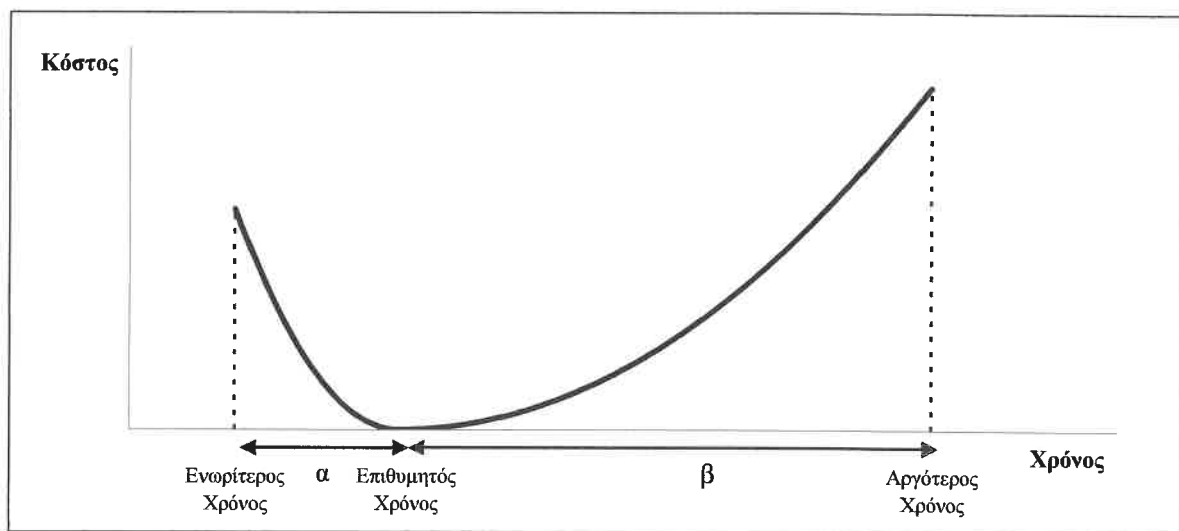
$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g_i \alpha_i + h_i \beta_i)$$

Στόχος λοιπόν είναι να ελαχιστοποιηθεί η συνάρτηση (3.1) υπό τους περιορισμούς (3.2)-(3.11).

Πιο αναλυτικά η συνάρτηση αυτή αποτελεί το άθροισμα του κόστους, λόγω αποκλίσεως από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, όλων των αεροσκαφών. Η συνάρτηση αυτή αποτελείται από το άθροισμα δύο διαφορετικών γινομένων, για τα οποία όμως ισχύει ότι, για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$) ένα από τα δύο θα λαμβάνει κάποια τιμή. Πιο συγκεκριμένα όταν ένα αεροσκάφος αφιχθεί πριν τον επιθυμητό χρόνο, τότε το κόστος υπολογίζεται από το γινόμενο $g_i \alpha_i$, δηλαδή ο χρόνος που προσγειώνεται νωρίτερα επί το αντίστοιχο κόστος ανά μονάδα χρόνου, και τότε το γινόμενο $h_i \beta_i$ λαμβάνει μηδενική τιμή. Το αντίστροφο συμβαίνει όταν ένα αεροσκάφος προσγειωθεί μετά τον επιθυμητό χρόνο.

3.3 Εναλλακτικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις

Η παραπάνω μαθηματική διατύπωση όπως προτείνεται από τους Beasley κ.α. (2000) έχει περιορισμούς καθότι είναι τμηματικά γραμμική. Στην παρούσα διπλωματική εργασία για τη βελτίωση των υπολογισμών και τη σύγκριση με αυτές προηγούμενων εργασιών διαμορφώνονται εναλλακτικές μορφές αντικειμενικών συναρτήσεων και κατ' επέκταση διαγραμμάτων κόστους λόγω απόκλισης από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης. Μέχρι τώρα θεωρήθηκε ότι αυτό αποτελείται από δύο γραμμικά τμήματα από τα οποία το ένα τμήμα αφορά στην περίπτωση που το αεροσκάφος προσγειώνεται πριν από τον επιθυμητό χρόνο και το άλλο όταν προσγειώνεται μετά τον επιθυμητό χρόνο. Μια πιθανή νέα μορφή του διαγράμματος παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα, στο οποίο φαίνεται ότι στην περίπτωση αυτή το κόστος ποινής κοντά στον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης είναι μικρό και αυξάνει αρχικά πολύ λίγο και έπειτα πολύ περισσότερο. Με την παραδοχή αυτή είναι ανεκτές οι μικρές αποκλίσεις, σε αντίθεση με την πρώτη περίπτωση όπου από την αρχή μέχρι την μέγιστη τιμή το κόστος αυξάνει με τον ίδιο ρυθμό.



Σχήμα 3.2: Μεταβολή του κόστους για κάθε προσγειούμενο αεροσκάφος εντός του χρονικού του “παράθυρου” για την τετραγωνική επίλυση.

Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα, το διάγραμμα αυτό έχει παραβολική μορφή και προκύπτει όταν η αντικειμενική συνάρτηση έχει την παρακάτω μορφή :

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g'_i \alpha_i^2 + h'_i \beta_i^2) \quad (3.19)$$

Σε αυτή την περίπτωση οι μεταβλητές θα συμβολίζουν αντίστοιχα ότι και στη πρώτη μαθηματική διατύπωση, δηλαδή :

α_i = πόσο νωρίτερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)

β_i = πόσο αργότερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)

g'_i = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά τετραγωνική μονάδα χρόνου για προσγείωση πριν από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

h'_i = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά τετραγωνική μονάδα χρόνου για προσγείωση μετά από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

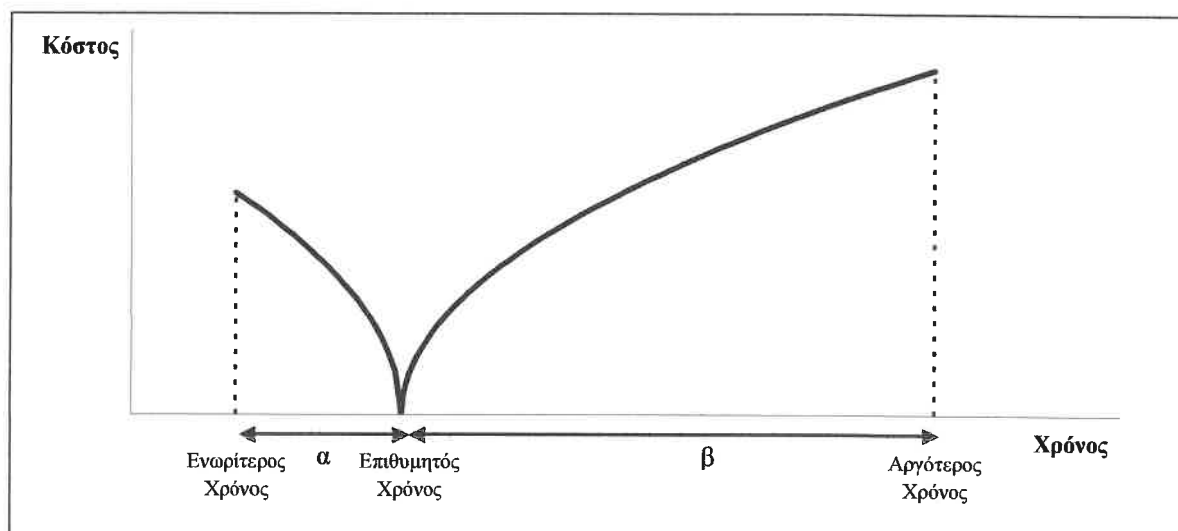
Πιο αναλυτικά η συνάρτηση αυτή δίνει το κόστος λόγω απόκλισης από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης και αποτελείται από δύο διαφορετικά γινόμενα. Το πρώτο, $g'_i \alpha_i^2$, αφορά στην περίπτωση που το αεροσκάφος i προσγειώνεται πριν τον επιθυμητό χρόνο και παρίσταται από τον ένα κλάδο, τον αριστερό, του διαγράμματος του Σχήματος 3.2. Αντίστοιχα το δεύτερο, $h'_i \beta_i^2$, αφορά στην περίπτωση που το αεροσκάφος προσγειωθεί μετά τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης και παρίσταται από τον δεξί κλάδο στο Σχήμα 3.2.

Για να υπάρξει συσχέτιση μεταξύ αυτής της συνάρτησης κόστους (3.18) με αυτή της προηγούμενης διατύπωσης (3.1), θεωρήθηκε ότι το κόστος στα σημεία μεγαλύτερης απόκλισης από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης θα πρέπει να είναι ίσο και στις δύο περιπτώσεις, αλλά οι ενδιάμεσες τιμές του να αλλάζουν. Αυτό σημαίνει δηλαδή ότι το κόστος για κάθε αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$) όταν προσγειώνεται είτε στο νωρίτερο χρόνο E_i , είτε στον αργότερο χρόνο L_i θα λαμβάνει την ίδια τιμή. Συγκεκριμένα θα πρέπει να ισχύει $g_i(T_i - E_i) = g'_i(T_i - E_i)^2$ και αντίστοιχα $h_i(L_i - T_i) = h'_i(L_i - T_i)^2$. Έτσι λοιπόν από τις δύο αυτές εξισώσεις θα προκύψουν νέες τιμές για τις μεταβλητές g'_i και h'_i για κάθε

αεροσκάφος i και οι οποίες θα είναι εκφρασμένες σε μονάδες κόστους ανά τετραγωνική μονάδα χρόνου.

Αυτή λοιπόν η εξίσωση 3.18 θα μπορούσε να αποτελέσει την εναλλακτική διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία βέβαια θα υπόκειται στους ίδιους περιορισμούς (3.2)-(3.11), αφού τίποτα άλλο δεν αλλάζει στις υποθέσεις που έχουν γίνει και στις απαραίτητες προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν. Σε αυτή την περίπτωση πλέον το πρόβλημα θα είναι μη γραμμικό (Non-linear) και πιο συγκεκριμένα θα αποτελεί περίπτωση τετραγωνικού προγραμματισμού (Quadratic Programming, QP). Ένα πρόβλημα θεωρείται τετραγωνικό όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι τετραγωνική και όλοι οι περιορισμοί είναι γραμμικοί (Rardin, 1998).

Το διάγραμμα μεταβολής κόστους εκτός από την παραπάνω μορφή, (Σχήμα 3.2), θα μπορούσε να έχει και μια ακόμη. Σε αυτή θα θεωρείται ότι το κόστος για μικρή απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης θα αυξάνεται πολύ απότομα και για μεγαλύτερη απόκλιση αυτή η αύξηση θα γίνεται με πιο ήπια κλίση. Ουσιαστικά αυτή η παραδοχή φανερώνει ότι είναι επιθυμητό τα αεροσκάφη να μην έχουν καθόλου αποκλίσεις και όταν αυτές υπάρχουν η ποινή να είναι από την αρχή πολύ υψηλή. Αυτό φαίνεται από το παρακάτω Σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3: Μεταβολή του κόστους για κάθε προσγειούμενο αεροσκάφος εντός του χρονικού του “παράθυρου” για τη μη γραμμική επίλυση

Αυτή η μορφή του διαγράμματος θα μπορούσε να προκύψει εάν η αντικειμενική συνάρτηση ήταν η ακόλουθη :

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g_i^* \alpha_i^{1/2} + h_i^* \beta_i^{1/2}) \quad (3.20)$$

Σε αντιστοιχία με τις προηγούμενες αντικειμενικές συναρτήσεις (3.1) και (3.19), οι μεταβλητές θα αντιπροσωπεύουν τα ακόλουθα :

α_i = πόσο νωρίτερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)

β_i = πόσο αργότερα από τον T_i προσγειώνεται το αεροσκάφος i ($i=1, \dots, P$)

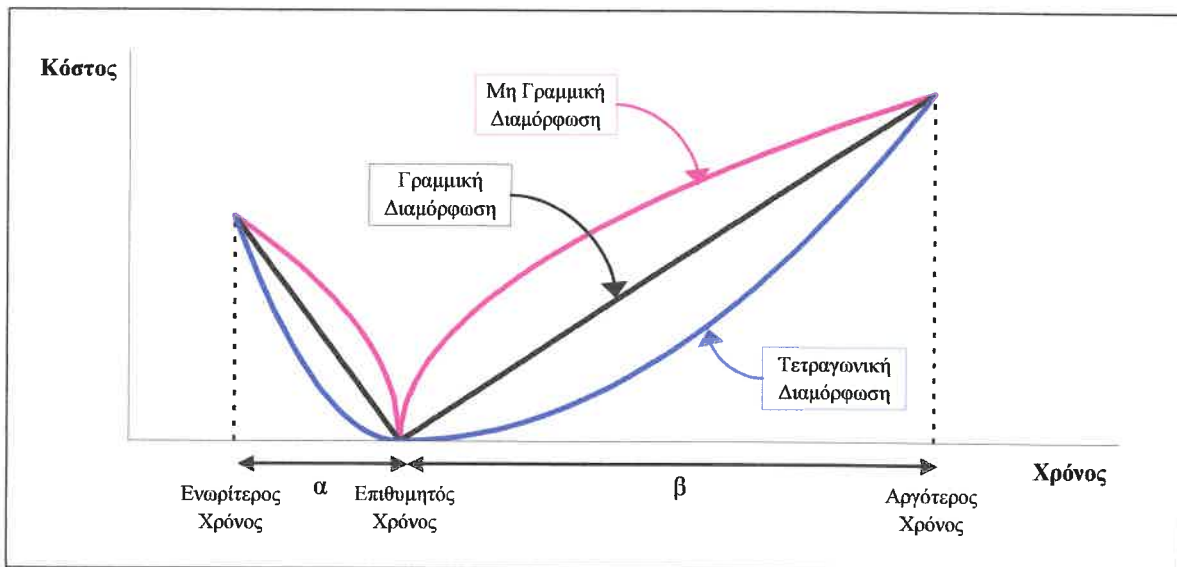
g_i^* = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά τετραγωνική ρίζα της μονάδας χρόνου για προσγείωση πριν από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

h_i^* = το κόστος ποινής (≥ 0) ανά τετραγωνική ρίζα της μονάδας χρόνου για προσγείωση μετά από τον επιθυμητό χρόνο T_i για κάθε αεροσκάφος i ($i = 1, \dots, P$)

Για να υπάρξει και σε αυτή την περίπτωση συσχέτιση μεταξύ της συνάρτησης (3.20) με την αρχική αντικειμενική συνάρτηση (3.1), θεωρείται ότι το μέγιστο κόστος ποινής που μπορεί να επιβληθεί, θα πρέπει να είναι ίσο και για τις δύο περιπτώσεις. Έτσι λοιπόν πιο αναλυτικά θα πρέπει ισχύει $g_i(T_i - E_i) = g_i^*(T_i - E_i)^{1/2}$ και $h_i(L_i - T_i) = h_i^*(L_i - T_i)^{1/2}$, δηλαδή το κόστος στην περίπτωση που το αεροσκάφος προσγειωθεί στον νωρίτερο χρόνο και αντίστοιχα στον αργότερο χρόνο προσγείωσης είναι το ίδιο και για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Από τις δύο αυτές εξισώσεις θα προκύψουν και οι τιμές για τις μεταβλητές g_i^* και h_i^* , οι οποίες εκφράζονται σε μονάδες κόστους ανά τετραγωνική ρίζα της μονάδας χρόνου.

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.20) θα υπόκειται ακριβώς στους ίδιους περιορισμούς (3.2)-(3.11), όπως και οι άλλες δύο συναρτήσεις. Το πρόβλημα τότε θα είναι μη γραμμικού προγραμματισμού (nonlinear programming problem), καθώς έτσι ορίζονται τα προβλήματα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης που η αντικειμενική τους συνάρτηση ή κάποιοι από τους περιορισμούς δεν είναι γραμμικοί (Καρλαύτης, Λαμπρόπουλος, 2002).

Για τις παραπάνω αντικειμενικές συναρτήσεις (3.1), (3.19) και (3.20) και για τις αντίστοιχες μορφές του διαγράμματος κόστους θα μπορούσε να γίνει μία πρώτη σύγκριση από το σχήμα που ακολουθεί. Από αυτό φαίνεται ότι τις μεγαλύτερες τιμές κόστους δίνει η μη γραμμική επίλυση, έπειτα η γραμμική και τέλος τις μικρότερες τιμές δίνει η τετραγωνική επίλυση.



Σχήμα 3.4: Μεταβολή του κόστους για κάθε προσγειούμενο αεροσκάφος εντός του χρονικού του “παράθυρου” για όλες τις μεθοδολογίες επίλυσης.

3.3.1 Εναλλακτικοί Αλγόριθμοι

Συνολικά ο αλγόριθμος για την περίπτωση τετραγωνικής επίλυσης είναι ο εξής :

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g_i' \alpha_i^2 + h_i' \beta_i^2) \quad (3.19)$$

$$\text{υπό τους περιορισμούς } E_i \leq x_i \leq L_i, i = 1, \dots, P \quad (3.2)$$

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, P; j > i \quad (3.3)$$

$$\delta_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in W \cup V \quad (3.4)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \quad \forall (i, j) \in V \quad (3.5)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \delta_{ij} - (L_i - E_j) \delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U \quad (3.6)$$

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.7)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq T_i - E_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.8)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.9)$$

$$0 \leq \beta_i \leq L_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.10)$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.11)$$

Αντίστοιχα ο αλγόριθμος για την περίπτωση μη γραμμικής επίλυσης θα είναι ο ακόλουθος:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^P (g_i^* \alpha_i^{1/2} + h_i^* \beta_i^{1/2}) \quad (3.20)$$

$$\text{υπό τους περιορισμούς } E_i \leq x_i \leq L_i, \quad i = 1, \dots, P \quad (3.2)$$

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, \quad i = 1, \dots, P; \quad j = 1, \dots, P; \quad j > i \quad (3.3)$$

$$\delta_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in W \cup V \quad (3.4)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \quad \forall (i, j) \in V \quad (3.5)$$

$$x_j \geq x_i + S_{ij} \delta_{ij} - (L_i - E_j) \delta_{ji} \quad \forall (i, j) \in U \quad (3.6)$$

$$\alpha_i \geq T_i - x_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.7)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq T_i - E_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.8)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.9)$$

$$0 \leq \beta_i \leq L_i - T_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.10)$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i \quad i = 1, \dots, P \quad (3.11)$$

Οι δύο εναλλακτικές συναρτήσεις που παρουσιάστηκαν για να επιλυθούν απαιτούν διαφορετική μέθοδο από αυτή που χρησιμοποιείται στην περίπτωση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού και η μέθοδος αυτή καλείται γενικευμένος αλγόριθμος μειούμενης κλίσης (Generalized Reduced Gradient Algorithm).

3.4 Βάση Δεδομένων

Για την εφαρμογή του πρότυπου που δημιουργήθηκε για την διερεύνηση του προβλήματος, θα χρησιμοποιηθεί μια βάση δεδομένων η οποία αποτελείται από έναν ικανοποιητικό αριθμό προβλημάτων (Instances). Τα προβλήματα αυτά είχαν επεξεργαστεί και από τους Beasley κ.α. (2000, 2004). Τα στοιχεία των προβλημάτων αυτών είναι διαθέσιμα στην ιστοσελίδα <http://mscmga.ms.ic.ac.uk/jeb/orlib/airlandinfo.html> από την OR-Library. Πιο συγκεκριμένα τα προβλήματα που θα χρησιμοποιηθούν στη παρούσα διπλωματική είναι τέσσερα και περιέχουν όλα τα απαιτούμενα στοιχεία που χρειάζονται για να επιλυθεί το πρόβλημα. Αυτά αφορούν σε αφίζεις αεροσκαφών και περιλαμβάνουν ως και 50 αεροσκάφη. Αυτά φαίνονται αναλυτικά στον ακόλουθο πίνακα 3.1. Τα στοιχεία των προβλημάτων αυτών είναι ένας συνδυασμός πραγματικών δεδομένων –από το αεροδρόμιο Malpensa του Μιλάνο- και δεδομένων που παράχθηκαν με προσομοίωση, για να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν από τους Beasley κ.α. Η χρήση της συγκεκριμένης βάσης δεδομένων έχει το πλεονέκτημα ότι τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την παρούσα διπλωματική, θα είναι άμεσα συγκρίσιμα με αυτά των προηγούμενων εργασιών, με συνέπεια την άμεση σύγκριση των λύσεων που επιτυγχάνονται από διαφορετικές μαθηματικές μορφοποιήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης.

Πίνακας 3.1: Αριθμός αεροσκαφών ανά αριθμό προβλήματος.

	Αριθμός Προβλήματος			
	1	2	3	4
Αριθμός Αεροσκαφών	10	15	20	50

Τα στοιχεία που περιέχονται σε αυτά είναι τα εξής : Ο νωρίτερος E_i και ο αργότερος χρόνος προσγείωσης L_i για κάθε αεροσκάφος i , δηλαδή ορίζεται το χρονικό παράθυρο του κάθε αεροσκάφους. Επίσης προσδιορίζεται ο επιθυμητός χρόνος προσγείωσης T_i κάθε αεροσκάφους i . Στα στοιχεία περιλαμβάνεται και το κόστος ανά μονάδα χρόνου, είτε το αεροσκάφος προσγειωθεί πριν (g_i), είτε μετά (h_i) τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης. Τέλος καθορίζεται, μέσω ενός τετραγωνικού πίνακα, ο απαιτούμενος χρονικός διαχωρισμός S_{ij} μεταξύ των αεροσκαφών i και j για όποια σειρά και αν αυτά αφιχθούν.

4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των τριών διαφορετικών αλγορίθμων, του μεικτού ακέραιου μηδέν-ένα προγραμματισμού, του τετραγωνικού προγραμματισμού και του μη γραμμικού προγραμματισμού. Και τα δύο προβλήματα κωδικοποιήθηκαν σε μακροεντολές (macro) της Visual Basic και επιλύθηκαν με το πρόγραμμα LINGO 8.0. Ο υπολογιστής που χρησιμοποιήθηκε είχε επεξεργαστή Pentium 4 στα 3 GHz και μνήμη 512 MB RAM.

Το πρόγραμμα αυτό επιλέχθηκε ως το πιο κατάλληλο για την επίλυση των αλγορίθμων γιατί περιέχει αρκετούς τρόπους για να βρίσκει τοπικές ή ολικές βέλτιστες λύσεις για μη γραμμικά προβλήματα (Nonlinear Solvers). Πιο συγκεκριμένα περιλαμβάνει μια γενική μέθοδο επίλυσης η οποία βασίζεται στο γενικευμένο κλιμακωτά μειούμενο αλγόριθμο (Generalized Reduced Gradient Algorithm). Ωστόσο για να μπορεί να βρεθεί μια καλή, εφικτή λύση γρήγορα το πρόγραμμα ενσωματώνει και τον διαδοχικό γραμμικό προγραμματισμό (Successive Linear Programming). Επίσης διαθέτει μια μέθοδο ολικής επίλυσης (Global Solver), η οποία ψάχνει μέχρι να βρει και να επιβεβαιώσει το ολικό βέλτιστο. Γενικά η επίλυση τοπικής αναζήτησης έχει σχεδιαστεί να ερευνά μόνο μέχρι να βρει ένα τοπικό βέλτιστο. Εάν ένα πρόβλημα είναι μη κυρτό (non-convex), τότε είναι πιθανό να υπάρχουν και άλλα τοπικά μέγιστα, τα οποία να αποτελούν καλύτερες λύσεις. Έτσι λοιπόν η μέθοδος ολικής επίλυσης μετατρέπει το αρχικό μη κυρτό, μη γραμμικό πρόβλημα σε αρκετά κυρτά, γραμμικά υποπροβλήματα και με τη μέθοδο “διακλάδωσης και αποκοπής” (branch-and-bound) αναζητεί μέσα σε αυτά τη ολικά βέλτιστη λύση (LINDO, 2005).

Το πρόγραμμα αυτό διαθέτει επίσης ειδικό επίλυτή για προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού (Quadratic Solver). Αυτή μπορεί αυτόματα να αναγνωρίσει εάν η αντικειμενική συνάρτηση είναι τετραγωνική και αν υπάρχουν περιορισμοί που να περιέχουν τετραγωνικούς όρους. Με αυτό το πλεονέκτημα μπορεί να επιλύει τέτοια προβλήματα πιο γρήγορα από την γενική μη γραμμική επίλυση (LINDO, 2005).

4.2 Επίλυση με τη Μέθοδο First-Come-First-Served

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα παρουσίαζε εάν εξεταζόταν πρώτα από όλα η περίπτωση εξυπηρέτησης των αεροσκαφών με τη μέθοδο First-Come-First-Served (FCFS). Με τη μέθοδο αυτή όποιο αεροσκάφος φτάνει πρώτο, εξυπηρετείται πρώτο. Σε αυτή την περίπτωση η ώρα άφιξης κάθε αεροσκάφους δεν είναι προκαθορισμένη, είναι τυχαία και η ακολουθία τους δεν αναδιατάσσεται. Τα αποτελέσματα λοιπόν που προέκυψαν για τα προβλήματα που εξετάστηκαν, για τυχαίους χρόνους προσγείωσης, φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι από τα προβλήματα αυτά, το πρώτο περιλαμβάνει 10 αεροσκάφη, το δεύτερο 15 αεροσκάφη, το τρίτο 20 αεροσκάφη και το τέταρτο 50 αεροσκάφη.

Πίνακας 4.1: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα για την FCFS σειρά.

Αριθμός Προβλήματος	Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης (Euro)
1	12.201
2	15.624
3	23.389
4	111.761

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4.1 οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία σε αυτή την περίπτωση θεωρείται ότι είναι η γραμμική, για κάθε ένα από τα προβλήματα που εξετάζονται είναι πολύ μεγάλες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κανένα σχεδόν από τα αεροσκάφη δεν προσγειώνεται στον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης και τα περισσότερα αφικνούνται με μεγάλη απόκλιση από αυτόν. Έτσι το κόστος λαμβάνει πάρα πολύ υψηλές τιμές.

4.3 Επίλυση Γραμμικού Προβλήματος

Τα προβλήματα που επιλύθηκαν και αποτέλεσαν τη βάση δεδομένων είναι τέσσερα, για τα οποία καταγράφηκαν οι χρόνοι επίλυσης, οι οποίοι συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα 4.2. Εδώ σημειώνεται ότι τα δύο πρώτα ψηφία δείχνουν τις ώρες, τα δύο επόμενα τα λεπτά και τα δύο τελευταία τα δευτερόλεπτα.

Πίνακας 4.2: Απαιτούμενοι χρόνοι επίλυσης για κάθε πρόβλημα, για τη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Χρόνος Επίλυσης
1	00.00.01
2	00.00.02
3	00.00.02
4	00.02.07

Από τον πίνακα αυτό φαίνεται ότι με εξαίρεση το τελευταίο πρόβλημα, το οποίο είναι και το μεγαλύτερο, ο χρόνος που απαιτήθηκε ήταν ελάχιστος, το πολύ δύο δευτερόλεπτα. Το τέταρτο πρόβλημα είναι λογικό να απαιτεί αρκετά περισσότερο χρόνο γιατί οι μεταβλητές είναι πολλαπλάσιες των υπολοίπων και οι συνδυασμοί που απαιτούνται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης είναι πάρα πολλοί. Το γεγονός ότι μπορούν να εξαχθούν γρήγορα αποτελέσματα είναι πολύ σημαντικό, γιατί σε περίπτωση που υπάρξει κάποια αλλαγή στα δεδομένα, το πρόγραμμα θα μπορέσει να τα αναθεωρήσει αμέσως και να δώσει νέα αποτελέσματα. Έτσι το πρόβλημα μπορεί να μη θεωρείται αμιγώς στατικό.

Από την επίλυση προέκυψε και η βέλτιστη λύση για την αντικειμενική συνάρτηση για κάθε πρόβλημα. Αυτή παρουσιάζεται αναλυτικά στον ακόλουθο πίνακα 4.3.

Πίνακας 4.3: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα, για τη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης (Euro)
1	700
2	1.480
3	820
4	1.950

Η επίλυση του προβλήματος είχε ως στόχο την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή την ελάχιστη δυνατή απόκλιση κάθε αεροσκάφους από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσής του. Ενδιαφέρον λοιπόν θα είχε να παρουσιάζονταν πόσα αεροσκάφη τελικά προσγειώνονται πριν, μετά και στον επιθυμητό χρόνο. Αυτό παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα 4.4.

Πίνακας 4.4: Αριθμός αεροσκαφών που προσγειώνονται πριν, μετά και στον επιθυμητό χρόνο, για τη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Αριθμός Αφικνούμενων Αεροσκαφών		
	Στον Επιθυμητό Χρόνο Προσγείωσης	Πριν Τον Επιθυμητό Χρόνο	Μετά Τον Επιθυμητό Χρόνο
1	5 (50%)	3 (30%)	2 (20%)
2	7 (46%)	4 (27%)	4 (27%)
3	14 (70%)	3 (15%)	3 (15%)
4	29 (58%)	12 (24%)	9 (18%)

Με την επίλυση αυτή φαίνεται από τον Πίνακα 4.4 ότι σε κάθε πρόβλημα, με εξαίρεση το δεύτερο, περισσότερα από τα μισά αεροσκάφη προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο.

4.4 Ανάλυση Ευαισθησίας

Για να φανεί το πόσο μπορεί να διαφοροποιηθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν λόγω αλλαγής σε κάποια δεδομένα, εξετάστηκαν τέσσερα διαφορετικά σενάρια (3A, 3B, 3C, 3D) για το πρόβλημα 3 που περιλαμβάνει 20 αεροσκάφη. Σε αυτά θεωρήθηκε ότι περισσότερο ενδιαφέρον θα είχε η αλλαγή στον πίνακα των χρονικών διαχωρισμών S_{ij} ανάλογα με διάφορες υποθέσεις που θα μπορούσαν να γίνουν. Στο πρώτο σενάριο, πρόβλημα 3A, θεωρήθηκαν όλα τα αεροσκάφη που αφικνούνται ότι είναι μικρού τύπου. Στο δεύτερο, πρόβλημα 3B, όλα τα αεροσκάφη ότι είναι μεγάλα. Στο τρίτο σενάριο, πρόβλημα 3C, υπάρχουν αεροσκάφη όλων των κατηγοριών και η μίξη τους είναι η εξής: 30% μικρά, 50% μεγάλα και 20% βαρέως τύπου. Τέλος το τελευταίο, πρόβλημα 3D, επίσης αποτελείται από αεροσκάφη όλων των κατηγοριών και αυτά έχουν την ακόλουθη μίξη 40% μικρά, 20% μεγάλα και 40% βαρέως τύπου. Γι' αυτά λοιπόν προέκυψαν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται παρακάτω για την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επίσης και για αυτές τις περιπτώσεις αναφέρονται οι χρόνοι επίλυσης και ο αριθμός των αεροσκαφών που προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο και αυτών που αποκλίνουν.

Πίνακας 4.5: Απαιτούμενοι χρόνοι επίλυσης για κάθε πρόβλημα, για την ανάλυση ευαισθησίας.

Αριθμός Προβλήματος	Χρόνος Επίλυσης
3A	00.00.00
3B	00.00.02
3C	00.00.03
3D	00.00.07

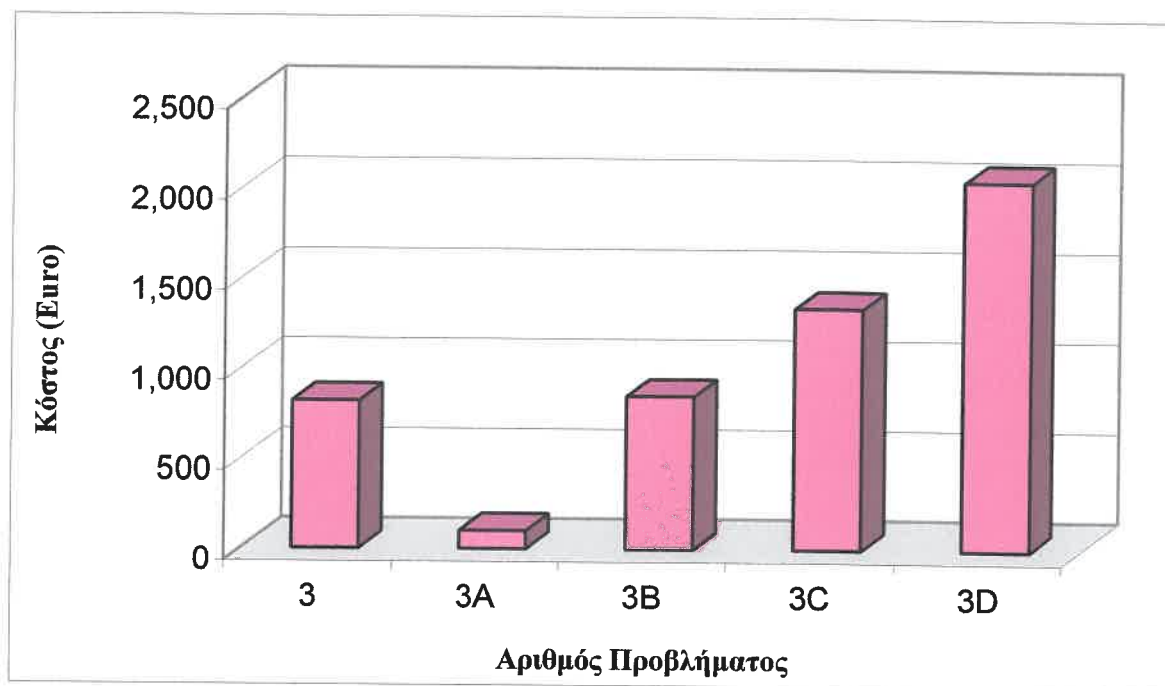
Από τον Πίνακα 4.5 φαίνεται ότι όσο πιο πολύπλοκο γίνεται το πρόβλημα τόσοι περισσότεροι χρόνος απαιτείται για την επίλυση του. Βέβαια σε κάθε περίπτωση αυτός είναι πολύ μικρός, μερικά δευτερόλεπτα.

Πίνακας 4.6: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα, για την ανάλυση ευαισθησίας.

Αριθμός Προβλήματος	Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης (Euro)
3A	100
3B	850
3C	1.340
3D	2.050

Ο παραπάνω πίνακας φανερώνει ότι, αντίστοιχα με τον χρόνο επίλυσης, και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αυξάνει όσο το πρόβλημα γίνεται πιο πολύπλοκο. Στο πρώτο πρόβλημα 3A, το κόστος είναι πολύ μικρό, κάτι που είναι λογικό αφού όταν υπάρχουν μόνο μικρά αεροσκάφη οι χρονικοί διαχωρισμοί είναι οι μικρότεροι δυνατοί και τότε οι περιορισμοί ικανοποιούνται πιο εύκολα και οι αποκλίσεις είναι ελάχιστες. Στο πρόβλημα 3B, που αποτελείται μόνο από μεγάλα αεροσκάφη, το κόστος είναι περίπου ίσο με αυτό της αρχικής περίπτωσης του προβλήματος 3 και πολύ μεγαλύτερο από αυτό του 3A. Σε αυτή την περίπτωση οι χρονικοί διαχωρισμοί είναι μεγαλύτεροι και αυτό δυσκολεύει την εύρεση της βέλτιστης ακολουθίας που να ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς και ταυτόχρονα να μην υπάρχουν μεγάλες αποκλίσεις από τον επιθυμητό χρόνο. Στο τρίτο πρόβλημα 3C, όπου πλέον υπάρχουν όλοι οι τύποι αεροσκαφών, το κόστος είναι πιο υψηλό, σχεδόν 58% περισσότερο από αυτό του προβλήματος 3B. Τέλος στο πρόβλημα 3D το κόστος παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή του και είναι περίπου 53% περισσότερο από αυτό του προβλήματος 3C. Ο συσχετισμός του κόστους των προβλημάτων αυτών φαίνεται στο ακόλουθο Σχήμα 4.1. Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις, που πλέον υπάρχουν συνδυασμοί απαιτούμενων χρονικών διαχωρισμών, η δυσκολία στην επίλυση είναι μεγαλύτερη.

Ανάμεσα σε αυτές τις δύο, πιο μεγάλο είναι το κόστος όταν υπάρχει μεγαλύτερη αναλογία σε μικρά και βαρέως τύπου αεροσκάφη, από όταν πιο πολλά είναι τα μεγάλα. Αυτό είναι λογικό γιατί οι απαιτούμενες αποστάσεις μεταξύ μικρών και βαριών αεροσκαφών είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτές που απαιτούνται μεταξύ μικρών και μεγάλων ή μεγάλων και βαριών. Έτσι η αναλογία στο πρόβλημα 3D είναι πιο απαιτητική σε αποστάσεις ασφαλείας σε σχέση με αυτή του προβλήματος 3C.



Σχήμα 4.1: Κόστος κάθε προβλήματος για διαφοροποίηση της μίξης αεροσκαφών και την αλλαγή στον πίνακα χρονικών διαχωρισμών S_{ij} .

Στην πραγματικότητα στα αεροδρόμια δεν προσγειώνονται αεροσκάφη που να ανήκουν μόνο σε μια κατηγορία, αλλά πάντα υπάρχει μια μίξη αυτών. Επομένως από τα σενάρια που εξετάστηκαν μόνο τα δύο τελευταία έχουν πρακτική εφαρμογή. Από τις δύο αυτές περιπτώσεις φαίνεται ότι οικονομικά πιο συμφέρουσα είναι η πρώτη. Επομένως αυτό θα μπορούσε να ληφθεί υπόψη σε κάθε αεροδρόμιο από αυτούς που δίνουν τις άδειες προσγειώσεων (slots) και να επιλέγουν η αναλογία των τύπων των αεροσκαφών που αφικνούνται σε κάθε χρονικό διάστημα, να είναι ανάλογη με αυτή του προβλήματος 3C, δηλαδή να υπάρχουν περισσότερα μεγάλα αεροσκάφη και μικρά και λιγότερα βαριά.

Πίνακας 4.7: Αριθμός αεροσκαφών που προσγειώνονται πριν, μετά και στον επιθυμητό χρόνο, για την ανάλυση ευαισθησίας.

Αριθμός Προβλήματος	Αριθμός Αφικνούμενων Αεροσκαφών		
	Στον Επιθυμητό Χρόνο Προσγείωσης	Πριν Τον Επιθυμητό Χρόνο	Μετά Τον Επιθυμητό Χρόνο
3A	16 (80%)	1 (5%)	3 (15%)
3B	13 (65%)	4 (20%)	3 (15%)
3C	12 (60%)	5 (25%)	3 (15%)
3D	11 (55%)	3 (15%)	6 (30%)

Από τον παραπάνω Πίνακα 4.7 παρατηρείται ότι ενώ στο πρώτο πρόβλημα το 80% των αεροσκαφών προσγειώνεται στον επιθυμητό χρόνο, σταδιακά μέχρι το τελευταίο μόνο λίγο πάνω από τα μισά (55%) μπορούν να προσγειωθούν στον επιθυμητό χρόνο. Γιαυτό λοιπόν το κόστος αυξάνει σημαντικά όπως ήδη έχει παρουσιαστεί.

4.5 Επίλυση Τετραγωνικού Προβλήματος

Η επίλυση του τετραγωνικού προβλήματος έδωσε ενδιαφέροντα αποτελέσματα τα οποία συνοπτικά παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες.

Πίνακας 4.8: Απαιτούμενοι χρόνοι επίλυσης για κάθε πρόβλημα, για τη τετραγωνική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Χρόνος Επίλυσης
1	00.00.11
2	00.01.06
3	00.02.51
4	13.48.47

Από τον Πίνακα 4.8 φαίνεται ότι οι χρόνοι επίλυσης κάθε προβλήματος είναι σχετικά μικροί, με εξαίρεση το τελευταίο πρόβλημα, αλλά πιο μεγάλοι σε σχέση με αυτούς της γραμμικής επίλυσης. Είναι αναμενόμενο ότι στις περιπτώσεις αυτές, που υπάρχουν μεταβλητές που δεν είναι ακέραιες και που η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει τετραγωνικούς όρους, η επίλυση να γίνεται πιο πολύπλοκη και για αυτό να απαιτείται περισσότερος χρόνος. Ειδικά στο τέταρτο πρόβλημα που οι μεταβλητές είναι πολλαπλάσιες των υπολοίπων και λόγω ότι το πρόγραμμα ψάχνει τη βέλτιστη λύση με ακρίβεια αρκετών δεκαδικών, ο χρόνος αυτός είναι πολύ μεγάλος. Βέβαια αυτή η

δυσκολία, στη περίπτωση που είναι επιθυμητή η εφαρμογή αυτής της συνάρτησης, μπορεί να παρακαμφθεί χωρίζοντας τα αεροσκάφη σε ομάδες των είκοσι, όπως είναι στο τρίτο πρόβλημα και όχι των πενήντα που είναι στο τέταρτο πρόβλημα.

Πίνακας 4.9: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα, για την τετραγωνική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης (Euro)
1	26,3
2	48,9
3	36,4
4	61,3

Ο Πίνακας 4.9 παρουσιάζει αναλυτικά το κόστος για κάθε πρόβλημα και όπως φαίνεται το κόστος είναι σχετικά μικρό και λαμβάνει τη μεγαλύτερη τιμή του στο τελευταίο πρόβλημα.

Πίνακας 4.10: Αριθμός αεροσκαφών που προσγειώνονται πριν, μετά και στον επιθυμητό χρόνο, για την τετραγωνική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Αριθμός Αφικνούμενων Αεροσκαφών		
	Στον Επιθυμητό Χρόνο Προσγείωσης	Πριν Τον Επιθυμητό Χρόνο	Μετά Τον Επιθυμητό Χρόνο
1	4 (40%)	1 (10%)	5 (50%)
2	2 (13%)	5 (33%)	8 (54%)
3	8 (40%)	3 (15%)	9 (45%)
4	15 (30%)	13 (26%)	22 (44%)

Όπως παρατηρείται από τον Πίνακα 4.10 σε όλα τα προβλήματα λιγότερα από τα μισά αεροσκάφη προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο. Αυτό είναι λογικό γιατί λόγω της μορφής του διαγράμματος κόστους (Σχήμα 3.2), στο οποίο το κόστος ποινής είναι πιο μικρό κοντά στον επιθυμητό χρόνο, είναι πιο συμφέρον να αποκλίνουν από λίγο περισσότερα αεροσκάφη, από το να αποκλίνουν πολύ λιγότερα αεροσκάφη.

4.6 Επίλυση Μη Γραμμικού Προβλήματος

Η επίλυση του προβλήματος με την τελευταία, μη γραμμική συνάρτηση έδωσε τα εξής αποτελέσματα, όπως παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες.

Πίνακας 4.11: Απαιτούμενοι χρόνοι επίλυσης για κάθε πρόβλημα, για τη μη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Χρόνος Επίλυσης
1	00.00.01
2	00.00.09
3	00.00.24
4	22.49.03

Από τον Πίνακα 4.11 φαίνεται και ότι και για αυτή την περίπτωση ο χρόνος επίλυσης είναι μικρός, με εξαίρεση το μεγαλύτερο πρόβλημα το τέταρτο. Οι χρόνοι είναι μερικά δευτερόλεπτα και σε σύγκριση με αυτούς των προηγούμενων περιπτώσεων είναι πιο μικροί από της τετραγωνικής επίλυσης και λίγο μεγαλύτεροι από αυτούς της γραμμικής. Στο τέταρτο πρόβλημα ο χρόνος που απαιτείται είναι πολύς, γιατί περιλαμβάνει το μεγαλύτερο αριθμό αεροσκαφών και οι μεταβλητές είναι πολλαπλάσιες των υπολοίπων προβλημάτων και δεν λαμβάνουν ακέραιες τιμές όπως στη γραμμική περίπτωση. Το πρόγραμμα ψάχνει τη βέλτιστη λύση με ακρίβεια αρκετών δεκαδικών και σε συνδυασμό με το ότι η αντικειμενική συνάρτηση έχει όρους τετραγωνικής ρίζας, ο χρόνος επίλυσης αυξάνει πάρα πολύ.

Πίνακας 4.12: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα, για τη μη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης (Euro)
1	1.541
2	4.282
3	3.541
4	9.724

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4.12 οι τιμές που παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση για κάθε πρόβλημα είναι αρκετά υψηλές σε σχέση με αυτές των άλλων δύο επιλύσεων. Η μεγαλύτερη τιμή αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο πρόβλημα, στο τέταρτο.

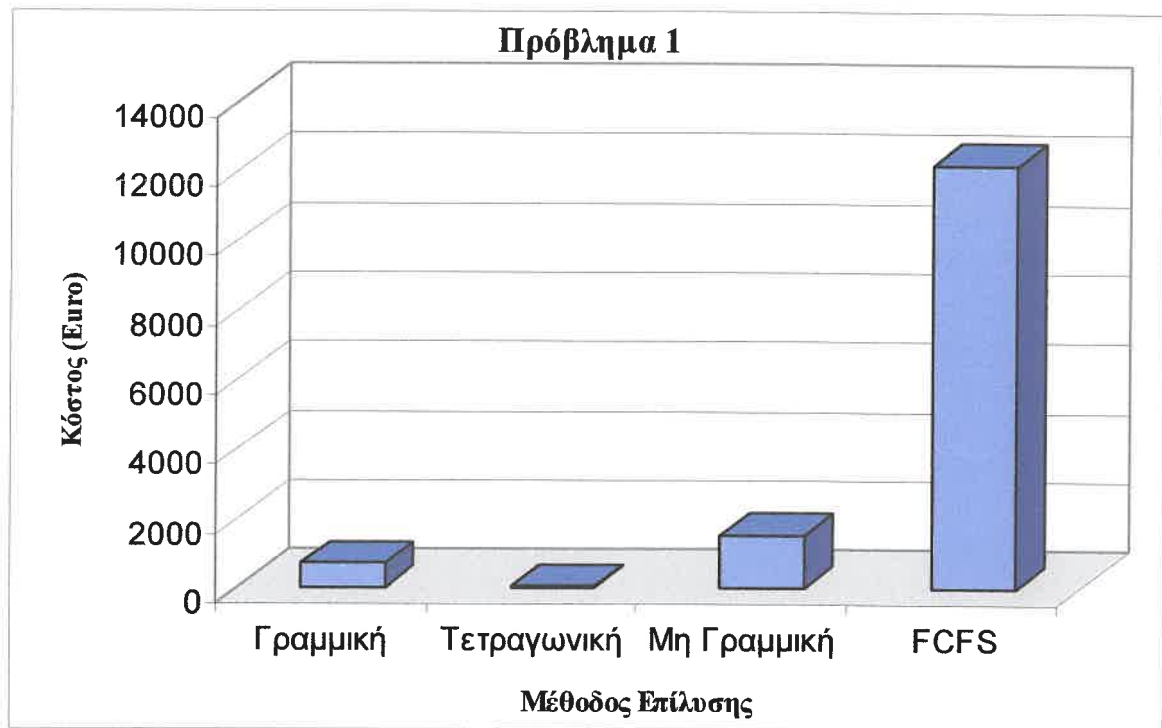
Πίνακας 4.13: Αριθμός αεροσκαφών που προσγειώνονται πριν, μετά και στον επιθυμητό χρόνο, για τη μη γραμμική επίλυση.

Αριθμός Προβλήματος	Αριθμός Αφικνούμενων Αεροσκαφών		
	Στον Επιθυμητό Χρόνο Προσγείωσης	Πριν Τον Επιθυμητό Χρόνο	Μετά Τον Επιθυμητό Χρόνο
1	6 (60%)	3 (30%)	1 (10%)
2	6 (40%)	7 (47%)	2 (13%)
3	12 (60%)	6 (30%)	2 (10%)
4	26 (52%)	16 (32%)	8 (16%)

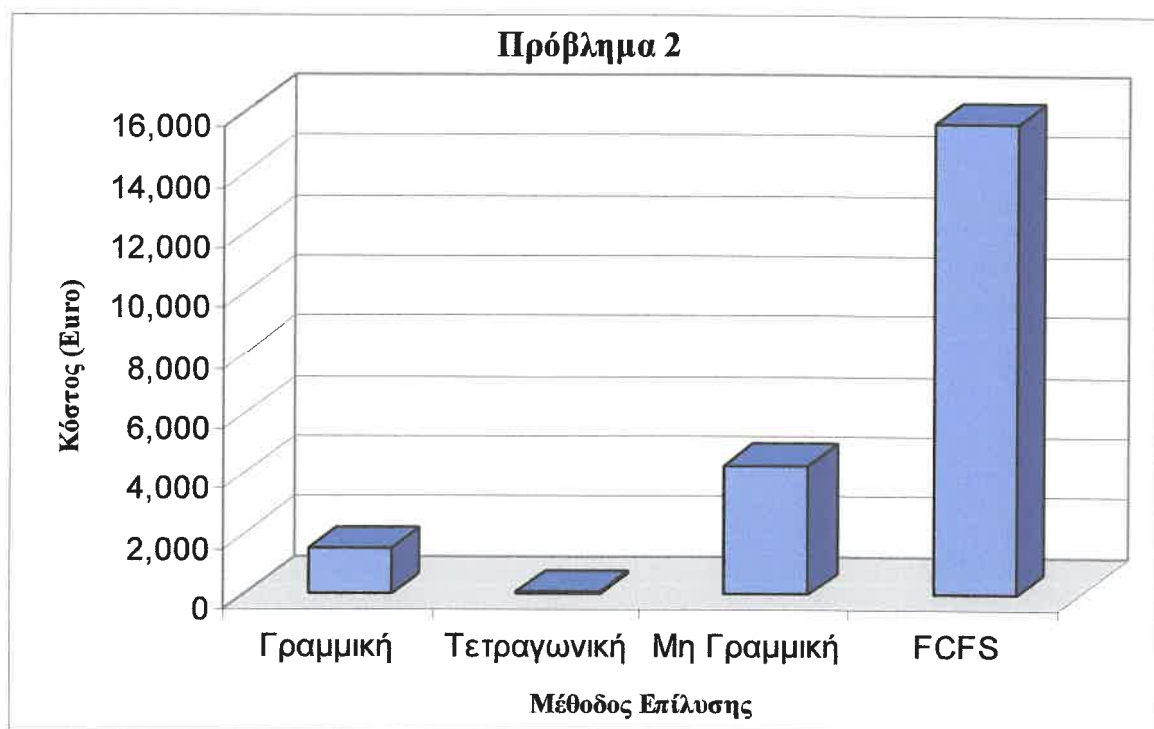
Από τον Πίνακα 4.13 φαίνεται ότι σε όλα τα προβλήματα περισσότερα από τα μισά αεροσκάφη προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο. Αυτό είναι λογικό γιατί εφόσον το κόστος αυξάνει απότομα για μικρή απόκλιση και για μεγαλύτερη με μικρότερη κλίση, τότε θα είναι επιθυμητό όλο και περισσότερα αεροσκάφη να προσγειώνονται στον πιο αποδοτικό οικονομικά χρόνο.

4.7 Σύγκριση Αποτελεσμάτων για όλες τις Μεθόδους Επίλυσης

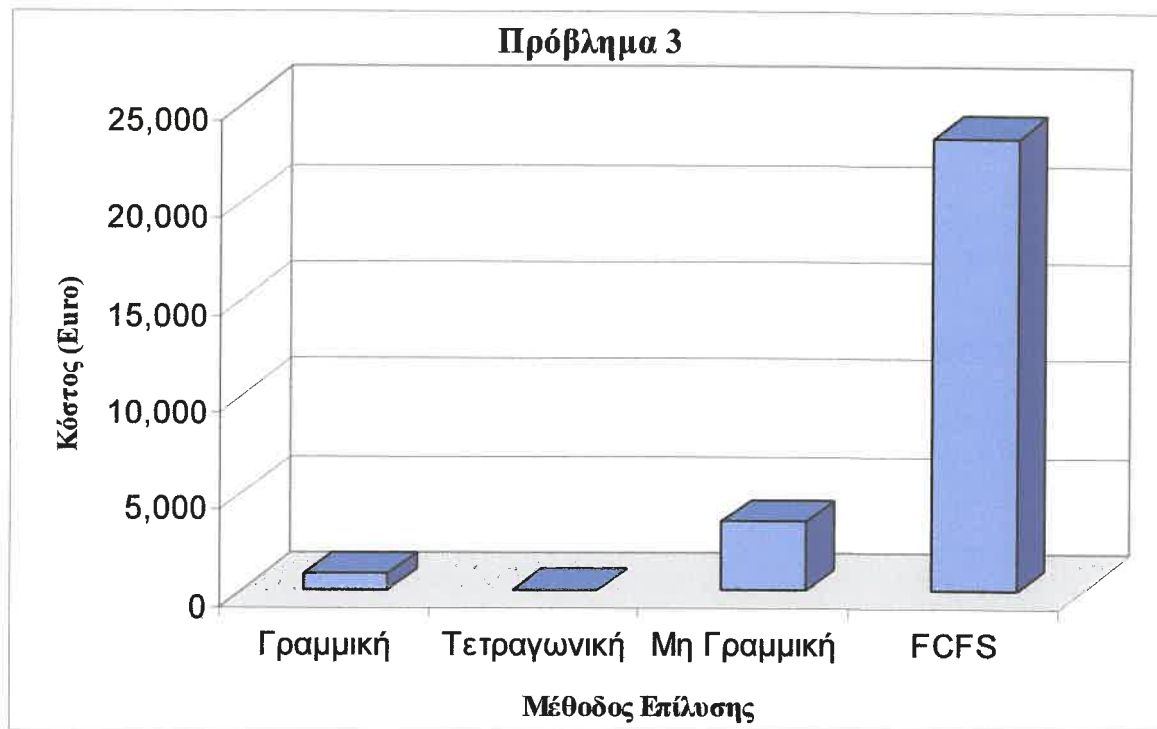
Έπειτα από όλες τις παραπάνω επιλύσεις θα ήταν ενδιαφέρον να γινόταν μια σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων τους, για να είναι δυνατό να υπάρξουν και κάποια συμπεράσματα σχετικά με αυτές τις επιλύσεις. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζεται η συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων ανά πρόβλημα και μέθοδο επίλυσης.



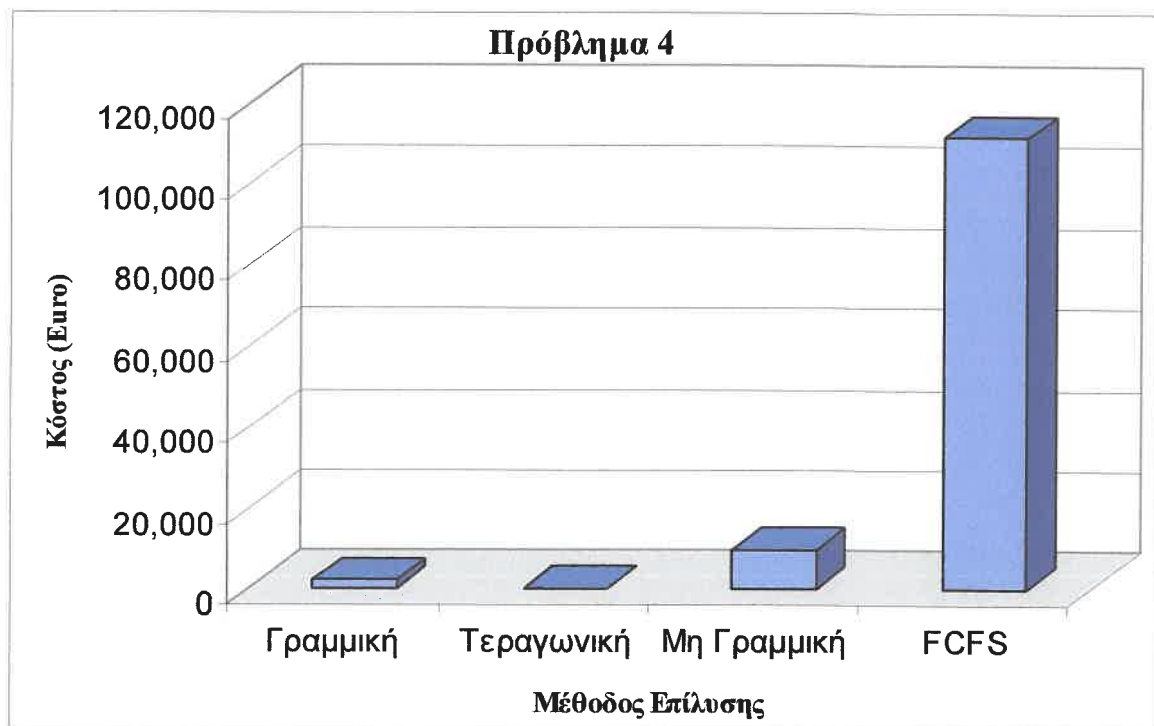
Σχήμα 4.2 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 1



Σχήμα 4.3 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 2



Σχήμα 4.4 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 3



Σχήμα 4.5 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 4

Όπως είναι φανερό και από τα παραπάνω σχήματα, η μείωση του κόστους για κάθε μια από τις τρεις περιπτώσεις προγραμματισμού είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την περίπτωση First-Come-First-Served. Μετά τη μέθοδο αυτή, τη μεγαλύτερη τιμή για το κόστος δίνει η μη γραμμική επίλυση με αισθητή διαφορά από την FCFS, έπειτα η γραμμική και τελικά τη μικρότερη τιμή δίνει η τετραγωνική επίλυση. Για να γίνει πιο αντιληπτή η διαφορά που υπάρχει στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα και μεθοδολογία, παρατίθενται κάποιοι πίνακες οι οποίοι παρουσιάζουν σε ποσοστιαία μορφή την αύξηση του κόστους μεταξύ των μεθόδων.

Πίνακας 4.14 : Συγκριτικά ποσοστά για την τιμή του κόστους μεταξύ των μεθόδων επίλυσης για το πρόβλημα 1

	Τετραγωνική	Γραμμική	Μη Γραμμική	FCFS
Τετραγωνική	-			
Γραμμική	2560%	-		
Μη Γραμμική	5755%	120%	-	
FCFS	46240%	1640%	690%	-

Πίνακας 4.15 : Συγκριτικά ποσοστά για την τιμή του κόστους μεταξύ των μεθόδων επίλυσης για το πρόβλημα 2

	Τετραγωνική	Γραμμική	Μη Γραμμική	FCFS
Τετραγωνική	-			
Γραμμική	2930%	-		
Μη Γραμμική	8660%	190%	-	
FCFS	31860%	956%	265%	-

Πίνακας 4.16 : Συγκριτικά ποσοστά για την τιμή του κόστους μεταξύ των μεθόδων επίλυσης για το πρόβλημα 3

	Τετραγωνική	Γραμμική	Μη Γραμμική	FCFS
Τετραγωνική	-			
Γραμμική	2150%	-		
Μη Γραμμική	9630%	330%	-	
FCFS	64155%	2750%	560%	-

Πίνακας 4.17 : Συγκριτικά ποσοστά για την τιμή του κόστους μεταξύ των μεθόδων επίλυσης για το πρόβλημα 4

	Τετραγωνική	Γραμμική	Μη Γραμμική	FCFS
Τετραγωνική	-			
Γραμμική	3080%	-		
Μη Γραμμική	15760%	400%	-	
FCFS	182220%	5630%	1050%	-

Από τους παραπάνω πίνακες φαίνεται ότι τα ποσοστά αυτά είναι πολύ μεγάλα. Ειδικότερα για την περίπτωση της γραμμικής επίλυσης, αυτή ξεπερνά την τετραγωνική κατά 2150% έως 3080%. Αυτές οι διαφορές έχουν λογική εξήγηση στο ότι το κόστος στην περίπτωση της τετραγωνικής συνάρτησης είναι πολύ μικρότερο κοντά στον επιθυμητό χρόνο σε σχέση με αυτό της γραμμικής και το πρόγραμμα επέλεξε όλα τα αεροσκάφη να έχουν τους χρόνους προσγείωσής τους κοντά σε αυτόν. Ο αριθμός των αεροσκαφών που δεν προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο είναι μεγαλύτερος στη τετραγωνική περίπτωση από αυτό της γραμμικής, αλλά αποκλίνουν ελάχιστα από αυτόν, με συνέπεια το κόστος να διατηρείται πολύ χαμηλότερο.

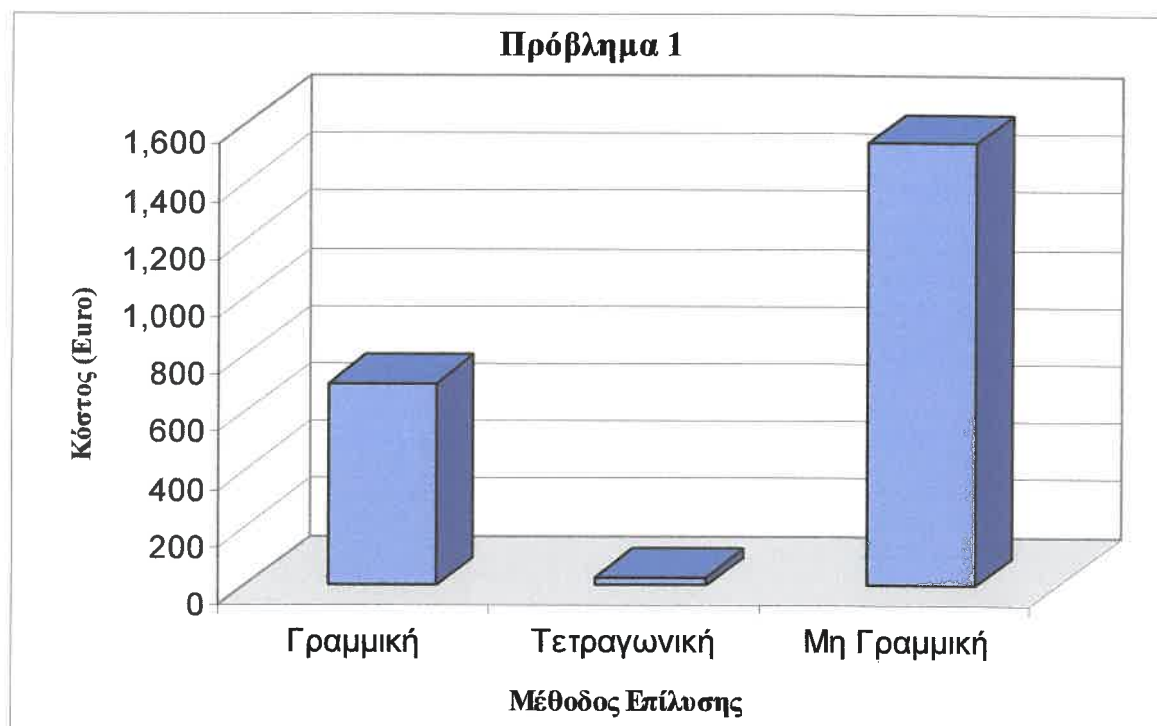
Η μη γραμμική επίλυση είναι μεγαλύτερη της γραμμικής κατά 120% έως 400%, ενώ είναι μεγαλύτερη της τετραγωνικής επίλυσης κατά ποσοστό 5755% έως 15760%. Αυτή η διαφορά είναι αναμενόμενη επειδή η αύξηση του κόστους ποινής για τη μη γραμμική συνάρτηση είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή της γραμμικής για την ίδια απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης. Έτσι παρόλο που σχεδόν ίσος αριθμός αεροσκαφών αποκλίνουν σε κάθε πρόβλημα για τις δύο περιπτώσεις, το κόστος αυξάνει σημαντικά για τη μη γραμμική συνάρτηση. Αντίστοιχα ισχύει και για την περίπτωση της τετραγωνικής συνάρτησης, όπου το κόστος ποινής αυξάνει με ακόμη πιο ήπια κλίση από αυτό της μη γραμμικής.

Τέλος, η επίλυση FCFS ξεπερνά τη γραμμική κατά ποσοστό 956% έως 5630%, την τετραγωνική κατά 31860% έως 182220% και τη μη γραμμική κατά 265% έως 1050%. Αυτές οι μεγάλες αποκλίσεις οφείλονται στο γεγονός ότι με τη μέθοδο First-Come-First-Served κανένα σχεδόν αεροσκάφος δεν προσγειώνεται στον επιθυμητό χρόνο ακόμα και κοντά σε αυτόν. Οι πλειοψηφία αποκλίνει πολύ από αυτόν και κυρίως είτε προς τον νωρίτερο είτε προς τον αργότερο χρόνο προσγείωσης με αποτέλεσμα το κόστος να

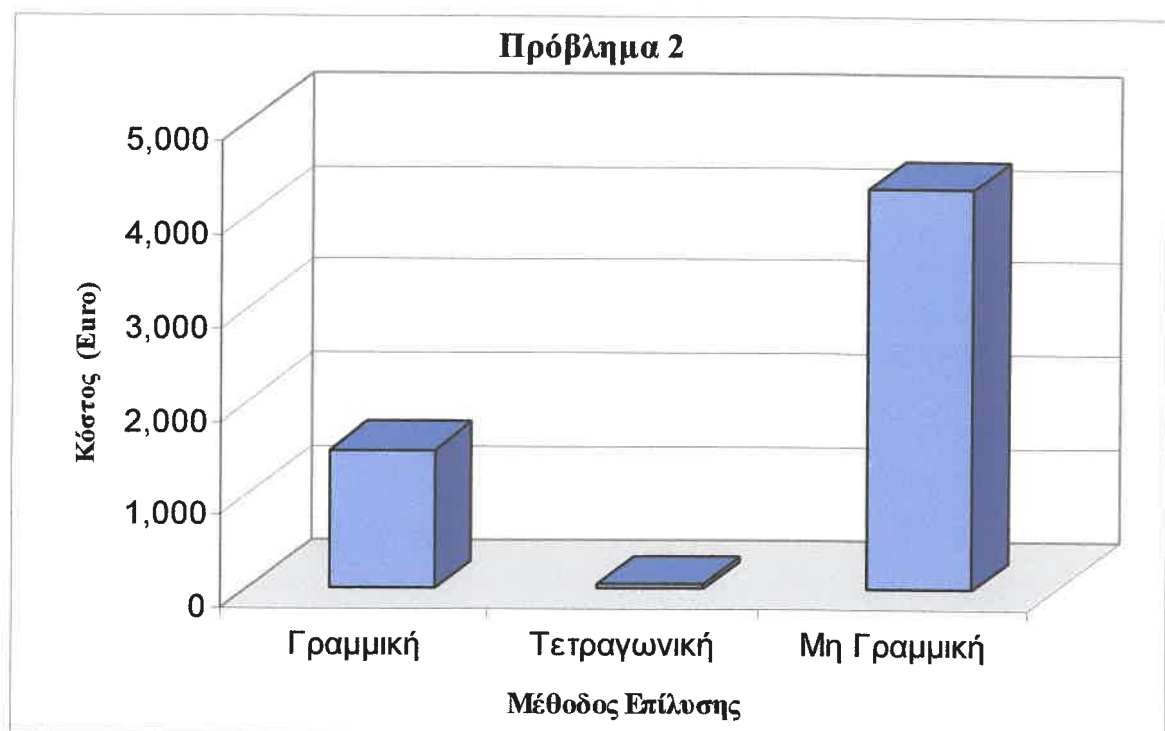
λαμβάνει πολύ μεγάλη τιμή, ιδιαίτερα στο τελευταίο πρόβλημα που αποτελείται από τα περισσότερα αεροσκάφη. Φαίνεται λοιπόν ότι μπορεί να υπάρξει σημαντική βελτίωση με την αναδιάταξη της ακολουθίας των αεροσκαφών, με οποιαδήποτε μέθοδο και αν επιλυθεί.

4.8 Συγκεντρωτικά Συγκριτικά Διαγράμματα για τη Γραμμική – Μη Γραμμική – Τετραγωνική Επίλυση

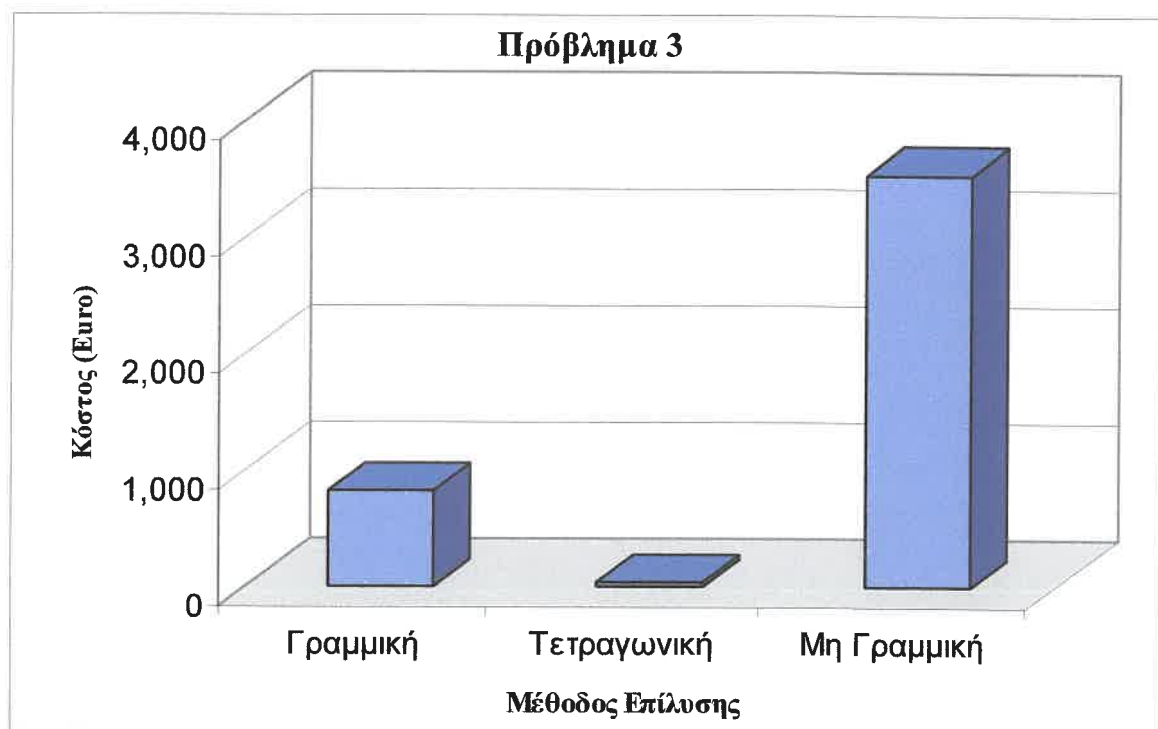
Η επόμενη σύγκριση που θα γίνει αφορά στις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις επίλυσης, τη γραμμική, τη μη γραμμική και την τετραγωνική, έτσι ώστε να γίνει πιο αντιληπτή η διαφοροποίησή τους. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι τιμές του κόστους για κάθε πρόβλημα που εξετάστηκε και για τις τρεις περιπτώσεις.



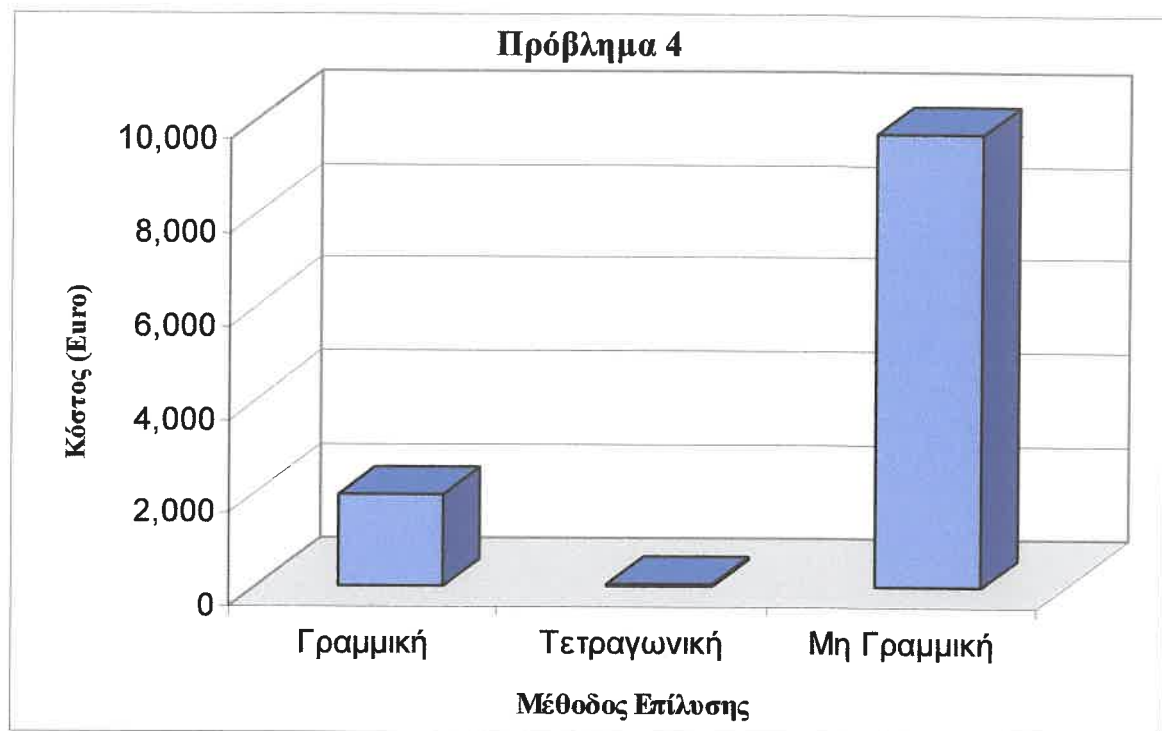
Σχήμα 4.6 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 1



Σχήμα 4.7 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 2



Σχήμα 4.8 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 3



Σχήμα 4.9 : Κόστος κάθε μεθόδου επίλυσης για το πρόβλημα 4

Όπως έχει προαναφερθεί, το κόστος για την περίπτωση της μη γραμμικής επίλυσης αυξάνει πολύ απότομα όταν υπάρχει απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης. Η επόμενη επίλυση που δίνει υψηλές τιμές κόστους είναι η γραμμική και αυτή που δίνει τις χαμηλότερες τιμές είναι η τετραγωνική. Αυτό είναι φανερό από τα παραπάνω σχήματα και αναμενόμενο λόγω της μορφής των διαγραμμάτων της μεταβολής κόστους που είχαν παρουσιαστεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στον πίνακα που ακολουθεί παρατίθενται αναλυτικά οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης, συνολικά και ανά αεροσκάφος, για κάθε μία από τις μεθόδους επίλυσης. Από τον πίνακα αυτό διακρίνεται η έντονη διαφοροποίηση που υπάρχει στις τιμές αυτές μεταξύ των εναλλακτικών διαμορφώσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.

Πίνακας 4.18 : Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης συνολικά και ανά αεροσκάφος για όλες τις μεθόδους επίλυσης

Αριθμός Προβλήματος	Πλήθος Αεροσκαφών	Γραμμική		Τετραγωνική		Μη Γραμμική	
		Τιμή	Τιμή ανά Αεροσκάφος	Τιμή	Τιμή ανά Αεροσκάφος	Τιμή	Τιμή ανά Αεροσκάφος
		(Euro)	(Euro)	(Euro)	(Euro)	(Euro)	(Euro)
1	10	700	70	26,3	2,6	1.541	154
2	15	1.480	99	48,9	3,3	4.282	285
3	20	820	41	36,4	1,8	3.541	177
4	50	1.950	39	61,3	1,2	9.724	194

Κάθε αεροδρόμιο του οποίου η διοίκηση αποφασίσει να προγραμματίσει τις αφίξεις σε αυτό με βάση κάποια από τα πρότυπα που παρουσιάστηκαν, αντίστοιχα επιλέγει και πια συγκεκριμένα θα είναι η αντικειμενική συνάρτηση που θα υιοθετήσει για την απόδοση του κόστους λόγω των αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης. Έτσι λοιπόν σε κάποιο αεροδρόμιο μπορεί να τους ενδιαφέρει να μην υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις και αυτές που είναι μικρές να μην έχουν μεγάλη ποινή. Τότε η συνάρτηση που ταιριάζει περισσότερο είναι η τετραγωνική. Αντίστοιχα σε κάποιο άλλο μπορεί να προτιμάται να μην υπάρχουν καθόλου αποκλίσεις και όταν αυτές υφίστανται να έχουν μεγάλο κόστος ποινής από την αρχή και όσο πιο πολύ αποκλίνουν αυτό να αυξάνεται με μικρότερη κλίση μέχρι να πάρει τη μέγιστη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση πιο κατάλληλη είναι η μη γραμμική συνάρτηση. Τέλος μπορεί απλά να θεωρηθεί ότι το κόστος αυξάνει γραμμικά για απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο και σε αυτή την περίπτωση βέβαια ταιριάζει η γραμμική συνάρτηση. Σε κάθε περίπτωση όμως το κόστος παρουσιάζει μεγάλη μείωση σε σχέση με τη μέθοδο που ακολουθούν τα περισσότερα αεροδρόμια, την FCFS, χωρίς να αναδιατάσσουν την ακολουθία των αεροσκαφών.

4.9 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Γραμμικής Συνάρτησης με Αποτελέσματα Προηγούμενης Έρευνας

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος, έχει επίσης χρησιμοποιηθεί από τους Beasley κ.α. (2000). Θα παρουσίαζε λοιπόν ιδιαίτερο ενδιαφέρον εάν γινόταν σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας διπλωματικής με αυτά της εργασίας αυτής. Από τη σύγκριση αυτή θα μπορούσε να εξαχθούν αρκετά συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα κάθε μεθόδου.

Θα πρέπει σε αυτό το σημείο να γίνει μια σύντομη αναφορά στη μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε από τους Beasley κ.α. (2000), έτσι ώστε να μπορεί να γίνει η συσχέτιση των αποτελεσμάτων. Οι συγγραφείς επέλεξαν δύο διαφορετικές μεθοδολογίες για την επίλυση του προβλήματος αυτού. Η πρώτη βασίστηκε στη χρήση ευρετικών αλγορίθμων (heuristic algorithms) και η δεύτερη στη χρήση δένδροειδούς αναζήτησης (tree search).

Τα αποτελέσματα από τις δύο αυτές μεθοδολογίες αλλά και αυτά της παρούσας εργασίας παρουσιάζονται συνοπτικά στους ακόλουθους πίνακες.

Πίνακας 4.19: Απαιτούμενοι χρόνοι επίλυσης για κάθε πρόβλημα

Αριθμός Προβλήματος	Γραμμική Επίλυση	Beasley κ.α.	
		Ευρετικός Αλγόριθμος	Δενδροειδής Αναζήτησης
1	1	0,1	0,4
2	2	0,1	5,2
3	2	0,1	2,7
4	127	0,4	111,9

Οι χρόνοι που φαίνονται στον παραπάνω πίνακα είναι σε δευτερόλεπτα. Από αυτούς παρατηρείται ότι η πιο γρήγορη μέθοδος είναι αυτή των ευρετικών αλγορίθμων και έπειτα οι άλλες δύο που απαιτούν σχεδόν τον ίδιο χρόνο επίλυσης.

Πίνακας 4.20: Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε πρόβλημα (σε Euro)

Αριθμός προβλήματος	Γραμμική Επίλυση	Beasley κ.α.	
		Ευρετικός Αλγόριθμος	Δενδροειδής Αναζήτησης
1	700	700	700
2	1480	1500	1480
3	820	1380	820
4	1950	2690	1950

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία είναι η βέλτιστη, για τη γραμμική επίλυση και για τη μέθοδο δενδροειδούς αναζήτησης είναι ίδια για κάθε πρόβλημα. Το γεγονός αυτό ενισχύει την ορθότητα της επιλογής του συγκεκριμένου προγράμματος και της συγκεκριμένης μεθόδου επίλυσης για την αντιμετώπιση του προβλήματος στην παρούσα διπλωματική εργασία. Διαφοροποίηση υπάρχει μεταξύ αυτών των δύο μεθόδων και αυτής των ευρετικών αλγορίθμων. Στο πρώτο πρόβλημα, το οποίο είναι και το πιο απλό, όλες οι μεθοδολογίες δίνουν ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα ως τη βέλτιστη λύση. Για το δεύτερο πρόβλημα η τιμή της αντικειμενικής

συνάρτησης είναι ίδια για τη γραμμική επίλυση και τη μέθοδο δένδροειδούς αναζήτησης και με μια πολύ μικρή διαφορά για τη μέθοδο των ευρετικών αλγορίθμων.

Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις η διαφορά στο κόστος μεταξύ της γραμμικής επίλυσης, της δένδροειδούς αναζήτησης και της μεθόδου με τους ευρετικούς αλγόριθμους είναι αρκετά μεγάλη. Στο τρίτο πρόβλημα η διαφορά αυτή ανέρχεται περίπου στο 68%, με μεγαλύτερη τιμή να δίνουν οι ευρετικοί αλγόριθμοι και αντίστοιχα για το τέταρτο πρόβλημα η διαφορά είναι σχεδόν 38%. Τα ποσοστά αυτά διαφοροποίησης φανερώνουν την αδυναμία των ευρετικών αλγορίθμων να βρουν τη βέλτιστη λύση, καθώς ψάχνουν για τοπικά βέλτιστα τα οποία δεν αποτελούν πάντα και τα ολικά. Οι αλγόριθμοι αυτοί βέβαια πλεονεκτούν ως προς τον χρόνο επίλυσης και για τον λόγο αυτό μπορούν πιο εύκολα να χρησιμοποιηθούν σε κάποιο δυναμικό πρότυπο.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εργασία στοχεύει στη διερεύνηση του προβλήματος των προσγειώσεων αεροσκαφών σε μονό διάδρομο αεροδρομίου και στην παρουσίαση μεθόδων για τον αποτελεσματικό προσδιορισμό των βέλτιστων ακολουθιών αφικνούμενων αεροσκαφών. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος γίνεται με τη βοήθεια μικτού ακέραιου, τετραγωνικού και μη γραμμικού προγραμματισμού. Για τη διερεύνηση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκαν τρεις εναλλακτικές διαμορφώσεις της αντικειμενικής συνάρτησης. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν προέρχονται από συνδυασμό πραγματικών δεδομένων –από το αεροδρόμιο Malpensa του Μιλάνο- και δεδομένων που παράχθηκαν με προσομοίωση.

5.2 Μέθοδοι Επίλυσης

Όπως αναφέρθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια, οι μέθοδοι προτυποποίησης του προβλήματος που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τρεις: η γραμμική, η τετραγωνική και η μη γραμμική. Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν για αυτές τις περιπτώσεις αφορούσαν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε μία από τις ομάδες δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν. Επίσης, παρουσιάστηκαν αναλυτικά τα ποσοστά των αεροσκαφών που προσγειώνονται στο επιθυμητό χρόνο προσγείωσης και των αεροσκαφών που αποκλίνουν από αυτόν. Για την πιο ολοκληρωμένη ανάπτυξη του θέματος εξετάστηκε και η περίπτωση προσγειώσεων με την μέθοδο FCFS, η οποία ακολουθείται από τα περισσότερα αεροδρόμια και για την οποία βρέθηκε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα συγκρίθηκαν και παρείχαν ιδιαίτερα χρήσιμα συμπεράσματα.

Αρχικά, συγκρίνοντας τις τρεις μεθοδολογίες με αυτή της FCFS φάνηκε πόσο σημαντική είναι η μείωση στο κόστος λόγω αποκλίσεων από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, όταν υπάρχει αναδιάταξη της ακολουθίας των αεροσκαφών σε σχέση με την περίπτωση που αυτά προσγειώνονται με τη σειρά που αφικνούνται. Με την αναδιάταξη των ακολουθιών επιτυγχάνεται η προσγείωση των περισσότερων αεροσκαφών στον επιθυμητό χρόνο, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει μεγάλο κόστος ποινής. Αντίθετα, όταν η εξυπηρέτηση γίνεται

με την αρχική ακολουθία, το κόστος αυτό αυξάνει πολύ, καθώς σχεδόν κανένα αεροσκάφος δεν προσγειώνεται στον επιθυμητό χρόνο, αλλά με μεγάλη απόκλιση από αυτόν. Έτσι λοιπόν αποδεικνύεται ότι οποιαδήποτε μέθοδος και να χρησιμοποιηθεί δίνει πολύ καλύτερα αποτελέσματα από την FCFS.

Στη συνέχεια, συγκρίνοντας τις τρεις μεθόδους επίλυσης αποδείχτηκε ότι η περίπτωση της μη γραμμικής συνάρτησης δίνει το μεγαλύτερο κόστος για κάθε μια από τις ομάδες δεδομένων. Το μικρότερο κόστος συναντάται στην περίπτωση της τετραγωνικής συνάρτησης, ενώ ενδιάμεση τιμή δίνεται όπως αναμενόταν από τη γραμμική συνάρτηση. Αυτή η διαφοροποίηση είχε γίνει αντιληπτή από την αρχή λόγω της μορφής των διαγραμμάτων μεταβολής του κόστους κάθε μεθόδου και της σύγκρισης που είχε γίνει σε αυτά. Το κόστος για την τετραγωνική συνάρτηση μεταβάλλεται αρχικά, για μικρή απόκλιση από τον επιθυμητό χρόνο προσγείωσης, με μικρή κλίση και όσο πλησιάζουμε στους ακραίους χρόνους με μεγαλύτερη. Για την γραμμική η κλίση αυτή είναι σταθερή σε όλο το χρονικό παράθυρο του αεροσκάφους και για τη μη γραμμική η κλίση είναι πολύ απότομη αρχικά και έπειτα πιο ήπια. Έτσι λοιπόν για την ίδια απόκλιση η πρώτη περίπτωση θα δώσει τη χαμηλότερη τιμή, η τελευταία τη μεγαλύτερη και η άλλη μια ενδιάμεση.

Το σύνολο των αεροσκαφών που βρέθηκε ότι προσγειώνεται στον επιθυμητό χρόνο αποτελεί μια ακόμη ένδειξη για το πώς επηρεάζεται το συνολικό κόστος από την αλλαγή θεώρησης της αντικειμενικής συνάρτησης. Για την περίπτωση της γραμμικής συνάρτησης περισσότερα από τα μισά αεροσκάφη, περίπου το 55%-60%, για κάθε πρόβλημα προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο. Αντίστοιχα συμβαίνει και για την περίπτωση της μη γραμμικής συνάρτησης, περίπου το 55%. Στην περίπτωση της τετραγωνικής όμως πολύ λίγα είναι τα αεροσκάφη που προσγειώνονται στον επιθυμητό χρόνο, το πολύ το 40% αυτών. Αυτή η διαφοροποίηση οφείλεται στην ελαστικότητα για την απόδοση ποινής για μικρές αποκλίσεις στην τετραγωνική επίλυση και αντίστροφα στην αυστηρότητα για την απόδοση ποινής στη μη γραμμική επίλυση. Έτσι λοιπόν το συνολικό κόστος διαφοροποιείται κατά περίπτωση.

Σε ότι αφορά την ανάλυση ευαισθησίας που έγινε σε ένα από τα προβλήματα, σε αυτό που περιλαμβάνει 20 αεροσκάφη, για τη μεταβολή του πίνακα των απαιτούμενων χρονικών

διαχωρισμών, προέκυψε ότι μπορεί να υπάρξει σημαντική διαφορά στο συνολικό κόστος. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση που η ομάδα των αεροσκαφών αποτελείται μόνο από μικρά αεροσκάφη το κόστος αυτό είναι ελάχιστο, καθώς οι απαιτήσεις των διαχωρισμών πληρούνται εύκολα. Όσο η μίξη των αεροσκαφών γίνεται πιο πολύπλοκη, δηλαδή περιλαμβάνει όλους τους τύπους αεροσκαφών, το κόστος αυτό αυξάνει αρκετά. Μεγαλύτερη τιμή λαμβάνει όταν οι αναλογίες μικρών αεροσκαφών και βαριών είναι μεγαλύτερες από αυτή των μεγάλων αεροσκαφών. Αυτό είναι λογικό γιατί οι απαιτούμενοι χρονικοί διαχωρισμοί είναι μεγαλύτεροι μεταξύ μικρών και βαριών αεροσκαφών σε σχέση με αυτούς μεταξύ μεγάλων και μικρών ή βαρέων αεροσκαφών. Για τον λόγο αυτό είναι προτιμότερο η ομάδα των αφικνούμενων αεροσκαφών να περιλαμβάνει μεγαλύτερη αναλογία μεγάλων αεροσκαφών.

5.3 Προτάσεις για Περαιτέρω Έρευνα

Στην παρούσα διπλωματική επιχειρήθηκε η διερεύνηση του προβλήματος εύρεσης μεθόδων για τον προσδιορισμό βέλτιστων ακολουθιών προσγειούμενων αεροσκαφών. Το πρότυπο που δημιουργήθηκε αφορούσε μόνο αφίξεις σε μονό διάδρομο αεροδρομίου και επιλύθηκε με τρεις διαφορετικές μεθόδους, την γραμμική, την τετραγωνική και την μη γραμμική. Το γεγονός ότι υπάρχει έλλειψη βιβλιογραφίας για το πρόβλημα των ακολουθιών των αεροσκαφών, αφήνει πολλά περιθώρια για την περαιτέρω διερεύνησή του. Για τον λόγο αυτό προτείνονται οι ακόλουθες κατευθύνσεις:

- Η δημιουργία προτύπου που να περιλαμβάνει μικτή λειτουργία των διαδρόμων προσγείωσης και απογείωσης και αυτό να επεκτείνεται για πολλαπλούς διαδρόμους.
- Η διατύπωση αντικειμενικής συνάρτησης που να αφορά στο συνολικό χρόνο απογειώσεων και προσγειώσεων και να στοχεύει στην ελαχιστοποίησή του.
- Η επίλυση του προβλήματος με διαφορετική μέθοδο, όπως με τη χρήση γενετικών αλγόριθμων.
- Η χρήση βάσης δεδομένων που να περιλαμβάνει εξ' ολοκλήρου πραγματικά στοιχεία συγκεντρωμένα σε ώρες αιχμής από αεροδρόμια με μεγάλη επιβατική κίνηση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Andreussi A., Bianco L. και Ricciardelli S., A simulation model for aircraft sequencing in the near terminal area, *European Journal of Operational Research*, Vol. 8, pp. 345-354, 1981.
- Athens International Airport, επίσημη ιστοσελίδα www.aia.gr, πληροφορίες ανακτήθηκαν στις 28 Ιουνίου 2004.
- Beasley J., Krishnamoorthy M., Sharaiha Y. και Abramson D., Scheduling aircraft landings- The static case, *Transportation Science*, Vol. 34, pp. 180-197, 2000.
- Beasley J., Krishnamoorthy M., Sharaiha Y. και Abramson D., The displacement problem and dynamically scheduling aircraft landings, *Journal of Operational Research Society*, Vol. 55, pp. 54-64, 2004.
- Bianco L., Dell’Olmo P., Giordani S., Scheduling models for air traffic control in terminal areas, *Journal of Scheduling*, Υπό δημοσίευση.
- Bolender M. και Slater G., Evaluation of scheduling methods for multiple runways, *Journal of Aircraft*, Vol. 37, pp. 410-416, 2000.
- Carr G., Erzberger H. και Neuman F., Airline arrival prioritization in sequencing and scheduling, 2nd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar, <http://www.ctas.arc.nasa.gov/publications>, 1998.
- Carr G., Erzberger H. και Neuman F., Delay exchanges in arrival sequencing and scheduling, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, pp. 758-791, 1999.
- Carr G., Erzberger H. και Neuman F., Fast-time study of airline-influenced arrival sequencing and scheduling, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 23, pp. 526-531, 2000.

- Dear R. και Sherif Y., An algorithm for computer assisted sequencing and scheduling of terminal area operations, *Transportation Research A*, Vol. 25A, pp. 129-139, 1991.
- Dell'Olmo P. και Lulli G., A dynamic programming approach for the airport capacity allocation problem, *Journal of Management Mathematics*, Vol. 14, pp. 253-249, 2003.
- Europa, Η δικτυακή πύλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης, επίσημη ιστοσελίδα, www.europa.eu.int, πληροφορίες ανακτήθηκαν στις 28 Ιουνίου 2004.
- Horonjeff R. και McKelney F., *Planning and design of airports*, McGraw-Hill, New York, 1994.
- IATA, International Air Transport Association, επίσημη ιστοσελίδα www.iata.org, πληροφορίες ανακτήθηκαν στις 28 Ιουνίου 2004.
- LINGO Software – Powerful Solvers, επίσημη ιστοσελίδα, www.lindo.com, πληροφορίες ανακτήθηκαν στις 9 Φεβρουαρίου 2005.
- Milan J., The flow management problem in air traffic control: a model of assigning priorities for landings at a congested airport, *Transportation Planning and Technology*, Vol. 20, pp. 131-162, 1997.
- Odoni A., *Airport systems: strategic planning and detail design*, Massachusetts Institute of Technology, 1998.
- Rardin R., *Optimization in operations research*, Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- Venkatakrisnan C., Barnett A. και Odoni A., Landings at Logan airport: describing and increasing airport capacity, *Transportation Science*, Vol. 27, pp. 211-227, 1993.

Winston W., *Operations research, applications and algorithms*, Duxbury Press, California, 1991.

Αμπακούμκιν Κ., *Αεροδρόμια*, Εκδόσεις Συμμετρία, 1990.

Καρλαύτης Μ. και Λαμπρόπουλος Σ., *Επιχειρησιακή έρευνα*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2002.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ακολουθεί ενδεικτικά ο αλγόριθμος επίλυσης του προγράμματος LINGO 8.0 για τη γραμμική διαμόρφωση του πρώτου προβλήματος με δέκα αεροσκάφη.

MODEL:

SETS:

N/1..10/:g,h,a,b,x,T,L,E;

i/1..10/;

j/1..10/;

V(i,j):s,d;

ENDSETS

DATA:

g=@OLE('Book2.xls');

h=@OLE('Book2.xls');

T=@OLE('Book2.xls');

L=@OLE('Book2.xls');

E=@OLE('Book2.xls');

S=@OLE('Book2.xls');

@OLE('Book2.xls')=a;

@OLE('Book2.xls')=b;

@OLE('Book2.xls')=d;

ENDDATA

min=@sum(N:g*a+h*b);

@FOR(V:@BIN(d));

@FOR(N:X=T-a+b);

@FOR(N:x>=E);

@FOR(N:x<=L);

@FOR(N:a>=T-x);

@FOR(N:a>=0);

@FOR(N:a<=T-E);

```

@FOR(N:b>=x-T);
@FOR(N:b>=0);
@FOR(N:a<=L-T);
d(1,2)+d(2,1)=1;
d(1,3)+d(3,1)=1;
d(1,4)+d(4,1)=1;
d(1,5)+d(5,1)=1;
d(1,6)+d(6,1)=1;
d(1,7)+d(7,1)=1;
d(1,8)+d(8,1)=1;
d(1,9)+d(9,1)=1;
d(1,10)+d(10,1)=1;
d(2,3)+d(3,2)=1;
d(2,4)+d(4,2)=1;
d(2,5)+d(5,2)=1;
d(2,6)+d(6,2)=1;
d(2,7)+d(7,2)=1;
d(2,8)+d(8,2)=1;
d(2,9)+d(9,2)=1;
d(2,10)+d(10,2)=1;
d(3,4)+d(4,3)=1;
d(3,5)+d(5,3)=1;
d(3,6)+d(6,3)=1;
d(3,7)+d(7,3)=1;
d(3,8)+d(8,3)=1;
d(3,9)+d(9,3)=1;
d(3,10)+d(10,3)=1;
d(4,5)+d(5,4)=1;
d(4,6)+d(6,4)=1;
d(4,7)+d(7,4)=1;
d(4,8)+d(8,4)=1;
d(4,9)+d(9,4)=1;

```

$$\begin{aligned} d(4,10)+d(10,4)&=1; \\ d(5,6)+d(6,5)&=1; \\ d(5,7)+d(7,5)&=1; \\ d(5,8)+d(8,5)&=1; \\ d(5,9)+d(9,5)&=1; \\ d(5,10)+d(10,5)&=1; \\ d(6,7)+d(7,6)&=1; \\ d(6,8)+d(8,6)&=1; \\ d(6,9)+d(9,6)&=1; \\ d(6,10)+d(10,6)&=1; \\ d(7,8)+d(8,7)&=1; \\ d(7,9)+d(9,7)&=1; \\ d(7,10)+d(10,7)&=1; \\ d(8,9)+d(9,8)&=1; \\ d(8,10)+d(10,8)&=1; \\ d(9,10)+d(10,9)&=1; \\ x(2)>=x(1)+S(1,2)*d(1,2)-(L(1)-E(2))*d(2,1); \\ x(3)>=x(1)+S(1,3)*d(1,3)-(L(1)-E(3))*d(3,1); \\ x(4)>=x(1)+S(1,4)*d(1,4)-(L(1)-E(4))*d(4,1); \\ x(5)>=x(1)+S(1,5)*d(1,5)-(L(1)-E(5))*d(5,1); \\ x(6)>=x(1)+S(1,6)*d(1,6)-(L(1)-E(6))*d(6,1); \\ x(7)>=x(1)+S(1,7)*d(1,7)-(L(1)-E(7))*d(7,1); \\ x(8)>=x(1)+S(1,8)*d(1,8)-(L(1)-E(8))*d(8,1); \\ x(9)>=x(1)+S(1,9)*d(1,9)-(L(1)-E(9))*d(9,1); \\ x(10)>=x(1)+S(1,10)*d(1,10)-(L(1)-E(10))*d(10,1); \\ x(1)>=x(2)+S(2,1)*d(2,1)-(L(2)-E(1))*d(1,2); \\ x(3)>=x(2)+S(2,3)*d(2,3)-(L(2)-E(3))*d(3,2); \\ x(4)>=x(2)+S(2,4)*d(2,4)-(L(2)-E(4))*d(4,2); \\ x(5)>=x(2)+S(2,5)*d(2,5)-(L(2)-E(5))*d(5,2); \\ x(6)>=x(2)+S(2,6)*d(2,6)-(L(2)-E(6))*d(6,2); \\ x(7)>=x(2)+S(2,7)*d(2,7)-(L(2)-E(7))*d(7,2); \\ x(8)>=x(2)+S(2,8)*d(2,8)-(L(2)-E(8))*d(8,2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(9) &\geq x(2) + S(2,9) * d(2,9) - (L(2) - E(9)) * d(9,2); \\ x(10) &\geq x(2) + S(2,10) * d(2,10) - (L(2) - E(10)) * d(10,2); \\ x(1) &\geq x(3) + S(3,1) * d(3,1) - (L(3) - E(1)) * d(1,3); \\ x(2) &\geq x(3) + S(3,2) * d(3,2) - (L(3) - E(2)) * d(2,3); \\ x(4) &\geq x(3) + S(3,4) * d(3,4) - (L(3) - E(4)) * d(4,3); \\ x(5) &\geq x(3) + S(3,5) * d(3,5) - (L(3) - E(5)) * d(5,3); \\ x(6) &\geq x(3) + S(3,6) * d(3,6) - (L(3) - E(6)) * d(6,3); \\ x(7) &\geq x(3) + S(3,7) * d(3,7) - (L(3) - E(7)) * d(7,3); \\ x(8) &\geq x(3) + S(3,8) * d(3,8) - (L(3) - E(8)) * d(8,3); \\ x(9) &\geq x(3) + S(3,9) * d(3,9) - (L(3) - E(9)) * d(9,3); \\ x(10) &\geq x(3) + S(3,10) * d(3,10) - (L(3) - E(10)) * d(10,3); \\ x(1) &\geq x(4) + S(4,1) * d(4,1) - (L(4) - E(1)) * d(1,4); \\ x(2) &\geq x(4) + S(4,2) * d(4,2) - (L(4) - E(2)) * d(2,4); \\ x(3) &\geq x(4) + S(4,3) * d(4,3) - (L(4) - E(3)) * d(3,4); \\ x(5) &\geq x(4) + S(4,5) * d(4,5) - (L(4) - E(5)) * d(5,4); \\ x(6) &\geq x(4) + S(4,6) * d(4,6) - (L(4) - E(6)) * d(6,4); \\ x(7) &\geq x(4) + S(4,7) * d(4,7) - (L(4) - E(7)) * d(7,4); \\ x(8) &\geq x(4) + S(4,8) * d(4,8) - (L(4) - E(8)) * d(8,4); \\ x(9) &\geq x(4) + S(4,9) * d(4,9) - (L(4) - E(9)) * d(9,4); \\ x(10) &\geq x(4) + S(4,10) * d(4,10) - (L(4) - E(10)) * d(10,4); \\ x(1) &\geq x(5) + S(5,1) * d(5,1) - (L(5) - E(1)) * d(1,5); \\ x(2) &\geq x(5) + S(5,2) * d(5,2) - (L(5) - E(2)) * d(2,5); \\ x(3) &\geq x(5) + S(5,3) * d(5,3) - (L(5) - E(3)) * d(3,5); \\ x(4) &\geq x(5) + S(5,4) * d(5,4) - (L(5) - E(4)) * d(4,5); \\ x(6) &\geq x(5) + S(5,6) * d(5,6) - (L(5) - E(6)) * d(6,5); \\ x(7) &\geq x(5) + S(5,7) * d(5,7) - (L(5) - E(7)) * d(7,5); \\ x(8) &\geq x(5) + S(5,8) * d(5,8) - (L(5) - E(8)) * d(8,5); \\ x(9) &\geq x(5) + S(5,9) * d(5,9) - (L(5) - E(9)) * d(9,5); \\ x(10) &\geq x(5) + S(5,10) * d(5,10) - (L(5) - E(10)) * d(10,5); \\ x(1) &\geq x(6) + S(6,1) * d(6,1) - (L(6) - E(1)) * d(1,6); \\ x(2) &\geq x(6) + S(6,2) * d(6,2) - (L(6) - E(2)) * d(2,6); \\ x(3) &\geq x(6) + S(6,3) * d(6,3) - (L(6) - E(3)) * d(3,6); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x(4) &\geq x(6) + S(6,4) * d(6,4) - (L(6) - E(4)) * d(4,6); \\
 x(5) &\geq x(6) + S(6,5) * d(6,5) - (L(6) - E(5)) * d(5,6); \\
 x(7) &\geq x(6) + S(6,7) * d(6,7) - (L(6) - E(7)) * d(7,6); \\
 x(8) &\geq x(6) + S(6,8) * d(6,8) - (L(6) - E(8)) * d(8,6); \\
 x(9) &\geq x(6) + S(6,9) * d(6,9) - (L(6) - E(9)) * d(9,6); \\
 x(10) &\geq x(6) + S(6,10) * d(6,10) - (L(6) - E(10)) * d(10,6); \\
 x(1) &\geq x(7) + S(7,1) * d(7,1) - (L(7) - E(1)) * d(1,7); \\
 x(2) &\geq x(7) + S(7,2) * d(7,2) - (L(7) - E(2)) * d(2,7); \\
 x(3) &\geq x(7) + S(7,3) * d(7,3) - (L(7) - E(3)) * d(3,7); \\
 x(4) &\geq x(7) + S(7,4) * d(7,4) - (L(7) - E(4)) * d(4,7); \\
 x(5) &\geq x(7) + S(7,5) * d(7,5) - (L(7) - E(5)) * d(5,7); \\
 x(6) &\geq x(7) + S(7,6) * d(7,6) - (L(7) - E(6)) * d(6,7); \\
 x(8) &\geq x(7) + S(7,8) * d(7,8) - (L(7) - E(8)) * d(8,7); \\
 x(9) &\geq x(7) + S(7,9) * d(7,9) - (L(7) - E(9)) * d(9,7); \\
 x(10) &\geq x(7) + S(7,10) * d(7,10) - (L(7) - E(10)) * d(10,7); \\
 x(1) &\geq x(8) + S(8,1) * d(8,1) - (L(8) - E(1)) * d(1,8); \\
 x(2) &\geq x(8) + S(8,2) * d(8,2) - (L(8) - E(2)) * d(2,8); \\
 x(3) &\geq x(8) + S(8,3) * d(8,3) - (L(8) - E(3)) * d(3,8); \\
 x(4) &\geq x(8) + S(8,4) * d(8,4) - (L(8) - E(4)) * d(4,8); \\
 x(5) &\geq x(8) + S(8,5) * d(8,5) - (L(8) - E(5)) * d(5,8); \\
 x(6) &\geq x(8) + S(8,6) * d(8,6) - (L(8) - E(6)) * d(6,8); \\
 x(7) &\geq x(8) + S(8,7) * d(8,7) - (L(8) - E(7)) * d(7,8); \\
 x(9) &\geq x(8) + S(8,9) * d(8,9) - (L(8) - E(9)) * d(9,8); \\
 x(10) &\geq x(8) + S(8,10) * d(8,10) - (L(8) - E(10)) * d(10,8); \\
 x(1) &\geq x(9) + S(9,1) * d(9,1) - (L(9) - E(1)) * d(1,9); \\
 x(2) &\geq x(9) + S(9,2) * d(9,2) - (L(9) - E(2)) * d(2,9); \\
 x(3) &\geq x(9) + S(9,3) * d(9,3) - (L(9) - E(3)) * d(3,9); \\
 x(4) &\geq x(9) + S(9,4) * d(9,4) - (L(9) - E(4)) * d(4,9); \\
 x(5) &\geq x(9) + S(9,5) * d(9,5) - (L(9) - E(5)) * d(5,9); \\
 x(6) &\geq x(9) + S(9,6) * d(9,6) - (L(9) - E(6)) * d(6,9); \\
 x(7) &\geq x(9) + S(9,7) * d(9,7) - (L(9) - E(7)) * d(7,9); \\
 x(8) &\geq x(9) + S(9,8) * d(9,8) - (L(9) - E(8)) * d(8,9);
 \end{aligned}$$

```

x(10)>=x(9)+S(9,10)*d(9,10)-(L(9)-E(10))*d(10,9);
x(1)>=x(10)+S(10,1)*d(10,1)-(L(10)-E(1))*d(1,10);
x(2)>=x(10)+S(10,2)*d(10,2)-(L(10)-E(2))*d(2,10);
x(3)>=x(10)+S(10,3)*d(10,3)-(L(10)-E(3))*d(3,10);
x(4)>=x(10)+S(10,4)*d(10,4)-(L(10)-E(4))*d(4,10);
x(5)>=x(10)+S(10,5)*d(10,5)-(L(10)-E(5))*d(5,10);
x(6)>=x(10)+S(10,6)*d(10,6)-(L(10)-E(6))*d(6,10);
x(7)>=x(10)+S(10,7)*d(10,7)-(L(10)-E(7))*d(7,10);
x(8)>=x(10)+S(10,8)*d(10,8)-(L(10)-E(8))*d(8,10);
x(9)>=x(10)+S(10,9)*d(10,9)-(L(10)-E(9))*d(9,10);
END

```

LINGO Solver Status [aircapacity]

Solver Status		Variables	
Model Class:	ILP	Total:	130
State:	Global Optimum	Nonlinear:	0
Objective:	0	Integers:	100
Infeasibility:	0	Constraints	
Iterations:	961	Total:	226
		Nonlinear:	0
Extended Solver Status		Nonzeros	
Solver Type	B-and-B	Total:	600
Best Obj:	700	Nonlinear:	0
Obj Bound:	380	Generator Memory Used (K)	
Steps:	52	99	
Active:	0	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
		00:00:01	
Update Interval: 2		Interrupt Solver Close	