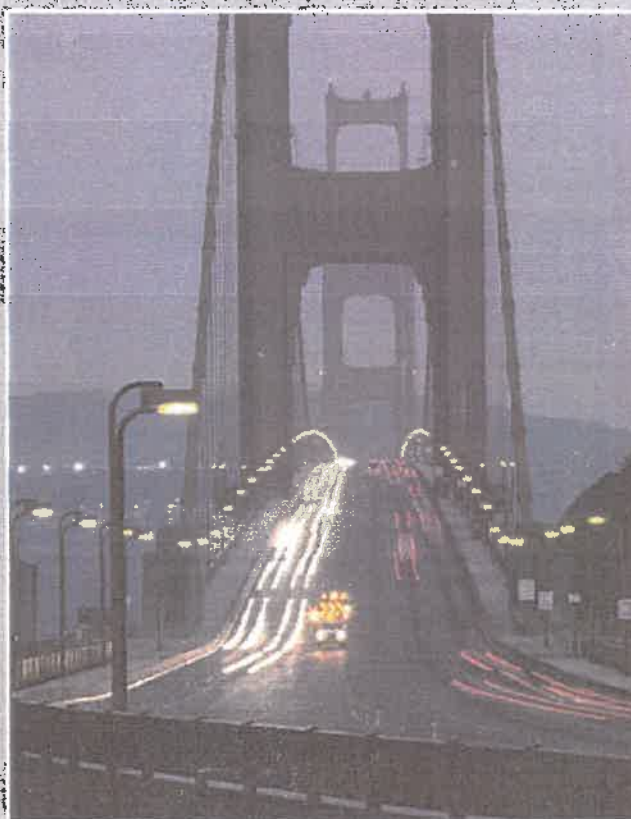




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ & ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ



ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ
ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΟ ΟΔΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ
ΚΑΙ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ
ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΕΜΒΑΣΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΧΩΡΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΜΑΤΘΑΙΟΣ ΚΑΡΛΑΥΤΗΣ

ΓΕΡΟΛΙΜΙΝΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2003

Στο Λευτέρη

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας είμαι εξαιρετικά υποχρεωμένος σε ένα μεγάλο αριθμό ατόμων από το Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο για την ευγένεια, την υπομονή και την καθοδήγησή τους, που ξεπέρασαν κάθε προσδοκία.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον λέκτορα κ. Μαθιό Καρλαύτη, ο οποίος ήταν και είναι ό,τι θα ευχόμουν να είναι ένας χαρισματικός δάσκαλος και μέντορας. Χωρίς την παρουσία και την καθοδήγησή του η παρούσα διπλωματική εργασία δεν θα είχε ολοκληρωθεί.

Την εκτίμησή μου χαίρει ο αναπληρωτής καθηγητής κ. Αντώνης Σταθόπουλος, ο οποίος ήταν πρόθυμος οποτεδήποτε ζήτησα τη βοήθειά του και οι πολύτιμες συμβουλές του και οι εύστοχες παρατηρήσεις του υπήρξαν σημαντικότερες.

Θα ήθελα επίσης, να ευχαριστήσω τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Τσαμπούλα, τον λέκτορα κ. Γιαννή και τον κ. Σκαμπαρδώνη, του UC Berkeley που με την εμπειρία και τη γνώση τους συνεισέφεραν στην βελτίωση της εργασίας.

Θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή κ. Λαμπρόπουλο, τον μηχανικό κ. Τσατσάνογλου από την Εγνατία Οδό Α.Ε. και τον κ. Κιουφή γενικό διευθυντή της ΕΛΠΑ για την προθυμία τους να μου προσφέρουν την πληθώρα στοιχείων που ζήτησα.

Ξεχωριστές ευχαριστίες στο συνάδελφο και φίλο Κώστα Κεπαπτσόγλου για την συμπαράστασή του, καθώς και για την άμεση συμμετοχή του στα προγράμματα αυτής της εργασίας.

Με τη συνολική αυτή βοήθεια η παρούσα διπλωματική εργασία οφείλει να είναι άπογη και στο βαθμό που αυτό δεν συμβαίνει η ευθύνη βαρύνει εμένα προσωπικά.

Νικόλας Γερολιμίνης

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

	Σελίδα
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	ii
ΣΥΝΟΨΗ.....	xi
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	xii
 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	 1
1.1 Εισαγωγή.....	1
1.2 Σκοπός Διπλωματικής Εργασίας.....	3
1.3 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας.....	5
 2.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	 6
2.1 Εισαγωγή.....	6
2.2 Στατικά και Ντετερμινιστικά πρότυπα τοποθεσιολογίας.....	7
2.2.1 Εισαγωγή.....	7
2.2.2 Προβλήματα διάμεσου (Median Problems)	7
2.2.3 Προβλήματα Κάλυψης.....	9
2.2.3.1 Εισαγωγή.....	9
2.2.3.2 Πρότυπα με απαιτούμενη κάλυψη.....	10
2.2.3.3 Πρότυπα με βελτιστοποίηση κάλυψης.....	11
2.2.3.3.1 Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστης Κάλυψης.....	11
2.2.3.3.2 Πρότυπα πολλαπλής μέγιστης κάλυψης – υπερκάλυψης.....	13
2.3 Στοχαστικά προβλήματα χωροθέτησης.....	19
2.3.1 Εισαγωγή.....	19
2.3.2 Δυναμικά πρότυπα χωροθέτησης.....	19
2.3.3 Πιθανοτικά πρότυπα χωροθέτησης.....	23
2.3.3.1 Συνήθεις Διατυπώσεις.....	23
2.3.3.2 Πρότυπα χωρικών ουρών.....	28
2.3.4 Πρότυπα σχεδιασμού σεναρίων.....	33
2.4 Συμπεράσματα.....	35
 3.ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΔΟΤΙΚΗ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΠΑΡΟΧΕΩΝ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΕΜΒΑΣΗΣ ΣΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	 38
3.1 Εισαγωγή.....	38
3.2 Φιλοσοφία της μεθοδολογικής προσέγγισης.....	41
3.3 Προσέγγιση Υπερκυβικού Προτύπου.....	45
3.3.1 Εισαγωγή.....	45

3.3.2 Περιγραφή και Ορολογία του Υπερκυβικού Προτύπου (Larson,1974).....	47
3.3.3 Υπολογισμός εκτιμητριών απόδοσης του συστήματος των N παροχέων.....	53
3.4 Προεκτάσεις και γενικεύσεις του Υπερκυβικού Προτύπου.....	56
3.4.1 Εισαγωγή.....	56
3.4.2 Ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων.....	57
3.4.3 Ρυθμοί εξυπηρέτησης παροχέων.....	60
3.4.4 Μέθοδος Διαμερισμού - Διαχείρισης συστήματος (Districting - Dispatching).....	64
3.4.5 Κατάστρωση εξισώσεων ισορροπίας.....	68
3.4.5.1 Διανυσματική προσέγγιση ρυθμών γένεσης ατυχημάτων και εξυπηρέτησης.....	68
3.4.5.2 Εξισώσεις ισορροπίας πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης.....	69
3.5 Περιγραφή Υβριδικού Προτύπου Βελτιστοποίησης.....	73
3.5.1 Εισαγωγή.....	73
3.5.2 Μαθηματική προσέγγιση μέσου χρόνου επέμβασης και κάλυψης (<i>State of the art</i>)..	74
3.5.3 Μαθηματική Διατύπωση Προτύπου.....	77
3.6 Συμπεράσματα.....	79
 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΠΑΡΟΧΕΩΝ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΕΜΒΑΣΗΣ.....	 81
4.1 Εισαγωγή.....	81
4.2 Εφαρμογή Ι (γενική περίπτωση)	82
4.2.1 Εισαγωγή.....	82
4.2.2 Αυτοκινητόδρομος με διαχωριστική νησίδα.....	83
4.2.2.1 Δεδομένα.....	83
4.2.2.2 Επίλυση Προτύπου.....	85
4.2.2.2.1 Τεχνική επιλογής συντομότερης διαδρομής από παροχέα προς κόμβο.....	85
4.2.2.2.2 Τεχνική Διαμερισμού (<i>Districting</i>) και Διαχείρισης (<i>Dispatching Policy</i>)	86
4.2.2.2.3 Υπολογισμός μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων λ_{ij}^k	87
4.2.2.2.4 Υπολογισμός μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης ατυχημάτων μ_{ij}^k	89
4.2.2.2.5 Κατάστρωση 2 ⁵ εξισώσεων ισορροπίας Υπερκυβικού Προτύπου...90	
4.2.2.2.6 Εκτέλεση Εφαρμογής Ια.....	94
4.2.2.3 Αποτελέσματα εφαρμογής Ια.....	95
4.2.3 Αυτοκινητόδρομος χωρίς διαχωριστική νησίδα.....	100
4.2.3.1 Δεδομένα	100
4.2.3.2 Επίλυση Προτύπου.....	101
4.2.3.2.1 Εισαγωγή.....	101

4.2.3.2.2 Τεχνική επιλογής συντομότερης διαδρομής από παροχέα προς κόμβο.....	102
4.2.3.3 Αποτελέσματα εφαρμογής Ιβ.....	103
4.3 Εφαρμογή II (Αυτοκινητόδρομος Εγνατίας).....	106
4.3.1 Εισαγωγή.....	106
4.3.2 Δεδομένα	107
4.3.3 Υπολογισμός μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων.....	110
4.3.4 Επίλυση Προτύπου εφαρμογής II.....	114
4.3.4.1 Εισαγωγή.....	114
4.3.4.2 Δυνατές θέσεις τοποθέτησης οχημάτων άμεσης επέμβαση.....	115
4.3.4.3 Αποτελέσματα εφαρμογής II.....	116
4.3.5 Συμπεράσματα.....	117
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	120
5.1 Εισαγωγή.....	120
5.2 Ευρήματα της Διπλωματικής Εργασίας.....	121
5.2.1 Σχέση μεγίστης κάλυψης και μέσου χρόνου επέμβασης.....	121
5.2.2 Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης συμβάντων.....	122
5.2.3 Πρότυπα Χωροθέτησης και χρήση χωρικών ουρών.....	123
5.3 Επαγωγικά Συμπεράσματα.....	125
5.3.1 Σύγκριση αυτοκινητοδρόμου με και χωρίς ανοίγματα.....	125
5.3.2 Μεταβιβασιμότητα του προτύπου.....	127
5.4 Κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.....	128
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I : Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων (ΕΦΑΡΜΟΓΗ I).....	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II : Κώδικες εκτέλεσης προτύπου σε Visual Basic in Excel.....	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III : Παρουσίαση γενικών αποτελεσμάτων εφαρμογών.....	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV : Αναλυτική περιγραφή στοιχείων Υπερκύβου 5 ^{ης} διάστασης.....	
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	

ΣΥΝΟΨΗ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογικής προσέγγισης για τη βέλτιστη χωροθέτηση οχημάτων άμεσης επέμβασης σε ένα οδικό δίκτυο, λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα του προβλήματος αυτού. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζονται σε ενιαίο πλαίσιο τα προβλήματα του διαμερισμού (*districting*) ενός οδικού δικτύου και της διαχείρισης του συστήματος (*dispatching*) καθώς επίσης επιδιώκεται η ενοποίησή τους με το πρόβλημα της χωροθέτησης (*location*), έτσι ώστε το σύστημα εξυπηρέτησης να είναι όσο το δυνατόν αποδοτικότερο. Οι παροχές υπηρεσιών αντιμετωπίζονται ως ενιαίο σύστημα χωρικά διεσπαρμένων ουρών (*spatial distributed queues*) και υιοθετούνται διαφορετικοί ρυθμοί εξυπηρέτησης για διαφορετικά είδη συμβάντων ανάλογα με την θέση του παροχέα ως προς το συμβάν στο οποίο επεμβαίνει. Για την επίτευξη των στόχων αυτών αναπτύσσεται μια μαθηματική προσέγγιση, το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με Χωρικές Ουρές Αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model)*, και αναπτύσσεται μια ευρεστική τεχνική επίλυσης με χρήση εξειδικευμένου κώδικα.

ABSTRACT

The purpose of the present thesis is to develop a methodological framework for optimizing the location of an emergency response system with N servers on a network by explicitly considering the stochastic nature of the system. The problems of districting and dispatching are examined in this study in an integrated manner and are directly linked to the location problem, in an effort to make the emergency response system as efficient as possible. The servers are treated as a system of spatially distributed queues with different service rates depending upon the server's position with respect to the incidents. A stochastic hybrid queuing location model (SHQLM), as well as a heuristic solving procedure are developed to address the above problem.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο επιπτώσεις των συστημάτων άμεσης επέμβασης για την κοινωνία και τον άνθρωπο είναι πολυδιάστατες και εξαιρετικής σημασίας. Η συσσώρευση των ανθρώπων στα μεγάλα αστικά κέντρα και οι ανοδικές τάσεις του αριθμού των μετακινήσεων δημιουργεί έντονη ζήτηση για εξυπηρέτηση ατυχημάτων (accidents) και συμβάντων (incidents), αυξάνοντας έτσι τις απαιτήσεις των συστημάτων άμεσης επέμβασης και δημιουργώντας την ανάγκη για τον σωστό σχεδιασμό και προγραμματισμό τους. Η φιλοσοφία του σχεδιασμού απαιτεί οι παροχές να είναι σε θέση να επέμβουν σε οποιοδήποτε σημείο ζήτησης, με ένα υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης, και η δημιουργία ουρών αναμονής και συνθηκών συμφόρησης στο σύστημα να είναι περιορισμένες.

Στην αποτελεσματικότητα του συστήματος έρχεται να προστεθεί ένας επιπλέον περιορισμός, η ανάγκη για μείωση του κόστους. Ο περιορισμός αυτός επιβάλλει την βελτιστοποίηση της απόδοσης των χωροθετημένων παροχών. Οι δύο αντίρροπες οικονομικές μεταβλητές του προβλήματος, το κόστος για επίτευξη του επιθυμητού επιπέδου εξυπηρέτησης και το «κόστος αποτυχίας», που ισοδυναμεί με τη ζημία από την αργοπορημένη επέμβαση του παροχέα στον τόπο του συμβάντος, καθορίζουν τις απαιτήσεις του συστήματος.

Κατανοώντας την φύση και τη σημασία των συστημάτων άμεσης επέμβασης η διπλωματική αυτή εργασία προσεγγίζει το πρόβλημα χωροθέτησης με ξεκάθαρη και ολοκληρωμένη μαθηματική διατύπωση, σε σχέση με την ανάλυση υποθέσεων και θεωρήσεων των παραμέτρων που το καθορίζουν. Στην εργασία αυτή αποφεύγονται θεωρήσεις που η επιστημονική εμπειρία και γνώση χαρακτηρίζει αμφίβολες ή υπερβολικές και στοχεύει στην αντιμετώπιση του προβλήματος αφενός μεν βασισμένη σε ένα σωστό επιστημονικό πλαίσιο και μαθηματικό υπόβαθρο αφετέρου δε ανταποκρινόμενη στις πραγματικές ανάγκες του καθημερινού χρήστη καθώς τα συστήματα άμεσης επέμβασης και επείγουσας ανάγκης καλούνται να καλύψουν βασικές βιοτικές ανάγκες των ανθρώπων και δεν αποτελούν μόνο λύσεις σύνθετων μαθηματικών προβλημάτων.

Σκοπός της παρούσας μεθοδολογικής προσέγγισης είναι η βέλτιστη χωροθέτηση ενός αριθμού παροχών σε μια περιοχή μελέτης, λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας σε ενιαίο πλαίσιο τα προβλήματα διαμερισμού (*districting*), πολιτικής αποστολής (*dispatching policy*) και χωροθέτησης (*location*). Για το λόγο αυτό γίνεται προσπάθεια συνδυασμού των πιο σημαντικών πτυχών σύγκλισης της μαθηματικής ανάλυσης και της πράξης ώστε να αποτελέσουν αναπόσπαστα στοιχεία της χωροθέτησης. Διατυπώνει και αναπτύσσει μαθηματικά ένα υβριδικό πρότυπο χωροθέτησης θεωρώντας ως μεταβλητές εισόδου (*inputs*) τις πιο σπουδαίες και απαραίτητες παραμέτρους του προβλήματος.

Η πρωτοτυπία της εργασίας έγκειται στο γεγονός ότι εξετάζει ενιαία τα προβλήματα διαμερισμού (*districting*) και διαχείρισης του συστήματος (*dispatching*) και επιδιώκεται η ενοποίησή τους με το πρόβλημα χωροθέτησης (*location*) έτσι ώστε το σύστημα των N παροχών να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο αποδοτικό και αποτελεσματικό. Παράλληλα, λαμβάνει υπόψη ταυτόχρονα και την πιστότητα και την αποδοτικότητα του συστήματος άμεσης επέμβασης, καθώς βελτιστοποιεί τον μέσο χρόνο επέμβασης υπό τον περιορισμό ενός άνω ορίου στη διασπορά του, που μαθηματικά εκφράζεται με απαίτηση μιας υψηλής τιμής του συντελεστή κάλυψης της περιοχής μελέτης. Τέλος, αντιμετωπίζει το πρόβλημα χωροθέτησης ως ενιαίο εξαρτώμενο σύστημα χωρικά διεσπαρμένων ουρών (*spatial distributed queues*) και υποθέτει διαφορετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης των συμβάντων ανάλογα με την θέση του παροχέα ως προς το συμβάν επέμβασης.

Για την επίτευξη των στόχων αυτών διατυπώνεται μια ακριβής μαθηματική προσέγγιση, το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model)* καθώς και μια ευρεστική τεχνική επίλυσης με χρήση εξειδικευμένου κώδικα. Όπως καταδεικνύεται και από τις πρακτικές εφαρμογές (*case studies*) η ταχύτητα επίλυσης του προτύπου είναι γρήγορη σε σχέση με την προσφερόμενη ακρίβεια και το μέγεθος του προβλήματος συγκρινόμενη με αντίστοιχα χρόνους και ακρίβεια που αναφέρονται στη βιβλιογραφία. Επιβεβαιώνεται, τέλος, η μεταβιβασιμότητά του (*transferability*) σε ένα ευρύ πλαίσιο προβλημάτων χωροθέτησης οχημάτων άμεσης επέμβασης, καθώς και η ευελιξία και προσαρμοστικότητά του σε μεταβολές των παραμέτρων του προβλήματος.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Εισαγωγή

Ο χαρακτήρας των συστημάτων άμεσης επέμβασης για την κοινωνία και τον άνθρωπο είναι πολυδιάστατος και βαρύνουσας σημασίας. Η αξία του χρόνου σε περιστατικά επείγουσας ιατρικής ανάγκης είναι ανεκτίμητη, καθώς μπορεί να αποτελέσει το διαχωριστικό παράγοντα μεταξύ ζωής και θανάτου. Η καθυστερημένη επέμβαση των πυροσβεστικών οχημάτων σε περιπτώσεις πυρκαγιών πιθανώς να προκαλέσει ιδιαίτερα ζημιογόνες επιπτώσεις στο φυσικό και το οικιστικό περιβάλλον. Η παροχή οδικής βοήθειας είτε σε οδικό ατύχημα είτε σε απλό συμβάν βλάβης πρέπει να γίνει εντός συγκεκριμένων χρονικών ορίων για την ασφάλεια τόσο των εμπλεκομένων όσο και των διερχομένων οχημάτων. Η επέμβαση των οχημάτων της άμεσης δράσης οφείλει να είναι ταχύτατη για την προστασία του πολίτη και την εύρυθμη λειτουργία του κοινωνικού συστήματος. Είναι λοιπόν, εμφανές ότι τα συστήματα άμεσης επέμβασης σε οποιαδήποτε μορφή τους (ασθενοφόρα, πυροσβεστικά οχήματα, οχήματα ΕΛΠΑ, περιπολικά) παίζουν σημαντικό ρόλο σε περιστατικά έκτακτης ανάγκης, που απαιτούν την γρήγορη και άμεση εξυπηρέτησή τους.

Η συσσώρευση των ανθρώπων στα μεγάλα αστικά κέντρα και η αύξηση των μετακινήσεων δημιουργεί έντονη ζήτηση για εξυπηρέτηση των συμβάντων αυτών. Συνεπώς, είναι απαραίτητος ο ορθός σχεδιασμός των συστημάτων άμεσης επέμβασης. Η φιλοσοφία του σχεδιασμού απαιτεί οι παροχείς να είναι σε θέση να επέμβουν σε οποιοδήποτε σημείο ζήτησης σε ένα λογικό χρονικό διάστημα και να αποφεύγεται η δημιουργία συχνών ουρών αναμονής στο σύστημα. Σύμφωνα με το Νομοθετικό πλαίσιο της Ιατρικής Βοήθειας για Επείγουσα Ανάγκη των Η.Π.Α. (United States Emergency Medical Services Act) σε αστικές περιοχές το 95% των περιπτώσεων πρέπει να εξυπηρετείται εντός δέκα (10) λεπτών ενώ σε αγροτικές ή υπεραστικές περιοχές εντός τριάντα (30) λεπτών (Ball and Lin,1993).

Βάση του σχεδιασμού των συστημάτων άμεσης επέμβασης αποτελεί η χωροθέτηση των παροχέων αφού επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την συμφόρηση των συστημάτων αυτών καθώς και το επίπεδο εξυπηρέτησης. Είναι απαραίτητη λοιπόν, η αποτελεσματική χωροθέτηση των οχημάτων του συστήματος εντός της περιοχής ευθύνης του ώστε να παρέχεται ένα υψηλό επίπεδο εξυπηρέτησης και να μην δημιουργούνται συνθήκες συμφόρησης.

Στην αποτελεσματικότητα του συστήματος έρχεται να προστεθεί μια επιπλέον απαίτηση, δηλαδή η ανάγκη για μείωση του κόστους λειτουργίας. Ο περιορισμός αυτός επιβάλλει την βελτιστοποίηση της απόδοσης των χωροθετημένων παροχέων κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται το επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης. Οι δύο αντίρροπες οικονομικές μεταβλητές του προβλήματος είναι αφενός το κόστος για επίτευξη του επιθυμητού επιπέδου εξυπηρέτησης και αφετέρου το «κόστος αποτυχίας» που ισοδυναμεί με τη ζημία από την αργοπορημένη επέμβαση του παροχέα στον τόπο του συμβάντος. Η πόλη της Νέας Υόρκης, για παράδειγμα, ξοδεύει ετησίως 2 δισεκατομμύρια δολάρια (\$) για τις υπηρεσίες άμεσης δράσης, προστασία από πυρκαγιά και προώθηση υγιεινής διαβίωσης. Είναι συνεπώς απαραίτητο για τη σωστή οικονομική διαχείριση τόσο μεγάλων ποσών, που θα οδηγήσουν σε ικανοποιητικά επίπεδα εξυπηρέτησης, να γίνει ένας σωστός σχεδιασμός και αξιοποίηση της δυναμικότητας των συστημάτων άμεσης επέμβασης.

Μια ολόκληρη επιστήμη (Τοποθεσιολογία-Location Science) έχει δημιουργηθεί γύρω από τα προβλήματα χωροθέτησης, η οποία έχει τις ρίζες της στους αρχαίους Έλληνες γεωμέτρες, τον Ευκλείδη και τον Πυθαγόρα, οι οποίοι ανέπτυξαν τα πρώτα γεωμετρικά πρότυπα απόστασης. Ιδιαίτερα την τελευταία περίοδο, η οποία χαρακτηρίζεται από μια άνευ προηγουμένου ανάπτυξη στην τεχνολογία των υπολογιστών, στην ανάλυση προτύπων και αλγορίθμων, καθώς και στην εκτέλεση και επίλυση μαθηματικών προγραμμάτων με χρήση προηγμένου λογισμικού, η επιστημονική περιοχή αυτή έχει γνωρίσει μια άνευ προηγουμένου ανάπτυξη.

1.2 Σκοπός Διπλωματικής Εργασίας

Κατανοώντας την φύση και τη σημασία των συστημάτων άμεσης επέμβασης η διπλωματική αυτή εργασία προσεγγίζει το πρόβλημα χωροθέτησης με ξεκάθαρη και ολοκληρωμένη μαθηματική διατύπωση, σε σχέση με την ανάλυση υποθέσεων και θεωρήσεων των παραμέτρων του που το καθορίζουν. Στην εργασία αυτή αποφεύγονται θεωρήσεις που η επιστημονική εμπειρία και γνώση χαρακτηρίζει αμφίβολες ή υπερβολικές και στοχεύει στην αντιμετώπιση του προβλήματος, αφενός μεν βασισμένο σε ένα σωστό επιστημονικό πλαίσιο και μαθηματικό υπόβαθρο, αφετέρου δε ανταποκρινόμενο στις πραγματικές ανάγκες του καθημερινού χρήστη γιατί τα συστήματα άμεσης επέμβασης και επείγουσας ανάγκης καλούνται να καλύψουν βασικές βιοτικές ανάγκες ανθρώπων και δεν αποτελούν μόνο λύσεις δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων.

Σκοπός της παρούσας μεθοδολογικής προσέγγισης είναι η βέλτιστη χωροθέτηση ενός αριθμού παροχών σε ένα οδικό δίκτυο, λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας σε ένα ενοποιημένο πλαίσιο το πρόβλημα διαμερισμού (*districting*) και χωροθέτησης. Για το λόγο αυτό γίνεται προσπάθεια συνδυασμού των πιο σημαντικών πτυχών σύγκλισης της μαθηματικής ανάλυσης και της πράξης ώστε να αποτελέσουν αναπόσπαστα στοιχεία της χωροθέτησης. Διατυπώνει και αναπτύσσει μαθηματικά ένα υβριδικό πρότυπο χωροθέτησης το οποίο περιλαμβάνει τις πλέον σημαντικές και απαραίτητες παραμέτρους του προβλήματος.

Η παρούσα εργασία, παρά την πρόοδο των τελευταίων ετών στα προβλήματα χωροθέτησης χτίζει την προηγούμενη γνώση και την προεκτείνει σε τρία σπουδαία σημεία. Πρώτον, οι προηγούμενες έρευνες έκαναν σημαντικές παραδοχές και δεν εξαντλούσαν τα προβλήματα χωροθέτησης. Πιο συγκεκριμένα, πολλά πρότυπα δεν λαμβάνουν υπόψη τους το γεγονός ότι κάποιος παροχέας όταν καλείται να επέμβει ίσως να μην είναι διαθέσιμος με αποτέλεσμα, να αποστέλλεται άλλος παροχέας, ο οποίος χρειάζεται μεγαλύτερο χρόνο με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα σύστημα χωρικής ουράς (*spatial queue*). Η υπόθεση αυτή περιέχει μεγάλη πιθανότητα συστηματικού σφάλματος γιατί οι παροχείς δεν λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους αφού η διαθεσιμότητα ή όχι κάποιου επηρεάζει άμεσα τον τρόπο που ο αποστολέας του

συστήματος θα διαχειριστεί τη λειτουργία του. Ακόμη και τα πρότυπα που αναπτύχθηκαν με βάση την παραπάνω θεώρηση αμελούν σημαντικές όψεις του προβλήματος. Θεωρούν κοινούς τους μέσους ρυθμούς εξυπηρέτησης όλων των συμβάντων από όλους του παροχείς αδιαφορώντας για τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε υποπεριοχής του συστήματος.

Δεύτερον, σε καμιά από τις προηγούμενες ερευνητικές προσπάθειες δεν είχαν εξεταστεί σε ένα ενιαίο πλαίσιο τα προβλήματα διαμερισμού (*districting*), πολιτικής αποστολής (*dispatching policy*) και χωροθέτησης (*location*). Δηλαδή, τα συστήματα αυτά αγνοούν το γεγονός ότι ο καθορισμός των ζωνών πρωταρχικής ευθύνης των παροχέων εξαρτάται άμεσα από τις θέσεις των παροχέων και αντιστρόφως. Επιπροσθέτως, κανένα πρότυπο δεν λάμβανε υπόψη του ταυτόχρονα την πιστότητα αλλά και την αποδοτικότητα του συστήματος άμεσης επέμβασης, καθώς βελτιστοποιούν είτε την μέγιστη απαιτούμενη κάλυψη είτε τον μέσο χρόνο επέμβασης. Άλλωστε, καμία μαθηματική διατύπωση δεν προσπάθησε να συνδέσει τα δύο πιο σημαντικά μεγέθη της χωροθέτησης. Μια μελέτη που θα συνδυάζει τα παραπάνω στοιχεία θα είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην επιστήμη της χωροθέτησης και σε όσους ασχολούνται με το αντικείμενο αυτό.

Τρίτον, τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση εφαρμογών επιβεβαιώνουν τις αρχικές μαθηματικές υποθέσεις και την ανάγκη χρήσης ενός πολύπλοκου μαθηματικά προτύπου για την ακριβή χωροθέτηση ενός συστήματος άμεσης επέμβασης. Επίσης, ισχυροποιούν την άποψη ότι το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model)* που αναπτύσσεται στην παρούσα εργασία, αποτελεί ένα χρήσιμο και ακριβές εργαλείο για την χωροθέτηση παροχέων άμεσης επέμβασης σε ένα ευρύ πλαίσιο μονοδιάστατων και δισδιάστατων προβλημάτων. Υπολογίζει με ακρίβεια πολλά σημαντικά μεγέθη και χαρακτηριστικά του συστήματος άμεσης επέμβασης και περιγράφει αναλυτικά την κατάστασή του σε συνθήκες ιδιαίτερα αυξημένης ζήτησης.

1.3 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Ακολουθώντας το εισαγωγικό κεφάλαιο, όπου η σημασία και ο ρόλος των συστημάτων άμεσης επέμβασης καθώς και η ανάγκη εκπόνησης της παρούσας εργασίας αναλύθηκαν, το υπόλοιπο της διπλωματικής εργασίας διαρθρώνεται ως εξής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται ανασκόπηση της ευρείας βιβλιογραφίας, που έχει αναπτυχθεί σε προβλήματα χωροθέτησης μονάδων παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας. Σε γενικές γραμμές, γίνεται κριτική επισκόπηση της εφαρμοσιμότητας των προτύπων που παρουσιάζονται και προσδιορίζεται η περιοχή της έρευνας όπου η παρούσα εργασία μπορεί να συνεισφέρει.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσεται ένα μεθοδολογικό πλαίσιο εργασίας για την αποδοτική και αποτελεσματική χωροθέτηση ενός συστήματος N παροχών σε ένα δίκτυο λαμβάνοντας υπόψη το στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας ενιαία το πρόβλημα διαμερισμού και χωροθέτησης. Αναπτύσσεται ένα υβριδικό πρότυπο που συνδυάζει δύο πολύ σημαντικά μεγέθη της χωροθέτησης, την προσδοκόμενη κάλυψη και το μέσο χρόνο επέμβασης στον τόπο του ατυχήματος και αντιμετωπίζει τους παροχείς άμεσης επέμβασης ως ενιαία εξαρτώμενα συστήματα χωρικά διεσπαρμένων χωρικών ουρών.

Βασισμένο στην μεθοδολογική προσέγγιση του τρίτου κεφαλαίου για τη δημιουργία ενός αποτελεσματικού συστήματος παροχών, το τέταρτο κεφάλαιο αποτελεί το μέσο ελέγχου της εφαρμοσιμότητας και της μεταβιβασιμότητας του ανεπτυχθέντος προτύπου. Περιέχει δύο γενικές εφαρμογές και παρέχει πληροφορίες σχετικά με τα χαρακτηριστικά και τη συμπεριφορά των συστημάτων άμεσης επέμβασης όταν λειτουργούν στην βέλτιστη αποδοτικότητά τους.

Το πέμπτο κεφάλαιο περιέχει τα επαγωγικά συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση των εφαρμογών. Συμπληρωματικά, ανακεφαλαιώνει τα ευρήματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας και δίνει κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα.

2.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

2.1 Εισαγωγή

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η παρουσίαση και ανάλυση της ευρείας βιβλιογραφίας, που έχει αναπτυχθεί σε προβλήματα χωροθέτησης μονάδων παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας τα τελευταία 40 χρόνια. Η περίοδος αυτή χαρακτηρίζεται από μια άνευ προηγουμένου ανάπτυξη στην τεχνολογία των υπολογιστών, στην ανάλυση προτύπων και αλγορίθμων, καθώς και στην εκτέλεση και επίλυση μαθηματικών προγραμμάτων με χρήση προηγμένου λογισμικού φιλικό προς το χρήστη. Η βιβλιογραφία στην χωροθέτηση μονάδων παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας αντανακλά αυτή την εξέλιξη. Τα πρότυπα βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκαν μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- i. τα στατικά και ντετερμινιστικά πρότυπα τα οποία χρησιμοποιούνται κυρίως στο στάδιο του σχεδιασμού και αγνοούν τις πιθανοτικές συνιστώσες του προβλήματος,
- ii. τα πιθανοτικά πρότυπα τα οποία αναπτύχθηκαν για να προσεγγίσουν τον στοχαστικό χαρακτήρα των συστημάτων. Δηλαδή οι μονάδες παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας λειτουργούν ως ένα σύστημα χωρικών ουρών (*spatial queues*) και ότι ίσως, κάποιες φορές, να μην είναι διαθέσιμες για να εξυπηρετήσουν μία κλήση για επέμβαση.

Προτού όμως γίνει αναλυτικότερη αναφορά στις παραπάνω προσεγγίσεις αξίζει να σημειωθούν οι ρίζες της Επιστήμης Χωροθέτησης (*Location Science*) την οποία ο Revelle (1997) απέδωσε ως Τοποθεσιολογία (*Topothesiology*). Τα ίχνη της επιστήμης αυτής δεν μπορεί να αναζητηθούν αλλού από τα πρώτα γεωμετρικά πρότυπα απόστασης που αναπτύχθηκαν από τους αρχαίους Έλληνες γεωμέτρες, όπως τον Ευκλείδη και τον Πυθαγόρα. Η πρώτη ιστορική μεθοδική μελέτη σε πρόβλημα ‘τοποθεσιολογίας’ αναζητείται στην Βυζαντινή αυτοκρατορία τον 4^ο μ.Χ. αιώνα, όπου ο Κωνσταντίνος ο Πορφυρογέννητος έλυσε ένα τέτοιο πρόβλημα σε ένα δίκτυο με διακριτές διαθέσιμες

θέσεις όπου επρόκειτο να τοποθετηθούν έξι Ρωμαϊκές Λεγεώνες. Οι Λεγεώνες παρατάχθηκαν έτσι ώστε με μια απλή μετακίνηση μιας ομάδας στρατιωτών από κάθε απόσπασμα επιφυλακής να υπερασπιστούν τα σύνορα και το εσωτερικό μιας ευρέως διασπαρμένης αυτοκρατορία από απειλές εισβολέων ή από τοπικές αναταραχές και ανταρσίες.

2.2 Στατικά και Ντετερμινιστικά πρότυπα τοποθεσιολογίας

2.2.1 Εισαγωγή

Οι πρώτες διατυπώσεις προβλημάτων χωροθέτησης μονάδων παροχής εξυπηρέτησης χαρακτηρίζονται ως στατικές και ντετερμινιστικές. Τα προβλήματα αυτά χρησιμοποιούν σταθερές και γνωστές ποσότητες ως δεδομένα εισόδου (*input*) και αναζητούν μια απλή λύση που εφαρμόζεται σε μια χρονική στιγμή (σταθερή ως προς το χρόνο). Η λύση επιλέγεται σύμφωνα με ένα από πολλά πιθανά κριτήρια ή αντικειμενικές συναρτήσεις. Πολλοί ερευνητές ασχολήθηκαν με προβλήματα εφαρμογών και εξέτασαν πολυκριτηριακές επεκτάσεις των βασικών αυτών προτύπων. Σε αυτό το υποκεφάλαιο γίνεται ανασκόπηση των βασικών στατικών και ντετερμινιστικών προτύπων. Η παρουσίασή τους δομείται γύρω από διάφορες αντικειμενικές συναρτήσεις που απαιτούνται σε συνήθεις εφαρμογές και περιλαμβάνει τις σημαντικότερες έρευνες που σχετίζονται με την κάθε κατηγορία προβλήματος.

2.2.2 Προβλήματα διάμεσου (Median Problems)

Όπως σημειώνεται από τους Church και ReVelle (1976), μια σημαντική προσέγγιση για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας ενός συστήματος χωροθετημένων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας είναι με τον προσδιορισμό της μέσης διανυόμενης απόστασης ή του απαιτούμενου χρόνου για να εξυπηρετηθεί η ζήτηση. Όσο η μέση διανυόμενη απόσταση ή ο απαιτούμενος χρόνος αυξάνει, η προσιτότητα των μονάδων μειώνεται και επομένως η αποτελεσματικότητα όλου του συστήματος χωροθέτησης μειώνεται.

Έναν ισοδύναμο τρόπο για να μετρηθεί η αποτελεσματικότητα ενός συστήματος χωροθετημένων μονάδων όταν η ζήτηση είναι ανεξάρτητη του επιπέδου παροχής εξυπηρέτησης εισήγαγε ο Hakimi (1964), τοποθετώντας στην απόσταση μεταξύ κόμβων ζήτησης και χωροθετημένων μονάδων μια συνάρτηση βάρους σχετιζόμενη με τη ζήτηση και υπολογίζοντας τη μέση, σταθμισμένη με τη ζήτηση, διανυόμενη απόσταση μεταξύ κόμβων ζήτησης και μονάδων εξυπηρέτησης. Το πρόβλημα P-διάμεσου (*P-median problem*) εκφράζεται ως εξής: Ζητείται η βέλτιστη χωροθέτηση P μονάδων ώστε να ελαχιστοποιηθεί η μέση σταθμισμένη διανυόμενη απόσταση μεταξύ των σημείων ζήτησης και των χωροθετημένων μονάδων. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι:

$$\text{Minimize } \sum_{i \in V} \sum_{j \in W} h_i d_{ij} Y_{ij} \quad (2.1)$$

subject to

$$\sum_{j \in W} X_j = P, \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in W} Y_{ij} = 1 \quad \forall i, \quad (2.3)$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \quad \forall i, j \quad (2.4)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j, \quad (2.5)$$

$$Y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j. \quad (2.6)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών (εφικτών) θέσεων στάθμευσης μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

h_i = ζήτηση στον κόμβο i

d_{ij} = απόσταση μεταξύ κόμβων i και j

P = αριθμός τοποθετούμενων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας

$X_j = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν η ζήτηση στον κόμβο } i \text{ εξυπηρετείται από μια μονάδα στον κόμβο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.1), όπως προαναφέρθηκε, ζητά να ελαχιστοποιήσει τη μέση σταθμισμένη διανυόμενη απόσταση μεταξύ των σημείων ζήτησης και των χωροθετημένων μονάδων. Ο περιορισμός (2.2) επιβάλλει ότι συνολικά P μονάδες θα τοποθετηθούν, ο περιορισμός (2.3) εξασφαλίζει ότι κάθε κόμβος ζήτησης ανατίθεται σε κάποια μονάδα, ενώ ο περιορισμός (2.4) επιτρέπει αποστολή μόνο σε κόμβους όπου έχει τοποθετηθεί μονάδα. Στην εφαρμογή του σε ένα γενικευμένο δίκτυο το πρόβλημα p -διάμεσου είναι δύσκολο να δώσει βέλτιστη λύση. Περιορίζοντας τις δυνατές θέσεις χωροθετημένων μονάδων στους κόμβους του δικτύου μειώνεται ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών χωροθέτησης σε:

$$\binom{N}{P} = \frac{N!}{P!(N-P)!} \quad (2.7)$$

όπου ο N αντιπροσωπεύει τον αριθμό των κόμβων στο δίκτυο. Ωστόσο, μια συνολική απαριθμούσα προσέγγιση θα ήταν υπολογιστικά απαγορευτική για λογικές τιμές των P και N (δεκάδες εκατοντάδες κόμβοι και δεκάδες χωροθετημένες μονάδες). Αυτή η πολυπλοκότητα είχε ως επακόλουθο την ανάπτυξη μαθηματικών αλγορίθμων και ευρεστικών τεχνικών για την επίλυση του προβλήματος. Μπορούν να αναφερθούν οι Daskin και Haghani (1984) για μια περιληπτική αναφορά σε ευρεστικές τεχνικές και οι Schilling et al. (1993) για περισσότερες πληροφορίες σε συγκεκριμένες μεθόδους επίλυσης και εφαρμογές.

2.2.3 Προβλήματα Κάλυψης

2.2.3.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα p -διάμεσου, όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να τοποθετηθούν μιας ευρείας κλίμακας μονάδες παροχής εξυπηρέτησης. Για μερικές όμως περιπτώσεις, όπως η χωροθέτηση ασθενοφόρων ή πυροσβεστικών οχημάτων σε μία πόλη, η επιλογή μονάδων που ελαχιστοποιούν τη μέση διανυόμενη απόσταση ίσως να μην είναι η κατάλληλη (Daskin και Owen, 1998). Η

σοβαρότητα της ζήτησης για παροχή εξυπηρέτησης τέτοιων συνεργείων υπαγορεύει ένα μέγιστο αποδεκτό χρόνο ή απόσταση επέμβασης. Τέτοιες μονάδες απαιτούν ένα διαφορετικό τρόπο μέτρησης της αποτελεσματικότητας των.

Για να χωροθετηθούν τέτοιες μονάδες, αυτό που ενδιαφέρει είναι η κάλυψη (*coverage*) της περιοχής μελέτης υπό τους περιορισμούς ζήτησης και μέγιστου χρόνου απόκρισης. Το αίτημα για εξυπηρέτηση μιας περιοχής λέγεται ότι καλύπτεται αν μπορεί να εξυπηρετηθεί εντός ενός προκαθορισμένου χρόνου ή απόστασης. Η βιβλιογραφία στα προβλήματα κάλυψης χωρίζεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αυτές στις οποίες η κάλυψη απαιτείται και σε αυτές όπου η κάλυψη βελτιστοποιείται.

2.2.3.2 Πρότυπα με απαιτούμενη κάλυψη

Όσον αφορά στην πρώτη μεγάλη κατηγορία, το πιο αντιπροσωπευτικό και χρησιμοποιήσιμο πρότυπο είναι αυτό της Καθορισμένης Κάλυψης. Στο *Πρότυπο Χωροθέτησης Καθορισμένης Κάλυψης (Location Set Covering Model, LSCM)*, το οποίο εισήχθη από τους Toregas et al. (1971), σκοπός είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των μονάδων που απαιτείται ώστε να καλυφθεί όλη η ζήτηση για εξυπηρέτηση της περιοχής εντός χρόνου r . Η διατύπωση του προβλήματος είναι η παρακάτω:

$$\text{Minimize } \sum_{j \in W} x_j \quad (2.8)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq 1 \quad (i \in V), \quad (2.9)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W) \quad (2.10)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων τοποθέτησης κινητού συνεργείου παροχής υπηρεσιών (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$

t_{ij} = χρόνος συντομότερης διαδρομής από κόμβο i σε συνεργείο j

r = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης (*preset coverage standard*)

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.8) ελαχιστοποιεί τον αριθμό των οχημάτων ώστε να καλυφθεί η ζήτηση της περιοχής μέσα σε προκαθορισμένο χρόνο. Ο περιορισμός (2.9) καθορίζει ότι όλα τα σημεία της περιοχής πρέπει να καλύπτονται εντός χρόνου r .

Το LSCM αγνοεί σημαντικές όψεις των πραγματικών προβλημάτων. Οι βασικότερες είναι οι εξής:

- i. Δεν κάνει διάκριση στη ζήτηση για εξυπηρέτηση κάθε κόμβου. Δηλαδή, κάθε κόμβος είτε περιέχει ένα μόνο πελάτη είτε μεγάλο τμήμα της συνολικής ζήτησης, πρέπει να καλυφθεί από τη δοθείσα χρονική απόσταση r , άσχετα με το κόστος.
- ii. Αν ένα όχημα είναι μη διαθέσιμο, ίσως κάποια σημεία να μην καλύπτονται πα εντός της δοθείσας χρονικής απόστασης (Laporte et al., 2003). Ουσιαστικά, παρέχει ένα κάτω όριο του αριθμού των μονάδων που απαιτούνται ώστε να έχουμε πλήρη κάλυψη της περιοχής.

2.2.3.3 Πρότυπα με βελτιστοποίηση κάλυψης

2.2.3.3.1 Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστης Κάλυψης

Μια εναλλακτική προσέγγιση που προτάθηκε από τους Church και Reville (1974) για να αντιμετωπίσει τις ελλείψεις και τα μειονεκτήματα του LSCM είναι το Μέγιστης Κάλυψης Πρόβλημα Χωροθέτησης (*Maximal Covering Location Problem, MCLP*). Το πρότυπο αυτό ήταν το πρώτο που έλαβε υπόψην παράλληλα τόσο ένα περιορισμένο αριθμό μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας όσο και το ότι η κάλυψη ενός κόμβου επιτυγχάνεται μόνο αν η μονάδα τοποθετηθεί έτσι ώστε να απέχει το πολύ μια χρονική ή χωρική σταθερά. Η διατύπωση αυτή επιχειρεί να τοποθετήσει p μονάδες σε ένα δίκτυο κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο μέγιστος πληθυσμός να καλύπτεται από τουλάχιστον μία μονάδα:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i y_i \quad (2.11)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i \quad (i \in V), \quad (2.12)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p, \quad (2.13)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W), \quad (2.14)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (i \in V). \quad (2.15)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$$W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$$

t_{ij} = χρόνος συντομότερης διαδρομής από κόμβο i σε κόμβο j

r = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης (*preset coverage standard*)

p = αριθμός τοποθετούμενων μονάδων

d_i = ζήτηση για εξυπηρέτηση κόμβου i

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } j, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από τουλάχιστον μία μονάδα} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.11) μεγιστοποιεί την καλυπτόμενη ζήτηση. Ο περιορισμός (2.12) καθορίζει το αν η ζήτηση στον κόμβο i καλύπτεται κάθε φορά από μία τουλάχιστον μονάδα που απέχει το πολύ απόσταση r από τον κόμβο i . Ο περιορισμός (2.13) δείχνει τον αριθμό των μονάδων που θα τοποθετηθεί. Αυτός ο τελευταίος περιορισμός μπορεί να «χαλαρώσει» (*relaxed*) στον:

$$\sum_{j \in W} x_j \leq p, \quad (2.16)$$

γιατί για μια καταλληλότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (2.11) θα οδηγήσει την επίλυση στον απαιτούμενο αριθμό συνεργείων. Το πρότυπο αυτό βέβαια δεν λαμβάνει υπόψη την πιθανότητα ότι κάποια μονάδα μπορεί να είναι μη διαθέσιμη όταν θα κληθεί να καλύψει συγκεκριμένη ζήτηση. Οι Eaton et al. (1985) χρησιμοποίησαν το MCLP για να

σχεδιάσουν το σύστημα επείγουσας ιατρικής ανάγκης στο Austin του Texas. Το προτεινόμενο σχέδιο εφαρμογής μείωσε τα κατασκευαστικά έξοδα της πόλης κατά 3.4 εκατομμύρια δολάρια (\$) και τα έξοδα λειτουργίας κατά 1.2 εκατομμύρια δολάρια (\$). Ταυτόχρονα ο μέσος χρόνος επέμβασης μειώθηκε παρόλο που αυξήθηκαν οι κλήσεις για επέμβαση.

2.2.3.3.2 Πρότυπα πολλαπλής μέγιστης κάλυψης – υπερκάλυψης

Κανένα από τα προηγούμενα πρότυπα δεν αναγνωρίζει την πιθανή ύπαρξη διαφορετικών τύπων οχημάτων που επεμβαίνουν στο περιστατικό. Σε αυτό το υποκεφάλαιο αναπτύσσονται πρότυπα που σχετίζονται με την πολλαπλή κάλυψη των περιστατικών. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιου φαινομένου πολλαπλής κάλυψης παρατηρείται σε πυροσβεστικές εταιρίες, οι οποίες λειτουργούν με δύο τύπους οχημάτων (πυροσβεστικές αντλίες και σκάλες διάσωσης) καθώς και σε ασθενοφόρα επείγουσας (Advanced Life Support) και άμεσης (Basic Life Support) επέμβασης.

Ένα από τα πρώτα πρότυπα που αναπτύχθηκαν για να μεταχειρίζονται οχήματα διάφορων τύπων είναι το Συνεργαζόμενων Εξοπλισμών Πρότυπο Χωροθέτησης (Tandem Equipment Allocation Model) από τους Schilling et al. (1979), στο οποίο υπάρχουν δύο τύποι οχημάτων A και B. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι η εξής:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i y_i \quad (2.17)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i^A} x_j^A \geq y_i \quad (i \in V), \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in W_i^B} x_j^B \geq y_i \quad (i \in V), \quad (2.19)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^A = p^A, \quad (2.20)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^B = p^B, \quad (2.21)$$

$$x_j^A \leq x_j^B \quad (j \in W), \quad (2.22)$$

$$x_j^A, x_j^B \in \{0,1\} \quad (j \in W), \quad (2.23)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (i \in V). \quad (2.24)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$$W_i^A = \{j \in W : t_{ij} \leq r^A\}$$

$$W_i^B = \{j \in W : t_{ij} \leq r^B\}$$

r^A, r^B = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης για τα οχήματα τύπου A,B

p^A, p^B = αριθμός τοποθετούμενων μονάδων τύπου A,B

d_i = ζήτηση για εξυπηρέτηση κόμβου i

$$x_j^A, x_j^B = \begin{cases} 1 & \text{αν το όχημα τύπου A,B τοποθετείται στο κόμβο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται και από τους δύο τύπους οχημάτων} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.17) μεγιστοποιεί την καλυπτόμενη ζήτηση. Οι περιορισμοί (2.18) και (2.19) καθορίζουν αν η ζήτηση στον κόμβο i καλύπτεται κάθε φορά από μία τουλάχιστον μονάδα τύπου A ή B που απέχουν το πολύ απόσταση r^A ή r^B αντίστοιχα από τον κόμβο i . Οι περιορισμοί (2.20) και (2.21) προσδιορίζουν τον αριθμό των μονάδων τύπου A και τύπου B που θα τοποθετηθούν, ενώ ο περιορισμός (2.22) επιβάλλει μια ιεραρχία μεταξύ των δύο τύπων οχημάτων και μπορεί να παραληφθεί αν οι συνθήκες του προβλήματος το δικαιολογούν.

Είναι φανερό ότι το παραπάνω πρότυπο είναι απευθείας επέκταση του Μέγιστης Κάλυψης Προβλήματος Χωροθέτησης (MCLP) για εφαρμογή σε περιπτώσεις μονάδων διαφορετικού τύπου. Χρησιμοποιώντας την ίδια λογική μπορεί να διαμορφωθεί ώστε να χρησιμοποιηθεί και για περισσότερα από δύο διαφορετικού τύπου οχήματα.

Τόσο στο πρότυπο TEAM όσο και στο MCLP, η κάλυψη μπορεί να καθίσταται ανεπαρκής σε περίπτωση που κάποιες μονάδες είναι απασχολημένες. Έτσι, αναπτύχθηκε μια στρατηγική από τους Hogan και Reville (1986) για να παρέχει καλύτερη πολλαπλή κάλυψη, χωρίς να αυξάνει τον συνολικό αριθμό μονάδων παραπάνω από p . Όπως

προτάθηκε από τους Daskin και Stern (1981), μια δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να ενσωματωθεί στο MCLP ώστε να διακρίνει καλύτερα τα πολλαπλά βέλτιστα της (2.11). Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν μια ιεραρχική αντικειμενική συνάρτηση για να μεγιστοποιήσουν τον αριθμό των σημείων ζήτησης που καλύπτονται περισσότερο από μία φορά ή για να μεγιστοποιήσουν την ζήτηση η οποία καλύπτεται δύο φορές (δηλαδή από δύο μονάδες). Παρουσιάζονται παρακάτω οι μαθηματικές διατυπώσεις των δύο *Προτύπων Εφεδρικής Κάλυψης (Backup COverage Problem)*, τα οποία ονομάζονται Πρότυπο Εφεδρικής κάλυψης 1 και 2 αντίστοιχα.

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i u_i \quad (2.25)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j - u_i \geq 1 \quad (i \in V), \quad (2.26)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p, \quad (2.27)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad (i \in V), \quad (2.28)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W). \quad (2.29)$$

και

$$\text{Maximize } \theta \sum_{i \in V} d_i y_i + (1 - \theta) \sum_{i \in V} d_i u_i \quad (2.30)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j - y_i - u_i \geq 0 \quad (i \in V), \quad (2.31)$$

$$y_i - u_i \geq 0 \quad (i \in V), \quad (2.32)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p, \quad (2.33)$$

$$u_i \in \{0,1\} \quad (i \in V), \quad (2.34)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad (i \in V), \quad (2.35)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j \in W). \quad (2.36)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$$W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$$

t_{ij} = χρόνος συντομότερης διαδρομής από κόμβο i σε κόμβο j

r = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης (*preset coverage standard*)

p = αριθμός τοποθετούμενων μονάδων

d_i = ζήτηση για εξυπηρέτηση κόμβου i

θ = μέτρο στάθμισης στο $[0,1]$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } j, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$u_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από δύο μονάδες,} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από μόνο μία μονάδα,} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.25) μεγιστοποιεί τη ζήτηση η οποία καλύπτεται δύο φορές τουλάχιστον ενώ η αντικειμενική συνάρτηση (2.30) μεγιστοποιεί το σταθμισμένο άθροισμα των κόμβων ζήτησης που καλύπτονται μία και δύο φορές αντίστοιχα. Οι περιορισμοί (2.26) και (2.31) καθορίζουν αν η ζήτηση στον κόμβο i καλύπτεται διπλά για το BACOP1 και διπλά ή απλά για το BACOP2. Οι περιορισμοί (2.27) και (2.33) προσδιορίζουν τον αριθμό των μονάδων που θα τοποθετηθούν. Ο μόνος διαφορετικός περιορισμός στα δύο πρότυπα είναι ο (2.32), ο οποίος επιβάλλει ένας κόμβος που καλύπτεται διπλά να καλύπτεται και απλά.

Στο πρότυπο που προτάθηκε από τους Gendreau et al. (1997), δύο χρονικές σταθερές κάλυψης χρησιμοποιούνται: r_1 και r_2 , με $r_1 < r_2$. Όλη η ζήτηση πρέπει να καλυφθεί από μέσα σε χρόνο r_2 , και ένα ποσοστό α της ζήτησης πρέπει να καλυφθεί μέσα σε χρόνο r_1 . Η μονάδα που καλύπτει ένα σημείο μέσα σε χρόνο r_2 μπορεί να συμπίπτει με τη μονάδα που καλύπτει ένα σημείο μέσα σε χρόνο r_1 . Το Πρότυπο Διπλής Σταθεράς (*Double Standard Model, DSM*) επιχειρεί να μεγιστοποιήσει τη ζήτηση που καλύπτεται διπλά μέσα σε χρόνο r_1 χρησιμοποιώντας p μονάδες, τοποθετώντας το πολύ p_j μονάδες σε κάθε κόμβο j :

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i x_i^2 \quad (2.37)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i^2} y_j \geq 1 \quad (i \in V), \quad (2.38)$$

$$\sum_{j \in V} d_j x_j^1 \geq a \sum_{i \in V} d_i, \quad (2.39)$$

$$\sum_{j \in W_i^1} y_j \geq x_i^1 + x_i^2 \quad (i \in V), \quad (2.40)$$

$$x_i^1 \geq x_i^2 \quad (i \in V), \quad (2.41)$$

$$\sum_{j \in W} y_j = p, \quad (2.42)$$

$$y_j \leq p_j \quad (j \in W), \quad (2.43)$$

$$x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\} \quad (i \in V), \quad (2.44)$$

$$y_j \text{ ακέραιος} \quad (j \in W). \quad (2.45)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

W_i^1 = $\{j \in W : t_{ij} \leq r_1\}$

W_i^2 = $\{j \in W : t_{ij} \leq r_2\}$

r_1, r_2 = προκαθορισμένες σταθερές χρονικής κάλυψης

a = ελάχιστο ποσοστό ζήτησης που πρέπει να καλυφθεί σε χρόνο r_1

p = συνολικός αριθμός τοποθετούμενων μονάδων

p_j = μέγιστος αριθμός τοποθετούμενων μονάδων στον κόμβο j

d_i = ζήτηση για εξυπηρέτηση κόμβου i

x_i^k = $\begin{cases} 1 & \text{αν η ζήτηση στον κόμβο } i \text{ καλύπτεται } k \text{ φορές σε χρόνο } r_1, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

y_j = αριθμός μονάδων που τοποθετούνται στον κόμβο j

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.37) υπολογίζει την ζήτηση, η οποία καλύπτεται διπλά μέσα σε χρόνο r_1 , οι περιορισμοί (2.38) και (2.39) εκφράζουν τις απαιτήσεις της διπλής κάλυψης. Ο περιορισμός (2.40) εκφράζει τον αριθμό των μονάδων που καλύπτουν τον κόμβο i μέσα σε χρόνο r_1 , ενώ ο περιορισμός (2.41) δηλώνει ότι ένας η ζήτηση ενός σημείου δεν μπορεί να καλυφθεί διπλά αν δεν έχει καλυφθεί απλά. Ο περιορισμός (2.42) καθορίζει τον αριθμό των μονάδων που θα τοποθετηθούν ενώ ο περιορισμός (2.43) τοποθετεί ένα άνω όριο στον αριθμό των μονάδων σε κάθε κόμβο (Laporte et al., 2003). Το Νομοθετικό πλαίσιο της Ιατρικής Βοήθειας για Επείγουσα Ανάγκη των Η.Π.Α. (United States Emergency Medical Services Act) θέτει τιμή για το r_1 τιμή 10 λεπτά και $\alpha=0.95$, ενώ δεν δίνει τιμή για το r_2 .

Στον πίνακα 2.1 συνοψίζονται τα κυριότερα στατικά και ντετερμινιστικά πρότυπα της βιβλιογραφίας και παρουσιάζονται οι αντικειμενικές συναρτήσεις και οι συγγραφείς.

Πίνακας 2.1 : Σύνοψη στατικών και ντετερμινιστικών προτύπων

Συγγραφείς	Χρονολογία	Πρότυπο	Αντικειμενική Συνάρτηση	Οχήματα
Hakimi	1964	P-median	Ελαχιστοποιεί τη μέση διανυόμενη απόσταση	Ένας τύπος. Απεριόριστος αριθμός
Toregas et al.	1971	LSCM	Ελαχιστοποιεί τον αριθμό των μονάδων	Ένας τύπος. Δεδομένος αριθμός
Church και ReVelle	1974	MCLP	Μεγιστοποιεί την κάλυψη της ζήτησης	Ένας τύπος. Δεδομένος αριθμός
Schilling et al.	1979	TEAM	Μεγιστοποιεί την κάλυψη της ζήτησης	Δύο τύποι. Δεδομένος αριθμός
Daskin και Stern	1981	MMCLP	Μεγιστοποιεί την πολλαπλή κάλυψη της ζήτησης	Ένας τύπος. Δεδομένος αριθμός
Hogan και Revelle	1986	BACOP1,2	Μεγιστοποιεί την κάλυψη της ζήτησης απλά και διπλά	Ένας τύπος. Δεδομένος αριθμός
Gendreau et al.	1997	DSM	Μεγιστοποιεί την κάλυψη της ζήτησης τουλάχιστον διπλά σε r_1	Ένας τύπος. Δεδομένος αριθμός

2.3 Στοχαστικά πρότυπα χωροθέτησης

2.3.1 Εισαγωγή

Τα στοχαστικά πρότυπα χωροθέτησης ασχολούνται με την ύπαρξη βαθμού αβεβαιότητας και τυχειότητας στα πραγματικά συστήματα χωροθέτησης. Η έρευνα στα στοχαστικά προβλήματα χωροθέτησης μπορεί να αναλυθεί σε τρεις βασικές προσεγγίσεις οι οποίες αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία ως *δυναμική προσέγγιση (dynamic approach)*, *πιθανοτική προσέγγιση (probabilistic approach)* και *προσέγγιση σχεδιασμού σεναρίων (scenario planning approach)*. Και στις τρεις περιπτώσεις οποιοσδήποτε αριθμός παραμέτρων του προβλήματος μπορεί να θεωρηθεί αβέβαιος, όπως οι χρόνοι επέμβασης, οι ποσότητες της ζήτησης ή οι θέσεις των μονάδων. Σκοπός των προβλημάτων αυτών είναι να προσδιοριστούν κατάλληλες θέσεις τοποθέτησης των μονάδων άμεσης επέμβασης έτσι ώστε το όλο σύστημα να πληρεί τους όρους των ορισμένων σεναρίων και περιορισμών.

2.3.2 Δυναμικά πρότυπα χωροθέτησης

Ένα αρκετό μεγάλο τμήμα της έρευνας στην ‘τοποθεσιολογία’ αποτελούν τα πρότυπα που περιγράφηκαν παραπάνω, καθώς και οι εφαρμογές και οι επεκτάσεις τους. Πολλά από αυτά τα προβλήματα είναι εξαιρετικά δύσκολο να λυθούν. Έτσι, δεν πρέπει να προκαλεί εντύπωση ότι τόσο μεγάλο μέρος της έρευνας επικεντρώθηκε στα στατικά και ντετερμινιστικά πρότυπα χωροθέτησης. Ο δυναμικός χαρακτήρας, που πραγματικά παρουσιάζουν τα προβλήματα χωροθέτησης απαιτεί την ανάπτυξη προτύπων που θα λαμβάνουν υπόψη αυτήν την μελλοντική αβεβαιότητα. Τα πρότυπα αυτά παρουσιάζουν την δυσκολία ότι πρέπει να λύνονται πολλές φορές επαναλαμβανόμενα με μικρή χρονική προθεσμία. Με την ανάπτυξη γρήγορων ευρεστικών αλγορίθμων και υπολογιστικών τεχνολογιών είναι εφικτό να λύνεται το δυναμικό πρόβλημα σε πραγματικό χρόνο.

Κατά την τοποθέτηση μονάδων άμεσης επέμβασης, αποφάσεις επανατοποθέτησης (*relocation decisions*) πρέπει να παίρνονται περιοδικά ώστε να μην

υπάρχουν περιοχές που πιθανώς δεν θα εξυπηρετούνται τουλάχιστον εντός ανεκτών χρονικών ορίων. Αυτό επισημάνθηκε από τους Kolesar και Walker (1974), οι οποίοι σχεδίασαν ένα σύστημα επανατοποθέτησης για πυροσβεστικούς σταθμούς.

Ο Schilling (1980) μελέτησε μια εναλλακτική προσέγγιση του δυναμικού προβλήματος χωροθέτησης, στην οποία μια πολυκριτηριακή διατύπωση μέγιστης κάλυψης επιχειρεί να βρει ένα σύνολο από αποτελεσματικές λύσεις, από τις οποίες μπορεί να επιλεγεί κάποια για υλοποίηση. Η μαθηματική διατύπωση είναι :

$$\text{Maximize } \sum_i h_{it} Y_{it} \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.46)$$

subject to

$$\sum_{j \in N_{it}} X_{jt} \geq Y_{it} \quad \forall i, t, \quad (2.47)$$

$$\sum_j X_{jt} \geq P_t \quad \forall t = 1, \dots, T, \quad (2.48)$$

$$X_{jt} \geq X_{j,t-1} \quad \forall j, t = 2, \dots, T, \quad (2.49)$$

$$X_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall j, t = 1, \dots, T, \quad (2.50)$$

$$Y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t = 1, \dots, T. \quad (2.51)$$

όπου:

d_{ijt} = η ελάχιστη χωρική ή χρονική απόσταση από τον κόμβο i στον κόμβο j
τη χρονική περίοδο t

h_{it} = ζήτηση στον κόμβο i τη χρονική περίοδο t

P_t = αριθμός μονάδων που εργάζονται τη χρονική περίοδο t

$N_{it} = \{j | d_{ijt} \leq S\}$ = σύνολο μονάδων που μπορούν να καλύψουν τον κόμβο i
την χρονική περίοδο t

$X_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{αν η μονάδα εργάζεται στη θέση } j \text{ την περίοδο } t, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$Y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται την περίοδο } t, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.46) είναι ουσιαστικά ένα διάνυσμα από T ξεχωριστές περιοδικές αντικειμενικές συναρτήσεις, που κατά κανόνα δεν έχουν ένα μοναδικό βέλτιστο. Ο περιορισμός (2.47) καθορίζει αν η ζήτηση στον κόμβο i καλύπτεται από τουλάχιστον μια μονάδα που απέχει απόσταση S την χρονική περίοδο t , ενώ ο περιορισμός (2.48) δείχνει τον αριθμό των μονάδων που θα τοποθετηθούν την χρονική περίοδο t . Το πρότυπο υποθέτει (περιορισμό (2.49)) ότι αν μια μονάδα είναι ελεύθερη κάποια χρονική περίοδο, θα είναι ελεύθερη και σε όλες τις μελλοντικές χρονικές περιόδους.

Παρατηρείται ότι το πρότυπο του Schilling εκτός από τον περιορισμό (2.49) αποτελεί μια επέκταση του MCLP σε δυναμικές συνθήκες καθώς οι περιορισμοί (2.47), (2.48) καθώς και η αντικειμενική συνάρτηση (2.46) είναι πανομοιότυπες με τις (2.12), (2.13) και (2.11) αντίστοιχα.

Τσως το πιο γενικευμένο δυναμικό πρότυπο χωροθέτησης αναπτύχθηκε από τους Gendreau et al. (2001) και χρησιμοποιεί το DSM που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2.2.3.3.2. Το *Δυναμικό Πρότυπο Διπλής Σταθεράς (Dynamic Double Standard Model)* εκτός από τις σταθερές κάλυψης και του περιορισμούς ικανότητας παροχής εξυπηρέτησης του DSM λαμβάνει υπόψη πρακτικές θεωρήσεις που ενυπάρχουν στην δυναμική φύση του προβλήματος:

- i. Μονάδες που κινούνται σε επιτυχείς αναδιάρθρωσεις δεν μπορούν πάντοτε να είναι οι ίδιες,
- ii. Επαναλαμβανόμενες κυκλικές διαδρομές μεταξύ των ίδιων δύο θέσεων εγκατάστασης μονάδας πρέπει να αποφεύγονται και
- iii. Μεγάλες διαδρομές μεταξύ των αρχικών και των τελικών θέσεων εγκατάστασης μονάδας πρέπει επίσης να αποφεύγονται (Schilling, 1980).

Η δυναμική όψη του προτύπου αναδιάρθρωσης καλύπτεται από σταθερές εξαρτώμενες από το χρόνο (M'_{jt}), οι οποίες εξισώνονται με το κόστος επανατοποθέτησης των μονάδων. Αν η μονάδα παραμένει στην ίδια θέση την επόμενη χρονική περίοδο, τότε $M'_{jt} = 0$. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι η εξής :

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i x_i^2 - \sum_{j \in W} \sum_{l=1}^p M'_{jl} y_{jl} \quad (2.52)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i^2} \sum_{l=1}^p y_{jl} \geq 1 \quad (i \in V), \quad (2.53)$$

$$\sum_{i \in V} d_i x_i^1 \geq a \sum_{i \in V} d_i, \quad (2.54)$$

$$\sum_{j \in W_i^1} \sum_{l=1}^p y_{jl} \geq x_i^1 + x_i^2 \quad (i \in V), \quad (2.55)$$

$$x_i^2 \leq x_i^1 \quad (i \in V), \quad (2.56)$$

$$\sum_{j \in W} y_{jl} = 1 \quad (l = 1, \dots, p), \quad (2.57)$$

$$\sum_{l=1}^p y_{jl} \leq p_j \quad (j \in W), \quad (2.58)$$

$$x_i^1, x_i^2 \in \{0, 1\} \quad (i \in V), \quad (2.59)$$

$$y_{jl} \in \{0, 1\} \quad (j \in W, l = 1, \dots, p). \quad (2.60)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$W_i^1 = \{j \in W : t_{ij} \leq r_1\}$

$W_i^2 = \{j \in W : t_{ij} \leq r_2\}$

r_1, r_2 = προκαθορισμένες σταθερές χρονικής κάλυψης

a = ελάχιστο ποσοστό ζήτησης που πρέπει να καλυφθεί σε χρόνο r_1

p = συνολικός αριθμός τοποθετούμενων μονάδων

p_j = μέγιστος αριθμός τοποθετούμενων μονάδων στον κόμβο j

d_i = ζήτηση για εξυπηρέτηση κόμβου i

$x_i^k = \begin{cases} 1 & \text{αν η ζήτηση στον κόμβο } i \text{ καλύπτεται } k \text{ φορές σε χρόνο } r_1 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$$y_{jl} = \begin{cases} 1 & \text{αν η μονάδα } l \text{ κινείται προς τη θέση } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η ατκειμενική συνάρτηση (2.52) μεγιστοποιεί τη ζήτηση που καλύπτεται διπλά μειωμένη κατά το κόστος ποινής για αναδιάρθρωση των μονάδων. Ο περιορισμός (2.53) εκφράζει τις απαιτήσεις κάλυψης εντός χρόνου r_2 , ενώ οι περιορισμοί (2.54), (2.55) και (2.56) είναι ίδιοι με τους (2.39), (2.40) και (2.41) του DSM. Ο περιορισμός (2.57) καθορίζει ότι κάθε μονάδα μπορεί να τοποθετηθεί μόνο σε μία θέση κάθε χρονική περίοδο t , ενώ ο (2.58) θέτει ένα άνω όριο στον αριθμό των μονάδων που μπορούν να τοποθετηθούν σε κάθε θέση.

Για την επίλυση του DDSM¹ οι Gendreau et al. ανέπτυξαν ένα γρήγορο tabu αναζήτησης ευρεστικό αλγόριθμο αναζήτησης (fast tabu search heuristic) εκτελούμενο σε παράλληλους επεξεργαστές. Το πρότυπο εφαρμόστηκε χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα από το νησί του Montreal. Στην επίλυση του προβλήματος μεταξύ 120 και 140 κλήσεων για επέμβαση δημιουργήθηκαν τυχαία από τις 5 το πρωί έως τις 12 τα μεσάνυχτα. Το νησί χωρίστηκε σε 2521 κόμβους ζήτησης, οι οποίοι εξυπηρετούνταν από 40 έως 51 ασθενοφόρα. Τα αποτελέσματα του προτύπου έδειξαν ότι ο ευρεστικός αλγόριθμος αναζήτησης ήταν ικανός να υπολογίζει την επανατοποθέτηση των οχημάτων στο 95% των περιπτώσεων (Gendreau et al., 2001).

2.3.3 Πιθανοτικά πρότυπα χωροθέτησης

2.3.3.1 Συνήθεις Διατυπώσεις

Ο Daskin (1983) εισήγαγε το Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστου Ορίου Αναμενόμενης Κάλυψης (*Maximum Expected Coverage Location Problem*), το οποίο αντιμετώπισε τη συμφόρηση των μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας με ένα πιθανοτικό πρότυπο βελτιστοποίησης. Η προσέγγισή του επιχειρούσε να μεγιστοποιήσει την προσδοκώμενη κάλυψη δεδομένου ότι οι μονάδες είναι απασχολημένες και μη διαθέσιμες με μια υπολογίσιμη για το σύστημα πιθανότητα q . Εν συντομία, το MEXCLP μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Ζητείται η χωροθέτηση p μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας σε δυνατές θέσεις σε ένα δίκτυο ώστε να μεγιστοποιηθεί ο πληθυσμός που αναμένεται να εξυπηρετηθεί εντός δοθείσας χρονικής απόστασης r και δοθείσας της πιθανότητας κάθε

όχημα να είναι μη διαθέσιμο. Κρίσιμο στη διατύπωση του Daskin είναι το γεγονός ότι αν m μονάδες μπορούν να καλύψουν ένα σημείο γεωγραφικά ($t_{ij} < r$) και ότι κάθε μονάδα είναι απασχολημένη με πιθανότητα q , τότε η πιθανότητα το σημείο να καλύπτεται από τουλάχιστον μία μονάδα είναι $1 - q^m$. Ο Daskin μεγιστοποίησε την προσδοκώμενη κάλυψη ως εξής:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} \sum_{k=1}^p d_i (1 - q)^{k-1} y_{ik} \quad (2.61)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j - \sum_{k=1}^p y_{ik} \geq 0 \quad (i \in V), \quad (2.62)$$

$$\sum_{j \in W} x_j \leq p, \quad (2.63)$$

$$x_j \text{ ακέραιος } (j \in W), \quad (2.64)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i \in V, k = 1, \dots, p). \quad (2.65)$$

όπου:

W = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής υπηρεσιών (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη i)

$W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$

t_{ij} = χρόνος συντομότερης διαδρομής από κόμβο i σε συνεργείο j

r = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης (*preset coverage standard*)

p = μέγιστος αριθμός μονάδων

q = πιθανότητα η κάθε μονάδα να είναι μη διαθέσιμη

$x_j = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } j, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από τουλάχιστον } k \text{ μονάδες,} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.61) μεγιστοποιεί την προσδοκώμενη ζήτηση για εξυπηρέτηση που μπορεί να καλυφθεί εντός χρόνου r , ο περιορισμός (2.62) υπολογίζει τις φορές που ο κόμβος j καλύπτεται και συσχετίζει τις μεταβλητές απόφασης y_{ik} με το σύνολο των μεταβλητών απόφασης x_j . Ο περιορισμός (2.63) καθορίζει το μέγιστο αριθμό

μονάδων που τοποθετούνται στο δίκτυο, ενώ ο περιορισμός (2.64) επιτρέπει την τοποθέτηση περισσότερων της μιας μονάδας σε ένα κόμβο. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι το MEXCLP μπορεί να επαναδιατυπωθεί χρησιμοποιώντας λιγότερο αριθμό μεταβλητών και μη γραμμική αντικειμενική συνάρτηση. Τότε το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i(1 - q^{y_i}) \quad (2.66)$$

subject to

$$\sum_{j \in W_i} x_j = y_i, \quad (2.67)$$

$$\sum_{j \in W} x_j \leq p, \quad (2.68)$$

$$x_j, y_j \text{ ακέραιοι } (j \in W). \quad (2.69)$$

Παρ'όλο που οι δύο ανωτέρω διατυπώσεις είναι θεωρητικά ταυτόσημες, η μη γραμμική διατύπωση του MEXCLP προσαρμόζεται ευκολότερα για χρήση μέσω γενετικών αλγορίθμων (GA). Η αντικειμενική συνάρτηση (2.66) μπορεί απευθείας να κωδικοποιηθεί ως συνάρτηση φόρμα (fitness function). Δοθείσας μιας εφικτής λύσης είναι ευκολότερο και πιο αποτελεσματικό να υπολογίσει τις φορές που κάθε κόμβος καλύπτεται με ένα ανυσματικό πολλαπλασιασμό υπό περιορισμούς (conditional vector multiplication). Το MEXCLP εφαρμόστηκε στην πόλη της Bangkok από τους Fujiyama et al. (1987). Οι συγγραφείς έλυσαν το πρόβλημα για μεταβλητό αριθμό παροχέων από 10 έως 30 και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι μειώνοντας τον αριθμό των παροχέων από 21 σε 15 ο μέσος χρόνος επέμβασης και η προσδοκώμενη κάλυψη δεν μεταβάλλονται ιδιαίτερα.

Οι ReVelle και Hogan (1989) βελτίωσαν τη διατύπωση του MCLP λαμβάνοντας υπόψη τους την πιθανότητα ύπαρξης συμφόρησης σε συστήματα άμεσης επέμβασης. Διατύπωσαν το Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστης Διαθεσιμότητας (Maximum Availability Location Problem) υποθέτοντας ενιαία εκτίμηση του συντελεστή απασχόλησης κάθε μονάδας. Σε αναλογία με την εκτίμηση του Daskin στο MEXCLP ο τοπικός συντελεστής απασχόλησης γύρω από τον τον κόμβο i , q_i δίνεται από τη σχέση:

$$q_i = \frac{\bar{t} \sum_{k \in M_i} f_k}{24 \sum_{j \in W_i} x_j} \quad (2.70)$$

Το πρότυπο υποθέτει ότι η περιοχή W_i είναι μια απομονωμένη ομογενής γεωγραφική περιοχή, όπου όλες οι μονάδες είναι πανομοιότυπες ως προς τον μέσο χρόνο εξυπηρέτησης, όπου η σχέση (2.70) που εκφράζει το ποσοστό του χρόνου στον οποίον ένας τουλάχιστον παροχέας είναι απασχολημένος είναι :

$$q_i = \frac{\lambda_i}{(s\mu_i)} = \frac{\rho_i}{s} \quad (2.71)$$

Η παράμετρος λ_i εκφράζει τον ρυθμό άφιξης των κλήσεων για επέμβαση στην περιοχή i , ενώ το $1/\mu_i$ το μέσο χρόνο εξυπηρέτησης. Το ρ_i είναι ο συντελεστής απασχόλησης της μονάδας i και s είναι ο αριθμός των παροχέων στο σύστημα. Το πρότυπο απαιτεί ένας τουλάχιστον παροχέας να είναι διαθέσιμος όταν παρουσιάζεται μια κλήση για επέμβαση με πιθανότητα τουλάχιστον a . Έτσι προκύπτει η σχέση:

$$1 - q_i^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq a \quad (i \in V) \quad (2.72)$$

Ο ελάχιστος αριθμός μονάδων που απαιτείται για να καλύψει τη ζήτηση με αξιοπιστία a έχειδειχθεί ότι είναι ο μικρότερος ακέραιος b_i που ικανοποιεί τη σχέση (ReVelle και Hogan, 1988):

$$1 - (\rho_i/b_i)^{b_i} \geq a \quad (2.73)$$

Οι ReVelle και Hogan παρουσίασαν δύο πρότυπα βασισμένα στην παραπάνω λογική. Το πρώτο (*MALP I*) χρησιμοποιεί ενιαίο συντελεστή απασχόλησης για όλο το σύστημα, ενώ το δεύτερο (*MALP II*) κάνει χρήση του τοπικού συντελεστή απασχόλησης. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος *MALP II* είναι :

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} d_i y_{ib_i} \quad (2.74)$$

subject to

$$\sum_{k=1}^{b_i} y_{jk} \leq \sum_{j \in W_i} x_j \quad (i \in V), \quad (2.75)$$

$$y_{ik} \leq y_{i,k-1} \quad (i \in V, k = 2, \dots, b_i), \quad (2.76)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p, \quad (2.77)$$

$$x_j \text{ ακέραιος } (j \in W), \quad (2.78)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i \in V, k = 1, \dots, p). \quad (2.79)$$

όπου:

W = σύνολο κόμβων, όπου μπορεί να τοποθετηθεί μονάδα (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης (με δείκτη i)

x_j = ακέραια μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των μονάδων που τοποθετούνται στον κόμβο j

$\bar{t}$ = η μέση διάρκεια εξυπηρέτησης ενός συμβάντος

f_k = συχνότητα κλήσεων για επέμβαση στον κόμβο k ανά ημέρα

$$M_i = \{k | t_{ki} \leq S\}$$

$$W_i = \{j | t_{ji} \leq S\}$$

p = αριθμός μονάδων που θα τοποθετηθούν

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από τουλάχιστον } k \text{ μονάδες,} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Στην αντικειμενική συνάρτηση (2.74) μεγιστοποιείται ο αριθμός των κλήσεων της περιοχής που καλύπτεται τουλάχιστον b_i φορές με επίπεδο αξιοπιστίας τουλάχιστον a . Ο περιορισμός (2.75) υποδηλώνει ότι ο κόμβος i καλύπτεται b_i φορές μόνο αν τουλάχιστον b_i μονάδες έχουν τοποθετηθεί μέσα στα δοθέντα χρονικά όρια. Ο περιορισμός (2.76) δηλώνει ότι ο κόμβος k μπορεί να καλύπτεται k φορές, μόνο αν έχει καλυφθεί και $k-1$ φορές, ενώ τέλος ο περιορισμός (2.77) καθορίζει τον αριθμό των μονάδων που θα τοποθετηθούν. Όσον αφορά το *MALP I* η μαθηματική διατύπωση είναι ακριβώς η ίδια, με μόνη διαφοροποίηση ότι αντί για τους συντελεστές b_i , χρησιμοποιείται ενιαίος συντελεστής b που είναι ο μικρότερος ακέραιος που ικανοποιεί τη σχέση:

$$\log(1-a)/\log q \leq b \quad (2.80)$$

2.3.3.2 Πρότυπα χωρικών ουρών

Τα πρότυπα και οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 2.3.1 ενσωματώνουν έναν αριθμό στοχαστικών (πιθανοτικών) παραμέτρων. Σε αυτή την παράγραφο θα δειχθεί πως οι πιθανοτικές κατανομές που σχετίζονται με αυτές τις παραμέτρους συνδυάζονται με αποτελέσματα από τη θεωρία ουρών για να εξετάσουν επιπρόσθετες όψεις της τοποθεσιολογίας.

Το υπερκυβικό πρότυπο (*hypercube model*) του Larson (1974) ήταν το πρώτο που ενέπλεξε την θεωρία χωρικών ουρών (*spatial queues*) στα προβλήματα χωροθέτησης. Στο αρχικό πρότυπο, ο Larson εξετάζει προβλήματα σχετιζόμενα με τη χωροθέτηση μονάδων εξυπηρέτησης, καθώς και σχέδιο επέμβασης των περιοχών ανταπόκρισης σε συστήματα παροχής άμεσης βοήθειας. Λαμβάνοντας υπόψη επεμβάσεις τόσο στην περιοχή ευθύνης κάθε μονάδας όσο και εκτός περιοχής ευθύνης, πιθανοτικές αφίξεις κλήσεων για επείγουσα ανάγκη και μεταβλητούς χρόνους επέμβασης, ο Larson σχεδίασε το επείγουσας ανάγκης σύστημα εξυπηρέτησης ως ένα σύστημα ουράς πολλαπλών παροχέων εξυπηρέτησης με διακριτούς παροχείς (*multi-server queuing system with distinguishable servers*). Πιο συγκεκριμένα, ο συγγραφέας υποθέτει μια διαδικασία τυχαίων αφίξεων κλήσεων για παροχή βοήθειας και εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης. Δοθείσας γεωγραφικής ανάλυσης της περιοχής μελέτης και ένα κριτήριο αποστολής παροχέα, ο Larson ανέπτυξε μία επαναληπτική μέθοδο για να παράγει τον μεταβατικό πίνακα (*transition matrix*) της διαδικασίας Markov. Ο χώρος της διαδικασίας αυτής είναι απεικονίζεται ως οι κορυφές ενός N -διάστατου υπερκύβου (όπου N ο αριθμός των παροχέων), όπου κάθε κορυφή αντιπροσωπεύει ένα συνδυασμό των διαθέσιμων για επέμβαση παροχέων του συστήματος. Αυτό το πρότυπο στη συνέχεια χρησιμοποιείται για να παράγει έναν αριθμό εκτιμητών της απόδοσης του συστήματος. Το υπερκυβικό πρότυπο του Larson έχει ενσωματωθεί σε πολλές ευρεστικές διαδικασίες για την επίλυση μιας πληθώρας προβλημάτων χωροθέτησης με θεωρία ουρών.

Μια εφαρμογή του υπερκυβικού προτύπου του Larson χρησιμοποιείται από τους Marianov και ReVelle (1996) για την επέκταση του Προβλήματος Χωροθέτησης Μέγιστης Διαθεσιμότητας (*MALP*) στο Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστης Διαθεσιμότητας με Ουρές αναμονής (*Queueing Maximum Availability Location Problem*). Η βασική διάκριση μεταξύ του παρόντος προτύπου QMALP και του MALP σχετίζεται με

την μεθοδολογία που ακολουθείται στον προσδιορισμό των συντελεστών b_i . Μια δεύτερη διαφορά εντοπίζεται στην μεταχείριση των χρόνων διαδρομής, οι οποίοι στο QMALP δεν είναι σταθεροί, αλλά ακολουθούν κάποια πιθανοτική κατανομή. Δυο σημαντικές υποθέσεις γίνονται στο πρότυπο :

- i. Οι ρυθμοί κλήσεων για εξυπηρέτηση σε μια περιοχή i δεν διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό από τις περιοχές που συνορεύουν με την i .
- ii. Οι χρόνοι διαδρομής είναι μικροί σχετικά με τους χρόνους για την εξυπηρέτηση του συμβάντος στον τόπο του ατυχήματος.

Αυτές οι δύο υποθέσεις οδηγούν στο συμπέρασμα ότι κάθε υποπεριοχή (γειτονιά) του δικτύου λειτουργεί ως μια απομονωμένη ανεξάρτητη μονάδα που η ζήτηση της δεν επηρεάζει τους χρόνους εξυπηρέτησης της γειτονικής περιοχής. Αυτή η 'γειτονιά' συμπεριφέρεται ως ένα M/G/s-loss σύστημα, δηλαδή υποθέτεται τυχαία (Poisson) κατανομή αφίξεων, γενική κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης και s παροχείς εξυπηρέτησης, ενώ αν υπάρξει κλήση για επέμβαση όταν και οι s παροχείς είναι μη διαθέσιμοι, οι κλήσεις χάνονται (στην πραγματικότητα εξυπηρετούνται τα περιστατικά από παροχείς εκτός γειτονιάς). Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις σταθερής κατάστασης της κανονικής θεωρίας ουρών προκύπτει ότι η πιθανότητα και οι s παροχείς της γειτονιάς i να είναι απασχολημένοι δίνεται από τη σχέση :

$$p_s = \frac{(1/s!) \rho_i^{b_i}}{\sum_{m=0}^s \frac{\rho_i^m}{m!}} \quad (2.81)$$

Η πιθανότητα αυτή είναι φθίνουσα συνάρτηση της παραμέτρου s καθώς η εντός παρένθεσης ποσότητα της σχέσης (2.82), που παρουσιάζει τον s -οστό όρο της ακολουθίας p συναρτήσει του προηγούμενου, είναι αυστηρά μικρότερη του 1.

$$p_s = \left(\frac{1}{p_{s-1} + s\mu_i / \lambda_i} \right) p_{s-1} \quad (2.82)$$

Η πιθανότητα συνεπώς ένας τουλάχιστον παροχέας να είναι διαθέσιμος, είναι όπως και στη σχέση (2.72) $1-p_s$ και εφόσον απαιτείται η πιθανότητα αυτή να είναι

τουλάχιστον a προκύπτει $1-p_s > a$. Αφού όπως προαναφέρθηκε το p_s είναι φθίνουσα συνάρτηση του s υπάρχει ακέραιος b_i έτσι ώστε να ισχύουν συγχρόνως:

$$s \geq b_i \text{ και } 1 - p_s > a \quad (2.83)$$

Αυτός ο αριθμός αντιπροσωπεύει όπως και στο MALP τον ελάχιστο αριθμό μονάδων που απαιτείται για να καλύψει τη ζήτηση με αξιοπιστία a και είναι ο μικρότερος ακέραιος που επαληθεύει τη σχέση:

$$\frac{(1/b_i!) \rho_i^{b_i}}{\sum_{m=0}^{b_i} \frac{\rho_i^m}{m!}} \leq 1 - a \quad (2.84)$$

Ουσιαστικά το πρότυπο αυτό υπολογίζει πιο ξεκάθαρα πόσες φορές και από ποιον πρέπει να καλύπτεται κάθε υποπεριοχή του δικτύου ώστε με μια πιθανότητα a να μην αναμένει στην ουρά για εξυπηρέτηση ο καλών. Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι :

$$\text{Maximize } \sum_{i \in V} f_i y_{ib_i} \quad (2.85)$$

subject to

$$\sum_{k=1}^{b_i} y_{jk} \leq \sum_{j \in W_i} \sum_{k=1}^{C_j} x_{kj} \quad (i \in V), \quad (2.86)$$

$$y_{ik} \leq y_{i,k-1} \quad (i \in V, k = 2, \dots, b_i), \quad (2.87)$$

$$\sum_{j \in W_i} \sum_{k=1}^{C_j} x_{kj} = p, \quad (2.88)$$

$$x_{kj} \in \{0,1\} \quad (j \in W, k = 1, \dots, C_j), \quad (2.89)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad (i \in V, k = 1, \dots, p). \quad (2.90)$$

όπου:

W = σύνολο κόμβων, όπου μπορεί να τοποθετηθεί μονάδα (με δείκτη j)

V = σύνολο κόμβων ζήτησης (με δείκτη i)

x_j = ακέραια μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των μονάδων που τοποθετούνται στον κόμβο j

$\bar{t}$ = η μέση διάρκεια εξυπηρέτησης ενός συμβάντος

f_k = συχνότητα κλήσεων για επέμβαση στον κόμβο k ανά ημέρα

C_j = χωρητικότητα κόμβου j

$W_i = \{j | t_{ji} \leq S\}$

p = αριθμός μονάδων που θα τοποθετηθούν

$x_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο } k\text{-οστός παροχέας τοποθετείται στον κόμβο } i, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } i \text{ καλύπτεται από τουλάχιστον } k \text{ μονάδες,} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.85) καθώς και οι περιορισμοί (2.86), (2.87) και (2.88) είναι ταυτόσημοι με τους (2.74), (2.75), (2.76) και (2.77) αντίστοιχα του MALP. Το πρότυπο εφαρμόστηκε στο δίκτυο 55 κόμβων του Swain (1971). Ο μέσος αριθμός κλήσεων ανά κόμβο ορίστηκε στις 0,4 κλήσεις ανά ώρα. Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης θεωρήθηκε 45 λεπτά και το πρότυπο λύθηκε με Branch and Bound μέθοδο στο προγραμματιστικό πακέτο Lindo.

Το πρότυπο QMALP είναι ένα από τα πιο εξελιγμένα πρότυπα χωροθέτησης που έχουν αναπτυχθεί. Το πρότυπο μπορεί να παρέχει λύσεις μεγάλης ακρίβειας και να προσεγγίζει ένα χωρικό σύστημα παροχέων όμως το πρότυπο είναι αμφίβολης ακρίβειας όταν οι δύο υποθέσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω δεν τηρούνται. Ιδίως η υπόθεση (ii) που σχετίζεται με τους χρόνους εξυπηρέτησης και υιοθετήθηκε και από το Larson στο υπερκυβικό πρότυπο, σε πληθώρα προβλημάτων δεν είναι αντικειμενική καθώς ο χρόνος διαδρομής πιθανώς να είναι αρκετά σημαντικός σε σχέση με το χρόνο που σπαταλάται στον τόπο της επέμβασης.

Επειδή το σύνθηες MCLP των Church και ReVelle (1974) δεν μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να προσαρμόζεται στον περιορισμό της συμφόρησης ενός συστήματος, οι Marianov και Serra (1998) παρουσίασαν το *Μέγιστης Κάλυψης Πρόβλημα Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής (Queueing Maximal Covering Location-Allocation Problem)*. Το QM-CLAM μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Ζητείται η χωροθέτηση p

μονάδων έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί ο καλυπτόμενος πληθυσμός, όταν η κάλυψη ορίζεται ως: i) ο καλυπτόμενος πληθυσμός κατανέμεται γύρω από ένα σύστημα παροχέων απέχοντας χρόνο ή απόσταση το πολύ S από τον κοντινότερο παροχέα, και ii) αν ένας χρήστης 'καλύπτεται' από την κοντινότερη μονάδα, δεν θα περιμένει στην ουρά αναμονής περισσότερο από τ με πιθανότητα τουλάχιστον α . Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι :

(QM-CLAM)

$$\text{Maximize } \sum_{i,j} a_i x_{ij} \quad (2.91)$$

subject to

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j \quad (2.92)$$

$$\sum_j x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \quad (2.93)$$

$$\sum_i y_i = p, \quad (2.94)$$

$$\sum_{i \in I} f_i x_{ij} \leq \mu_j + \frac{1}{\tau} \ln(1 - \alpha), \quad \forall j \quad (2.95)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad j \in N_i \quad \forall i, j \quad (2.96)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \quad (2.97)$$

όπου:

J = σύνολο κόμβων, όπου μπορεί να τοποθετηθεί μονάδα (με δείκτη j)

I = σύνολο κόμβων ζήτησης (με δείκτη i)

μ_j = μέση τιμή της κατανομής του χρόνου εξυπηρέτησης του παροχέα j

τ = μέγιστος χρόνος αναμονής στην ουρά για εξυπηρέτηση

f_i = μέση τιμή κατανομής Poisson του ρυθμού άφιξης των κλήσεων για επέμβαση

a_i = πληθυσμός κόμβου i

p = αριθμός τοποθετούμενων παροχέων

α = πιθανότητα που δηλώνει την αξιοπιστία του συστήματος

$$N_i = \{j | t_{ji} \leq S\}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο χρήστης στον κόμβο } i \text{ εξυπηρετείται από τον παροχέα στον κόμβο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{αν ένας παροχέας τοποθετείται στον κόμβο } j, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.91) μεγιστοποιεί τον καλυπτόμενο πληθυσμό όπως ορίστηκε η κάλυψη στην διατύπωση του προβλήματος. Ο περιορισμός (2.92) δηλώνει ότι δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί ένας χρήστης από ένα κόμβο στον οποίον δεν έχει τοποθετηθεί παροχέας, ενώ ο περιορισμός (2.93) επιβάλλει ότι κάθε χρήστης κατανέμεται το πολύ σε ένα παροχέα. Ο περιορισμός (2.94) καθορίζει τον αριθμό των παροχέων που θα τοποθετηθούν στο δίκτυο και ο περιορισμός (2.95) υποχρεώνει ο χρόνος που σπαταλάται από ένα χρήστη στην ουρά αναμονής να μην είναι μεγαλύτερος από τ με πιθανότητα α . Οι συγγραφείς επιλύουν το πρότυπο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο κλάδου και φράγματος (Branch and Bound) καθώς και ευρεστικές μεθόδους σε ένα δίκτυο 30 κόμβων όπου ο μέσος χρόνος επέμβασης είναι 20 λεπτά. (Marianon και Serra, 1998).

2.3.4 Πρότυπα σχεδιασμού σεναρίων

Ο σχεδιασμός σεναρίων (scenario planning) αποτελεί μία μέθοδο λήψης αποφάσεων σε προβλήματα που διαθέτουν μεγάλο βαθμό αβεβαιότητας προδιαγράφοντας έναν αριθμό πιθανών μελλοντικών καταστάσεων. Μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης επιχειρείται η εξεύρεση λύσεων οι οποίες συμπεριφέρονται αποτελεσματικά σε όλα τα σενάρια. Στα προβλήματα χωροθέτησης, σκοπός της μεθόδου είναι να εντοπίσει ένα σύνολο σεναρίων που θα αντιπροσωπεύουν τις πιθανές συμπεριφορές άγνωστων παραμέτρων του προβλήματος έτσι ώστε να καθοριστεί μια λύση κατανομής των παροχέων στο σύστημα που θα πλησιάζει τη βέλτιστη.

Για να διευκρινιστεί πώς διατυπώνονται οι σκοποί της μεθόδου θα μελετηθεί το πρόβλημα p -διαμέσου που αναπτύσσεται στην παράγραφο 2.2.2 με προσέγγιση σχεδιασμού σεναρίων (P-median problem under the scenario planning approach). Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι η εξής:

$$\text{Minimize } \sum_k q_k R_k \quad (2.98)$$

subject to

$$\sum_j X_j = P, \quad (2.99)$$

$$\sum_j Y_{ijk} = 1 \quad \forall i, k, \quad (2.100)$$

$$Y_{ijk} - X_j \leq 0 \quad \forall i, j, k, \quad (2.101)$$

$$R_k - \left(\sum_i \sum_j h_{ik} d_{ijk} Y_{ijk} - \bar{V}_k \right) = 0 \quad \forall k, \quad (2.102)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall j, \quad (2.103)$$

$$Y_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k. \quad (2.104)$$

όπου:

k = δείκτης των πιθανών σεναρίων

$\bar{V}_k$ = η βέλτιστη λύση του προβλήματος p -διαμέσου για το σενάριο k

d_{ijk} = η ελάχιστη χωρική ή χρονική απόσταση από τον κόμβο i στον κόμβο j
στο σενάριο k

h_{ik} = ζήτηση στον κόμβο i στο σενάριο k

P_t = αριθμός μονάδων που θα τοποθετηθούν

$R_k = V_k - \hat{V}_k$, όπου V_k η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος
 p -διαμέσου της επιλεγείσας λύσης

$Y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο χρήστης στον κόμβο } i \text{ εξυπηρετείται από τη μονάδα στη θέση } j \text{ στο σενάριο } k \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$X_j = \begin{cases} 1 & \text{αν τοποθετηθεί μονάδα στον κόμβο } j, \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

Η αντικειμενική συνάρτηση (2.98) ελαχιστοποιεί το σταθμισμένο άθροισμα των αποκλίσεων της επιλεγείσας λύσης από τη βέλτιστη του κάθε σεναρίου. Οι περιορισμοί (2.99), (2.100) και (2.101) είναι οι περιορισμοί του προβλήματος p -διαμέσου για το σύνολο των σεναρίων, ενώ ο περιορισμός (2.102) ορίζει τη μεταβλητή R_k του προβλήματος.

Τα πρότυπα σχεδιασμού σεναρίων είναι ουσιαστικά πρότυπα πρόβλεψης διαφόρων μελλοντικών καταστάσεων. Προσπαθούν να περιγράψουν μέσω ποσοτικών

χαρακτηρισμών βασικές μεταβλητές των παραμέτρων του προβλήματος. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα χρήσιμο εργαλείο σε περιπτώσεις έλλειψης στοιχείων κάποιων παραμέτρων του προβλήματος χωροθέτησης. Οι Serra και Marianon (1992) εφάρμοσαν τη μέθοδο αυτή επίλυσης για τη χωροθέτηση πυροσβεστικών οχημάτων στην πόλη της Barcelona. Τα σενάρια χρησιμοποιήθηκαν για να καλύψουν διαφορετικές συνθήκες ζήτησης και χρόνους διαδρομής.

2.4 Συμπεράσματα

Βασικός σκοπός αυτού του κεφαλαίου ήταν η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας σχετικά με τη χωροθέτηση μονάδων εκτάκτων αναγκών τόσο σε γραμμικά συγκοινωνιακά έργα όσο και σε γενικότερες περιοχές κάλυψης. Περιγράφηκαν τα πιο σημαντικά και τα πιο ευρέως διαδεδομένα πρότυπα χωροθέτησης. Σε αυτό το τελευταίο κομμάτι του κεφαλαίου 2 συνοψίζονται τα ευρήματα της βιβλιογραφικής ανασκόπησης και εξάγονται κάποια γενικά συμπεράσματα για τα πρότυπα χωροθέτησης πάνω στα οποία θα στηριχτεί η ανάπτυξη της μεθοδολογίας της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Τα πρώτα πρότυπα που αναπτύχθηκαν ήταν ουσιαστικά στατικά και δεν λάμβαναν υπόψη ούτε τον δυναμικό χαρακτήρα των πραγματικών περιστατικών ούτε την περίπτωση ότι κάποιες κλήσεις μπορεί να μην ήταν εφικτό να εξυπηρετηθούν εντός του προκαθορισμένου χρόνου αφού πιθανώς, ο παροχέας που θα έπρεπε να επέμβει να μην είναι διαθέσιμος. Ωστόσο, τα πρώιμα αυτά πρότυπα αποτέλεσαν την βάση για τα επόμενα πολυπλοκότερα και μεγαλύτερης ακρίβειας πρότυπα. Αφενός, το ζήτημα της μεταβολής ως προς τον χρόνο κάποιων παραμέτρων του συστήματος αντιμετωπίστηκε με την ανάπτυξη δυναμικών προτύπων ως προς το χρόνο, τα οποία λύνουν επαναλαμβανόμενα το πρόβλημα ανά τακτές χρονικές περιόδους αναδιατάσσοντας τις θέσεις των μονάδων. Αφετέρου, το ζήτημα της μη διαθεσιμότητας αντιμετωπίστηκε με δύο διαφορετικές προσεγγίσεις :

- i. Τα ντετερμινιστικά πρότυπα, τα οποία αναζητούν λύσεις όπου η ζήτηση των σημείων υπερκαλύπτεται χωρίς όμως να μελετάται άμεσα η ακριβής διαθεσιμότητα των μονάδων.
- ii. Τα πιθανοτικά πρότυπα, τα οποία εκμεταλλεύονται τον συντελεστή απασχόλησης των μονάδων και ελέγχουν άμεσα την διαθεσιμότητα των μονάδων.

Σε αφορά τα ντετερμινιστικά πρότυπα έμμεσου ελέγχου της διαθεσιμότητας, η θεωρία τους βασίζεται στη λογική ότι αν περιοχές αυξημένης ζήτησης εξυπηρετούνται από περισσότερες από μία μονάδες τότε μειώνεται η πιθανότητα να είναι όλες οι μονάδες απασχολημένες σε περίπτωση συμβάντος.

Βέβαια, πρέπει να σημειωθεί ότι τα πρώτα πιθανοτικά πρότυπα υπολογίζουν πολύ προσεγγιστικά το συντελεστή απασχόλησης όλου του συστήματος. Η λογική όμως αυτή ενώ μπορεί να δίνει σωστά αποτελέσματα σε περιπτώσεις ομοιογενών δικτύων ως προς τη ζήτηση, οδηγεί σε λαθεμένα συμπεράσματα σε περιπτώσεις δικτύων όπου η ζήτηση ποικίλει, όπως συνήθως συμβαίνει στην πραγματικότητα. Η αδυναμία αυτή αντιμετωπίστηκε με χρήση θεωρίας χωριών ουρών για τον υπολογισμό του συντελεστή απασχόλησης της κάθε μονάδας, η οποία πια δεν λειτουργεί ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες μονάδες, αλλά όλες συνολικά ως ένα ενιαίο σύστημα προσφοράς και ζήτησης.

Τα τελευταία αυτά πρότυπα υποθέτουν ότι ο χρόνος επέμβασης (διαδρομής) είναι μη υπολογίσιμος συγκριτικά με το χρόνο εξυπηρέτησης στον τόπο του συμβάντος οπότε θεωρούν ότι ο συνολικός χρόνος απασχόλησης του παροχέα ακολουθεί την ίδια κατανομή για όλες τις μονάδες. Ενώ όμως η υπόθεση αυτή προσεγγίζει πολύ την πραγματικότητα σε σταθμούς πυρόσβεσης, σε περιπτώσεις όπως συστήματα ασθενοφόρων σε αστικά δίκτυα ή συνεργεία άμεσης επέμβασης κατά μήκος αυτοκινητοδρόμων, η υπόθεση αυτή περιέχει ένα ποσοστό σημαντικού ίσως σφάλματος, το οποίο μάλιστα υποδιαστασιολογεί το πρόβλημα. Στον πίνακα 2.2 συνοψίζονται τα κυριότερα στοχαστικά πρότυπα της βιβλιογραφίας.

Στο επόμενο κεφάλαιο αναπτύσσεται μια μεθοδολογία που χρησιμοποιεί πολλά από τα εργαλεία των προτύπων αυτής της ανασκόπησης αλλά και πρωτότυπες τεχνικές και θεωρίες προσπαθώντας να προσεγγίσει όσον το δυνατόν ακριβέστερα το πρόβλημα χωροθέτησης μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας.

Πίνακας 2.2 : Σύνοψη στοχαστικών προτύπων

Τύπος	Συγγραφείς	Χρονολογία	Πρότυπο	Αντικειμενική Συνάρτηση
Δυναμικά πρότυπα	Schilling	1980	DMCLP	Μεγιστοποιεί δυναμικά την κάλυψη της ζήτησης
	Gendreau	2001	DDSM ¹	Μεγιστοποιεί δυναμικά την κάλυψη της ζήτησης τουλάχιστον διπλά σε t_1 μειωμένη με ποινή λόγω αναδιάταξης
Πιθανοτικά πρότυπα	Larson	1974	Hypercube	Περιγράφει λεπτομερώς την κατάσταση του συστήματος χωρικών ουρών
	Daskin	1983	MEXCLP	Μεγιστοποιεί την προσδοκόμενη κάλυψη της ζήτησης με ενιαίο συντελεστή απασχόλησης
	Batta et al.	1989	AMEXCLP	Μεγιστοποιεί την προσδοκόμενη κάλυψη της ζήτησης με διόρθωση για τον ενιαίο συντελεστή απασχόλησης
	ReVelle και Hogan	1989	MALP I,II	Μεγιστοποιεί την ολική κάλυψη της ζήτησης με πιθανότητα τουλάχιστον α
	Marianov και ReVelle	1994	QPLSCP	Μεγιστοποιεί την ολική κάλυψη της ζήτησης με πιθανότητα τουλάχιστον α
	Marianov και ReVelle	1996	QMALP	Μεγιστοποιεί την ολική κάλυψη της ζήτησης με πιθανότητα τουλάχιστον α
	Church και ReVelle	1998	QMCLP	Μεγιστοποιεί την ολική κάλυψη της ζήτησης με χρόνο στην ουρά αναμονής το πολύ t με πιθανότητα τουλάχιστον α

3.ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΔΟΤΙΚΗ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΠΑΡΟΧΕΩΝ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΕΜΒΑΣΗΣ ΣΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

3.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας τα που σχετίζεται με προβλήματα χωροθέτησης μονάδων παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας. Περιγράφηκαν και αναλύθηκαν τα πιο σημαντικά και ευρέως χρησιμοποιήσιμα πρότυπα χωροθέτησης. Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται ένα μεθοδολογικό πλαίσιο εργασίας για την αποδοτική χωροθέτηση παροχών άμεσης επέμβασης σε στοχαστικά δίκτυα.

Σκοπός της παρούσας μεθοδολογικής προσέγγισης είναι η βέλτιστη χωροθέτηση ενός αριθμού παροχών σε μια περιοχή μελέτης, λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας σε ενιαίο πλαίσιο το πρόβλημα διαμερισμού (districting) και χωροθέτησης. Για το λόγο αυτό γίνεται προσπάθεια συνδυασμού των πιο σημαντικών πτυχών σύγκλισης της μαθηματικής ανάλυσης και της πράξης ώστε να αποτελέσουν αναπόσπαστα στοιχεία της χωροθέτησης.

Μια μεγάλη κατηγορία προτύπων όπως αυτά παρουσιάστηκαν στη βιβλιογραφική ανασκόπηση (όπως για παράδειγμα το *P-median* πρόβλημα) επιθυμούν να βελτιστοποιήσουν τον μέσο χρόνο επέμβασης. Κάποια άλλα θεωρούν ότι κρίσιμο μέγεθος στην χωροθέτηση μονάδων είναι η καλυπτόμενη ζήτηση εντός χρονικού διαστήματος α , την οποία και προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν. Όπως όμως θα αναλυθεί στα επόμενα δύο υποκεφάλαια, τα πρότυπα μέγιστης κάλυψης δεν περιγράφουν επακριβώς το σύστημα των παροχών, αλλά απλά δίνουν ένα άνω όριο στον μέσο χρόνο εξυπηρέτησης και τη διασπορά του. Σε συστήματα όμως επείγουσας ανάγκης η αξία του χρόνου είναι ανεκτίμητη καθώς μπορεί να αποτελέσει το διαχωριστικό παράγοντα μεταξύ ζωής και θανάτου. Έχει, βέβαια, σημασία το μεγαλύτερο ποσοστό των αιτημάτων για επέμβαση να καλυφθεί εντός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος, αλλά επίσης σημασία έχει ο χρόνος αυτός να είναι όσο το δυνατόν μικρότερος. Για το λόγο αυτό

αναπτύσσεται ένα υβριδικό πρότυπο που συνδυάζει και τα δύο σημαντικά μεγέθη της χωροθέτησης, δηλαδή την προσδοκώμενη κάλυψη αλλά και το μέσο χρόνο επέμβασης στον τόπο του ατυχήματος.

Δύο σημαντικά και σχετιζόμενα προβλήματα κατανομής παροχέων άμεσης επέμβασης σε δίκτυα είναι ο διαμερισμός (*districting*) και η χωροθέτηση (*location*). Δοθέντος δηλαδή ενός δικτύου με καθορισμένη χωρική διανομή της ζήτησης για εξυπηρέτηση εντός των ορίων του, το πρόβλημα διαμερισμού διατυπώνεται ως εξής: *Ο τρόπος με τον οποίο το δίκτυο διαχωρίζεται σε περιοχές ή ζώνες πρωταρχικής ευθύνης (districts) έτσι ώστε να επιτευχθεί ένα επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης του δικτύου.*

Στο περιβάλλον ενός χωρικά κατανεμημένου συστήματος παροχέων επείγουσας ανάγκης η περιοχή πρωταρχικής ευθύνης για έναν παροχέα, όπως ασθενοφόρο ή πυροσβεστικό όχημα, αποτελείται από εκείνη την έκταση μέσα στην οποία, αν υπάρξει κλήση για άμεση επέμβαση, θα εξυπηρετηθεί από τον συγκεκριμένο παροχέα εφόσον είναι διαθέσιμος όταν θα ληφθεί η κλήση. Διαφορετικά, αν ο παροχέας πρωταρχικής ευθύνης είναι απασχολημένος, ένας άλλος παροχέας, εκτός περιοχής, θα κληθεί για να επέμβει. Σε περίπτωση που όλοι οι παροχείς είναι απασχολημένοι τότε ο διαχειριστής αποστολέας (*dispatcher*) του συστήματος εισάγει την κλήση σε μια ουρά αναμονής για να αποσταλεί μόλις κάποιος παροχέας γίνει διαθέσιμος. Συμπληρωματικά, κάποια συστήματα διαθέτουν παροχείς που υποστηρίζουν τους κύριους (*back up servers*) και καλούνται για επέμβαση όταν μόνο όλοι οι κύριοι είναι μη διαθέσιμοι.

Το πρόβλημα χωροθέτησης, το οποίο προφανώς είναι άμεσα συνδεδεμένο με το πρόβλημα διαμερισμού μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: *Ο τρόπος με τον οποίο οι Ν παροχείς πρέπει να τοποθετηθούν στο δίκτυο όταν δεν υπάρχει κλήση για επέμβαση.*; Αυτές οι θέσεις είναι δεδομένες και εκεί επιστρέφει ένας παροχέας αφού εξυπηρετήσει ένα περιστατικό. Πιθανώς επίσης, σε κάθε θέση να μπορεί να τοποθετηθεί περισσότεροι από ένας παροχείς.

Είναι εμφανές και αξίζει να αναφερθεί, ότι σε αυτά τα συστήματα κρίσιμο μέγεθος για την γρήγορη και άμεση εξυπηρέτηση των επειγόντων περιστατικών δεν είναι μόνο ο χρόνος επέμβασης από τις ζώνες πρωταρχικής ευθύνης, αλλά και ο χρόνος επέμβασης σε περιπτώσεις μη διαθεσιμότητας του 'υπεύθυνου παροχέα'. Ιδίως σε συστήματα με αυξημένο συντελεστή απασχόλησης, αυτός ο χρόνος είναι ο πιο κρίσιμος γιατί αυξάνει τον μέσο χρόνο επέμβασης του συστήματος αισθητά. Υπάρχει, λοιπόν, αναγκαιότητα προκειμένου να αποφευχθεί έντονη καθυστέρηση για επέμβαση, η περιοχή

να αντιμετωπιστεί ως ένα ενιαίο σύστημα αποτελούμενο από N παροχές, οι οποίοι δεν λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους αφού η διαθεσιμότητα, ή όχι, κάποιου παροχέα να επηρεάζει άμεσα τον τρόπο που ο αποστολέας του συστήματος θα διαχειριστεί τη λειτουργία του.

Όπως αναφέρθηκε εκτενέστερα και στο προηγούμενο κεφάλαιο, το μόνο πιθανοτικό πρότυπο το οποίο αντιμετωπίζει τα προβλήματα χωροθέτησης ως ενιαία εξαρτώμενα συστήματα χωρικά διεσπαρμένων χωρικών ουρών και λαμβάνει υπόψη του τις απαιτήσεις για επέμβαση εκτός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης είναι το Υπερκυβικό Πρότυπο (*Hypercube Model* του Larson, 1974). Το πρότυπο ουσιαστικά αποκρυπτογραφεί τη συμπεριφορά ενός συστήματος παροχών με προκαθορισμένες περιοχές πρωταρχικής ευθύνης και θέσεις παροχών (πρέπει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με το Larson το πρότυπο αυτό μπορεί να χωροθετήσει μέχρι το πολύ 12 παροχές). Το Υπερκυβικό Πρότυπο σε γενικές γραμμές περιγράφει τη συμπεριφορά ενός συστήματος εξυπηρέτησης και ελέγχει την απόδοση και την αποτελεσματικότητά του.

Η μεθοδολογία της παρούσης εργασίας έχει σκοπό να χωροθετήσει όσο το δυνατόν καταλληλότερα και αποτελεσματικότερα έναν αριθμό παροχών σε μια περιοχή μελέτης λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας ενιαία το πρόβλημα διαμερισμού και χωροθέτησης. Για την εκπλήρωση του στόχου το Υπερκυβικό πρότυπο αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο.

Στο υποκεφάλαιο 3.3 περιγράφεται το Υπερκυβικό πρότυπο όπως έχει προσεγγιστεί από τον Larson. Στο υποκεφάλαιο 3.4 αναπτύσσονται μεθοδολογικά πρωτότυπες προεκτάσεις και γενικεύσεις του Υπερκυβικού προτύπου με μεγαλύτερη ακρίβεια και με λιγότερους περιορισμούς. Η μεθοδολογία χωροθέτησης αναπτύσσεται στο υποκεφάλαιο 3.5. Η φιλοσοφία της συνολικής προσέγγισης, η οποία περιγράφει τα κυριότερα και ουσιαστικότερα σημεία της χωρίς μαθηματικές διατυπώσεις αναπτύσσεται περιληπτικά στο επόμενο υποκεφάλαιο 3.2.

3.2 ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

Στο παρόν υποκεφάλαιο περιγράφεται η όλη φιλοσοφία της μεθοδολογίας για την βέλτιστη χωροθέτηση N παροχέων άμεσης επέμβασης σε ένα δίκτυο χωρίς την παρουσίαση μαθηματικών σχέσεων και συμβόλων. Η λεπτομερής μαθηματική ανάλυση του προτύπου θα γίνει στα επόμενα υποκεφάλαια.

Σκοπός του Στοχαστικού Υβριδικού Προτύπου Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model) είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου επέμβασης σε σύστημα N παροχέων υπό τον περιορισμό ο συντελεστής κάλυψης να είναι μεγαλύτερος από κάποια συνήθως υψηλή προκαθορισμένη τιμή.

Όπως θαδειχθεί, όταν η απαιτούμενη κάλυψη (%) C εντός χρονικού διαστήματος είναι α (λεπτά), τότε τίθεται ένα άνω όριο στη διασπορά V του μέσου χρόνου επέμβασης. Η αξία της μικρής τιμής της διασποράς V έχει να κάνει με την συνέπεια του συστήματος άμεσης επέμβασης. Πιο συγκεκριμένα, δεν είναι επιθυμητό ο μέσος χρόνος επέμβασης να έχει έντονες διακυμάνσεις περί το μέσο όρο. Αυτό διότι αυξάνεται η πιθανότητα ο χρόνος επέμβασης σε περίπτωση ατυχήματος να είναι αρκετά πάνω από την αναμενόμενη τιμή, μειώνοντας έτσι την πιστότητα του συστήματος. Η μεγάλη τιμή του συντελεστή κάλυψης C παρέχει την εγγύηση ότι, ακόμη και στην χειρότερη περίπτωση, το σύστημα θα λειτουργεί αποτελεσματικά. Η διπλή αυτή απαίτηση αποδοτικότητας και πιστότητας υλοποιείται με την προσπάθεια βελτιστοποίησης τόσο του μέσου χρόνου επέμβασης όσο και του συντελεστή μεγίστης κάλυψης. Επειδή, όμως οι δύο αυτές αντικειμενικές συναρτήσεις δεν βελτιστοποιούνται κατ' ανάγκην στο ίδιο σημείο προτιμάται η βελτιστοποίηση της μιας υπό τον περιορισμό υψηλής τιμής της άλλης.

Το Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής εξετάζει την ύπαρξη βαθμού αβεβαιότητας και τυχαιότητας στα πραγματικά συστήματα και υποθέτει ότι η γέννηση των ατυχημάτων ακολουθεί κατανομή Poisson, δηλαδή η πιθανότητα να συμβεί ατύχημα σε ένα κόμβο της υπό μελέτης περιοχής σε κάποιο χρονικό διάστημα t είναι ανεξάρτητη της πιθανότητας σε οποιασδήποτε προηγούμενη χρονική περίοδο t' και ανεξάρτητη της πιθανότητας οποιουδήποτε γειτονικού ή όχι κόμβου (αναλυτικότερα

αυτή η θεωρία παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 3.4.2). Επίσης, γίνεται η υπόθεση ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή. Χαρακτηριστικό της κατανομής αυτής είναι ότι η μέση τιμή της ισούται με την διασπορά της*.

Επίσης, το πρότυπο δέχεται ότι υπάρχει πιθανότητα κάποιος (ο πρωτεύων) παροχέας (όχι πρωτεύων για αυτή την κλήση) να μην διαθέσιμος να εξυπηρετήσει κάποια κλήση για επέμβαση, οπότε στο συμβάν πρέπει να επέμβει ένας άλλος παροχέας που απέχει μεγαλύτερη χρονική απόσταση από το συμβάν οπότε και μειώνεται η αποδοτικότητα του συστήματος. Για το λόγο αυτό εφαρμόζεται ένα πρότυπο χωρικών ουρών για τον υπολογισμό των χρόνων αναμονής και των αυξημένων χρόνων επέμβασης του συστήματος. Το πρότυπο χωρικών ουρών που προτείνεται στην παρούσα διπλωματική αποτελεί μια πρωτότυπη προέκταση και γενίκευση του Υπερκυβικού Προτύπου του Larson (1974), το οποίο μελετάει τη συμπεριφορά ενός συστήματος με προκαθορισμένες τις θέσεις των παροχέων.

Σε ότι αφορά τη εξυπηρέτηση των συμβάντων από τους παροχείς, στο πρότυπο θεωρούνται διαφορετικοί ρυθμοί εξυπηρέτησης για υποπεριοχές με διαφορετικά λειτουργικά χαρακτηριστικά. Σε γενικές γραμμές, τα λειτουργικά χαρακτηριστικά κάθε υποπεριοχής καθορίζονται από:

i. τους παροχείς. Κάθε παροχέας του συστήματος θεωρείται ότι έχει διαφορετική συμπεριφορά από τους υπόλοιπους καθώς εξυπηρετεί διαφορετικά περιστατικά σε διαφορετικές περιοχές.

ii. τις περιοχές πρωταρχικής ευθύνης (*districts*). Κάθε τέτοια περιοχή έχει διαφορετική έκταση, σχήμα και ρυθμούς γένεσης ατυχημάτων από τις υπόλοιπες.

iii. την πολιτική αποστολής των παροχέων (*dispatching policy*). Η εξυπηρέτηση ατυχημάτων εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (*interdistrict responses*), σε περιπτώσεις δηλαδή μη διαθέσιμων παροχέων, είναι αυτή που γίνεται με μικρότερους ρυθμούς από την εξυπηρέτηση ατυχημάτων εντός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (*intradistrict responses*). (τα παραπάνω εξηγούνται αναλυτικότερα στο υποκεφάλαιο 3.4.3)

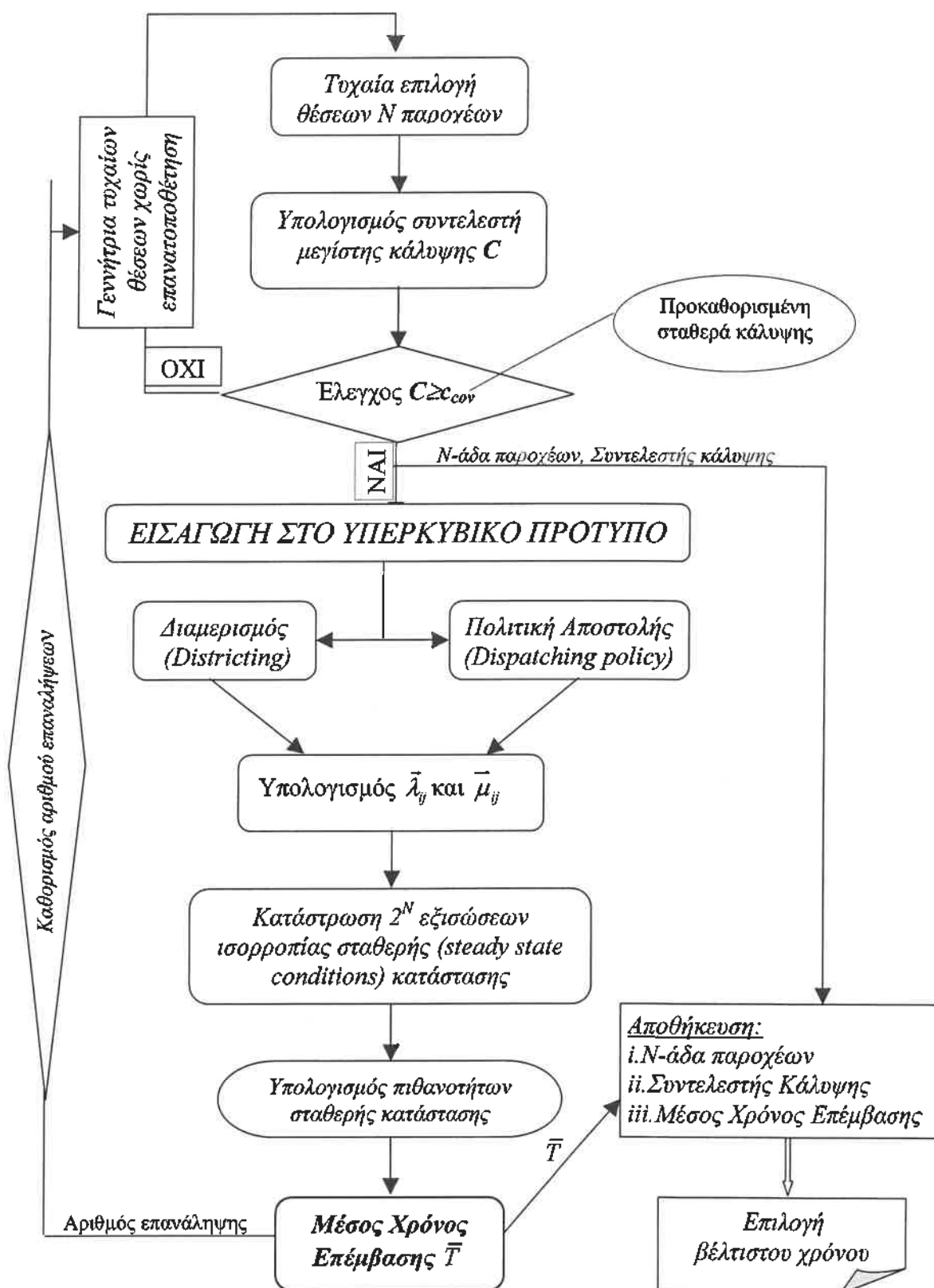
*Έχει αποδειχτεί στην πράξη ότι λογικές αποκλίσεις από την παραδοχή αυτή δεν διαφοροποιούν πρακτικά την ακρίβεια του προτύπου.

Στο Υβριδικό Πρότυπο που αναπτύσσεται, εξετάζονται ενιαία τα προβλήματα διαμερισμού (*districting*) και διαχείρισης του συστήματος (*dispatching*) και επιδιώκεται η ενοποίησή τους με το πρόβλημα χωροθέτησης (*location*) έτσι ώστε το σύστημα των N παροχέων να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο αποδοτικό και αποτελεσματικό. Για την επίτευξη του στόχου αυτού είναι απαραίτητη μια ακριβής μαθηματική προσέγγιση του διαμερισμού, και κυρίως η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας, η οποία με δεδομένες θέσεις παροχέων στο δίκτυο να καθορίζει αυτόματα το διαμερισμό. Αυτό χρειάζεται γιατί η ενιαία θεώρηση του προβλήματος στην αναζήτηση της βέλτιστης χωροθέτησης επιβάλλει σάρωση ενός μεγάλου συνόλου δυνατών συνδυασμών θέσεων. Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στηρίζεται στην πολιτική αποστολής του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, παρέχοντας όμως την ευχέρεια στον χρήστη να χρησιμοποιήσει διορθωτικούς συντελεστές απόστασης οι οποίοι αλλάζουν την πολιτική αποστολής (όπως θα αναλυθεί στο υποκεφάλαιο 3.4.4).

Αφού κάθε παροχέας μπορεί να είναι είτε διαθέσιμος (κατάσταση 0) είτε απασχολημένος (κατάσταση 1), το σύστημα των N παροχέων μπορεί να βρίσκεται σε μια από τις 2^N δυνατές καταστάσεις του συστήματος. Εφαρμόζοντας μια εξίσωση ισορροπίας σταθερής κατάστασης σε κάθε κορυφή του υπερκύβου προκύπτουν 2^N εξισώσεις ισορροπίας. Επιλύοντας αυτές τις εξισώσεις, προκύπτουν οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος, δηλαδή το ποσοστό του χρόνου, στο οποίο θα είναι απασχολημένοι όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί παροχέων. Με τη χρήση αυτών των πιθανοτήτων και εφαρμογή μαθηματικών σχέσεων υπολογίζεται ο μέσος χρόνος επέμβασης του συστήματος (όπως θα δειχθεί στο υποκεφάλαιο 3.4.5).

Εφαρμόζοντας την περιγραφείσα διαδικασία για ένα μεγάλο αριθμό τυχαίων θέσεων των N παροχέων επιλέγεται εκείνη που έχει τον μικρότερο χρόνο επέμβασης, ικανοποιώντας παράλληλα την απαίτηση ενός μεγάλου συντελεστή κάλυψης της περιοχής (δηλαδή εντός χρονικού διαστήματος α).

Το διάγραμμα ροής της μεθοδολογικής διαδικασίας για την βελτιστοποίηση του συστήματος των N παροχέων περιγράφεται στο σχήμα 3.1 που ακολουθεί.



Σχήμα 3.1 : Διάγραμμα ροής Υβριδικού Προτύπου Βελτιστοποίησης

3.3. Προσέγγιση Υπερκυβικού Προτύπου

3.3.1 Εισαγωγή

Μια από τις πιο σημαντικές συνιστώσες της ποιότητας εξυπηρέτησης στα ιατρικά συστήματα επείγουσας ανάγκης (Emergency Medical Systems) είναι ο μέσος χρόνος επέμβασης σε επείγουσα κλήση, καθώς αυτός ο χρόνος μπορεί να διαφοροποιήσει ακόμη και τη ζωή από το θάνατο. Για να εκτιμηθεί η απόδοση ενός τέτοιου συστήματος παρουσιάζεται στο παρόν υποκεφάλαιο το πιο αποτελεσματικό ίσως μαθηματικό εργαλείο στο χώρο της Τοποθεσιολογίας, το Υπερκυβικό Πρότυπο (Hypercube Model), το οποίο αναπτύχθηκε από το Larson (1974). Το πρότυπο θεωρεί γεωγραφικές και χρονικές πολυπλοκότητες της περιοχής και βασίζεται σε θεωρία χωρικών ουρών και διαδικασίες προσέγγιση με βάση την ανάλυση κατά Markov.

Σε γενικές γραμμές, η ιδέα του προτύπου είναι να επεκτείνει την περιγραφή της κατάστασης του χώρου ενός απλού συστήματος ουράς με πολλαπλούς παροχείς (π.χ. M/M/N ή M/G/N) με σκοπό να αναπαραστήσει τον καθένα από τους παροχείς ξεχωριστά, αλλά ταυτόχρονα και να ενσωματώσει στο σύστημα μια πολιτική σύνθετης αποστολής των παροχέων για άμεση επέμβαση στα επείγοντα συμβάντα.. Όπως θα περιγραφεί αναλυτικότερα στη συνέχεια το πρότυπο περιέχει την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος 2^N εξισώσεων, όπου N ο αριθμός των παροχέων, για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων της κατάστασης ισορροπίας του συστήματος. Με την χρήση των πιθανοτήτων αυτών μπορούν να εξαχθούν πολύ χρήσιμα μεγέθη που περιγράφουν την αποτελεσματικότητα και την αποδοτικότητα του συστήματος. Τέτοια μεγέθη είναι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης ενός συμβάντος, συντελεστές απασχόλησης των παροχέων καθώς και περιγραφή της λειτουργίας του συστήματος που εκφράζεται με το ποσοστό του χρόνου που κάθε παροχέας απασχολείται σε κάθε γεωγραφική περιοχή του δικτύου. Ο πίνακας 3.1 περιέχει συνοπτικά την περιγραφή των συμβόλων που χρησιμοποιούνται στο πρότυπο του Larson.

Πίνακας 3.1: Περιληπτική αναφορά κυριότερων συμβόλων Υπερκυβικού Προτύπου

N	Συνολικός αριθμός παροχέων
J	Συνολικός αριθμός γεωγραφικών ατόμων ή κόμβων ζήτησης ή κόμβων
f_j	Ποσοστό της συνολικής ζήτησης της περιοχής για εξυπηρέτηση f_j που δημιουργείται στον κόμβο j , $j=1,2,\dots,J$
τ_{ij}	Μέσος χρόνος από τον κόμβο i στον κόμβο j , $i,j=1,2,\dots,J$
l_{nj}	Πιθανότητα ο παροχέας n να βρίσκεται στον κόμβο j όταν είναι ελεύθερος, $n=1,2,\dots,N$; $j=1,2,\dots,J$
λ	Μέσος αριθμός κλήσεων για επέμβαση στην περιοχή μελέτης ανά χρονική μονάδα
μ^{-1}	Μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης ανά κλήση
C_N	Σύνολο κορυφών του N -διάστατου Υπερκύβου
B	Μια κορυφή από το σύνολο C_N
b_i	Το i -οστό δυαδικό ψηφίο (από τα δεξιά) στο B , $i=1,2,\dots,N$
$w(B)$	Βάρος της κορυφής B ($\sum b_i$)
$u(B)$	Αριθμητική δεκαδική τιμή της κορυφής B
B_i	Η κορυφή B με δείκτη την τιμή $u(B)$
H_n	n -οστό υπερεπίπεδο από την αρχή, $n=1,2,\dots,N$
d_{ij}	Απόσταση Hamming μεταξύ των κορυφών B_i και B_j
n_{ij}	συνολικός αριθμός παροχέων που είναι οι βέλτιστοι για να εξυπηρετήσουν συμβάν στον κόμβο j ενώ το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση B_i
r_l	ο αριθμός του l -οστού βέλτιστου παροχέα, όπου $r_l=1,2,\dots,N$ και $l=1,2,\dots,n_{ij}$
t_{ij}	Μέσος χρόνος διαδρομής από την περιοχή ευθύνης i στον κόμβο j $i=1,2,\dots,N$; $j=1,2,\dots,J$
λ_{ij}	Απειροστικός μέσος ρυθμός μεταβολής από την κατάσταση i στην κατάσταση j , με δεδομένο ότι το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση i ,
A	Πίνακας των απειροστικών μέσων ρυθμών μεταβολής με $\lambda_u = \sum_{v \neq j} \lambda_{vj}$
ρ_n	Συντελεστής απασχόλησης παροχέα n , $n=1,2,\dots,N$
ρ_{nj}	Ποσοστό συνολικών κλήσεων που στέλνουν τον παροχέα n στον κόμβο j
$M/M/N$	Σύστημα ουράς με κατανομή αφίξεων Poisson, κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης αρνητική εκθετική και N παροχείς

3.3.2 Περιγραφή και Ορολογία του Υπερκυβικού Προτύπου (Larson, 1974)

Βαρύνουσα σημασία στο Υπερκυβικό Πρότυπο έχει η γεωγραφική περιγραφή της υπό μελέτης περιοχής (δικτύου). Η περιοχή χωρίζεται σε J κόμβους ζήτησης τα οποία στη βιβλιογραφία αναφέρονται επίσης ως και γεωγραφικά άτομα ή κελιά. Αυτοί οι κόμβοι (έτσι θα αποκαλούνται από δω και στο εξής) μπορούν να έχουν οποιοδήποτε σχήμα και μέγεθος οσοδήποτε μικρό ώστε να αποφευχθούν αδικαιολόγητα λάθη λόγω μη σωστών προσεγγίσεων. Συστήνεται να έχουν κατά το δυνατόν ομογενή χαρακτηριστικά ζήτησης εντός τους και όχι έντονες διαφοροποιήσεις ως προς το μέγεθος. Άμεσα συνδεόμενο με τον κόμβο είναι το ποσοστό της συνολικής ζήτησης (ποσοστό βάρους εργασίας) της περιοχής για εξυπηρέτηση f_j που δημιουργείται στον κόμβο αυτό. Προφανώς για το σύνολο της περιοχής μελέτης ισχύει η σχέση:

$$\sum_{j=1}^J f_j = 1 \quad (3.1)$$

όπου j ο αριθμός του κόμβου.

Σημαντικό ρόλο στο πρότυπο έχουν τα στατιστικά των χρόνων διαδρομής μεταξύ των κόμβων του δικτύου. Όλοι οι μέσοι χρόνοι διαδρομής υπολογίζονται από ένα πίνακα χρόνων διαδρομής του οποίου τα στοιχεία τ_{ij} εκφράζουν τον χρόνο διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο j . Οι αριθμητικές τιμές των τ_{ij} μπορούν να εμπεριέχουν επιπλοκές στη διαδρομή, όπως μονοδρόμους, διαχωριστικές νησίδες, κυκλοφοριακές συμφορήσεις κ.α. Αν δεν υπάρχει πίνακας χρόνων διαδρομών για την υπό μελέτη περιοχή, τότε καθορίζονται οι συντεταγμένες του κεντροειδούς κάθε κόμβου (x_i, y_i) και υπολογίζονται τα στοιχεία τ_{ij} χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε είδος απόστασης όπως

- i. την ευκλείδεια απόσταση που ορίζεται, όπως είναι γνωστό, από την σχέση:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.2)$$

- ii. την δεξιόστροφη απόσταση (right-angle) που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j| \quad (3.3)$$

και διαιρώντας την απόσταση με τη λειτουργική ταχύτητα επέμβασης u . Αξίζει να σημειωθεί ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και πολυπλοκότερα πρότυπα χρόνου διαδρομής, που λαμβάνουν υπόψη σταθερές επιτάχυνσης και διαφορετικές ταχύτητες

επέμβασης ή επιστροφής στη βάση. Η χρήση αυτών των παραμέτρων απαιτεί πραγματικά στατιστικά στοιχεία τα οποία είναι ιδιαίτερα δύσκολα στη συλλογή και αξιολόγησή τους. Αν d είναι η απαιτούμενη απόσταση για ανάπτυξη της ταχύτητας ταξιδιού, D_{ij} απόσταση μεταξύ i και j και a, b, c εμπειρικοί συντελεστές τότε (Fujiwara et al., 1987) :

$$\tau_{ij} = \begin{cases} c\sqrt{D_{ij}} & \text{αν } D_{ij} \leq d \\ a + bD_{ij} & \text{αν } D_{ij} \geq d \end{cases} \quad (3.4)$$

Για να υπολογιστούν οι μέσοι χρόνοι διαδρομής στο συστήματος, απαιτείται η γνώση της θέσης ενός παροχέα που αποστέλλεται για επέμβαση. Αυτό σημαίνει ότι στο πρότυπο θεωρούνται προκαθορισμένες οι θέσεις των παροχέων και δεν αναζητούνται. Στο πλαίσιο εργασίας του Υπερκυβικού Προτύπου, η γεωγραφική απεικόνιση της θέσης ενός παροχέα αρκεί για να περιγράψει την σταθερή χωροθέτηση των ασθενοφόρων ή των οχημάτων επείγουσας επισκευής (ΕΛΠΑ) και την μεταβλητή χωροθέτηση των περιπολικών της άμεσης δράσης. Αυτό περατώνεται καθορίζοντας ένα πίνακα χωροθέτησης $L=(l_{nj})$ όπου l_{nj} είναι η πιθανότητα ο παροχέας n να βρίσκεται στον κόμβο j όταν είναι διαθέσιμος για αποστολή ή ισοδύναμα το ποσοστό του διαθέσιμου-ανενεργού χρόνου που ο παροχέας n ξοδεύει στον κόμβο j . Ένας παροχέας σταθερής θέσης έχει μόνο ένα στοιχείο l_{nj} στη n -οστή γραμμή ίσο με τη μονάδα και ισχύει $l_{nk}=0$ για κάθε $k \neq j$ ($k=1,2,\dots,J$) ενώ ένας περιπολούμενος παροχέας n έχει περισσότερα από ένα στοιχεία στην n -οστή γραμμή διάφορα του μηδενός. Αξίζει να σημειωθεί ότι δίνεται η δυνατότητα σε κινούμενους παροχείς να έχουν αλληλοτεμνόμενες περιοχές ευθύνης. Σε κάθε περίπτωση όμως ισχύει,

$$\sum_{j=1}^J l_{nj} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N_A\} \quad (3.5)$$

Μια άλλη βασική υπόθεση του προτύπου είναι ότι οι κλήσεις για εξυπηρέτηση από τους 'πελάτες' του συστήματος παράγονται από μια διαδικασία *Poisson*, δηλαδή ακολουθούν μια τυχαία κατανομή όπου ο μέσος ρυθμός άφιξης των κλήσεων λ_j από κάθε κόμβο j είναι γνωστός και ανεξάρτητος των υπολοίπων κόμβων. Αν θεωρηθεί ότι ο συνολικός μέσος ρυθμός άφιξης στο δίκτυο είναι λ , τότε ο μέσος ρυθμός άφιξης του κόμβου j μπορεί να υπολογιστεί ως λf_j .

Όσον αφορά την πολιτική αποστολής παροχέα σε περίπτωση κλήσης σημειώνεται ότι ακριβώς ένας παροχέας αποστέλεται κάθε φορά στον κόμβο όπου συνέβη το ατύχημα, αρκεί να υπάρχει στο σύστημα ένας τουλάχιστον διαθέσιμος παροχέας.

Διαφορετικά, το αίτημα για επέμβαση εισάγεται σε μια ουρά αναμονής ή εξυπηρετείται από κάποιον παροχέα που επεμβαίνει μόνο σε καταστάσεις συμφόρησης του συστήματος ή χάνεται. Το σύστημα εξυπηρέτησης ακολουθεί τον κανόνα ότι εξυπηρετείται πρώτος αυτός που φτάνει πρώτος στο σύστημα (*First In-First Out*). Μόλις ο παροχέας περατώσει την εργασία του τότε επιστρέφει στη βάση για να μπορεί να εξυπηρετήσει επόμενη κλήση. Στην πραγματικότητα υπάρχει η δυνατότητα να θεωρηθεί ότι ο παροχέας είναι ελεύθερος μόλις εγκαταλείψει το σημείο επέμβασης και επιστρέφει στη βάση του και κατά συνέπεια μπορεί να επανακληθεί. Αυτή η υπόθεση δυσχεραίνει έντονα την επίλυση του προβλήματος. Γι' αυτό το λόγο ενώ στην πράξη μπορεί να συμβεί η περιγραφείσα κατάσταση, στο πρότυπο γίνεται η παραδοχή ότι ο παροχέας είναι απασχολημένος εωσότου επιστρέψει στη βάση του. Άλλωστε η παραδοχή αυτή δεν διαφοροποιεί έντονα το πρόβλημα και όσο λίγο συμβαίνει είναι υπέρ της ασφαλείας όπως εύκολα διαφαίνεται.

Η αποστολή των παροχέων για επέμβαση λαμβάνει χώρα σύμφωνα με μια προκαθορισμένη διαδικασία επιλογής. Δηλαδή, για κάθε κόμβο ζήτησης θεωρείται γνωστός ο παροχέας που θα επέμβει σε περίπτωση ανάγκης καθώς και η διατεταγμένη σειρά των παροχέων που θα επέμβουν αν οι προηγούμενοι κατά σειρά προτεραιότητας είναι απασχολημένοι σε κάποιο άλλο κόμβο. Το πρότυπο λειτουργεί με οποιαδήποτε πολιτική προτεραιότητας της διαδικασίας επιλογής παροχέα αφού αυτή καθορίζεται από τον χρήστη και εισάγεται ως δεδομένη στο πρότυπο.

Ο χρόνος εξυπηρέτησης (*service time*) ο οποίος περιλαμβάνει τον χρόνο διαδρομής για επέμβαση, τον χρόνο που σπαταλάται στο σημείο του συμβάντος καθώς και το χρόνο επιστροφής στη βάση έχει γνωστή μέση τιμή. Η αυστηρή μαθηματική ανάλυση (θεωρία ουρών και διαδικασίες Markov) δέχεται ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1} , ότι δηλαδή η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του χρόνου είναι ίσες. Έχει όμως αποδειχτεί στην πράξη ότι λογικές αποκλίσεις από την παραδοχή αυτή δεν διαφοροποιούν πρακτικά την ακρίβεια του προτύπου. Το πρότυπο όμως υποθέτει ότι όλοι οι παροχείς έχουν τον ίδιο μέσο χρόνο εξυπηρέτησης μ^{-1} ανεξάρτητα του κόμβου στον οποίο επεμβαίνουν, του μεγέθους της περιοχής ευθύνης τους (κόμβοι στους οποίους θα επέμβουν σε περίπτωση κλήσης εφόσον είναι διαθέσιμοι), καθώς και αν επεμβαίνουν σε κόμβο εντός της περιοχής πρωταρχικής ευθύνης τους ή σε κόμβο εκτός αυτής. Η ακρίβεια καθώς και αξιοπιστία της παραδοχής θα αναλυθεί σε επόμενο υποκεφάλαιο.

Για να περιγραφεί ο πιο πολύπλοκος χώρος κατάστασης του συστήματος (*state space*) στον οποίο οι ταυτότητες των απασχολημένων ή ελεύθερων παροχέων είναι ξεχωριστές χρειάζεται η χρήση δυαδικών μεταβλητών που θα παίρνουν την τιμή 1 αν ο παροχέας είναι απασχολημένος και την τιμή 0 αν ο παροχέας είναι διαθέσιμος για επέμβαση. Έτσι δημιουργείται ένα διατεταγμένο σύνολο B το οποίο αποτελείται από N δυαδικά στοιχεία και περιγράφει την κατάσταση του συστήματος:

$$B \equiv \{b_N, b_{N-1}, \dots, b_1\} \text{ όπου} \quad (3.6)$$

$$b_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο παροχέας είναι διαθέσιμος} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$$

Το βάρος της κατάστασης B , το οποίο συμβολίζεται με $w(B)$, ισούται με το άθροισμα των στοιχείων του b_i και πρακτικά δηλώνει τον αριθμό των απασχολημένων παροχέων στο σύστημα. Σε κάθε σύνολο B αντιστοιχεί μια μοναδική αριθμητική τιμή $u(B)$, η οποία δεν είναι τίποτε άλλο απ' την δεκαδική μορφή του N -ψήφιου δυαδικού αριθμού που περιγράφει την κατάσταση B . Δηλαδή αντιστοιχείται το διάνυσμα B στην αριθμητική τιμή η οποία τοποθετείται δείκτης στο B_j :

$$u(B) = \sum_{i=1}^N b_i \cdot 2^{i-1} \quad (3.7)$$

Το κάθε σύνολο B αντιστοιχεί σε ένα μοναδικό σημείο ή κορυφή του N -διάστατου χώρου R^N . Το σύνολο C_N όλων αυτών των 2^N κορυφών είναι το σύνολο των κορυφών ενός N -διάστατου υπερκύβου. Στον υπερκύβο αυτό δημιουργούνται N υπερεπίπεδα H_n ως το σύνολο των B που έχουν το ίδιο βάρος $w(B)$.

$$H_n = \{B \in C_N : w(B) = n\}, \quad n = 0, 1, \dots, N \quad (3.8)$$

Η απόσταση Hamming d_{ij} μεταξύ δύο κορυφών B_i και B_j ισούται με τον αριθμό των δυαδικών στοιχείων του B_i που διαφέρουν από αυτά του B_j . Γεωμετρικά η απόσταση αυτή είναι η δεξιόστροφη (right-angle) απόσταση μεταξύ δυο σημείων στον R^N . Έτσι:

$$d_{ij} = d_{ij}^+ + d_{ij}^- \quad (3.9)$$

όπου:

d_{ij}^+ : αριθμός δυαδικών στοιχείων του B_i που γίνονται από $0 \rightarrow 1$

d_{ij}^- : αριθμός δυαδικών στοιχείων του B_i που γίνονται από $1 \leftarrow 0$

Προτού αναπτυχθεί το πλαίσιο εργασίας της θεωρίας των χωρικών ουρών και καταγραφούν οι 2^N εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος, πρέπει να οριστεί ο πίνακας μεταβολής της κατάστασης του συστήματος $A=(\lambda_{ij})$, όπου λ_{ij} είναι ο απειροστικός μέσος ρυθμός (*infinitesimal mean rate*) μεταβολής από την κατάσταση i στην κατάσταση j , με δεδομένο ότι το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση i , με $i \neq j$. Για την περίπτωση που $i=j$ ισχύει ότι :

$$\lambda_{ii} = - \sum_{j \neq i} \lambda_{ij} \quad \text{με } i, j = 0, 1, \dots, 2^N - 1 \quad (3.10)$$

πρόκειται δηλαδή για ένα διαφορικό πίνακα αφού το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής ισούνται με 0.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό του πίνακα A είναι ότι δεν συνίστανται μεταπτώσεις από μια κατάσταση σε μια άλλη για τις οποίες $d_{ij}^+ > 1$ ή $d_{ij}^- > 1$. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μόνο ένας παροχέας αποστέλεται σε κάθε συμβάν. Υπάρχουν δηλαδή πολλά μηδενικά στοιχεία στον πίνακα A .

Καθώς όπως αναφέρθηκε οι χρόνοι εξυπηρέτησης κατανέμονται ως τυχαίες μεταβλητές αρνητικής εκθετικής κατανομής με μέση τιμή μ^{-1} ο ρυθμός μεταβολής που σχετίζεται με μεταπτώσεις για τις οποίες ισχύει $d_{ij}^- = 1$ είναι $\lambda_{ij} = \mu$. Για ευκολία των υπολογισμών τίθεται $\mu=1$, ως εκ τούτου η μονάδα του χρόνου ισούται με τον κοινό μέσο χρόνο εξυπηρέτησης των παροχέων του συστήματος.

Οι ρυθμοί μεταβολής όμως για τους οποίους ισχύει $d_{ij}^+ = 1$ σχετίζονται με ένα πολύπλοκο τρόπο με την γεωγραφία της περιοχής μελέτης, την κατάσταση του συστήματος και τα κριτήρια επιλογής παροχέα για αποστολή (*Dispatching policy*). Για τον υπολογισμό αυτών των στοιχείων είναι απαραίτητο να δημιουργηθεί μια διαδρομή στον υπερκύβο, η οποία θα διέρχεται μια μόνο φορά από όλες τις κορυφές του υπερκύβου. Ο Larson προτείνει μια συγκεκριμένη διαδρομή στην κατασκευή του προτύπου (Larson, 1974) αλλά σημειώνεται ότι ο χρήστης μπορεί να επιλέξει οποιαδήποτε διαδρομή σάρωσης των κορυφών με κριτήριο η προηγούμενη κορυφή να απέχει από την επόμενη απόσταση 1. Υποθέτοντας, λοιπόν ότι η διαδρομή 2^N-1 βημάτων έχει κατασκευαστεί και η πολιτική αποστολής έχει καταστρωθεί τα λ_{ij} με $d_{ij}^+ = 1$ υπολογίζονται ως εξής: Αρχικά τα στοιχεία του πίνακα θεωρούνται μηδενικά. Εν

συνεχεία, σε κάθε βήμα της διαδρομής που σχετίζεται με τον κόμβο j και την κορυφή B_j , n_{ij} ρυθμοί μεταβολής προσαυξάνονται κατά μέγεθος $\lambda f_j/n_{ij}$, δηλαδή ισχύει

$$\lambda_{ik} \leftarrow \lambda_{ik} + \lambda f_j/n_{ij} \quad (3.11)$$

για όλες τις γειτονικές καταστάσεις $B_k = \{b_N, b_{N-1}, \dots, b'_{r_l}, \dots, b_1\}$ για τις οποίες ισχύει $d_{ij}^+ = 1$

και $b'_{r_l} = 1 \neq b_{r_l}$

όπου:

n_{ij} = συνολικός αριθμός παροχών που είναι οι βέλτιστοι για να εξυπηρετήσουν συμβάν στον κόμβο j ενώ το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση B_i

r_l = ο αριθμός του l -οστού βέλτιστου παροχέα, όπου $r_l = 1, 2, \dots, N$ και $l = 1, 2, \dots, n_{ij}$

Αξίζει να σημειωθεί ότι συχνά δεν υπάρχουν πολλαπλοί βέλτιστοι παροχείς για εξυπηρέτηση οπότε $n_{ij} = 1$ και μόνο μια προσαύξηση χρειάζεται για κάθε κορυφή και για κάθε κόμβο.

Από τη στιγμή που το πρότυπο υποθέτει Poisson κατανομή των αιτημάτων για επέμβαση και αρνητική εκθετική κατανομή για τους χρόνους εξυπηρέτησης, ως εκτούτου η γνώση της περασμένης κατάστασης του συστήματος δεν επηρεάζει την επόμενη κατάσταση αφού οι αριθμοί των συμβάντων σε ξένα διαστήματα αποτελούν ανεξάρτητα ενδεχόμενα. Συνεπώς η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται πλήρως από το B_i . Έτσι, το πρότυπο αποτελεί πεπερασμένης κατάστασης συνεχής ως προς το χρόνο διαδικασία Markov*, της οποίας οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης καθορίζονται από τις εξισώσεις λεπτομερούς ισορροπίας (*detailed balance*) :

$$P\{B_j\}[\lambda_j + w(B_j)] = \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} P\{B_i\} \lambda_{ij} + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} P\{B_i\}, \quad j = 0, 1, \dots, 2^N - 1 \quad (3.12)$$

*Ως διαδικασία Markov ορίζεται αυτή όπου η πιθανότητα ενός συστήματος να βρίσκεται σε μια συγκεκριμένη κατάσταση σ τη χρονική στιγμή $t+1$ εξαρτάται μόνο από την κατάσταση σ' την προηγούμενη χρονική στιγμή t , και όχι από άλλες πληροφορίες της προηγούμενης ιστορίας του συστήματος. Η πιθανότητα $p_{t+1}(\sigma)$ ώστε το σύστημα να βρίσκεται στην κατάσταση σ δίνεται από την εξίσωση Markov: $p_{t+1}(\sigma) = \sum_{\sigma'} W[\sigma, \sigma'] p_t(\sigma')$, όπου $W[\sigma, \sigma']$ είναι η πιθανότητα μετάπτωσης από την κατάσταση σ' στη σ .

όπου:

$P\{B_j\} \equiv$ Πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται στην κατάσταση j σε συνθήκες σταθερής κατάστασης (*steady-state conditions*)

$$\lambda_j = \begin{cases} 0 & \text{αν } j = 2^N - 1 \\ 1 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$B_j \in C_N, j = 0, 1, \dots, 2^N - 1$$

Για να αποκλειστεί η περίπτωση τετριμμένης λύσης απαιτείται οι πιθανότητες $P\{B_j\}$ να ακολουθούν μια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας όποτε πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{i=0}^{2^N-1} P\{B_i\} = 1 \quad (3.13)$$

Έχοντας διατυπώσει τις 2^N εξισώσεις της κατάστασης ισορροπίας του συστήματος είναι εφικτό να υπολογιστούν οι πιθανότητες της σταθερής κατάστασής του, επλύνοντας το γραμμικό σύστημα των 2^N εξισώσεων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις γνωστές μεθόδους της Γραμμικής Άλγεβρας ή της Αριθμητικής Ανάλυσης όπως η μέθοδος απαλοιφής Gauss, η οποία για μεγάλα συστήματα είναι εντυπωσιακά γρήγορη, ή επαναληπτική μέθοδο Jacobi ή οποιαδήποτε μέθοδο που συγκλίνει όσον το δυνατόν πιο γρήγορα λόγω του μεγάλου αριθμού των εξισώσεων. Ο Larson προτείνει τη χρήση μια Gauss-Seidel διαδικασίας, η οποία είναι ασυμπτωτικά πιο γρήγορη από την διαδικασία Jacobi.

3.3.3 Υπολογισμός εκτιμητριών απόδοσης του συστήματος των N παροχών

Καθώς έχουν υπολογιστεί οι αριθμητικές τιμές των πιθανοτήτων κατάστασης του συστήματος με μια επιθυμητή ακρίβεια είναι απαραίτητο να υπολογιστούν και τα χαρακτηριστικά της αποτελεσματικότητας του συστήματος των N παροχών. Στη συνέχεια του παρόντος υποκεφαλαίου ακολουθούν τα μεγέθη αυτά καθώς και οι απαιτούμενες μαθηματικές διαδικασίες που δίνουν τις αριθμητικές τιμές τους:

i. ο συντελεστής απασχόλησης ή βάρος εργασίας ρ_n του παροχέα n . Το μέγεθος αυτό εκφράζει το ποσοστό του χρόνου κατά το οποίο ο παροχέας ήταν απασχολημένος

εξυπηρετώντας κάποιο συμβάν. Έτσι το ρ_n ισούται με το άθροισμα των πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης στο υπερεπίπεδο για το οποίο ισχύει $b_n=1$:

$$\rho_n = \sum_{(i: b_n=1)} P\{B_i\} \quad (3.14)$$

ii. ο συντελεστής αποστολών επέμβασης ρ_{nj} , που δηλώνει το ποσοστό της συνολικής ζήτησης που στέλνει τον παροχέα n στον κόμβο j . Το ρ_{nj} δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{nj} = \frac{\sum_{B_i \in E_{nj}} \lambda f_j P\{B_i\} / n_j}{\lambda (1 - P\{B_{2^N-1}\})} \quad (3.15)$$

όπου E_{nj} είναι το σύνολο των καταστάσεων στις οποίες ο παροχέας n είναι ο βέλτιστος για να εξυπηρετήσει τον κόμβο j .

iii. ο συντελεστής αποστολών εκτός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης FT , ο οποίος εκφράζει το ποσοστό των κλήσεων για επέμβαση που εξυπηρετήθηκαν από παροχείς εκτός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης καθώς ο ολικά βέλτιστος παροχέας ήταν μη διαθέσιμος. Αυτό αποτελεί δείκτη της καλής λειτουργίας του συστήματος και του κινδύνου το σύστημα να οδηγηθεί σε κορεσμένη κατάσταση όχι λόγω αυξημένων συντελεστών απασχόλησης, αλλά λόγω κακού διαμερισμού (*districting*) ή πολιτικής αποστολής κλήσεων από το διαχειριστή του συστήματος (*dispatching*).

$$FT = \sum_{n=1}^N \sum_{j \in \text{district } n} \rho_{nj} \quad (3.16)$$

iv. ο μέσος χρόνος επέμβασης του συστήματος $\bar{T}$, ο οποίος είναι το πιο χαρακτηριστικό και σημαντικό μέγεθος καθώς αυτός ο χρόνος είναι εξαιρετικά χρήσιμος. Η ελαχιστοποίηση του αποτελεί έναν από τους βασικότερους παράγοντες επιτυχίας ενός συστήματος χωροθετημένων μονάδων σε ένα δίκτυο και δίνεται από τη σχέση

$$\bar{T} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J \rho_{nj} t_{nj} \quad (3.17)$$

Εάν το σύστημα επέμβασης, σε περιπτώσεις επείγουσας ανάγκης, λειτουργεί σε κορεσμένες συνθήκες (saturated conditions) τότε ο μέσος χρόνος επέμβασης πρέπει να προσανυξηθεί κατά ένα παράγοντα που θα εκφράζει τον χρόνο αναμονής στην ουρά για περιπτώσεις όπου όλοι οι παροχείς είναι μη διαθέσιμοι. Ο υπολογισμός δεν διαφοροποιείται αισθητά και περιγράφεται αναλυτικά στην ανάλυση του Υπερκυβικού προτύπου από (Larson, 1974). Κρίνεται σκόπιμο να μην γίνει αναφορά στις κορεσμένες συνθήκες γιατί τα συστήματα επείγουσας ανάγκης επιβάλλεται να λειτουργούν οπωσδήποτε σε μη-κορεσμένες συνθήκες εφόσον μικροί χρόνοι επέμβασης είναι απαραίτητοι. Άλλωστε σε πολλές περιπτώσεις διατίθενται επιπρόσθετοι παροχείς για επέμβαση σε περίπτωση κορεσμού. Επισημαίνεται πάντως, ότι αν κριθεί αναγκαίο να λειτουργήσει για κάποιο λόγο το σύστημα σε κορεσμένες συνθήκες τότε η συμπεριφορά του προτύπου αλλάζει μόνο στο ότι η σχέση (3.13) πρέπει να αντικατασταθεί από την:

$$\sum_{i=0}^{2^N-1} P\{B_i\} + \sum_{j=1}^{\infty} P_Q\{j\} = 1 \quad (3.18)$$

όπου το $P_Q\{j\}$ δηλώνει την πιθανότητα δημιουργίας ουράς αναμονής ακριβώς j κλήσεων για επέμβαση στο σύστημα και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_Q\{j\} = \frac{\frac{\lambda^N}{N!} \cdot \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j}{\sum_{k=0}^N \frac{\lambda^k}{k!} + \frac{\lambda^N}{N!} \cdot \frac{\lambda/N}{1 - \lambda/N}} \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.19)$$

3.4 Πρωτότυπες Προεκτάσεις και Γενικεύσεις Υπερκυβικού Προτύπου

3.4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο υποκεφάλαιο εξηγήθηκε το Υπερκυβικό πρότυπο ουρών, το οποίο είναι μια προσέγγιση που εξετάζει τη λειτουργική συμπεριφορά συστημάτων άμεσης επέμβασης (περιπολικά, πυροσβεστικά οχήματα, ασθενοφόρα κ.α.) υπό ανομοιόμορφες επιχειρησιακές στρατηγικές, οι οποίες μπορεί να επηρεάσουν την χωροθέτηση των παροχών και την εφαρμόσιμη πολιτική αποστολής τους σε περίπτωση ατυχήματος. Σκοπός του παρόντος υποκεφαλαίου είναι να αναπτύξει μια μεθοδολογία, η οποία θα βελτιώνει στο μέτρο του εφικτού την αποτελεσματικότητα και την αποδοτικότητα του Υπερκυβικού προτύπου. Πιο συγκεκριμένα, οι δύο βασικές προεκτάσεις του Υπερκυβικού προτύπου, που αναπτύσσονται είναι οι εξής:

i. Η λειτουργία του προτύπου υποθέτει *προκαθορισμένες* τις θέσεις των παροχών στην περιοχή μελέτης (είτε πρόκειται για σταθερές θέσης παροχές, όπως ασθενοφόρα, είτε πρόκειται για κινητούς παροχές, όπως περιπολικά). Συνεπώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί όπως έχει αναπτυχθεί για την βέλτιστη χωροθετήση ενός αριθμού παροχών μεγιστοποιώντας κάποια αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι, λοιπόν, στο παρόν υποκεφάλαιο γίνεται σειρά από μαθηματικές επεκτάσεις και επαναπροσεγγίσεις του προτύπου ώστε όλοι οι υπολογισμοί που περιγράφηκαν στο προηγούμενο υποκεφάλαιο να μπορούν να αυτοματοποιηθούν και να χρησιμοποιηθούν σε ένα πρόβλημα όπου οι θέσεις των παροχών δεν είναι δεδομένες, αλλά ζητούμενες.

ii. Ο *χρόνος εξυπηρέτησης (service time)* ο οποίος περιλαμβάνει τον χρόνο διαδρομής για επέμβαση, τον χρόνο που καταναλώνεται στο σημείο του συμβάντος καθώς και το χρόνο επιστροφής στη βάση έχει γνωστή μέση τιμή. *Υποτίθεται ότι όλοι οι παροχές έχουν τον ίδιο μέσο χρόνο εξυπηρέτησης μ^{-1} ανεξάρτητα του κόμβου στον οποίο επεμβαίνουν, του μεγέθους της περιοχής ευθύνης τους (κόμβοι στους οποίους θα επέμβουν σε περίπτωση κλήσης εφόσον είναι διαθέσιμοι), καθώς και αν επεμβαίνουν σε κόμβο εντός της περιοχής πρωταρχικής ευθύνης τους ή σε κόμβο εκτός αυτής. Η ορθότητα καθώς και αξιοπιστία της παραδοχής αυτής επιδέχεται άμεσης κριτικής* διότι ουσιαστικά, θεωρεί ότι ο χρόνος διαδρομής είναι αμελητέος σε σχέση με τον χρόνο που σπαταλάται στο σημείο

του συμβάντος. Μια τέτοια παραδοχή όμως ενώ μπορεί να είναι προσεγγιστικά σωστή σε περιπτώσεις επέμβασης πυροσβεστικών οχημάτων, εγκυμονεί κινδύνους συστηματικού λάθους σε περιπτώσεις ασθενοφόρων σε αστικές περιοχές ή αυτοκινητοδρόμους καθώς ο χρόνος διαδρομής μπορεί να είναι υπολογίσιμος σε σχέση με τον χρόνο στον τόπο του ατυχήματος. Για το λόγο αυτό προσεγγίζεται το Υπερκυβικό πρότυπο θεωρώντας ανεξάρτητους μέσους χρόνους επέμβασης όχι μόνο μεταξύ των παροχέων αλλά ακόμη και με το είδος της επέμβασης του ιδίου παροχέα (εντός – εκτός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης). Οι παραπάνω δύο επεκτάσεις και γενικεύσεις του υπερκυβικού προτύπου αναπτύσσονται στο παρόν υποκεφάλαιο.

3.4.2 Ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων

Στο Υπερκυβικό Πρότυπο σε κάθε κόμβο j θεωρείται ότι η ζήτηση για εξυπηρέτηση ή γένεση ατυχημάτων ακολουθεί κατανομή Poisson με μέση τιμή λ_j . Δηλαδή η πιθανότητα να συμβεί ατύχημα σε ένα κόμβο της υπό μελέτης περιοχής σε κάποιο χρονικό διάστημα t είναι ανεξάρτητη οποιασδήποτε προηγούμενης χρονικής περιόδου t' και ανεξάρτητη της πιθανότητας να συμβεί ατύχημα σε οποιοδήποτε γειτονικού ή όχι κόμβου. Η πιθανότητα να συμβούν ακριβώς n ατυχήματα στον κόμβο j σε χρονικό διάστημα ίσο με t εκφράζεται μαθηματικά από την εξής σχέση:

$$P_n(j,t) = \frac{e^{-\lambda_j t} \cdot (\lambda_j t)^n}{n!} \quad (3.20)$$

Επειδή, όμως η περιοχή μελέτης χωρίζεται σε υποπεριοχές αποτελούμενες από κάποιο αριθμό κόμβων από το σύνολο J πρέπει να βρεθεί η κατανομή που ακολουθεί η γένεση των ατυχημάτων σε κάθε μία από τις υποπεριοχές. Ζητείται, δηλαδή να αποδειχθεί ότι η ζήτηση για εξυπηρέτηση σε οποιαδήποτε υποπεριοχή της περιοχής μελέτης ακολουθεί και αυτή κατανομή Poisson. Παρουσιάζεται η διατύπωση και η απόδειξη του θεωρήματος:

ΘΕΩΡΗΜΑ I: Αν σε μια περιοχή A ο αριθμός X των ατυχημάτων σε χρόνο t δίνεται από κατανομή Poisson $P(\lambda_1 t)$ και σε περιοχή B με $A \cap B \equiv \emptyset$ ο αριθμός Y των ατυχημάτων σε χρόνο t δίνεται από κατανομή Poisson $P(\lambda_2 t)$, τότε ο αριθμός των ατυχημάτων Z σε χρόνο t στην περιοχή $A \cup B$ δίνεται από την κατανομή Poisson $P(\lambda_1 t + \lambda_2 t)$.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ: Η πιθανότητα να συμβούν n ατυχήματα στην περιοχή $A \cup B$ ισούται με το άθροισμα των πιθανοτήτων να συμβούν k ατυχήματα στην A περιοχή και $n-k$ στη B για κάθε ακέραιο $n \geq k$. Επειδή τα ατυχήματα στην περιοχή A συμβαίνουν ανεξάρτητα από τα ατυχήματα στην περιοχή B έχουμε:

$$P_n = \sum_{k=0}^n P_k \cdot P_{n-k} \quad (3.21)$$

Αντικαθιστώντας στην (3.21) τους τύπους της κατανομής Poisson έχουμε:

$$\begin{aligned} P_n &= \sum_{k=0}^n \left(\frac{e^{-\lambda_1 t} \cdot (\lambda_1 t)^k}{k!} \cdot \frac{e^{-\lambda_2 t} \cdot (\lambda_2 t)^{n-k}}{(n-k)!} \right) = \\ &= e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \cdot t^n \cdot \sum_{k=0}^n \frac{\lambda_1^k \cdot \lambda_2^{n-k}}{k! \cdot (n-k)!} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Είναι γνωστό όμως ότι το Διώνυμο του Newton δίνεται από τη σχέση

$$(\lambda_1 + \lambda_2)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot \lambda_1^k \cdot \lambda_2^{n-k} \quad (3.23)$$

Από (3.22) και (3.23) προκύπτει ότι

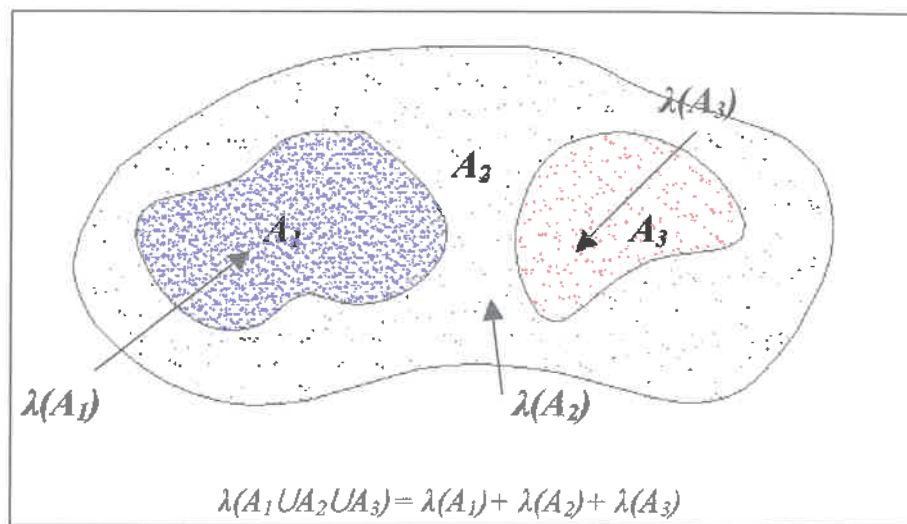
$$P_n = \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \cdot t^n \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)^n}{n!} = P(\lambda_1 t + \lambda_2 t) \quad (3.24)$$

Όπως εύκολα διαφαίνεται, το θεώρημα μπορεί να επεκταθεί για n μη αλληλοτεμνόμενες ανά 2 περιοχές $A_1, A_2, \dots, A_n$, δηλαδή $A_i \cap A_j \equiv \emptyset$ για κάθε $i \neq j$ με $i, j = 1, \dots, n$ αφού ισχύει:

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n = ((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \dots \cup A_n \quad (3.25)$$

Και το θεώρημα αποδεικνύεται επαγωγικά με τη βοήθεια της σχέσης (3.25), η οποία αποτελεί την προσεταιριστική ιδιότητα των συνόλων Cantor. *

Στο σχήμα 3.2 περιγράφεται γραφικά το αποδειχθέν θεώρημα για τρεις υποπεριοχές A_1, A_2, A_3 της περιοχής A .



Σχήμα 3.2 : Εναιοποίηση ρυθμών γένεσης ατυχημάτων

Γνωρίζοντας την κατανομή των ρυθμών γένεσης ατυχημάτων σε κάθε περιοχή μπορεί να εισαχθεί ο *συντελεστής ρυθμού ατυχημάτων* f_j , ο οποίος ορίζεται ως η πιθανότητα μία κλήση για ατύχημα να προέρχεται από τον κόμβο j . Από τη στιγμή που πρόκειται για συνάρτηση κατανομής πιθανότητας, οι συντελεστές ρυθμών ατυχημάτων όλων των κόμβων του δικτύου πρέπει να έχουν άθροισμα 1. Οι συντελεστές f_j πρέπει να είναι ανάλογοι των πιθανοτήτων να συμβεί ένα ατύχημα στον κόμβο j , καθώς οι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων ακολουθούν κατανομή Poisson, για την οποία οι αριθμοί των συμβάντων σε ξένα διαστήματα αποτελούν ανεξάρτητα ενδεχόμενα. Η πιθανότητα να συμβεί ένα ατύχημα στον κόμβο j σε χρόνο ίσο με τη μονάδα δίνεται από τον τύπο (3.20) για $n=1$ και $t=1$ οπότε προκύπτει ότι:

$$p_1(j) = e^{-\lambda_j} \cdot \lambda_j \quad (3.26)$$

Αφού οι συντελεστές f_j πρέπει να είναι ανάλογοι των $p_1(j)$, ισχύει

$$\frac{f_1}{p_1(1)} = \frac{f_2}{p_1(2)} = \dots = \frac{f_j}{p_1(j)} = \dots = \frac{f_J}{p_1(J)} = c \quad (3.27)$$

και εφαρμόζοντας την προσθετική ιδιότητα των αναλογιών προκύπτει

$$\frac{f_j}{p_1(j)} = \frac{\sum_{j=1}^J f_j}{\sum_{j=1}^J p_1(j)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^J e^{-\lambda_j} \cdot \lambda_j} \Rightarrow$$

$$f_j = \frac{e^{-\lambda_j} \cdot \lambda_j}{\sum_{j=1}^J e^{-\lambda_j} \cdot \lambda_j} \quad \forall j=1,2,\dots,J \quad (3.28)$$

Με τις παραπάνω θεωρήσεις για τους ρυθμούς γένεσης των ατυχημάτων στην περιοχή μελέτης διατίθενται όλα τα απαραίτητα στοιχεία και δεδομένα που εκφράζουν την ζήτηση για εξυπηρέτηση του δικτύου. Ο σωστός και ακριβής υπολογισμός τους είναι αναπόσπαστο τμήμα της διαδικασίας του Υπερκυβικού Προτύπου καθώς με βάση αυτούς θα γίνει ο σχεδιασμός του συστήματος των N παροχών άμεσης επέμβασης. Το επόμενο βήμα της μεθοδολογίας είναι η προσέγγιση των ρυθμών εξυπηρέτησης της δεδομένης, πλέον, ζήτησης.

3.4.3 Ρυθμοί εξυπηρέτησης παροχών

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η συμπεριφορά των παροχών στη ζήτηση για εξυπηρέτηση, δηλαδή η ικανότητα άμεσης αντίδρασης σε περίπτωση εκτάκτου περιστατικού. Είναι εμφανές ότι οι ρυθμοί εξυπηρέτησης των παροχών είναι αυτοί που σε μεγάλο βαθμό καθορίζουν την αποδοτικότητα και την αποτελεσματικότητα ενός τέτοιου συστήματος. Συνεπώς, είναι απαραίτητο να δοθεί ιδιαίτερη βαρύτητα και μαθηματική ακρίβεια στην προσέγγισή τους γιατί πιθανά σφάλματα ή λαθεμένες εκτιμήσεις να οδηγήσουν σε ανακριβή και διαστρεβλωμένα αποτελέσματα και εσφαλμένο σχεδιασμό.

Όπως παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.3 ο συγγραφέας του Υπερκυβικού Προτύπου υποθέτει ότι όλοι οι παροχείς έχουν τον ίδιο μέσο χρόνο εξυπηρέτησης ανεξάρτητα του κόμβου στον οποίο επεμβαίνουν, του μεγέθους της περιοχής ευθύνης τους, καθώς και αν επεμβαίνουν σε κόμβο εντός της περιοχής πρωταρχικής ευθύνης τους ή σε κόμβο εκτός αυτής. Η παραδοχή αυτή ουσιαστικά θεωρεί ότι ο χρόνος διαδρομής

είναι αμελητέος σε σχέση με τον χρόνο που σπαταλάται στο σημείο του συμβάντος. Στην παρούσα μεθοδολογική προσέγγιση οι ρυθμοί εξυπηρέτησης εξετάζονται γενικότερα ώστε να μπορεί να γίνει ακριβής εφαρμογή του Υπερκυβικού Προτύπου και σε περιπτώσεις όπου ο χρόνος διαδρομής είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο που σπαταλάται στον τόπο του ατυχήματος.

Πιο συγκεκριμένα, θεωρούνται διαφορετικοί ρυθμοί εξυπηρέτησης για υποπεριοχές με διαφορετικά λειτουργικά χαρακτηριστικά. Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά κάθε υποπεριοχής καθορίζονται από:

i. τους παροχείς, καθώς κάθε παροχέας του συστήματος θεωρείται ότι έχει διαφορετική συμπεριφορά από τους υπόλοιπους καθώς εξυπηρετεί διαφορετικά περιστατικά σε διαφορετικές περιοχές.

ii. τις περιοχές πρωταρχικής ευθύνης (*districts*), καθώς κάθε τέτοια περιοχή έχει διαφορετική έκταση, σχήμα και ρυθμούς γένεσης ατυχημάτων από τις υπόλοιπες.

iii. την πολιτική αποστολής των παροχέων, καθώς η εξυπηρέτηση ατυχημάτων εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (*interdistrict responses*), σε περιπτώσεις δηλαδή μη διαθέσιμων παροχέων, είναι αυτή που γίνεται με μικρότερους ρυθμούς από την εξυπηρέτηση ατυχημάτων εντός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (*intradistrict responses*). Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτού του είδους οι επεμβάσεις είναι που ανεβάζουν τον μέσο χρόνο επέμβασης των παροχέων. Αν, λοιπόν, θεωρηθούν ότι οι ρυθμοί εξυπηρέτησης εντός και εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης έχουν τις ίδιες μέσες τιμές τότε το σύστημα υποδιαστασιολογείται και ο μέσος χρόνος επέμβασης που υπολογίζεται είναι πλασματικός και μικρότερος του πραγματικού.

Στη συνέχεια περιγράφεται μαθηματικά ο προσδιορισμός των μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης για την περιοχή μελέτης. Θεωρούνται διαφορετικοί και υπολογίζονται ξεχωριστά ρυθμοί περιοχών που διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα από τα τρία παραπάνω χαρακτηριστικά. Ο συνολικός χρόνος που ένας παροχέας είναι μη διαθέσιμος (αυτός ο χρόνος είναι που σχετίζεται άμεσα με τη δημιουργία χωρικών ουρών στο σύστημα) διαχωρίζεται στις εξής τρεις χρονικές περιόδους:

i. στον χρόνο επέμβασης στον τόπο του ατυχήματος T_{ap} , από την στιγμή δηλαδή που θα γίνει η κλήση για επείγουσα ανάγκη μέχρι την άφιξη του παροχέα στον τόπο του ατυχήματος,

ii. στον χρόνο που σπαταλάται στον τόπο του ατυχήματος $T_{εξ}$, από τη στιγμή δηλαδή της άφιξης του παροχέα μέχρι τη στιγμή της αναχώρησης του από τον τόπο του ατυχήματος,

iii. στον χρόνο επιστροφής στη βάση $T_{επ}$, από την στιγμή δηλαδή αναχώρησης του παροχέα από τον τόπο του ατυχήματος μέχρι την άφιξή του στην θέση, στην οποία θεωρείται ξανά διαθέσιμος. Προφανώς, για το συνολικό χρόνο εξυπηρέτησης $T_{ολ}$ ισχύει

$$T_{ολ} = T_{αφ} + T_{εξ} + T_{επ} \quad (3.29)$$

Οι χρόνοι $T_{αφ}$ και $T_{επ}$ μπορούν να υπολογιστούν από τον πίνακα μέσων χρόνων διαδρομής t_{ij} , από ένα πίνακα χρόνων διαδρομής του οποίου τα στοιχεία t_{ij} εκφράζουν το μέσο χρόνο διαδρομής από τον κόμβο i στον κόμβο j . Οι αριθμητικές τιμές των t_{ij} μπορούν να εμπεριέχουν επιπλοκές στη διαδρομή, όπως μονόδρομους, διαχωριστικές νησίδες, κυκλοφοριακές συμφορήσεις κ.α. Αν δεν υπάρχει πίνακας χρόνων διαδρομών για την υπό μελέτη περιοχή, τότε καθορίζονται χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε είδος απόστασης (π.χ. ευκλείδεια, δεξιόστροφη) κρίνεται προσεγγιστικά ορθότερο για το δίκτυο, όπως περιγράφονται από τις σχέσεις (3.2), (3.3), (3.4) ή κάποια άλλη προσέγγιση.

Ο χρόνος στον τόπο του ατυχήματος $T_{εξ}$ θεωρείται ότι ακολουθεί κάποια κοινή κατανομή για όλα τα ατυχήματα αφού δεν εξαρτάται από κανένα από τα τρία λειτουργικά χαρακτηριστικά που περιγράφηκαν προηγουμένως, αλλά από άλλους εξωγενείς παράγοντες, όπως τυχαιότητα ή σημαντικότητα του ατυχήματος. Υποτίθεται ότι ο ρυθμός εξυπηρέτησης στον τόπο του ατυχήματος ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1} .

Γνωρίζοντας, λοιπόν τον μέσο χρόνο μη διαθεσιμότητας ενός παροχέα για την εξυπηρέτηση ενός ατυχήματος με συγκεκριμένα λειτουργικά χαρακτηριστικά περιοχής, όπως περιγράφηκαν, υπολογίζεται ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης της συγκεκριμένης περιοχής. Διατυπώνεται και αποδεικνύεται το παρακάτω θεώρημα το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του μέσου ρυθμού εξυπηρέτησης περισσότερων από μια περιοχές με μη κοινούς μέσους ρυθμούς εξυπηρέτησης.

ΘΕΩΡΗΜΑ II: Αν σε μια περιοχή A ο ρυθμός εξυπηρέτησης λ_1 ατυχήματων έχει μέση τιμή μ_1 και σε περιοχή B με $A \cap B = \emptyset$ ο ρυθμός εξυπηρέτησης λ_2 ατυχήματων έχει μέση τιμή μ_2 , τότε ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης της περιοχής $A \cap B$ δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{\mu} = \left(\frac{\lambda_1 / \mu_1 + \lambda_2 / \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{-1} \quad (3.30)$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ: Ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης ενός ατυχήματος της περιοχής A είναι μ_1^{-1} , και επομένως για να εξυπηρετηθούν λ_1 ατυχήματα απαιτείται χρόνος $t_1 = \lambda_1 \cdot \mu_1^{-1}$. Ομοίως, ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης ενός ατυχήματος της περιοχής B είναι μ_2^{-1} , και επομένως για να εξυπηρετηθούν λ_2 ατυχήματα απαιτείται χρόνος $t_2 = \lambda_2 \cdot \mu_2^{-1}$. Συνεπώς, ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης των $\lambda_1 + \lambda_2$ της περιοχής $A \cap B$ (βλέπε ΘΕΩΡΗΜΑ I) δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_1 / \mu_1 + \lambda_2 / \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.31)$$

Συνεπάγεται ότι ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης δίνεται από τον αντίστροφο του μέσου χρόνου εξυπηρέτησης, οπότε προκύπτει η (3.2).

Όπως εύκολα διαφαίνεται το θεώρημα μπορεί να επεκταθεί για n μη αλληλοτεταγμένες ανά 2 περιοχές $A_1, A_2, \dots, A_n$, δηλαδή $A_i \cap A_j = \emptyset$ για κάθε $i \neq j$ με $i, j = 1, \dots, n$ αφού ισχύει η (3.25) και το Θεώρημα I. *

Έχοντας περιγράψει το μεθοδολογικό πλαίσιο για τον καθορισμό του μέσου ρυθμού εξυπηρέτησης ενός συμβάντος σε περιοχές με κοινά ή μη κοινά λειτουργικά χαρακτηριστικά, διατίθενται πια όλα τα στοιχεία της προσφοράς και της ζήτησης στο δίκτυο. Στο επόμενο υποκεφάλαιο αναπτύσσεται μαθηματικά ο διαμερισμός της περιοχής σε ζώνες και η πολιτική διαχείρισης του συστήματος ώστε να μπορούν να οριστούν μαθηματικά οι περιοχές με τα κοινά λειτουργικά χαρακτηριστικά που περιγράφηκαν θεωρητικά στο παρόν υποκεφάλαιο. Έτσι, το δίκτυο θα έχει περιγραφεί πλήρως και κατά

συνέπεια θα δοθεί η δυνατότητα κατάστρωσης των γενικευμένων εξισώσεων ισορροπίας του συστήματος.

3.4.4 Μέθοδος Διαμερισμού - Διαχείρισης συστήματος (*Districing - Dispatching*)

Δοθέντος ενός δικτύου με καθορισμένη χωρική κατανομή της ζήτησης για εξυπηρέτηση εντός των ορίων του, το πρόβλημα διαμερισμού διατυπώνεται ως εξής: *Ο τρόπος με τον οποίο το δίκτυο θα διαχωριστεί σε περιοχές ή ζώνες πρωταρχικής ευθύνης (districts) έτσι ώστε να επιτευχθεί ένα επιθυμητό επίπεδο εξυπηρέτησης του δικτύου.* Αντίστοιχα, το πρόβλημα διαχείρισης του συστήματος εκφράζεται ως εξής: *Ποιος παροχέας θα επέμβει να εξυπηρετήσει ένα συμβάν, για το οποίο ο αποκλειστικός παροχέας είναι μη διαθέσιμος.*

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζονται ενιαία τα προβλήματα διαμερισμού (*districing*) και διαχείρισης του συστήματος (*dispatching*) και επιδιώκεται η ενοποίησή τους με το πρόβλημα χωροθέτησης (*location*) ώστε το σύστημα των N παροχέων να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο αποδοτικό και αποτελεσματικό. Για την επίτευξη αυτού του στόχου είναι απαραίτητη μια ορθολογική μαθηματική προσέγγιση του διαμερισμού, και κυρίως η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας, η οποία με δεδομένες θέσεις παροχέων στο δίκτυο να καθορίζει αυτόματα το διαμερισμό. Αυτό απαιτείται γιατί η ενιαία θεώρηση του προβλήματος, στην αναζήτηση της βέλτιστης χωροθέτησης επιβάλλει σάρωση ενός μεγάλου συνόλου δυνατών συνδυασμών θέσεων. Είναι επομένως απαραίτητο το πρόβλημα του διαμερισμού να λύνεται αυτόματα για οποιασδήποτε θέσεις των παροχέων στο δίκτυο. Αναπτύσσεται λοιπόν, μια διαδικασία η οποία θα έχει την εξής μορφή:



Σχήμα 3.3: Γραφική περιγραφή διαδικασίας Διαμερισμού – Διαχείρισης Συστήματος

Σε έρευνα σε χωρικά κατανεμημένα πιθανοτικά συστήματα, (Larson και Stevenson, 1972) καταδέχθηκε ότι ο μέσος χρόνος επέμβασης είναι σχετικά μη ευαίσθητος σε μικρές αλλαγές στα όρια των ζωνών διαμερισμού και διαχείρισης. Δηλαδή, διαφοροποιήσεις στην πολιτική αποστολής του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, προκαλούν αμελητέες αλλαγές στον μέσο χρόνο επέμβασης και πιο αισθητές αλλαγές στην έλλειψη ισορροπίας των συντελεστών απασχόλησης των παροχέων (*workload imbalance*). Για τον υπολογισμό όμως των συντελεστών απασχόλησης του συστήματος με τη χρήση του Υπερκυβικού Προτύπου οι περιοχές ευθύνης καθώς και η πολιτική αποστολής αποτελούν δεδομένα του προβλήματος, οπότε μια προσέγγιση των προβλημάτων διαμερισμού και διαχείρισης μέσω της μείωσης της διασποράς των συντελεστών απασχόλησης θα ήταν πρακτικά αδύνατη, αφού θα απαιτούσε χρήση επαναληπτικής διαδικασίας. Για τους παραπάνω λόγους η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στηρίζεται στην πολιτική αποστολής του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, παρέχοντας όμως την ευχέρεια στον χρήστη να χρησιμοποιήσει διορθωτικούς συντελεστές απόστασης που αλλάζουν την πολιτική αποστολής.

Οι N περιοχές πρωταρχικής ευθύνης για τους N παροχείς D_i με $i=1,2,...,N$ καθορίζονται από την παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$D_i \equiv \{j \in J : t_{ij} \leq t_{ij'} \quad \forall i=1,2,...,i',...,N\} \quad (3.32)$$

η οποία δηλώνει ότι η περιοχή πρωταρχικής ευθύνης $D_{i'}$ του παροχέα i' αποτελείται από όλους εκείνους τους κόμβους του δικτύου που απέχουν την μικρότερη χρονική απόσταση από τον παροχέα i' σε σύγκριση με όλους τους άλλους $N-1$ παροχείς του συστήματος.

Αν επιθυμείται αλλαγή στην πολιτική αποστολής κάποιου παροχέα i' για οποιονδήποτε λόγο τότε προστίθεται κάποια σταθερή χρονοαπόσταση, που δηλώνει ότι ο παροχέας i' θα καλείται να επέμβει αν χρονοαπόσταση του είναι μικρότερη κατά a_i από τους υπόλοιπους παροχείς. Δηλαδή,

$$D_i \equiv \{j \in J : t_{ij} + a_i \leq t_{ij'} \quad \forall i=1,2,...,i',...,N, \quad a_i \in B\} \quad (3.33)$$

Ο χωρισμός σε ζώνες πρωταρχικής ευθύνης από δω και στο εξής αποκαλείται Διαμερισμός 1^{ης} τάξεως. Ομοίως ορίζονται και προσεγγίζονται μαθηματικά οι

διαμερισμοί $2^{ης}$, $3^{ης}$ και n -οστής τάξεως. Θεωρείται D_{ij}^k η περιοχή εκείνη η οποία ανήκει στην ζώνη πρωταρχικής ευθύνης i και ο k -οστός πιο κοντινός παροχέας είναι ο j . Τότε ισχύει:

$$D_{ij}^k = \{j \in J : t_{ij} = \min(k, U_j)\} \quad (3.34)$$

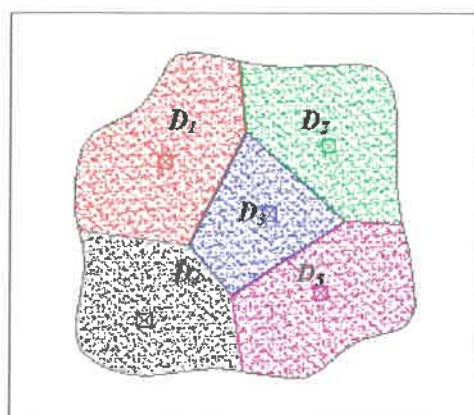
όπου η συνάρτηση $\min(k, U)$ εκφράζει τον k -οστό μικρότερο όρο από το σύνολο $U_j = \{t_{ij}\}$ $\forall i=1, 2, \dots, i', \dots, N$. Σε περίπτωση διαφορετικής πολιτικής ισχύει

$$D_{ij}^k = \{j \in J : t_{ij} + a_{i'} = \min(k, U_j)\} \quad (3.35)$$

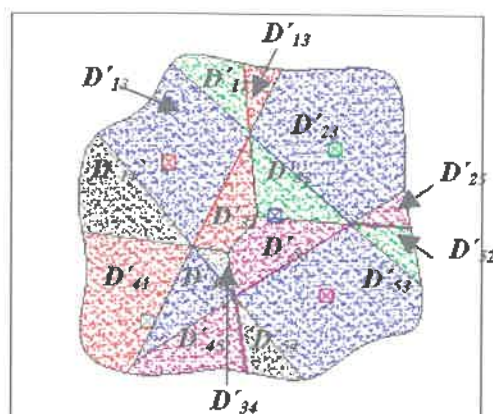
Ο n -οστός τάξεως διαμερισμός ορίζεται από όλα εκείνα τα D_{ij}^k για τα οποία $k=n$ και βέβαια ισχύει ότι ο κάθε διαμερισμός σαρώνει όλο το δίκτυο, δηλαδή περιλαμβάνει όλους τους κόμβους του δικτύου:

$$\bigcup_{i=1}^N D_{ij}^k = D \quad \forall k=1, 2, \dots, N \quad (3.36)$$

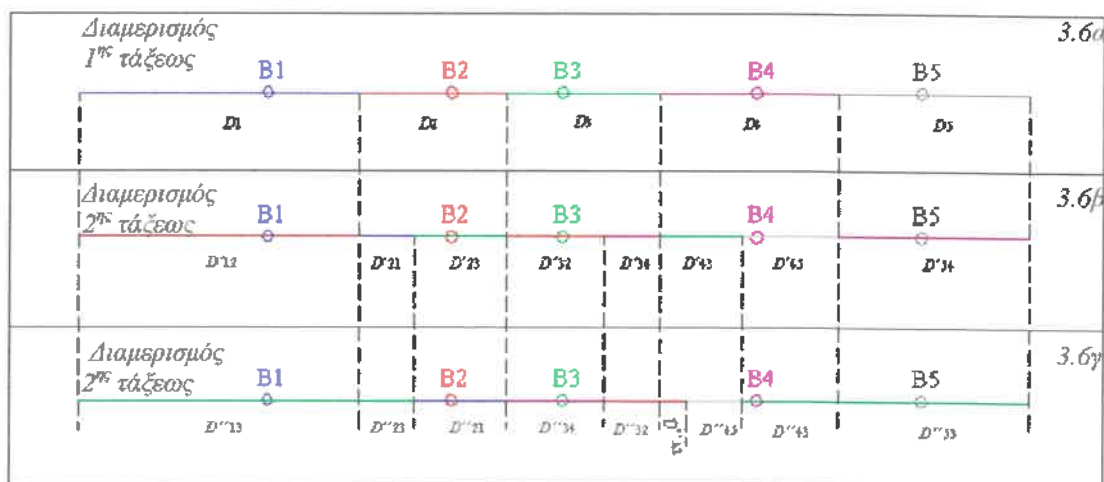
Στα σχήματα 3.4 και 3.5 που ακολουθούν εικονίζονται οι διαμερισμοί $1^{ης}$ και $2^{ης}$ τάξεως σε ένα δισδιάστατο δίκτυο με πέντε παροχές εξυπηρέτησης με χρήση της ευκλείδειας απόστασης και ενιαίας ταχύτητας κίνησης στο δίκτυο. Στα σχήματα 3.6α, 3.6β, 3.6γ παρουσιάζονται οι διαμερισμοί $1^{ης}$, $2^{ης}$ και $3^{ης}$ τάξεως κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου με ενιαία ταχύτητα κίνησης. Τα χρώματα των περιοχών, αντιπροσωπεύουν το χρώμα του παροχέα που θα τις εξυπηρετήσει. Ο δείκτης k που δηλώνει την τάξη του διαμερισμού έχει αντικατασταθεί με ' αν πρόκειται για διαμερισμό $2^{ης}$ τάξεως και με '' αν πρόκειται για διαμερισμό $3^{ης}$ τάξεως.



Σχήμα 3.4: 2D Διαμερισμός 1^{ης} τάξεως



Σχήμα 3.5: 2D Διαμερισμός 2^{ης} τάξεως



Σχήμα 3.6α: Διαμερισμός 1^{ης} τάξεως κατά μήκος οδικού άξονα

Σχήμα 3.6β: Διαμερισμός 2^{ης} τάξεως κατά μήκος οδικού άξονα

Σχήμα 3.6γ: Διαμερισμός 3^{ης} τάξεως κατά μήκος οδικού άξονα

Η περιγραφείσα μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό των περιοχών ευθύνης ενός παροχέα σε ένα ευρύτερο σύνολο προτύπων και δεν είναι εφαρμόσιμη μόνο στο Υπερκυβικό Πρότυπο, αφού προσεγγίζει το πρόβλημα του διαμερισμού εντελώς γενικευμένα και χωρίς περιορισμούς. Αποτελεί δε ένα χρήσιμο εργαλείο τόσο σε προβλήματα χωροθέτησης όσο και σε προβλήματα διαχείρισης ενός υπάρχοντος συστήματος άμεσης επέμβασης. Επισημαίνεται ότι με τη γενικότερη μορφή του, (σχέσεις (3.33), (3.35)) μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα επαναπροσδιορισμού

των περιοχών ευθύνης (*redistricting*) ώστε να βελτιωθεί η αποδοτικότητα και η αποτελεσματικότητα του συστήματος.

Έχοντας αναπτύξει το μεθοδολογικό πλαίσιο του διαμερισμού και της διαχείρισης του συστήματος των N παροχών, διατίθενται όλα εκείνα τα απαραίτητα στοιχεία για την κατάστρωση των εξισώσεων ισορροπίας του Υπερκυβικού Προτύπου.

3.4.5 Κατάστρωση εξισώσεων ισορροπίας

3.4.5.1 Διανυσματική προσέγγιση ρυθμών γένεσης ατυχημάτων και εξυπηρέτησης

Για την εφαρμογή των ανεξάρτητων ρυθμών εξυπηρέτησης ατυχημάτων, ανάλογα με τον παροχέα, τις περιοχές πρωταρχικής πρωταρχικής ευθύνης και την πολιτική διαχείρισης του συστήματος στη μέθοδο διαμερισμού που περιγράφηκε, είναι απαραίτητο να προσεγγιστούν διανυσματικά, σύνολα περιοχών με διαφορετικά χαρακτηριστικά ζήτησης και προσφοράς. Αυτά τα διανύσματα, όπως θα αναπτυχθεί στο επόμενο υποκεφάλαιο 3.4.5.2 είναι απαραίτητα για την κατάστρωση των γενικευμένων εξισώσεων ισορροπίας.

Θεωρούνται τα διανύσματα $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ και $\bar{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ και εισάγεται η πράξη $\bar{\lambda} \circ \bar{\mu}$ μεταξύ των διανυσμάτων $\bar{\lambda}$ και $\bar{\mu}$ που ορίζεται ως εξής:

$$\bar{\lambda} \circ \bar{\mu} = \left(\frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{m}}{\bar{\lambda} \cdot \bar{i}} \right)^{-1} \quad (3.37)$$

όπου:

$\bar{\lambda}$ = μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων συνόλου n περιοχών του δικτύου

$\bar{\mu}$ = μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης συνόλου n περιοχών του δικτύου

$\bar{a} \cdot \bar{c}$ = εσωτερικό γινόμενο μεταξύ των διανυσμάτων $\bar{a}$ και $\bar{c}$

$$\bar{m} = \left(\frac{1}{\mu_1}, \frac{1}{\mu_2}, \dots, \frac{1}{\mu_n} \right) \quad n \times 1$$

$$\bar{i} = (1, 1, \dots, 1) \quad n \times 1$$

Συνεπώς, αλγεβρικά η πράξη $\bar{\lambda} \circ \bar{\mu}$ δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\bar{\lambda} \circ \bar{\mu} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i / \mu_i)}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \right)^{-1} \quad (3.38)$$

Η φυσική ερμηνεία της πράξης $\bar{\lambda} \circ \bar{\mu}$ είναι ότι ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης μιας περιοχής A που αποτελείται από n μη αλληλοτεταγμένες υποπεριοχές $A_1, A_2, \dots, A_n$ ισούται με τον αντίστροφο του σταθμισμένου μέσου όρου των χρόνων εξυπηρέτησης των υποπεριοχών $A_1, A_2, \dots, A_n$ με μέτρο στάθμισης την πυκνότητα της ζήτησης για κάθε υποπεριοχή.

3.4.5.2 Εξισώσεις ισορροπίας πιθανοτήτων σταθερής κατάστασης

Όπως περιγράφηκε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, αφού κάθε παροχέας μπορεί να είναι είτε διαθέσιμος (κατάσταση 0) είτε απασχολημένος (κατάσταση 1) το σύστημα των N παροχέων μπορεί να βρίσκεται σε μια από τις 2^N δυνατές καταστάσεις του συστήματος, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις 2^N κορυφές υπερκύβου. Εφαρμόζοντας μια εξίσωση ισορροπίας σταθερής κατάστασης σε κάθε κορυφή του υπερκύβου προκύπτουν 2^N εξισώσεις ισορροπίας. Οι 2^N κορυφές ανήκουν σε $N+1$ υπερεπίπεδα, όπου το βάρος κάθε υπερεπιπέδου εκφράζει τον αριθμό των απασχολημένων παροχέων στο σύστημα. Έτσι προκύπτει ότι:

$$2^N = \underbrace{\binom{N}{0}}_{\text{βάρος } 0} + \underbrace{\binom{N}{1}}_{\text{βάρος } 1} + \dots + \underbrace{\binom{N}{n}}_{\text{βάρος } n} + \dots + \underbrace{\binom{N}{N-1}}_{\text{βάρος } N-1} + \underbrace{\binom{N}{N}}_{\text{βάρος } N} \quad (3.39)$$

Επειδή το Υπερκυβικό πρότυπο αποτελεί μια διαδικασία Markov (βλέπε υποκεφάλαιο 3.3), η πιθανότητα του συστήματος να βρίσκεται σε μια συγκεκριμένη κατάσταση τη χρονική στιγμή $t+1$ εξαρτάται μόνο από την κατάσταση την προηγούμενη χρονική στιγμή t , και όχι από άλλες πληροφορίες της προηγούμενης ιστορίας του συστήματος. Κάθε

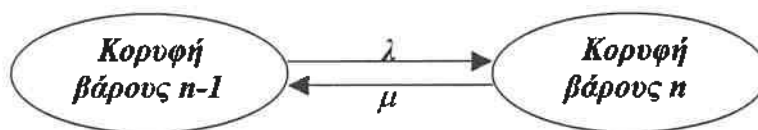
κορυφή του υπερκύβου λοιπόν, συνδέεται μόνο με κορυφές με διαφορά βάρους ± 1 , δηλαδή απόσταση Hamming των κορυφών $d_{ij}^+ = 1$ ή $d_{ij}^- = 1$.

ΘΕΩΡΗΜΑ III: Οι συνδεόμενες με κάθε κορυφή του υπερκύβου κορυφές είναι N στον αριθμό.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ: Θεωρούμε μια κορυφή που ανήκει στο υπερεπίπεδο με βάρος n , δηλαδή υπάρχουν ακριβώς n απασχολημένοι παροχείς. Η κορυφή συνδέεται μόνο με κορυφές με απόσταση Hamming $d_{ij}^+ = 1$ ή $d_{ij}^- = 1$. Είναι όμως γνωστό ότι $d_{ij}^+ = 1$ σημαίνει ότι η κατάσταση j διαφέρει μόνο σε ένα στοιχείο από την i και μάλιστα ένα στοιχείο με τιμή 1 έχει γίνει 0, ενώ $d_{ij}^- = 1$ το ακριβώς αντίθετο ότι δηλαδή ένα στοιχείο 0 έχει γίνει 1. Οι δυνατές κορυφές με $d_{ij}^+ = 1$ είναι $N-n$ αφού κάποιο από τα $N-n$ στοιχείο με τιμή 0 πρέπει να γίνει 1. Οι δυνατές κορυφές με $d_{ij}^- = 1$ είναι n , αφού κάποιο από τα n στοιχεία με τιμή 1 πρέπει να γίνει 0. Επομένως, προκύπτει $(N-n) + n = N$. *

Είναι εμφανές από την προηγούμενη απόδειξη ότι η κάθε κορυφή του υπερεπιπέδου βάρους n συνδέεται με τις n κορυφές του υπερεπιπέδου βάρους $n-1$ και $N-n$ κορυφές του υπερεπιπέδου $n+1$.

Μεταξύ κάθε διάδας συνδεόμενων κορυφών υπάρχει μια διανυσματική σχέση προσφοράς και ζήτησης. Δηλαδή, η κορυφή του υψηλότερου υπερεπιπέδου εξυπηρετεί την άλλη κορυφή με ένα μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης, ενώ η δεύτερη κορυφή επιβαρύνει την πρώτη με μια ζήτηση για επέμβαση με μέσο ρυθμό λ .

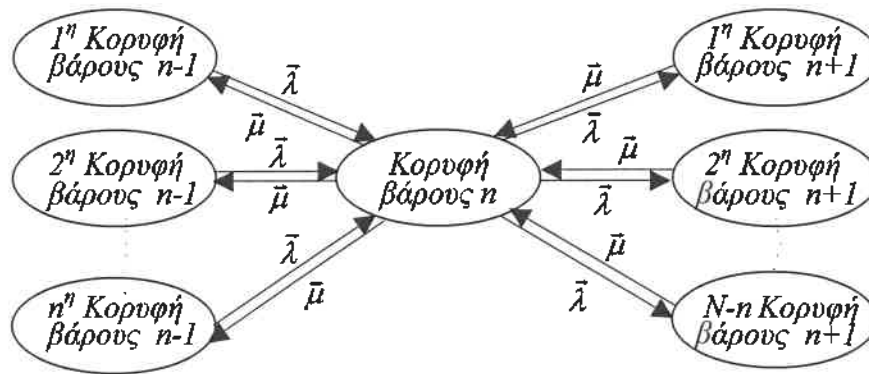


Σχήμα 3.9 : Διανυσματική σχέση μεταξύ συνδεόμενων κορυφών υπερκύβου

Μαθηματικά η σύνδεση αυτή των κορυφών του υπερκύβου εκφράζεται από τον εξής τύπο που συνδέει τις πιθανότητες της σταθερής κατάστασης των δύο κορυφών:

$$P_n \cdot \mu = P_{n-1} \cdot \lambda \quad (3.40)$$

Στην γενική περίπτωση μιας κορυφής συνδεδεμένης με N κορυφές υψηλότερου και χαμηλότερου υπερεπιπέδου η διανυσματική σχέση είναι αυτή που εικονίζεται στο σχήμα 3.10. Επισημαίνεται ότι τα διανύσματα $\bar{\lambda}$ και $\bar{\mu}$ είναι διαφορετικά για κάθε δυάδα κορυφών και ο ακριβής υπολογισμός τους θα περιγραφεί αμέσως μετά. Ακολουθεί γενική μαθηματική σχέση που συνδέει τις πιθανότητες σταθερής κατάστασης της τυχαίας κορυφής βάρους n με τις γειτονικές της. Αποτελεί την εξίσωση ισορροπίας της συγκεκριμένης κατάστασης του συστήματος και είναι η εξής:



Σχήμα 3.10 : Αναλυτικό Διάγραμμα Ροής Κορυφής υπερεπιπέδου n Υπερκύβου N

Σχέση (3.41) : Γενικευμένες Εξισώσεις Ισορροπίας Υπερκυβικού Προτύπου

$$P\{B_j\} \left[\sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\bar{i} \cdot \bar{\lambda}_{ij}) + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\bar{\lambda}_{ij} \circ \bar{\mu}_{ij}) \right] =$$

$$\sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\bar{\lambda}_{ij} \circ \bar{\mu}_{ij}) P\{B_i\} + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\bar{i} \cdot \bar{\lambda}_{ij}) P\{B_i\}$$

$$, \quad j = 0, 1, \dots, 2^N - 1$$

Τα μεγέθη της εξίσωσης έχουν περιγραφεί στα υποκεφάλαια (3.3.2) και (3.4). Απομένει η περιγραφή των διανυσμάτων $\bar{\lambda}_j$ και $\bar{\mu}_j$ για να καταστρωθούν οι εξισώσεις της (3.41) και να υπολογιστούν οι πιθανότητες της σταθερής κατάστασης του συστήματος των N παροχών. Τα n στοιχεία κάθε διανύσματος $\bar{\lambda}_j$ και $\bar{\mu}_j$ δεν είναι τίποτε άλλο παρά οι μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων και οι μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης των n διαφορετικών ως προς τα λειτουργικά χαρακτηριστικά τους περιοχών που αποτελούν ένα σύνολο μιας ενιαίας περιοχής, η οποία στη συγκεκριμένη κατάσταση του συστήματος συμπεριφέρεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο, δηλαδή εξυπηρετείται από τον ίδιο παροχέα και ανήκει στην ίδια περιοχή D_j^k . Για κάθε δυάδα κορυφών στον καθορισμό των περιοχών D_j^k που συμμετέχουν στην αλλαγή του συστήματος από την μια κατάσταση στην άλλη λαμβάνονται υπόψη τα εξής:

i. Σε κάθε κορυφή βάρους n , λαμβάνεται υπόψη μέχρι και ο n -οστής τάξεως διαμερισμός, αφού n ακριβώς είναι απασχολημένοι παροχείς στο σύστημα.

ii. Στην αλλαγή από την κατάσταση B_m στην B_q με $B_m = \{b_N, b_{N-1}, \dots, b_j, \dots, b_1\}$ και $B_q = \{b_N, b_{N-1}, \dots, b'_j, \dots, b_1\}$ όπως είναι γνωστό, αλλάζει η κατάσταση ενός μόνο παροχέα από μη διαθέσιμος σε απασχολημένο ή το αντίστροφο, δηλαδή μεταβάλλεται ένα στοιχείο από 0 σε 1, έστω το b_j . Η περιοχή που συμμετέχει στην αλλαγή αυτή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$D_{B_m}^{B_q} = D_j + \bigcup_{k=2}^n \bigcup_{\substack{i: \\ b_i=1, i \neq j}} D_j^k, \quad \text{με } q = m + 2^{j-1} \quad (3.42)$$

Αποτελείται δηλαδή από την υποπεριοχή (*subregion*) του παροχέα j διαμερισμού $1^{\text{ης}}$ τάξεως και από το σύνολο των υποπεριοχών $2^{\text{ης}}$ έως n -οστής τάξης διαμερισμού τις οποίες θα εξυπηρετήσει ο j και είναι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης απασχολημένων παροχών.

Έχοντας καταστρώσει τις 2^N εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος και προσθέτοντας, για να αποκλειστεί η περίπτωση τετριμμένης λύσης, τη σχέση (3.20), η οποία απαιτεί οι πιθανότητες $P\{B_j\}$ να ακολουθούν μια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας με άθροισμα 1, λύνεται το $2^N \times 2^N$ γραμμικό σύστημα και υπολογίζονται οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος. Ο τρόπος υπολογισμού του μέσου

χρόνου επέμβασης και των εκτιμητριών του συστήματος γίνεται σύμφωνα με την ανάλυση της παραγράφου 3.3.2.

Στο επόμενο υποκεφάλαιο αναπτύσσεται η μεθοδολογία για την βέλτιστη χωροθέτηση N παροχέων. Γίνεται προσέγγιση της βελτιστοποίησης μέσω ενός υβριδικού προτύπου κάλυψης – μέσου χρόνου επέμβασης με στόχο την την καλύτερη δυνατή αποδοτικότητα και αποτελεσματικότητα του συστήματος των N παροχέων, που καθορίζεται αφενός από την ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου επέμβασης, αλλά και την απαίτηση ενός κάτω ορίου κάλυψης της περιοχής εντός χρονικής απόστασης a .

3.5 Περιγραφή Υβριδικού Προτύπου Βελτιστοποίησης

3.5.1 Εισαγωγή

Το Υπερκυβικό πρότυπο που περιγράφηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο εξηγεί στοχαστικά τη συμπεριφορά και την αποτελεσματικότητα ενός συστήματος N παροχέων άμεσης επέμβασης με προκαθορισμένες θέσεις των παροχέων. Υπολογίζει τον μέσο χρόνο επέμβασης σε περίπτωση ατυχήματος στο δίκτυο, συντελεστές απασχόλησης των παροχέων καθώς και χρήσιμα χαρακτηριστικά της λειτουργίας του συστήματος.

Στο παρόν υποκεφάλαιο περιγράφεται ο τρόπος που το Γενικευμένο Υπερκυβικό Πρότυπο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της βέλτιστης χωροθέτησης των N παροχέων στο δίκτυο. Επισημαίνεται ότι η ανάγκη δημιουργίας ενός συστήματος όσο το δυνατόν περισσότερο αποδοτικό και συνεπές επιβάλλει αφενός την ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου επέμβασης, όπως αυτός υπολογίζεται από το Υπερκυβικό Πρότυπο, αλλά και την απαίτηση ενός κάτω ορίου κάλυψης της περιοχής εντός χρονικής απόστασης a . Δηλαδή στο πρότυπο που θα περιγραφεί βελτιστοποιείται ο μέσος χρόνος επέμβασης για ‘καλές’ (<75% ανάλογα με την περίπτωση) τιμές του συντελεστή μέγιστης κάλυψης του δικτύου. Η απαίτηση αυτή αναλύεται εκτενώς στην παράγραφο 3.5.2

3.5.2 Μαθηματική προσέγγιση μέσου χρόνου επέμβασης και κάλυψης (*State of the art*)

Τα πρότυπα που παρουσιάστηκαν στην βιβλιογραφική ανασκόπηση του 2^{ου} κεφαλαίου είτε είναι ντετερμινιστικά είτε στοχαστικά, είτε λαμβάνουν υπόψη τους θεωρία ουρών είτε όχι, μπορούν να χωριστούν ευρύτερα σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- i. αυτά που μεγιστοποιούν την απαιτούμενη κάλυψη της περιοχής εντός χρονικού διαστήματος α και
- ii. αυτά που ελαχιστοποιούν τον μέσο χρόνο επέμβασης του συστήματος σε επείγουσα ανάγκη.

Σκοπός της προσέγγισης που ακολουθείται είναι να συσχετιστούν μαθηματικά οι δύο διατυπώσεις ώστε να δικαιολογηθεί η απαίτηση χρήσης ενός Υβριδικού προτύπου για την βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας και της αποτελεσματικότητας ενός συστήματος N χωροθετημένων μονάδων.

Όσον αφορά τα πρότυπα κάλυψης η αντικειμενική συνάρτηση C είναι το άθροισμα της ζήτησης των κόμβων που καλύπτονται εντός διαστήματος α , δηλαδή:

$$C = \sum_{j \in J} f_j \cdot x_j \quad (3.43)$$

όπου:

f_j : είναι το ποσοστό της συνολικής ζήτησης του κόμβου j

x_j : δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν ο κόμβος καλύπτεται εντός χρονικού ορίου α και 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

Για τα πρότυπα μέσου χρόνου επέμβασης η αντικειμενική συνάρτηση $\bar{T}$ είναι :

$$\bar{T} = \sum_{j \in J} f_j \cdot t_j \quad (3.44)$$

όπου t_j ο μέσος χρόνος επέμβασης για την ζήτηση f_j του κόμβου j . Χωρίζεται η περιοχή J σε δύο υποπεριοχές J_1, J_2 με $J_1 \cap J_2 = \emptyset$ και $J_1 \cup J_2 = J$ όπου J_1 είναι το σύνολο εκείνων των κόμβων που εξυπηρετούνται εντός χρονικού διαστήματος α και J_2 το συμπλήρωμα του J_1 ως προς το J . Έτσι η (3.44) με τη χρήση της (3.43) γίνεται:

$$\begin{aligned}
 \bar{T} &= \sum_{j \in J} f_j \cdot t_j = \sum_{j \in J_1} f_j \cdot t_j + \sum_{j \in J_2} f_j \cdot t_j \leq \\
 &\leq \sum_{j \in J_1} f_j \cdot a + \sum_{j \in J_2} f_j \cdot t_j \leq \\
 &\leq a \cdot C + (1 - C) \cdot a'
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

όπου a' ο μέσος χρόνος επέμβασης της υποπεριοχής J_2 . Εξ' ορισμού ισχύει $a' < a$ και καθώς το C τείνει στη μονάδα ($C \rightarrow 1$) ισχύει $\bar{T} < a$, δηλαδή η χρονική απόσταση a για την οποία ο συντελεστής κάλυψης της περιοχής παίρνει τιμές κοντά στη μονάδα αποτελεί ένα άνω όριο του μέσου χρόνου επέμβασης.

Το παραπάνω συμπέρασμα αποτελεί μια πρώτη εκτίμηση της σχέσης που συνδέει την συντελεστή μέγιστης κάλυψης και του μέσου χρόνου επέμβασης. Ακολουθεί επιπρόσθετη μαθηματική διερεύνηση για εξαγωγή πιο λεπτομερών και χρήσιμων συμπερασμάτων.

Επιδίωξη ενός προτύπου κάλυψης είναι η μεγιστοποίηση του C . Εφόσον επιδιώκεται ένα σύστημα να είναι αποτελεσματικό το C πρέπει να παίρνει μεγάλες τιμές (κοντά στη μονάδα). Επισημαίνεται ότι οι μαθηματικές σχέσεις που ακολουθούν ισχύουν για τιμές του συντελεστή μέγιστης κάλυψης κοντά στη μονάδα.

Όλοι οι χρόνοι επέμβασης κάθε κόμβου της περιοχής ακολουθούν μια κατανομή X_i η οποία έχει μέση τιμή $\bar{T}$ και διασπορά σ^2 ή $V(X_i)$. Εφαρμόζοντας τον γνωστό τύπο της διασποράς για όλη την περιοχή μελέτης J , και θεωρήματα μέσης τιμής στα διαστήματα $[T_{min}, \bar{T}]$ και $[a, T_{min}]$ προκύπτουν τα παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= V(X_i) = \sum_{j \in J} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j = \\
 &= \sum_{j \in J_1'} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j + \sum_{j \in J_1''} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j + \sum_{j \in J_2} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j \leq \\
 &\leq (\bar{T} - a)^2 \cdot (C - C') + \sum_{j \in J_1'} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j + \sum_{j \in J_2} (\bar{T} - t_j)^2 \cdot f_j \leq \\
 &\leq (\bar{T} - a)^2 \cdot (C - C') + k_1 \cdot C' + k_2 \cdot (1 - C - C')
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

όπου:

J_1' : είναι η υποπεριοχή του J_1 για την οποία $t_j < \bar{T}$

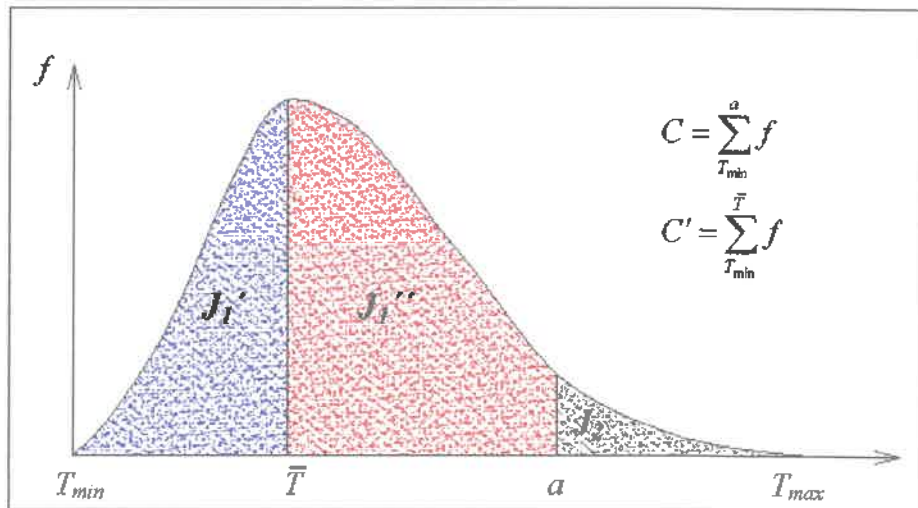
J_1'' : το συμπλήρωμα της J_1' ως προς το J_1 .

C' : το ποσοστό της ζήτησης που καλύπτεται εντός χρόνου $\bar{T}$

k_1 : η μέση τιμή της $(\bar{T} - t_j)^2$ στο διάστημα $[T_{min}, \bar{T}]$

k_2 : η μέση τιμή της $(\bar{T} - t_j)^2$ στο διάστημα $[a, T_{min}]$

Σχηματικά, τα παραπάνω εικονίζονται στο σχήμα 3.11.



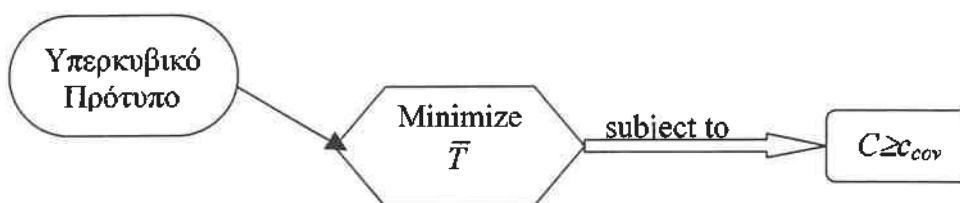
Σχήμα 3.11 : Κατανομή μέσων χρόνων επέμβασης στους κόμβους του δικτύου

Η σχέση (3.46) καθορίζει ότι η απαιτούμενη κάλυψη C εντός χρονικού διαστήματος a θέτει ένα άνω όριο στη διασπορά του μέσου χρόνου επέμβασης. Η αξία της μικρής τιμής της διασποράς έχει να κάνει με την συνέπεια του συστήματος άμεσης επέμβασης. Πιο συγκεκριμένα, δεν είναι επιθυμητό ο μέσος χρόνος επέμβασης να έχει έντονες διακυμάνσεις πάνω από το μέσο όρο. Και αυτό γιατί αυξάνεται η πιθανότητα ο χρόνος επέμβασης σε περίπτωση ατυχήματος να είναι αρκετά πάνω από την αναμενόμενη τιμή, οπότε το σύστημα δεν λειτουργεί με *πιστότητα*. Η μεγάλη τιμή του συντελεστή κάλυψης παρέχει την εγγύηση ότι ακόμη και στην χειρότερη περίπτωση το σύστημα θα λειτουργεί αποτελεσματικά.

3.5.3 Μαθηματική Διατύπωση Προτύπου

Προτού γίνει η μαθηματική διατύπωση του προτύπου επιβάλλεται να οριστούν οι στόχοι και οι απαιτήσεις του. Βασικός στόχος του προτύπου είναι η χωροθέτηση N παροχέων σε ένα δίκτυο με προκαθορισμένη μεν, στοχαστική δε, ζήτηση για εξυπηρέτηση κατά τέτοιο τρόπο ώστε το σύστημα των παροχέων να συμπεριφέρεται όσο το δυνατόν περισσότερο *αποδοτικά και πιστά*.

Η διπλή αυτή απαίτηση υλοποιείται με την προσπάθεια βελτιστοποίησης και του μέσου χρόνου επέμβασης και του συντελεστή μεγίστης κάλυψης. Επειδή, όμως οι δύο αυτές αντικειμενικές συναρτήσεις δεν βελτιστοποιούνται κατ' ανάγκην ταυτόχρονα προτιμάται η βελτιστοποίηση της μιας υπό τον περιορισμό υψηλής τιμής της άλλης. Πιο συγκεκριμένα, σκοπός του Στοχαστικού Υβριδικού Προτύπου Χωροθέτησης είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου επέμβασης του συστήματος των N παροχέων υπό τον περιορισμό ο συντελεστής κάλυψης να είναι μεγαλύτερος από κάποια σχετικά μεγάλη προκαθορισμένη τιμή c_{cov} . Ο μέσος χρόνος επέμβασης υπολογίζεται με χρήση του Γενικευμένου Υπερκυβικού προτύπου, όπως περιγράφηκε στα υποκεφάλαια 3.3 και 3.4, ενώ ο συντελεστής κάλυψης με χρήση ενός προτύπου παρομοίου με αυτό του Προβλήματος Χωροθέτησης Μεγίστης Κάλυψης (MCLP, βλέπε υποκεφάλαιο 2.2.3.3).



Σχήμα 3.12 : Γραφική Παρουσίαση Υβριδικού Προτύπου

Η πλήρης μαθηματική διατύπωση του Υβριδικού Στοχαστικού Προτύπου Χωροθέτησης με Χωρικές Ουρές Αναμονής είναι η παρακάτω:

$$\text{Minimize} \quad \bar{T} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J (\rho_{nj} \cdot t_{nj}) \quad (3.47)$$

subject to

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{Περιορισμοί} \\
 \text{μέγιστης κάλυψης}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \sum_{j=1}^J p_j y_j \geq c_{\text{cov}} \quad (3.48) \\
 \sum_{i \in W_j} x_i \geq y_j \quad (j \in J), \quad (3.49) \\
 \sum_{i=1}^I x_i = N \quad (3.50) \\
 x_i \in \{0,1\} \quad (i \in I), \quad (3.51) \\
 y_j \in \{0,1\} \quad (j \in J). \quad (3.52)
 \end{array} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{Περιορισμοί} \\
 \text{Υπερκυβικού Προτύπου}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \rho_{nj} = \frac{\sum_{B_i \in E_{nj}} f_j \cdot P\{B_i\}}{(1 - P\{B_{2^N-1}\})} \quad (3.53) \\
 P\{B_j\} \left[\sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\bar{i} \cdot \bar{\lambda}_{ij}) + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\bar{\lambda}_{ij} \circ \bar{\mu}_{ij}) \right] = \\
 \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\bar{\lambda}_{ij} \circ \bar{\mu}_{ij}) P\{B_i\} + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\bar{i} \cdot \bar{\lambda}_{ij}) P\{B_i\} \quad (3.54) \\
 , \quad j = 0, 1, \dots, 2^N - 1 \\
 \sum_{i=0}^{2^N-1} P\{B_i\} = 1 \quad (3.55)
 \end{array}
 \end{array}$$

όπου:

J = σύνολο κόμβων ζήτησης παροχής υπηρεσίας (με δείκτη j)

I = σύνολο δυνατών θέσεων μονάδων παροχής άμεσης βοήθειας (με δείκτη i , $I \subseteq J$)

$W_j = \{i \in I : t_{ij} \leq a\}$

t_{ij} = χρόνος συντομότερης διαδρομής από κόμβο i σε κόμβο j

a = προκαθορισμένη σταθερά χρονικής κάλυψης (*preset coverage standard*)

N = αριθμός τοποθετούμενων μονάδων

p_j = πιθανότητα η κλήση για επέμβαση να προέρχεται από τον κόμβο j

$x_i = \begin{cases} 1 & \text{αν το κινητό συνεργείο τοποθετείται στο κόμβο } i \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

$y_j = \begin{cases} 1 & \text{αν ο κόμβος } j \text{ καλύπτεται από τουλάχιστον μία μονάδα} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

E_{nj} = το σύνολο των καταστάσεων στις οποίες ο παροχέας n είναι ο βέλτιστος για να εξυπηρετήσει τον κόμβο j .

$\bar{\lambda}_{ij}$, $\bar{\mu}_{ij}$, $P\{B_j\}$, $\bar{i}$ ορίζονται και υπολογίζονται σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν τα υποκεφάλαια 3.2 και 3.3.

Ο μεγάλος αριθμός των περιορισμών (3.54) του Υπερκυβικού προτύπου (οι εξισώσεις ισορροπίας είναι 2^N , δηλαδή για την περίπτωση $N=6$ δημιουργούνται 64 εξισώσεις), καθώς και οι αναλυτικοί μαθηματικοί υπολογισμοί για τον χωρισμό του δικτύου σε περιοχές διαμερισμού και κατάστρωσης των εξισώσεων για κάθε διαφορετική N -άδα χωροθετημένων παροχέων (βλέπε υποκεφάλαια 3.4.4 και 3.4.5) κάνουν την επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος με κλασσικές μεθόδους Επιχειρησιακής Έρευνας (Γραμμικός ή μη Γραμμικός Προγραμματισμός) από δυσχερή έως αδύνατη. Για τον λόγο αυτό η εφαρμογή της μεθόδου γίνεται με την ανάπτυξη ενός εξειδικευμένου κώδικα, καθώς και ευρεστικών τεχνικών προσδιορισμού όλων των απαραίτητων στοιχείων του Υπερκυβικού Προτύπου που περιγράφηκαν στο παρόν κεφάλαιο.

3.5 Συμπεράσματα

Το κεφάλαιο αυτό εστιάστηκε στην ανάπτυξη ενός μεθοδολογικού πλαισίου εργασίας για την βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας και της πιστότητας ενός συστήματος N παροχέων σε ένα στοχαστικό δίκτυο. Έτσι λοιπόν, παρουσιάστηκε εκτενώς με όλες τις απαραίτητες μαθηματικές και θεωρητικές αναλύσεις το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model)*. Η ανάπτυξη του προτύπου στηρίχτηκε αφενός στην βελτίωση του Υπερκυβικού Προτύπου με πρωτότυπες γενικεύσεις και προεκτάσεις και αφετέρου σε μια διαδικασία εφαρμογής του Γενικευμένου πλέον, Υπερκυβικού Προτύπου σε πρόβλημα βελτιστοποίησης χωροθέτησης παροχέων.

Η αξία του χρόνου στα συστήματα άμεσης επέμβασης καθώς και ο μεγάλος βαθμός σημαντικότητάς τους (συστήματα επείγουσας ανάγκης) επέβαλε την ανάπτυξη στο μέτρο του εφικτού ενός κατά το δυνατόν ακριβούς προτύπου που λαμβάνει υπόψην του όλες τις απαραίτητες παραμέτρους και αβεβαιότητες του προβλήματος.

Στο επόμενο κεφάλαιο ακολουθεί εφαρμόζεται η αναπτυχθείσα μεθοδολογία σε δύο αυτοκινητόδρομους μεγάλου μήκους με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα ανάμεσά τους και ελέγχεται η εφαρμοσιμότητα και η μεταβιβασιμότητα (*transferability*) του προτύπου σε ένα ευρύ πλαίσιο προβλημάτων χωροθέτησης είτε μονοδιάστατης (αυτοκινητόδρομοι) είτε δισδιάστατης ανάλυσης (αστικά δίκτυα).

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΓΙΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗ ΠΑΡΟΧΕΩΝ ΑΜΕΣΗΣ ΕΠΕΜΒΑΣΗΣ

4.1 Εισαγωγή

Σκοπός του Στοχαστικού Υβριδικού Προτύπου Χωροθέτησης, που αναπτύχθηκε εκτενώς στο προηγούμενο κεφάλαιο της μεθοδολογικής προσέγγισης είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου επέμβασης του συστήματος των N παροχέων υπό τον περιορισμό ο συντελεστής κάλυψης να είναι μεγαλύτερος από κάποια σχετικά μεγάλη προκαθορισμένη τιμή.

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται εφαρμογή της μεθοδολογίας του Στοχαστικού Υβριδικού Προτύπου Χωροθέτησης. Γίνεται προσπάθεια να αναγνωριστεί και στην πράξη η δυνατότητα μεταβιβασιμότητας (*transferability*) του προτύπου σε ένα ευρύ πλαίσιο προβλημάτων χωροθέτησης παρουσιάζοντας δύο πρακτικές εφαρμογές.

Στην ενότητα 4.2 το πρότυπο εφαρμόζεται κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου με και χωρίς διαχωριστική νησίδα μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων υποθέτοντας ότι οι μέσοι ρυθμοί γένεσης μετακινήσεων σε κάθε χιλιόμετρο είναι τυχαίοι (αριθμοί) με κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά ώστε να ανταποκρίνονται σε λογικές τιμές του συντελεστή επικινδυνότητας ε . Οι μέσοι ρυθμοί γένεσης μετακινήσεων στις δύο εφαρμογές θεωρούνται ίδιοι ώστε να συγκριθεί η συμπεριφορά των παροχέων για επέμβαση σε αυτοκινητοδρόμο με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα με όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά και δεδομένα των εφαρμογών ταυτόσημα.

Στην ενότητα 4.3 το πρότυπο εφαρμόζεται κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου της Εγνατίας Οδού διαθέτοντας στοιχεία για τα κυκλοφοριακά και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Έχοντας μια περίπτωση που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα δίνεται η δυνατότητα να ελεγχθεί η συμπεριφορά και η εφαρμοσιμότητα της θεωρίας του προτύπου στην πράξη.

4.2 Εφαρμογή I (γενική περίπτωση)

4.2.1 Εισαγωγή

Σύμφωνα με στοιχεία που συνελέγησαν από την Ελληνική Λέσχη Αυτοκινήτου και Περιηγήσεων (ΕΛΠΑ), που κατέχει το μεγαλύτερο μερίδιο της αγοράς στις εταιρίες άμεσης επέμβασης στην Ελλάδα, κατά μέσο όρο πραγματοποιούνται 12500 επεμβάσεις ετησίως σε μήκος των 1400 περίπου χιλιομέτρων των βασικότερων αυτοκινητοδρόμων του δικτύου της χώρας. Η εφαρμογή του προτύπου γίνεται για την ώρα αιχμής, η οποία σύμφωνα με τα ίδια στοιχεία συμβαίνει να είναι Παρασκευή πρωί ή Κυριακή βράδυ με καιρικές συνθήκες βροχής και συνθήκες ολισθηρότητας στο οδόστρωμα. Στην ώρα αιχμής παρατηρούνται 20 επεμβάσεις. Αν οι 20 επεμβάσεις σε 1400km αναχθούν με κάθε λογική παραδοχή στα 250km τότε προκύπτουν περίπου 5 επεμβάσεις στην ώρα αιχμής. Η τιμή αυτή αποτελεί τη συνολική ζήτηση για εξυπηρέτηση που θα υιοθετηθεί στην εφαρμογή I.

Η γενική εφαρμογή I χωρίζεται σε δύο τμήματα, την εφαρμογή Ia και την Ib. Η εφαρμογή Ia εκτελείται κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου με διαχωριστική νησίδα κυκλοφορίας σε ολόκληρο το μήκος του εκτός συγκεκριμένων ανοιγμάτων. Η εφαρμογή Ib πραγματοποιείται κατά μήκος ενός ενιαίου αυτοκινητοδρόμου χωρίς διαχωριστική νησίδα μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων κυκλοφορίας. Οι δύο αυτοκινητόδρομοι των εφαρμογών Ia και Ib έχουν την ίδια κατανομή ζήτησης για επέμβαση καθ' όλο το μήκος τους, ώστε να μπορούν να εξαχθούν αποτελέσματα για το πόσο επηρεάζεται ο μέσος χρόνος επέμβασης από την ύπαρξη της διαχωριστικής νησίδας.

4.2.2 Αυτοκινητόδρομος με διαχωριστική νησίδα (Εφαρμογή Ια)

4.2.2.1 Δεδομένα

Θεωρείται αυτοκινητόδρομος μήκους 250 χιλιομέτρων με διαχωριστική νησίδα κυκλοφορίας σε ολόκληρο το μήκος του εκτός δέκα (10) ανοιγμάτων που εντοπίζονται στις χιλιομετρικές θέσεις που σημειώνονται στον πίνακα 4.1. Σε αυτά τα ανοίγματα δίνεται η δυνατότητα επαναστροφής (U-Turn) και αλλαγής ρεύματος κυκλοφορίας για τα οχήματα άμεσης επέμβασης. Ο αυτοκινητόδρομος χωρίζεται σε πεντακόσιους (500) μονοδιάστατους κόμβους με μήκος χίλια μέτρα (1000m) ο καθένας. Ορίζεται το κεντροειδές κάθε κόμβου j με $j=1,2,...,500$ στο μέσον του. Η χιλιομετρική θέση κάθε κεντροειδούς υπολογίζεται με την εξής παραδοχή: Θέσεις στο ίδιο μήκος του αυτοκινητοδρόμου σε αντίθετα ρεύματα για λόγους υπολογιστικούς θεωρείται ότι οι χιλιομετρικές θέσεις τους έχουν άθροισμα 501, δηλαδή τα δύο αντίθετα ρεύματα θεωρούνται το ένα συνέχεια του άλλου.

Πίνακας 4.1 : Χιλιομετρικές Θέσεις Ανοιγμάτων κατά μήκος αυτοκινητοδρόμου	
ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ	ΧΙΛΙΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ
I	0
II	25
III	50
IV	75
V	100
VI	125
VII	150
VIII	200
IX	225
X	250

Τα συμβάντα (*incidents*) που συμβαίνουν σε κάθε έναν από τους 500 κόμβους του αυτοκινητοδρόμου θεωρούνται ότι ακολουθούν την κατανομή (*Poisson*). Σε κάθε χιλιομετρική θέση θεωρείται ότι ο μέσος ρυθμός γένεσης ατυχημάτων ή κλήσεων (ο ρυθμός της κατανομής *Poisson* σε κάθε χιλιόμετρο) για επέμβαση είναι τυχαίος αριθμός

που παίρνει τιμή μεταξύ του 0 και του 0,01 ατυχήματα ανά ώρα*. Η συμπεριφορά των οδηγών στον αυτοκινητόδρομο θεωρείται ανεξάρτητη για τα δύο ρεύματα κυκλοφορίας και συνεπώς προκύπτουν 500 τυχαίες τιμές του μέσου ρυθμού γένεσης ατυχημάτων. Οι τιμές των μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων ανά ώρα ανά χιλιόμετρο δίνονται στο παράρτημα Ι.

Η σταθερά κάλυψης c_{cov} του προτύπου υιοθετείται στο 75% και η σταθερά χρονικής απόστασης a στα τριάντα (30) λεπτά. Αυτό σημαίνει ότι το 75% των ατυχημάτων πρέπει να εξυπηρετείται εντός τριάντα (30) λεπτών. Αναζητείται λοιπόν:

η βέλτιστη 5-άδα παροχών τοποθετημένων κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ο μέσος χρόνος επέμβασης και το και το 75% των περιπτώσεων να εξυπηρετείται εντός (30) τριάντα λεπτών.

Η ταχύτητα κίνησης ενός οχήματος άμεσης επέμβασης θεωρείται για τις ανάγκες του προτύπου στα 80km/hr. Η μέγιστη ταχύτητα κίνησης κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου κυμαίνεται μεταξύ 90km/hr και 120km/hr. Συνεπώς, το όχημα μπορεί να κινείται συνέχεια με τη μέγιστη ταχύτητά του. Επισημαίνεται, πάντως ότι από τη στιγμή που η χρονική απόσταση μεταξύ ενός κόμβου i και ενός κόμβου j επιλέγεται από το μητρώο t_{ij} όπως αναλύθηκε στη μεθοδολογική προσέγγιση (βλέπε παράγραφο 3.2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμη και διαφορετική ταχύτητα κίνησης του οχήματος σε κάθε κόμβο του αυτοκινητοδρόμου.

Ο χρόνος που σπαταλάται στον τόπο του ατυχήματος T_{ex} , από τη στιγμή δηλαδή της άφιξης του παροχέα μέχρι τη στιγμή της αναχώρησης του από τον τόπο του ατυχήματος, υποτίθεται ότι ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1} ίση με 1/5 λεπτά, δηλαδή 12 ατυχήματα ανά ώρα.

Η πολιτική αποστολής που εφαρμόζεται είναι αυτή του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, δηλαδή σε περίπτωση κλήσης για ατύχημα στον τόπο του ατυχήματος θα επέμβει ο παροχέας εκείνος που απέχει την μικρότερη χρονική απόσταση και δεν θα είναι απασχολημένος βέβαια σε κάποιο άλλο περιστατικό.

* 0,01 ατυχήματα ανά ώρα ανά χιλιόμετρο σημαίνει ότι για μια οδό με Μέγιστη Ωριαία Κυκλοφορία 1800 ΜΕΑ προκύπτει συντελεστής επικινδυνότητας 5,5 ατυχήματα ανά 10⁶ οχηματοχιλιόμετρα, μια τιμή υψηλή μεν, πραγματική όμως για επικίνδυνες θέσεις.

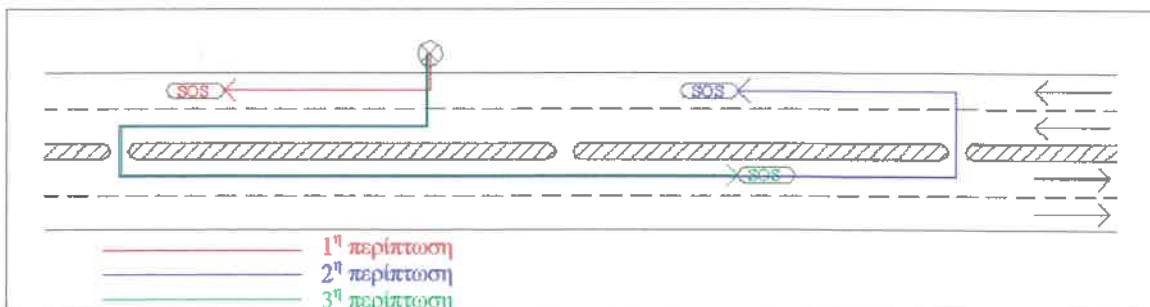
4.2.2.2 Επίλυση Προτύπου

4.2.2.2.1 Τεχνική επιλογής συντομότερης διαδρομής από παροχέα προς κόμβο

Επιλέγεται για κάθε παροχέα η συντομότερη διαδρομή προς κάθε κόμβο από το J με την εξής διαδικασία:

- 1^η Περίπτωση : Αν παροχέας και κόμβος ανήκουν στην ίδια πλευρά του αυτοκινητοδρόμου και ο κόμβος βρίσκεται στα δεξιά του παροχέα τότε η συντομότερη διαδρομή είναι η ευθεία που συνδέει τους δύο κόμβους.
- 2^η Περίπτωση : Αν παροχέας και κόμβος ανήκουν στην ίδια πλευρά του αυτοκινητοδρόμου και ο κόμβος βρίσκεται στα αριστερά του παροχέα τότε η συντομότερη διαδρομή είναι η ευθεία πορεία εωσότου συναντήσει το πρώτο άνοιγμα, η αναστροφή του, η ευθεία πορεία εωσότου συναντήσει το πρώτο άνοιγμα μετά τον κόμβο και η επαναστροφή του μέχρι να φτάσει στον κόμβο.
- 3^η Περίπτωση: Αν παροχέας και κόμβος δεν ανήκουν στην ίδια πλευρά του αυτοκινητοδρόμου τότε η συντομότερη διαδρομή είναι η ευθεία πορεία εωσότου συναντήσει το πρώτο άνοιγμα μετά τον κόμβο, η αναστροφή του και η πορεία του μέχρι τον κόμβο.

Σχηματικά οι τρεις περιπτώσεις φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 4.1 : Επιλογή συντομότερης διαδρομής από παροχέα προς συμβάν υπαρχούσης διαχωριστικής νησίδας

4.2.2.2.2 Τεχνική Διαμερισμού (*Districing*) και Διαχείρισης (*Dispatching Policy*)

Οι N περιοχές πρωταρχικής ευθύνης για τους N παροχείς D_i με $i=1,2,...,N$ καθορίζονται από την παρακάτω μαθηματική σχέση, όπως αναπτύχθηκε στο 3.4.4 :

$$D_i \equiv \{j \in J : t_{ij} \leq t_{ij'} \quad \forall i=1,2,...,i',...,N\} \quad (4.1)$$

η οποία δηλώνει ότι η περιοχή πρωταρχικής ευθύνης D_i του παροχέα i' αποτελείται από όλους εκείνους τους κόμβους του δικτύου που απέχουν την μικρότερη χρονική απόσταση από τον παροχέα i' σε σύγκριση με όλους τους άλλους $N-1$ παροχείς του συστήματος.

Στο πρότυπο χρησιμοποιείται μέχρι $3^{η}$ τάξεως διαμερισμός, δηλαδή επιτρέπεται να επέμβει μέχρι και ο $3^{ος}$ πιο κοντινός παροχέας. Αυτή η υπόθεση γίνεται για δύο λόγους:

i. Η απόσταση επέμβασης του $4^{ου}$ πιο κοντινού παροχέα από τον τόπο του ατυχήματος είναι εξαιρετικά μεγάλη (τάξη μεγέθους 120km) με αποτέλεσμα στον χρόνο που απαιτείται να επέμβει ο συγκεκριμένος παροχέας κάποιος κοντινότερος να είναι πια διαθέσιμος για να επέμβει συντομότερα.

ii. Η πιθανότητα να απαιτείται επέμβαση από παροχέα που ανήκει σε διαμερισμό μεγαλύτερης της $3^{η}$ τάξης είναι εξαιρετικά μικρή και σε περίπτωση που ακόμα συμβαίνει αλλοιώνει ελάχιστα τον υπολογισμό του μέσου χρόνου επέμβασης του συστήματος.

Οι διαμερισμοί $2^{η}$ και $3^{η}$ υπολογίζονται από τους τύπους (4.2) και (4.3).

$$D_{ij}^2 = \{j \in J : t_{ij} = \min(2, U_j)\} \quad (4.2)$$

$$D_{ij}^3 = \{j \in J : t_{ij} = \min(3, U_j)\} \quad (4.3)$$

όπου :

D_{ij}^k = η περιοχή εκείνη η οποία ανήκει στην ζώνη πρωταρχικής ευθύνης i και ο k -οστός πιο κοντινός παροχέας είναι ο j .

$\min(k, U)$ = η συνάρτηση η οποία εκφράζει τον k -οστό μικρότερο όρο από το σύνολο

$$U_j = \{t_{ij}\} \quad \forall i=1,2,...,i',...,N.$$

Ο υπολογισμός γίνεται με χρήση προγραμματιστικού εργαλείου (*Visual Basic*) σε περιβάλλον *Excel* για κάθε ελεγχόμενη πεντάδα θέσεων παροχέων, εφαρμόζοντας την

τεχνική υπολογισμού των αποστάσεων και δυαδικές μεταβλητές με τιμές 1 αν ο κόμβος ανήκει στην περιοχή D_{ij}^k και 0 διαφορετικά. Για μια πεντάδα παροχέων ο υπολογισμός έχει τη μορφή του πίνακα 4.2.

4.2.2.2.3 Υπολογισμός μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων λ_{ij}^k

Ο ρυθμός γένεσης ατυχημάτων λ_{ij}^k αντιπροσωπεύει τον μέσο ρυθμό γένεσης ατυχημάτων της περιοχής D_{ij}^k , η οποία υπενθυμίζεται ότι είναι η περιοχή εκείνη η οποία ανήκει στην ζώνη πρωταρχικής ευθύνης i και ο k -οστός πιο κοντινός παροχέας είναι ο j . Δηλαδή το λ_{ij}^k προκύπτει ως το άθροισμα των μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων όλων των κόμβων που ανήκουν στην περιοχή D_{ij}^k . Υπολογιστικά το άθροισμα αυτό είναι ίσο με το άθροισμα των στοιχείων του γινομένου των στοιχείων (*SUMPRODUCT*) των εξής τριών διανυσμάτων στηλών:

- i. του διανύσματος των ρυθμών γένεσης ατυχημάτων των κόμβων του δικτύου (στήλη λ_j του πίνακα 4.2)
- ii. του διανύσματος των δυαδικών μεταβλητών της περιοχής πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i (στήλη D_i του πίνακα 4.2)
- iii. του διανύσματος των δυαδικών μεταβλητών της περιοχής k -οστής τάξεως διαμερισμού του παροχέα j (στήλη D'_j και D''_j του πίνακα 4.2 για 2^{ης} και 3^{ης} τάξης διαμερισμό αντίστοιχα).

Για παράδειγμα το λ_{23}^2 προκύπτει ως το άθροισμα των στοιχείων του γινομένου των στοιχείων των τριών γραμμοσκιασμένων στηλών του πίνακα 4.2.

Αν ο ρυθμός λ_{ij}^k παίρνει την τιμή μηδέν (0) σημαίνει ότι δεν υπάρχει περιοχή D_{ij}^k , η οποία ανήκει στην ζώνη πρωταρχικής ευθύνης i και ο k -οστός πιο κοντινός παροχέας είναι ο j . Αφού περιγράφηκε ο υπολογισμός των μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων στη συνέχεια αναπτύσσεται ο τρόπος υπολογισμού των μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης των ιδίων περιοχών ώστε να είναι εφικτή η κατάστρωση των εξισώσεων ισορροπίας του Υπερκυβικού Προτύπου.

Πίνακας 4.2 : Υπολογισμός 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} Τάξεως Διαμερισμών για δεδομένη πεντάδα παραχένων

ΚΟΜΒΟΣ	λ_j	Χ.Θ.	1 ^{ης} Τάξεως Διαμερισμός					2 ^{ης} Τάξεως Διαμερισμός					3 ^{ης} Τάξεως Διαμερισμός						
			D_5	D_4	D_3	D_2	D_1		D'_5	D'_4	D'_3	D'_2	D'_1		D''_5	D''_4	D''_3	D''_2	D''_1
1	0,0067	0,5	B1	0	0	0	0	1	B2	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0
2	0,0040	1,5	B1	0	0	0	0	1	B2	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0
72	0,0020	21,5	B1	0	0	0	0	1	B2	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0
			B1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	B4	0	1	0	0
73	0,0055	72,5	B2	0	0	0	1	0	B1	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0
74	0,0079	73,5	B2	0	0	0	1	0	B1	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0
156	0,0026	155,5	B2	0	0	0	1	0	B4	0	0	0	1	0	B1	0	0	0	1
			B2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	B1	0	0	0	1
157	0,0058	156,5	B4	0	1	0	0	0	B2	0	1	0	0	0	B5	1	0	0	0
158	0,0023	157,5	B4	0	1	0	0	0	B2	0	1	0	0	0	B5	1	0	0	0
231	0,0014	80,5	B4	0	1	0	0	0	B4	0	1	0	0	0	B2	0	0	0	1
			B4	0	1	0	0	0	B5	0	1	0	0	0	B2	0	0	0	1
232	0,0063	231,5	B5	1	0	0	0	0	B4	1	0	0	0	0	B3	0	0	1	0
233	0,0006	232,5	B5	1	0	0	0	0	B4	1	0	0	0	0	B3	0	0	1	0
275	0,0009	274,5	B5	1	0	0	0	0	B3	1	0	0	0	0	B2	0	0	0	1
			B5	1	0	0	0	0	B3	1	0	0	0	0	B2	0	0	0	1
276	0,0099	275,5	B3	0	0	1	0	0	B5	0	0	1	0	0	B2	0	0	1	0
277	0,0088	276,5	B3	0	0	1	0	0	B5	0	0	1	0	0	B2	0	0	1	0
278	0,0033	277,5	B3	0	0	1	0	0	B5	0	0	1	0	0	B2	0	0	1	0
415	0,0067	414,5	B2	0	0	0	1	0	B4	0	1	0	0	0	B5	1	0	0	0
			B2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	B5	1	0	0	0
499	0,0078	498,5	B1	0	0	0	0	1	B3	0	0	1	0	0	B4	0	1	0	0
500	0,0020	499,5	B1	0	0	0	0	1	B3	0	0	1	0	0	B4	0	1	0	0

4.2.2.2.4 Υπολογισμός μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης ατυχημάτων μ_{ij}^k

Ο ρυθμός εξυπηρέτησης ατυχημάτων μ_{ij}^k αντιπροσωπεύει τον μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης της περιοχής D_{ij}^k . Προκύπτει ως το αντίστροφο του μέσου χρόνου εξυπηρέτησης στην περιοχή D_{ij}^k . Θεωρώντας ότι $t_{ij}=t_{ji}$ και εφαρμόζοντας όσα αναπτύχθηκαν στη μεθοδολογία (ενότητα 3.4.3) προκύπτει ότι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης ισούται με το διπλάσιο του σταθμισμένου ως προς τη ζήτηση μέσου χρόνου επέμβασης προσθέτοντας τον μέσο χρόνο στον τόπο του ατυχήματος. Υπολογιστικά το άθροισμα αυτό είναι ίσο με:

$$1/\mu_{ij}^k = [2 * SP(\bar{\lambda}_j; \bar{D}_i; \bar{D}_j^k; d_{ij}^k) / SP(\bar{\lambda}_j; \bar{D}_i; \bar{D}_j^k)] / u + \mu^{-1} \quad (4.4)$$

όπου:

$SP = \text{SUMPRODUCT}(\bar{a}_1; \bar{a}_2; \dots; \bar{a}_n) = \text{το άθροισμα των στοιχείων του γινομένου των στοιχείων των διανυσμάτων στηλών } \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$

$\bar{\lambda}_j = \text{διάνυσμα ρυθμών γένεσης ατυχημάτων των κόμβων του δικτύου (στήλη } \lambda_j \text{ του πίνακα 4.2)}$

$\bar{D}_i = \text{διάνυσμα δυαδικών μεταβλητών της περιοχής πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα } i \text{ (στήλη } D_i \text{ του πίνακα 4.2)}$

$\bar{D}_j^k = \text{διάνυσμα δυαδικών μεταβλητών της περιοχής } k\text{-οστής τάξεως διαμερισμού του παροχέα } j \text{ (στήλη } D'_j \text{ και } D''_j \text{ του πίνακα 4.2 για } 2^{\text{ης}} \text{ και } 3^{\text{ης}} \text{ τάξης διαμερισμό αντίστοιχα).}$

$\bar{d}_{ij} = \text{διάνυσμα απόστασεων των όλων κόμβων της περιοχής μελέτης από τον παροχέα } j$

Εννοείται ότι σε περίπτωση που το λ_{ij}^k είναι μηδέν (0) τότε και το μ_{ij}^k είναι μηδέν (0) αφού δεν υπάρχει περιοχή D_{ij}^k .

4.2.2.2.5 Κατάστρωση 2^ς εξισώσεων ισορροπίας Υπερκυβικού Προτύπου

Στην εφαρμογή κατά μήκους του αυτοκινητοδρόμου μήκους 250km με διαχωριστική νησίδα καθ' όλο το μήκος του εκτός των ανοιγμάτων που καθορίζονται στον πίνακα 4.1 και μέσους ρυθμούς γένεσης ατυχημάτων ανά χιλιόμετρο όπως στο παράρτημα Ι χρησιμοποιούνται πέντε (5) παροχές άμεσης επέμβασης. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας, κάθε παροχέας μπορεί να είναι είτε διαθέσιμος (κατάσταση 0) είτε απασχολημένος (κατάσταση 1), οπότε υπάρχουν 2⁵ δυνατές καταστάσεις του συστήματος των πέντε (5) παροχέων. Για την περιγραφή αυτών των καταστάσεων απαιτείται η κατάστρωση ισάριθμων εξισώσεων ισορροπίας του συστήματος.

Επισημαίνεται ότι η κατάστρωση των εξισώσεων δεν εξαρτάται ούτε από την ύπαρξη ή μη διαχωριστικής νησίδας, ούτε από το μήκος του αυτοκινητοδρόμου, ούτε καν από τη διάσταση του προβλήματος* παρά μόνο από τον αριθμό των παροχέων την πολιτική διαχείρισης του συστήματος.

Το ολοκληρωμένο διάγραμμα ροής του 5-διάστατου υπερκύβου φαίνεται στο σχήμα 4.2, ενώ στη συνέχεια ακολουθεί η κατάστρωση των 32 εξισώσεων ισορροπίας που προκύπτουν για κάθε μια από τις καταστάσεις ισορροπίας του συστήματος. Κάθε κορυφή του Υπερκύβου συνδέεται, με βάση το θεώρημα ΙΙΙ (κεφάλαιο 3) με πέντε (5) άλλες κορυφές με διανύσματα προσφοράς (ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων) και ζήτησης (ρυθμοί εξυπηρέτησης ατυχημάτων). Για κάθε μια από τις 32 καταστάσεις ισορροπίας (κορυφές Υπερκύβου 5^{ης} διάστασης) του συστήματος παρουσιάζονται:

- i. το διάγραμμα ροής της κατάστασης ισορροπίας
- ii. τα διανύσματα προσφοράς και ζήτησης και
- iii. η εξίσωση ισορροπίας με τις γειτονικές κορυφές σε συνθήκες σταθερής κατάστασης (*steady state conditions*).

*Το Γενικευμένο Υπερκυβικό Πρότυπο όπως έχει αναπτυχθεί (κεφάλαιο 3) και εφαρμοστεί (κεφάλαιο 4) έχει την ίδια συμπεριφορά είτε πρόκειται για μονοδιάστατη περίπτωση αυτοκινητοδρόμου είτε για δισδιάστατη περίπτωση ενός δικτύου σε αστική περιοχή. Το χαρακτηριστικό αυτό του δίνει τη δυνατότητα εφαρμοσιμότητας σε ένα ευρύ πλαίσιο προβλημάτων χωροθέτησης (*Location Problems*).

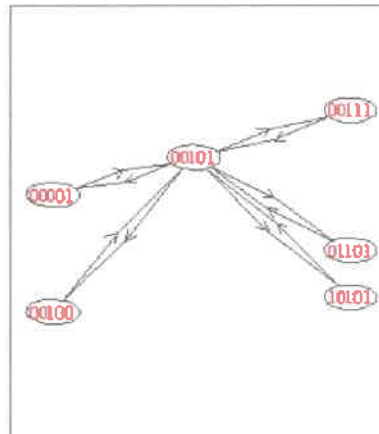
Οι 32 εξισώσεις ισορροπίας δίνονται όπως αναλύθηκε, από την σχέση 3.41.

$$P\{B_j\} \left[\sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\vec{i} \cdot \vec{\lambda}_{ij}) + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\vec{\lambda}_{ij} \circ \vec{\mu}_{ij}) \right] =$$

$$\sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^- = 1\}} (\vec{\lambda}_{ij} \circ \vec{\mu}_{ij}) P\{B_i\} + \sum_{\{B_i \in C_N: d_{ij}^+ = 1\}} (\vec{i} \cdot \vec{\lambda}_{ij}) P\{B_i\}$$

$$, \quad j = 0, 1, \dots, 2^N - 1$$

Ενδεικτικά δίνεται το διάγραμμα ροής, η ανάλυση των διανυσμάτων προσφοράς και ζήτησης καθώς και η εξίσωση ισορροπίας της κατάστασης 00101. Στο παράρτημα IV περιγράφονται αναλυτικά και οι 32 εξισώσεις σταθερής κατάστασης του συστήματος.



Σχήμα 4.2: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00101

$\vec{\lambda}$	00101
00001	$(\lambda_2, \lambda_{31}')$
00100	$(\lambda_1, \lambda_{31}')$
00111	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{12}'', \lambda_{32}'')$
01101	$(\lambda_1, \lambda_{34}', \lambda_{14}'', \lambda_{34}'')$
10101	$(\lambda_3, \lambda_{35}', \lambda_{15}'', \lambda_{35}'')$

Πίν.4.3: Διανύσματα προσφοράς κατάστασης 00101

$\bar{\mu}$	00101
00001	(μ_{33}, μ_{33}')
00100	(μ_{11}, μ_{31}')
00111	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{12}', \mu_{32}'', \mu_{12}'')$
01101	$(\mu_{44}, \mu_{34}', \mu_{14}', \mu_{34}'', \mu_{14}'')$
10101	$(\mu_{55}, \mu_{35}', \mu_{15}', \mu_{35}'', \mu_{15}'')$

Πίν. 4.4: Διανόσματα ζήτησης κατάστασης 00101

Η εξίσωση ισορροπίας της κατάστασης 00101, δηλαδή της σταθερής κατάστασης του συστήματος κατά την οποία ο παροχέας 1 και ο παροχέας 3 είναι μη διαθέσιμοι δίνεται από την σχέση

$$\begin{aligned}
 [\mu_{11} + \mu_{33} + (\bar{\lambda}_{00111} + \bar{\lambda}_{01101} + \bar{\lambda}_{10101}) \cdot \bar{i}] P_{00101} &= (\bar{\lambda}_{00001} \cdot \bar{i}) P_{00001} + \\
 &+ (\bar{\lambda}_{00100} \cdot \bar{i}) P_{00100} + (\bar{\lambda}_{00111} \circ \bar{\mu}_{00111}) P_{00111} + \\
 &+ (\bar{\lambda}_{01101} \circ \bar{\mu}_{01101}) P_{01101} + (\bar{\lambda}_{10101} \circ \bar{\mu}_{10101}) P_{10101}.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

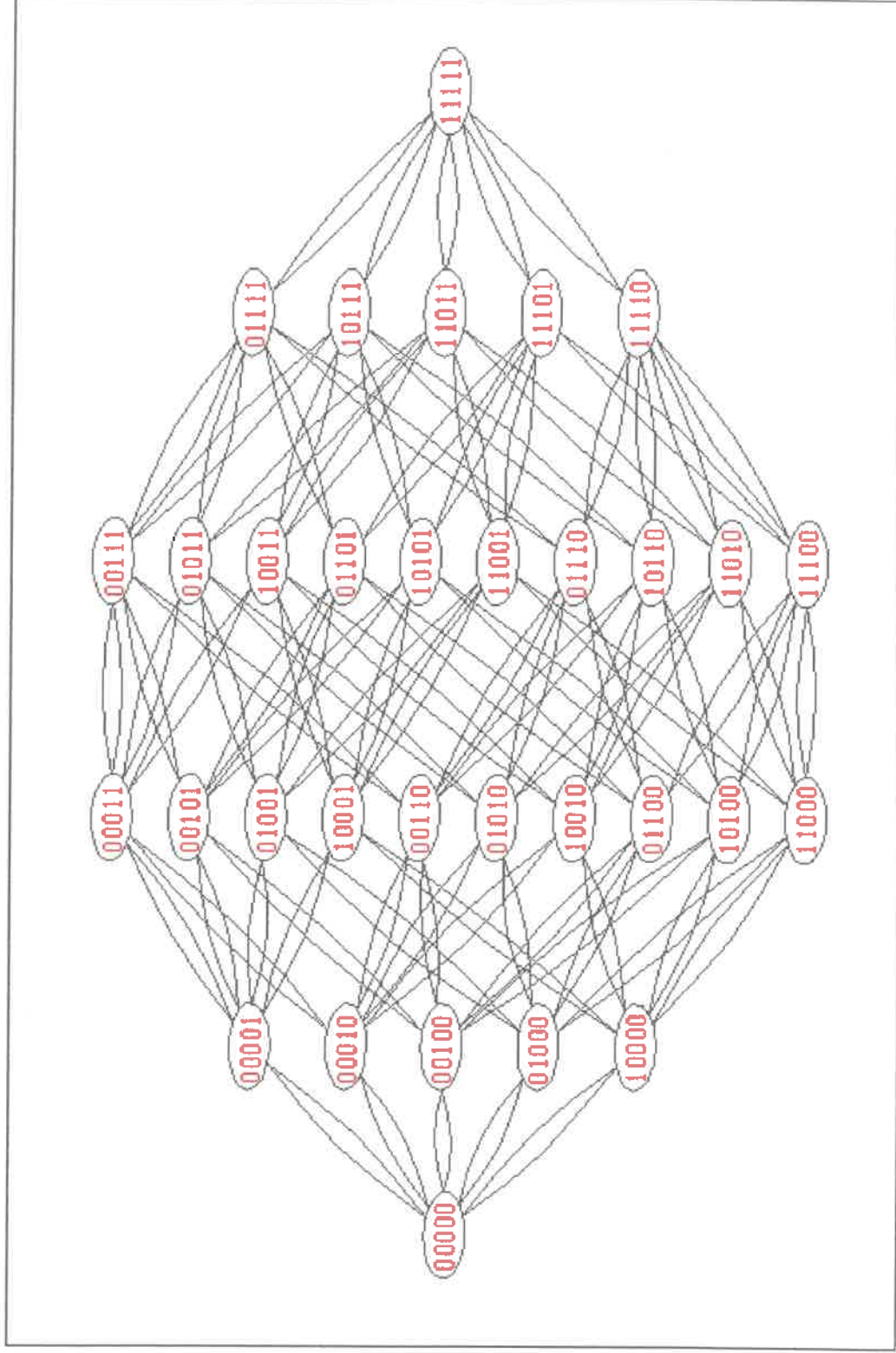
όπου:

$$\bar{\lambda} \circ \bar{\mu} = \left(\frac{\bar{\lambda} \cdot \bar{m}}{\bar{\lambda} \cdot \bar{i}} \right)^{-1} \tag{4.6}$$

$$\bar{m} = \left(\frac{1}{\mu_1}, \frac{1}{\mu_2}, \dots, \frac{1}{\mu_n} \right) \quad n \times 1 \tag{4.7}$$

$$\bar{i} = (1, 1, \dots, 1) \quad n \times 1 \tag{4.8}$$

Η αναλυτική παρουσίαση των μεγεθών των εξισώσεων ισορροπίας έχει γίνει στο κεφάλαιο της ανάπτυξης της μεθοδολογικής προσέγγισης.



Σχήμα 4.3: Διάγραμμα ροής υπερκύβου πέμπτης διάστασης

4.2.2.2.6 Εκτέλεση Εφαρμογής Ια

Σύμφωνα με όσα περιγράφηκαν στην ενότητα 4.2.2.2 καταστρώνεται σε περιβάλλον Excel το Στοχαστικό Υβριδικό Προτότυπο Χωροθέτησης. Όπως εικονίζεται και στο διάγραμμα ροής του προτύπου (σχήμα 3.1, κεφάλαιο 3) απαιτείται η δημιουργία μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών για τον καθορισμό των θέσεων των παροχέων κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου. Η διαδικασία αυτή είναι αναγκαστική γιατί οι δυνατές 5-άδες επιλογής των θέσεων των παροχέων είναι περίπου 3×10^{13} .* Για να σαρωθούν όλες αυτές οι δυνατές θέσεις χρειάζονται περίπου 80 αιώνες.**

Για να μπορεί το πρότυπο να εφαρμοστεί σε πραγματικό χρόνο είναι απαραίτητο να υπολογίζει τη βέλτιστη 5-άδα παροχέων σε πολύ μικρότερο χρονικό διάστημα. Αναπτύσσεται, λοιπόν μια ευρεστική τεχνική με τυχαίους αριθμούς (παρόμοια με τη μέθοδο Monte Carlo) και με τις παρακάτω δύο απαιτήσεις:

i. ο ένας παροχέας από τον άλλο πρέπει να απέχει χρονική απόσταση μεγαλύτερη των 15km. Εννοείται πως ο χρήστης της εφαρμογής οφείλει να ελέγξει την παραδοχή αυτή από την άποψη ότι δεν υπάρχουν περιοχές με μεγαλύτερες απαιτήσεις ζήτησης για εξυπηρέτηση από κάποιες άλλες. Σε αυτή την περίπτωση η υπόθεση αυτή μπορεί να μην εφαρμοστεί στις περιοχές εκείνες με πολύ υψηλές τιμές επικινδυνότητας.

ii. Χωρίζεται ο αυτοκινητόδρομος σε πέντε αλληλοτεμνόμενα τμήματα ώστε να σαρώνεται το μήκος των 250km μιάμιση ή δύο φορές και δίνονται τυχαίες τιμές εντός των πέντε (5) αυτών τμημάτων. Με αυτή τη διαδικασία ουσιαστικά δεν μένει χωρίς παροχέα κάθε τμήμα 75 ή 100km του αυτοκινητοδρόμου και καθορίζεται ότι ο παροχέας $i+1$ έχει μεγαλύτερη χιλιομετρική θέση από τον παροχέα i . Και πάλι αν υπάρχουν περιοχές με σημαντικά μικρότερες απαιτήσεις ζήτησης μπορεί να μην εφαρμοστεί η υπόθεση αυτή στις περιοχές εκείνες με πολύ χαμηλές τιμές επικινδυνότητας.

*Κάθε παροχέας μπορεί να τοποθετηθεί σε οποιαδήποτε χιλιομετρική θέση κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου και στα δύο ρεύματα κυκλοφορίας, οπότε για κάθε παροχέα υπάρχουν 500 δυνατές θέσεις. Άρα οι δυνατές πεντάδες είναι στον αριθμό $500^5 \approx 3 \times 10^{13}$.

**Ένας Η/Υ ταχύτητας 2GHz μπορεί να τρέξει περίπου 125 πεντάδες ανά δευτερόλεπτο για το Γενικευμένο Υπερκυβικό Πρότυπο. Για να σαρωθούν και οι 3×10^{13} δυνατές πεντάδες απαιτούνται $3 \times 10^{13} / 125 / 3600 / 24 / 365 / 100 \approx 79,2$ αιώνες!

Επισημαίνεται πάντως ότι σε πραγματικές περιπτώσεις, όπως θα γίνει στην εφαρμογή II κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου της Εγνατίας, ο παροχέας δεν μπορεί να τοποθετηθεί οπουδήποτε κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου παρά μόνο σε συγκεκριμένες θέσεις όπως σταθμούς εξυπηρέτησης αυτοκινήτων (ΣΕΑ), σταθμούς διοδίων, βενζινάδικα κ.α. Συνεπώς το μέγεθος των πιθανών n -άδων παροχέων είναι πολύ μικρότερο και ίσως υποθέσεις σαν τις (i) και (ii) να μην απαιτούνται.

Για την δημιουργία των γεννητριών τυχαίων αριθμών ώστε να ικανοποιούνται οι παραπάνω υποθέσεις γίνεται χρήση προγραμματιστικού εργαλείου Visual Basic in Excel. Η πλήρης παρουσίαση του κώδικα γίνεται στο παράρτημα II της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

4.2.2.3 Αποτελέσματα εφαρμογής Ια

Το πρότυπο εξέτασε 450.000 δυνατές 5-άδες παροχέων σε χρόνο 32 λεπτών σε επεξεργαστή Pentium IV στα 2,0 GHz. Από αυτές οι 12.000 εισήλθαν στην διαδικασία του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου λόγω της απαίτησης μεγίστης κάλυψης. Ο ελάχιστος μέσος χρόνος επέμβασης υπολογίστηκε στα 27 λεπτά. Οι χιλιομετρικές θέσεις της 5-άδας των παροχέων φαίνονται στον πίνακα 4.5, όπου ταυτόχρονα παρουσιάζονται τα εξής σημαντικά μεγέθη και χαρακτηριστικά του συστήματος των πέντε (5) παροχέων:

- i. οι συντελεστές απασχόλησης των παροχέων ρ_i
- ii. η πιθανότητα να είναι απασχολημένοι k παροχείς p_k με $k=0,1,\dots,5$
- iii. οι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης για κάθε παροχέα D_i
- iv. οι διαμερισμοί 2^{n_5} και 3^{n_5} τάξεως

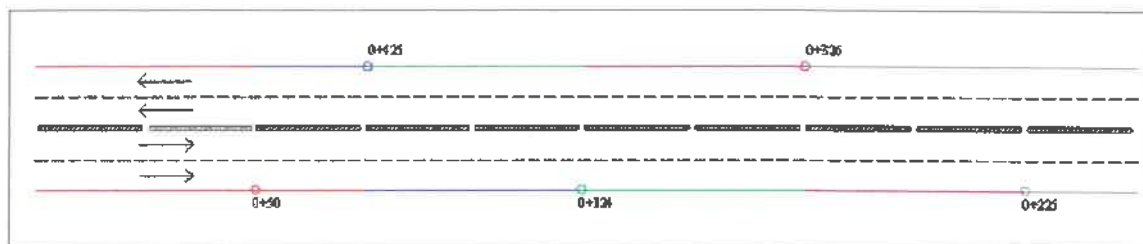
Στο παράρτημα III περιγράφεται το σύνολο των μεγεθών και χαρακτηριστικών του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αναλυτικά:

- i. οι συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{nj} , που δηλώνουν το ποσοστό της συνολικής ζήτησης που στέλνει τον παροχέα n στην υποπεριοχή j .
- ii. οι χρόνοι επέμβασης των παροχέων t_{nj} , που εκφράζουν τον μέσο χρόνο επέμβασης του παροχέα n στην υποπεριοχή j .

- iii.ο $2^5 \times 2^5$ πίνακας μεταβολής (*transition matrix*), που περιέχει τις 32 εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος.
- iv. οι μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων και οι μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης των περιοχών διαμερισμού 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} τάξεως.
- v. οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος

Πίνακας 4.5 : Βασικά Αποτελέσματα Εφαρμογής Ia																	
παροχές	1	2	3	4	5												
Χ.Θ.	425	50	124	326	225												
Μέσος χρόνος επέμβασης		27,4min		Μέγιστη κάλυψη	78,9%												
ρ_i	0,473	0,398	0,546	0,419	0,328												
D_i (km)	75-124 426-450	1-74 451-500	125-174 376-425	175-224 326-375	225-325												
D_i' (km)	1-74 125-149 401-425 451-500	75-99 426-450	100-124 150-199 351-375	225-325 376-400	200-224 326-350												
D_i'' (km)	125-174 376-400	100-124 401-425	1-99 175-350 426-500	-	351-375												
<table><tr><td>p_0</td><td>0,124</td></tr><tr><td>p_1</td><td>0,227</td></tr><tr><td>p_2</td><td>0,234</td></tr><tr><td>p_3</td><td>0,248</td></tr><tr><td>p_4</td><td>0,106</td></tr><tr><td>p_5</td><td>0,060</td></tr></table>						p_0	0,124	p_1	0,227	p_2	0,234	p_3	0,248	p_4	0,106	p_5	0,060
p_0	0,124																
p_1	0,227																
p_2	0,234																
p_3	0,248																
p_4	0,106																
p_5	0,060																

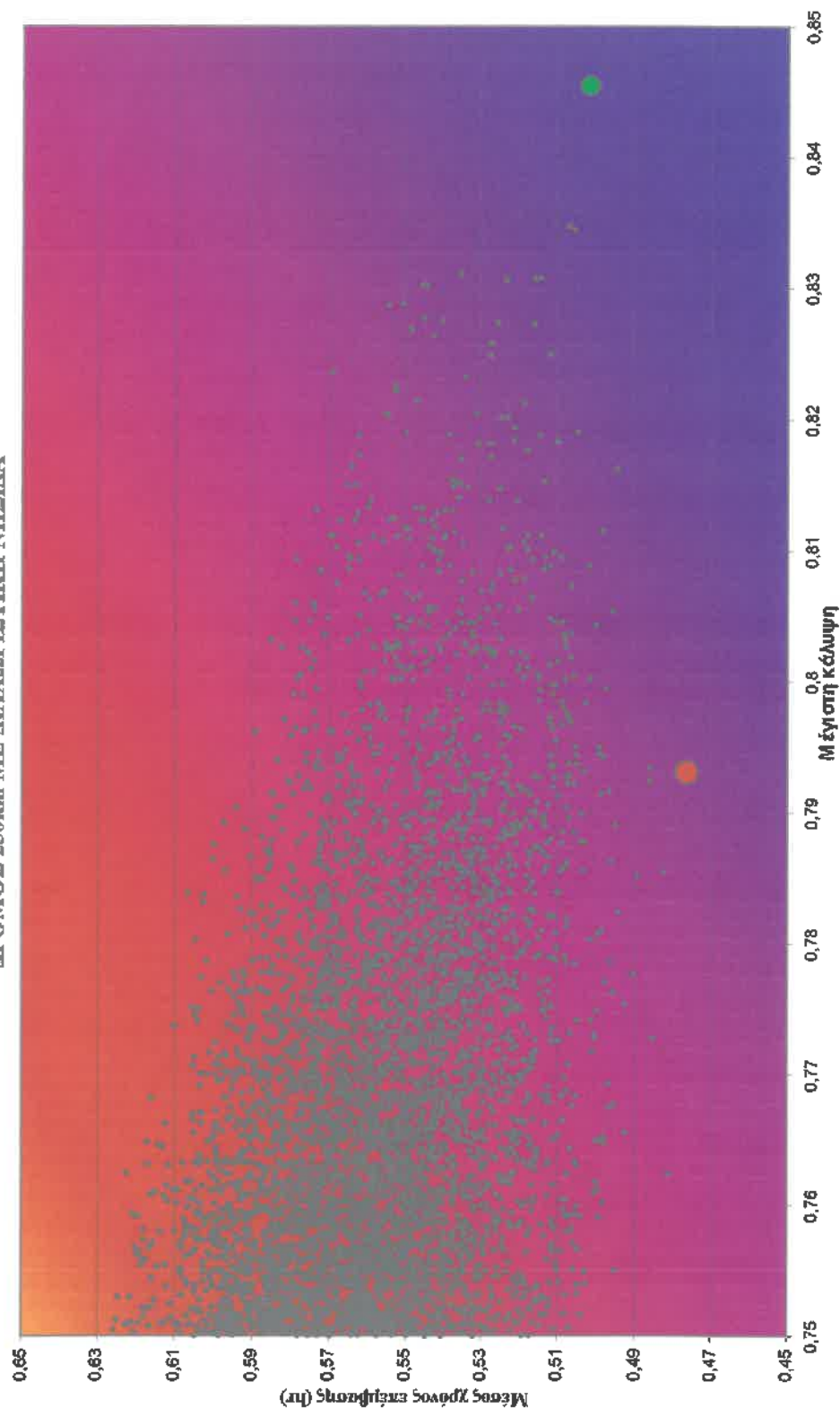
Οι θέσεις των παροχών κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου καθώς και οι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης του καθενός, όπως και οι θέσεις των ανοιγμάτων εικονίζονται στο σχήμα 4.3 που ακολουθεί:



Σχήμα 4.4: Απεικόνιση θέσεων βέλτιστης 5-άδας παροχών και διαμερισμού 1^{ης} τάξεως εφαρμογής Ia

Στο διάγραμμα 4.1 παρουσιάζονται σε γράφημα ο μέσος χρόνος επέμβασης και το ποσοστό μεγίστης κάλυψης εντός τριάντα (30) λεπτών των 12000 5-άδων που εισήλθαν στη διαδικασία του Υπερκυβικου Προτύπου ώστε να μπορούν να εξαχθούν στο επόμενο κεφάλαιο σημαντικά συμπεράσματα για τη σχέση που συνδέει τα δύο αυτά σπουδαία μεγέθη της επιστήμης της Τοποθεσιολογίας (*Location Science*). Το κόκκινο σημείο παριστάνει το βέλτιστο ως προς το μέσο χρόνο επέμβασης και το μεγάλο πράσινο σημείο το βέλτιστο ως προς τον συντελεστή μεγίστης κάλυψης εντός 30 λεπτών.

ΔΡΟΜΟΣ 250km ΜΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΙΚΗ ΝΗΣΙΔΑ



Διάγραμμα 4.1 : Μέγιστη κάλυψη και μέσος χρόνος επέμβασης 5-άδων παροχών για εφαρμογή Ια.

4.2.3 Αυτοκινητόδρομος χωρίς διαχωριστική νησίδα (Εφαρμογή Ιβ)

4.2.3.1 Δεδομένα

Θεωρείται αυτοκινητόδρομος μήκους 250 χιλιομέτρων χωρίς διαχωριστική νησίδα κυκλοφορίας μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων κυκλοφορίας σε ολόκληρο το μήκος του. Συνεπώς υπάρχει η δυνατότητα επαναστροφής (U-Turn) και αλλαγής ρεύματος κυκλοφορίας για τα οχήματα άμεσης επέμβασης καθ' όλο το μήκος του αυτοκινητοδρόμου. Ο αυτοκινητόδρομος χωρίζεται σε πεντακόσιους (500) μονοδιάστατους κόμβους με μήκος ο καθένας χίλια μέτρα (1000m). Ορίζεται το κεντροειδές κάθε κόμβου j με $j=1,2,...,500$ στο μέσον του. Η χιλιομετρική θέση κάθε κεντροειδούς υπολογίζεται με την εξής παραδοχή: Θέσεις στο ίδιο μήκος του αυτοκινητοδρόμου σε αντίθετα ρεύματα για λόγους υπολογιστικούς θεωρούνται ότι οι χιλιομετρικές θέσεις τους έχουν άθροισμα 501, δηλαδή τα δύο αντίθετα ρεύματα θεωρούνται το ένα συνέχεια του άλλου. Παρ' όλο που δεν υπάρχει διαχωριστική νησίδα θεωρούνται διαφορετικοί κόμβοι στα δύο ρεύματα κυκλοφορία για το λόγο ότι υποθέτονται διαφορετικές τιμές επικινδυνότητας στα δύο ρεύματα.

Σε κάθε χιλιομετρική θέση θεωρείται ότι ο μέσος ρυθμός γένεσης ατυχημάτων ή κλήσεων για επέμβαση είναι τυχαίος αριθμός που παίρνει τιμή μεταξύ του 0 και του 0,01 ατυχήματα ανά ώρα. Η συμπεριφορά του αυτοκινητοδρόμου θεωρείται ανεξάρτητη για τα δύο ρεύματα κυκλοφορίας και συνεπώς προκύπτουν 500 τυχαίες τιμές του μέσου ρυθμού γένεσης ατυχημάτων. Οι τιμές των μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων ανά ώρα ανά χιλιόμετρο δίνονται στο παράρτημα Ι. Οι τιμές αυτές έχουν ληφθεί ίδιες με τις τιμές των μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων της εφαρμογής Ια για να μπορούν να συγκριθούν τα αποτελέσματα ως προς τη συμπεριφορά του συστήματος επέμβασης των παροχών και να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για περιπτώσεις αυτοκινητοδρόμων με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα.

Σύμφωνα με το Νομοθετικό πλαίσιο της Ιατρικής Βοήθειας για Επείγουσα Ανάγκη των Η.Π.Α. (United States Emergency Medical Services Act) σε αστικές περιοχές το 95% των περιπτώσεων πρέπει να εξυπηρετείται εντός δέκα (10) λεπτών ενώ σε αγροτικές ή υπεραστικές περιοχές (rural areas) εντός τριάντα (30) λεπτών (Ball and

Lin,1993). Στην περίπτωση ενός αυτοκινητοδρόμου, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν υιοθετείται το τριάντα λεπτά στο 95% των περιπτώσεων. Για λόγους ελαστικότητας του προτύπου στον υπολογισμό της μέγιστης κάλυψης προστίθεται ακόμη μία απαίτηση. Απαιτείται λοιπόν:

*το 85% των περιπτώσεων να ικανοποιείται εντός εικοσι (20) λεπτών
και το 95% των περιπτώσεων εντός (30) τριάντα λεπτών.*

Η ταχύτητα κίνησης ενός οχήματος άμεσης επέμβασης θεωρείται για τις ανάγκες του προτύπου στα 80km/hr , όπως ακριβώς και στην εφαρμογή Ια. Επισημαίνεται, πάντως ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε τιμή ταχύτητας στο πρότυπο καθώς και μεταβλητή τιμή κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου.

Ο χρόνος που σπαταλάται στον τόπο του ατυχήματος $T_{εξ}$, από τη στιγμή δηλαδή της άφιξης του παροχέα μέχρι τη στιγμή της αναχώρησης του από τον τόπο του ατυχήματος, υποτίθεται ότι ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1} ίση με 1/5 λεπτά, δηλαδή 12 ατυχήματα ανά ώρα.

Η πολιτική αποστολής που εφαρμόζεται είναι αυτή του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, δηλαδή σε περίπτωση κλήσης για ατύχημα στον τόπο του ατυχήματος θα επέμβει ο παροχέας εκείνος που απέχει την μικρότερη χρονική απόσταση και δεν θα είναι απασχολημένος βέβαια σε κάποιο άλλο περιστατικό.

4.2.3.2 Επίλυση Προτύπου εφαρμογής Ιβ

4.2.3.2.1 Εισαγωγή

Η εφαρμογή Ιβ πραγματοποιείται κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου χωρίς διαχωριστική νησίδα μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων κυκλοφορίας. Για να συγκριθεί η συμπεριφορά των παροχέων για επέμβαση σε αυτοκινητοδρόμο με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα. Οι ρυθμοί γένεσης μετακινήσεων στις δύο εφαρμογές θεωρούνται ότι ακολουθούν κατανομές *Poisson* με ίδιες μέσες τιμές, όπως αυτές παρουσιάζονται στο παράρτημα Ι.

Όσον αφορά την πορεία επίλυσης, αυτή διαφοροποιείται μόνο στον υπολογισμό της συντομότερης διαδρομής από τον παροχέα προς το συμβάν. Όλη η διαδικασία του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου είναι ταυτόσημη. Όπως περιγράφηκε και στο κεφάλαιο της μεθοδολογικής προσέγγισης η μέθοδος Διαμερισμού (*Districting*) και πολιτικής Διαχείρισης (*Dispatching policy*) καθώς και η κατάστρωση των εξισώσεων ισορροπίας έχουν αναπτυχθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην επηρεάζονται ούτε από τη διάσταση του προβλήματος ούτε και από τον καθορισμό της συντομότερης διαδρομής.

Έτσι, λοιπόν η πορεία επίλυσης από το σημείο της Εισαγωγής στο Υπερκυβικό Πρότυπο, όπως εικονίζεται και στο διάγραμμα ροής του σχήματος 3.1 είναι όπως αυτή περιγράφεται από τις ενότητες:

4.2.2.2.2 - «Τεχνική Διαμερισμού (*Districting*) και Διαχείρισης (*Dispatching Policy*)»

4.2.2.2.3 - «Υπολογισμός μέσων ρυθμών γένεσης ατυχημάτων λ_{ij}^k »

4.2.2.2.4 - «Υπολογισμός μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης ατυχημάτων μ_{ij}^k »

4.2.2.2.5 - «Κατάστρωση 2^ς εξισώσεων ισορροπίας Υπερκυβικού Προτύπου».

4.2.3.2.2 Τεχνική επιλογής συντομότερης διαδρομής από παροχέα προς κόμβο

Η επιλογή της συντομότερης διαδρομής στην εφαρμογή Ιβ είναι πολύ πιο απλοϊκός σε σχέση με την εφαρμογή Ια. Από τη στιγμή που επιτρέπεται επαναστροφή σε οποιοδήποτε σημείο του αυτοκινητοδρόμου, η συντομότερη διαδρομή προς κάθε κόμβο $j \in J$ από κάποιο παροχέα i είναι η απευθείας σύνδεση των δύο θέσεων, με μόνη διαφοροποίηση στην πιθανή απαίτηση επαναστροφών (μία (1) ή δύο (2) στον αριθμό) αμελητέου μήκους για την προσέγγιση του ατυχήματος. Ο υπολογισμός του διανυθέντος μήκους D_{ij} από τον παροχέα i στο συμβάν j γίνεται με την παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$\begin{array}{ll} \text{IF} & (X\Theta_i - 250,1) \cdot (X\Theta_j - 250,1) > 0 \\ \text{THEN} & D_{ij} = |X\Theta_i - X\Theta_j| \\ \text{OTHERWISE} & D_{ij} = |501 - X\Theta_i - X\Theta_j|. \end{array} \quad (4.6)$$

4.2.3.3 Αποτελέσματα εφαρμογής Ιβ

Το πρότυπο εξέτασε 600.000 δυνατές 5-άδες παροχών σε χρόνο 31 λεπτών σε επεξεργαστή Pentium IV στα 2,0GHz. Από αυτές οι 35.000 εισήλθαν στην διαδικασία του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου λόγω της απαίτησης μεγίστης κάλυψης. Ο ελάχιστος μέσος χρόνος επέμβασης υπολογίστηκε στα 16 λεπτά. Οι χιλιομετρικές θέσεις της 5-άδας των παροχών φαίνονται στον πίνακα 4.6, όπου ταυτόχρονα παρουσιάζονται τα εξής σημαντικά μεγέθη και χαρακτηριστικά του συστήματος των πέντε (5) παροχών:

- i. οι συντελεστές απασχόλησης των παροχών ρ_i
- ii. η πιθανότητα να είναι απασχολημένοι k παροχείς p_k με $k=0,1,...,5$
- iii. οι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης για κάθε παροχέα D_i
- iv. οι διαμερισμοί 2^{ης} και 3^{ης} τάξεως

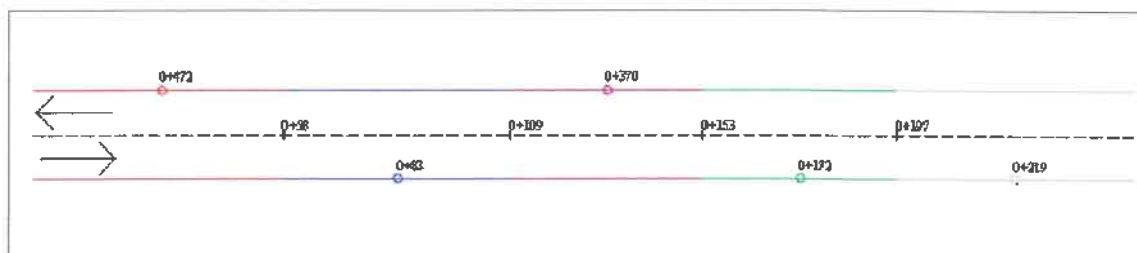
Στο παράρτημα ΙΙΙ περιγράφεται το σύνολο των μεγεθών και χαρακτηριστικών του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αναλυτικά:

- i. οι συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{nj} , που δηλώνουν το ποσοστό της συνολικής ζήτησης που στέλνει τον παροχέα n στην υποπεριοχή j .
- ii. οι χρόνοι επέμβασης των παροχών t_{nj} , που εκφράζουν τον μέσο χρόνο επέμβασης του παροχέα n στην υποπεριοχή j .
- iii. ο $2^5 \times 2^5$ πίνακας μεταβολής (*transition matrix*), που περιέχει τις 32 εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος.
- iv. οι μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων και οι μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης των περιοχών διαμερισμού 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} τάξεως.
- v. οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος

Στο διάγραμμα 4.2 παρουσιάζονται σε γράφημα ο μέσος χρόνος επέμβασης και το ποσοστό μεγίστης κάλυψης εντός είκοσι (20) λεπτών των 35000 5-άδων που εισήλθαν στη διαδικασία του Υπερκυβικού Προτύπου. Το κόκκινο σημείο παριστάνει το βέλτιστο ως προς το μέσο χρόνο επέμβασης και το μεγάλο πράσινο σημείο το βέλτιστο ως προς τον συντελεστή μεγίστης κάλυψης εντός 20 λεπτών.

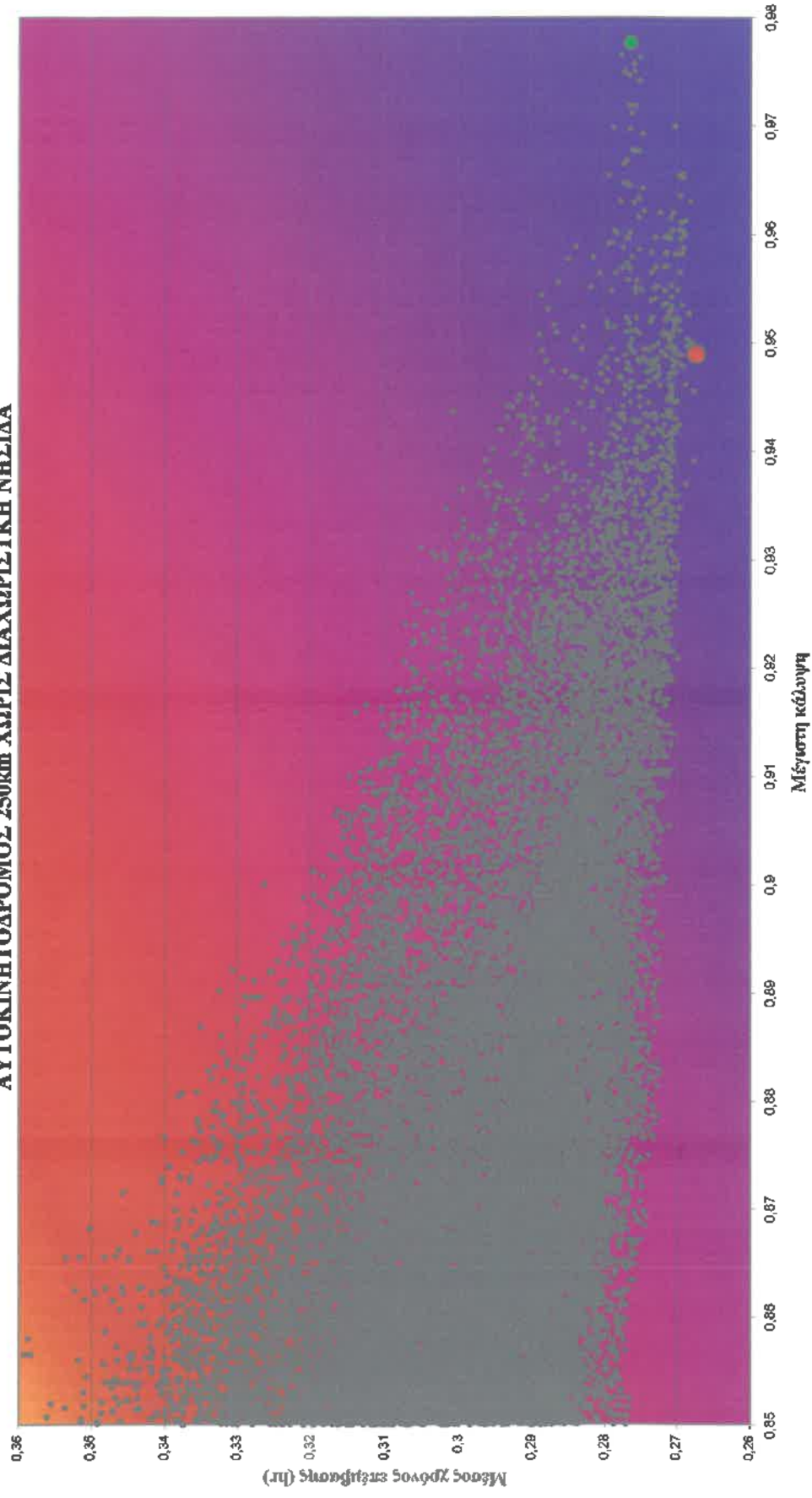
Πίνακας 4.6 : Βασικά Αποτελέσματα Εφαρμογής Ιβ																	
παροχέας	1	2	3	4	5												
Χ.Θ.	472	83	370	172	219												
Μέσος χρόνος επέμβασης	16,0min			Μέγιστη κάλυψη	94,9%												
ρ_i	0,291	0,315	0,355	0,318	0,262												
D_i (km)	1-57	58-108	109-152	153-196	197-250												
D_i' (km)	58-81	1-57 109-128	82-108 153-176	129-152 197-250	172-196												
D_i'' (km)	82-101	128-151	1-81 176-250	102-127	152-175												
<table><tr><td>p_0</td><td>0,276</td></tr><tr><td>p_1</td><td>0,287</td></tr><tr><td>p_2</td><td>0,191</td></tr><tr><td>p_3</td><td>0,148</td></tr><tr><td>p_4</td><td>0,058</td></tr><tr><td>p_5</td><td>0,038</td></tr></table>						p_0	0,276	p_1	0,287	p_2	0,191	p_3	0,148	p_4	0,058	p_5	0,038
p_0	0,276																
p_1	0,287																
p_2	0,191																
p_3	0,148																
p_4	0,058																
p_5	0,038																

Οι θέσεις των παροχέων κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου καθώς και οι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης του καθενός εικονίζονται στο σχήμα 4.5 που ακολουθεί:



Σχήμα 4.5: Απεικόνιση θέσεων βέλτιστης 5-άδας παροχέων και διαμερισμού 1^{ης} τάξεως εφαρμογής Ιβ

ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΔΡΟΜΟΣ 250km ΧΩΡΙΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΙΚΗ ΝΗΣΙΔΑ



Διάγραμμα 4.2 : Μέγιστη κάλωση και μέσος χρόνος επέμβασης 5-άδων πυροχέων για εφαρμογή Ιβ

4.3 Εφαρμογή II - Αυτοκινητόδρομος Εγνατίας Οδού

4.3.1 Εισαγωγή

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκαν δύο γενικές εφαρμογές κατά μήκος δύο υποθετικών αυτοκινητοδρόμων με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων κυκλοφορίας με τυχαίους μέσους όρους των ρυθμών γένεσης ατυχημάτων ανά χιλιόμετρο, αλλά με συνολικό μέσο ρυθμό όπως προέκυψε από πραγματικά στοιχεία της Ελληνικής Λέσχης Αυτοκινήτου και Περιηγήσεων (ΕΛΠΑ) κατά μήκος των κυριότερων ελληνικών αυτοκινητοδρόμων.

Στην παρούσα ενότητα το Στοχαστικό Υβριδικό Προτύπο Χωροθέτησης εφαρμόζεται σε πραγματικό αυτοκινητόδρομο με πραγματικά διαθέσιμα στοιχεία. Η Εγνατία Οδός αποτελεί άλλωστε ένα από τα πιο σημαντικά τμήματα του ελληνικού οδικού δικτύου με υψηλές τιμές Ετήσιας Μέσης Ημερήσιας Κυκλοφορίας (ΕΜΗΚ) και ιδιαίτερα γεωμορφολογικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά (70km σήραγγες). Έχει κατασκευαστεί με τις πιο εξελιγμένες διεθνείς απαιτήσεις και θεωρείται δεδομένο ότι πρέπει να διαθέτει συστήματα άμεσης επέμβασης άρτια οργανωμένα με πιστότητα και με αξιοπιστία. Είναι λοιπόν απαραίτητη η όσο το δυνατόν ακριβέστερη επίλυση για βέλτιστη χωροθέτηση των οχημάτων άμεσης επέμβασης είτε πρόκειται για ασθενοφόρα είτε για οχήματα ΕΛΠΑ είτε για περιπολικά. Η εφαρμογή γίνεται στο δυτικό τμήμα της Εγνατίας Οδού από την αρχή της (Ηγουμενίτσα) μέχρι τον Πολύμυλο το οποίο διαθέτει μεγάλα τμήματα με σήραγγες, στις οποίες παρατηρείται ιδιαίτερα αυξημένη επικινδυνότητα. Δημιουργείται μια αξιοσημείωτη ανομοιομορφία στη ζήτηση που καλείται να εξεταστεί και να ευρεθεί η επίδραση της στην προσέγγιση χωροθέτησης του προτύπου.

4.3.2 Δεδομένα

Το υπό εξέταση τμήμα της Εγνατίας Οδού έχει μήκος 243,3 χιλιόμετρα και περιλαμβάνει το δυτικό τμήμα της Οδού από την αρχή της μέχρι τον Πολύμυλο. Χωρίζεται σύμφωνα με τα στοιχεία από την ΕΓΝΑΤΙΑ Α.Ε. σε 19 τμήματα, των οποίων οι χιλιομετρικές θέσεις, τα ονόματα και τα μήκη παρουσιάζονται στον πίνακα 4.4. Για τις ανάγκες εφαρμογής του προτύπου ο αυτοκινητόδρομος διαιρείται σε 2×244 μονοδιάστατους κόμβους με μήκος ο καθένας χίλια μέτρα (1000m). Ορίζεται το κεντροειδές κάθε κόμβου j με $j=1,2,...,488$ στο μέσον του. Η χιλιομετρική θέση κάθε κεντροειδούς υπολογίζεται με την εξής παραδοχή: Θέσεις στο ίδιο μήκος του αυτοκινητοδρόμου σε αντίθετα ρεύματα για λόγους υπολογιστικούς θεωρούνται ότι οι χιλιομετρικές θέσεις τους έχουν άθροισμα *Μήκος Οδού+1km*, δηλαδή τα δύο αντίθετα ρεύματα θεωρούνται το ένα συνέχεια του άλλου.

Πίνακας 4.7: Τμήματα και μήκη Εγνατίας Οδού				
α/α	Αρίθμηση Α/Κ	Όνομα Α/Κ	Χ.Θ.	Απόσταση από επόμενο Α/Κ
		Αρχή Εγνατίας Οδού	0+000	0,8 χλμ
1	1	Ηγουμενίτσας	0+800	8,2 χλμ
2	1Α	Βασιλικού	9+000	13 χλμ
3	2	Νεοχωρίου	22+000	27 χλμ
4	3	Σελλών (Τύρια)	49+000	10 χλμ
5	4	Δωδώνης	59+000	7 χλμ
6	4Α	Πεδινής	66+000	5 χλμ
7	5	Ιωαννίνων	71+000	25,5 χλμ
8	6	Αράχθου - Ζαγορίου	96+500	9,5 χλμ
9	6Α	Περιστερίου	106+000	13,3 χλμ
10	7	Μετσόβου	119+300	15,7 χλμ
11	7Α	Παναγιάς (τοπικός)	135+000	2 χλμ
12	8	Βόλου	137+000	35,5 χλμ
13	8Α	Δυτ.Γρεβενών - Καλαμπάκ.	172+500	5,5 χλμ
14	9	Ανατ. Γρεβενών	178+000	16,5 χλμ
15	9Α	Δυτ. Σιάτιστας	194+500	2,5 χλμ
16	10	Ανατ. Σιάτιστας	197+000	11,5 χλμ
17	11	Καλαμιάς	208+500	12,2 χλμ
18	12	Κοζάνης	220+700	22,5 χλμ
19	13	Πολύμυλου	243+200	25,5 χλμ

Η σταθερά κάλυψης c_{cov} του προτύπου υιοθετείται στο 90% και η σταθερά χρονικής απόστασης a στα τριάντα (30) λεπτά. Αυτό σημαίνει ότι το 90% των ατυχημάτων πρέπει να εξυπηρετείται εντός τριάντα (30) λεπτών. Για λόγους ελαστικότητας του προτύπου στον υπολογισμό της μέγιστης κάλυψης προστίθεται ακόμη μία απαίτηση. Απαιτείται λοιπόν:

*το 85% των περιπτώσεων να ικανοποιείται εντός 24 λεπτών
και το 90% των περιπτώσεων εντός 30 λεπτών.*

Όσον αφορά την ταχύτητα κίνησης των οχημάτων άμεσης επέμβασης, γενικώς οι περιπτώσεις που η γεωμετρία της οδού επηρεάζει την ταχύτητα κίνησης των οχημάτων είναι λίγες. Μπορεί να ληφθεί ως κανόνας ότι σε όλα τα τμήματα τα οχήματα Άμεσης Ανάγκης θα κινούνται με μέση ταχύτητα 100 χλμ/ώρα (Πηγή: Οδηγός Σύνταξης Μελετών Εγνατίας Οδού (ΟΣΜΕΟ)).

Οι προδιαγραφές δεν προβλέπουν την κατασκευή ανοιγμάτων στην κεντρική νησίδα. Ωστόσο σε πολλά τμήματα έχουν κατασκευαστεί ανοίγματα ενώ ο Τομέας Λειτουργίας & Συντήρησης θα δημιουργήσει ειδικές θέσεις εκτροπής για τις ανάγκες συντήρησης και κίνησης των οχημάτων Άμεσης Ανάγκης (Πηγή: Τομέας Λειτουργίας & Συντήρησης της ΕΟΑΕ). Επειδή δεν διατίθενται στοιχεία για τις θέσεις των ανοιγμάτων, στις οποίες θα δίνεται η δυνατότητα επαναστροφής στα οχήματα άμεσης επέμβασης θεωρούνται ανοίγματα ανά 12,5 χιλιόμετρα, δηλαδή 21 ανοίγματα συνολικά.

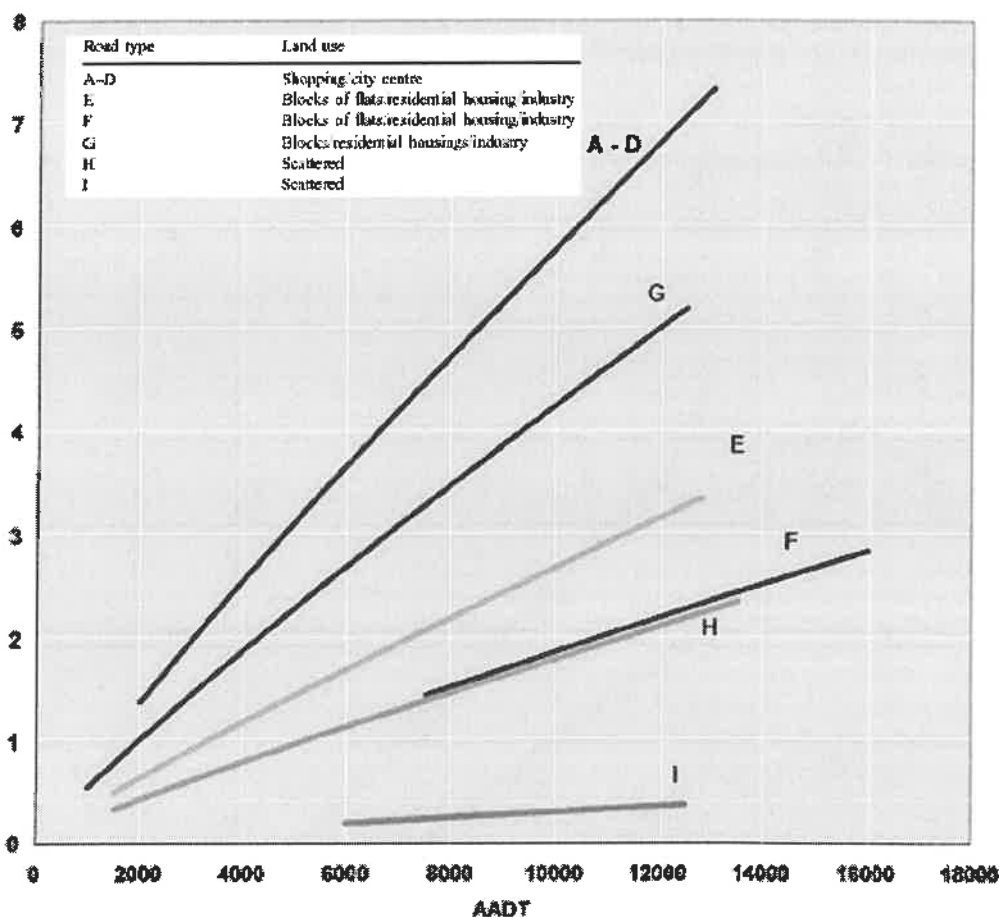
Ο χρόνος που σπαταλάται στον τόπο του ατυχήματος $T_{εξ}$, από τη στιγμή δηλαδή της άφιξης του παροχέα μέχρι τη στιγμή της αναχώρησης του από τον τόπο του ατυχήματος, υποτίθεται ότι ακολουθεί αρνητική εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ^{-1} ίση με 1/6 λεπτά, δηλαδή 10 ατυχήματα ανά ώρα.

Η πολιτική αποστολής που εφαρμόζεται είναι αυτή του κοντινότερου διαθέσιμου παροχέα, δηλαδή σε περίπτωση κλήσης για ατύχημα στον τόπο του ατυχήματος θα επέμβει ο παροχέας εκείνος που απέχει την μικρότερη χρονική απόσταση και δεν θα είναι απασχολημένος βέβαια σε κάποιο άλλο περιστατικό.

4.3.3 Υπολογισμός κλήσεων για επέμβαση από στοιχεία ΕΜΗΚ

Ο αριθμός των ατυχημάτων σε ένα οδικό τμήμα είναι άμεσα συσχετισμένος με τον κυκλοφοριακό φόρτο του συγκεκριμένου οδικού τμήματος, που επηρεάζει την ταχύτητα, τις λοιπές κυκλοφοριακές παραμέτρους αλλά και την πίεση κάτω από την οποία γίνεται η οδήγηση. Ο αριθμός των ατυχημάτων αυξάνεται σημαντικά όσο αυξάνεται η Ετήσια Μέση Ημερήσια Κυκλοφορία (Annual Average Daily Traffic) του οδικού τμήματος. Τα αποτελέσματα σχετικής μελέτης για διάφορους τύπους οδών εντός αστικών περιοχών φαίνονται στο σχήμα 4.6. Παρόμοιες σχέσεις παρατηρούνται και σε οδούς ταχείας κυκλοφορίας δύο ή περισσότερων λωρίδων κυκλοφορίας.

Accident frequency (accidents per km per year)



Σχήμα 4.6: Αριθμός ατυχημάτων ανά χιλιόμετρο ανά έτος για έξι κατηγορίες αστικών οδών συναρτήσει της ΕΜΗΚ (Πηγή :Greibe, 2003)

Στην παρούσα εφαρμογή της Εγνατίας Οδού διατίθενται στοιχεία κυκλοφοριακών φόρτων, αλλά όχι στοιχεία ατυχημάτων. Συνεπώς πρέπει να γίνει χρήση κάποιου προτύπου το οποίο θα συσχετίζει τα δύο αυτά μεγέθη. Αναζητώντας την ελληνική και διεθνή βιβλιογραφία μεταξύ των πολλών προτύπων που βρέθηκαν επιλέχθηκε το πρότυπο που ανταποκρίνεται πιο έντονα στα ελληνικά δεδομένα από μια Διπλωματική Εργασία, που εκπονήθηκε στο Πολυτεχνείο (Μπουρνελάκη Ε., επιβλέπων Γ.Γιαννής, Αθήνα 2002).

Η μαθηματική σχέση που συσχετίζει τα ατυχήματα σε υπεραστικά οδικά τμήματα με κεντρική νησίδα με την Ετήσια Μέση Ημερήσια Κυκλοφορία είναι:

$$Y = 0,453 \cdot 10^{2,445 \cdot 10^{-6} \cdot V} \quad (4.8)$$

όπου:

Y = ο αριθμός οδικών ατυχημάτων ανά χιλιόμετρο οδού εντός 4-ετίας

V = ο κυκλοφοριακός φόρτος ΕΜΗΚ σε οχήματα ανά ημέρα

Επειδή όμως η εφαρμογή γίνεται για οχήματα άμεσης επέμβασης τύπου ΕΛΠΑ πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο αριθμός των συμβάντων (*incidents*). Για τούτο πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας συντελεστής προσαύξησης μεταξύ 4 και 15. Στην εφαρμογή θα χρησιμοποιηθεί συντελεστής 10, που δηλώνει ότι ο λόγος των συμβάντων προς τα ατυχήματα είναι 8. Επίσης θεωρείται ότι ο αριθμός ατυχημάτων στην ώρα αιχμής σύμφωνα με όσα προέκυψαν από στοιχεία της ΕΛΠΑ είναι το 1 προς 400 του ετησίου αριθμού ατυχημάτων. Σύμφωνα με τα παραπάνω η μαθηματική σχέση που συσχετίζει τις κλήσεις για επέμβαση λ στην ώρα αιχμής ανά χιλιόμετρο με την ΕΜΗΚ είναι :

$$\lambda = 0,00283 \cdot 10^{2,445 \cdot 10^{-6} \cdot V} \quad (4.9)$$

όπου:

λ = κλήσεις για επέμβαση στην ώρα αιχμής ανά χιλιόμετρο

V = ο κυκλοφοριακός φόρτος ΕΜΗΚ σε οχήματα ανά ημέρα

Κατά μήκος του εξεταζομένου τμήματος της Εγνατίας Οδού υπάρχουν περισσότερα από σαράντα (40) χιλιόμετρα σήραγγες. Είναι γνωστό ότι σε περιπτώσεις σηράγγων η επικινδυνότητα είναι αυξημένη, της τάξεως των τριών έως τεσσάρων φορών από ένα οδικό τμήμα με τα ίδια χαρακτηριστικά εκτός σήραγγας (Πηγή: Οδηγός Σύνταξης Μελετών Εγνατίας Οδού (ΟΣΜΕΟ)). Στην παρούσα εφαρμογή υιοθετείται συντελεστής προσαύξησης της επικινδυνότητας ίσος με τρία (3), δηλαδή τα αποτελέσματα της σχέσης 4.9 πολλαπλασιάζονται επί τρία (3).

Τα στοιχεία για τον κυκλοφοριακό φόρτο των εξεταζομένων οδικών τμημάτων της Εγνατίας Οδού με πρόβλεψη για το χρονικό ορίζοντα 2005 δίνονται στον πίνακα 4.7. Υιοθετείται η αντιστοιχία ότι κάθε βαρύ όχημα ισοδυναμεί με τρία (3) ΜΕΑ.

<i>Πίνακας 4.7: Κυκλοφοριακοί φόρτοι εξεταζομένου τμήματος Εγνατίας Οδού</i>				
Τμήμα	Χιλιόμετρηση τμήματος (km)	Βαρέα οχήματα	ΙΧ	ΜΕΑ
1	0-9	1749	4066	9313
2	9-22	945	2350	5185
3	22-49	857	1805	4376
4	49-59	857	1805	4376
5	59-66	999	2056	5053
6	66-71	962	1979	4865
7	71-96	1572	1806	6522
8	96-119	1616	1887	6735
9	119-135	390	491	1661
10	135-178	1368	1897	6001
11	178-194	2856	6526	15094
12	194-208	2803	3404	11813
13	208-221	1297	2164	6055
14	221-243	2364	4484	11576

4.3.4. Επίλυση Προτύπου εφαρμογής II

4.3.4.1 Εισαγωγή

Η εφαρμογή II πραγματοποιείται κατά μήκος του Δυτικού τμήματος της Εγνατίας Οδού από την Ηγουμενίτσα έως τον Πολύμυλο με μήκος 243 χιλιόμετρα. Οι ρυθμοί γένεσης μετακινήσεων ακολουθούν κατανομές *Poisson* με μέσες τιμές, όπως αυτές υπολογίζονται από την ενότητα 4.3.3.

Όσον αφορά την πορεία επίλυσης, αυτή διαφοροποιείται μόνο στο ότι οι παροχές δεν μπορούν να τοποθετηθούν σε οποιοσδήποτε θέση του αυτοκινητοδρόμου, αλλά μόνο σε προκαθορισμένες θέσεις όπως αυτές περιγράφονται στην ενότητα 4.3.4.2. Ο υπολογισμός της συντομότερης διαδρομής από τον παροχέα προς το συμβάν γίνεται σύμφωνα με την τεχνική που περιγράφηκε στην ενότητα 4.2.2.2.1 για την περίπτωση αυτοκινητοδρόμου με κεντρική νησίδα, όπου η επαναστροφή επιτρέπεται μόνο από συγκεκριμένα ανοίγματα. Όλη η διαδικασία του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου είναι ταυτόσημη. Όπως περιγράφηκε και στο κεφάλαιο της μεθοδολογικής προσέγγισης η μέθοδος Διαμερισμού (*Districing*) και πολιτικής Διαχείρισης (*Dispatching policy*) καθώς και η κατάστρωση των εξισώσεων ισορροπίας έχουν αναπτυχθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην επηρεάζονται ούτε από τη διάσταση του προβλήματος ούτε και από τον καθορισμό της συντομότερης διαδρομής.

4.3.4.2 Δυνατές θέσεις τοποθέτησης οχημάτων άμεσης επέμβασης

Στην ενότητα 4.2 το Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης εφαρμόστηκε κατά μήκος ενός υποθετικού αυτοκινητοδρόμου όπου τα οχήματα άμεσης επέμβασης είχαν την δυνατότητα να τοποθετούνται σε ολόκληρο το μήκος του αυτοκινητοδρόμου. Στην πραγματικότητα όμως ένας παροχέας δεν μπορεί να τοποθετηθεί οπουδήποτε παρά μόνο σε κάποιες επιτρεπτές θέσεις.

Οι επιτρεπόμενες αυτές θέσεις, που αποτελούν το σύνολο από το οποίο θα επιλεγούν οι βέλτιστες n , για να ελαχιστοποιηθεί ο μέσος χρόνος επέμβασης μπορεί να βρίσκονται σε:

- i. Σταθμοί Διοδίων (ΣΔ)
- ii. Χώροι στάθμευσης (ΧΣΑ)
- iii. Σταθμοί εξυπηρέτησης αυτοκινητιστών (ΣΕΑ)
- iv. Εσοχές κατά μήκος του αυτοκινητόδρομου
- v. Βενζινάδικα

Από τα στοιχεία που διατίθενται οι δυνατές θέσεις τοποθέτησης ενός οχήματος άμεσης επέμβασης είναι τριάντα (30). Σημειώνεται ότι κατά την γενική εφαρμογή οι δυνατές θέσεις ήταν 500, οπότε είναι φανερό ότι το πρότυπο θα δώσει τη βέλτιστη λύση σε πολύ συντομότερο χρονικό διάστημα. Ενδεικτικά δείχνονται οι θέσεις των σταθμών διοδίων (ΣΔ) στον πίνακα 4.7.

Πίνακας 4.7: Θέσεις Σταθμών Διοδίων κατά μήκος της Εγνατίας Οδού					
Σταθμός Διοδίων		Τμήματα ΕΟ			Χιλιόμετρηση
A/A	Προσωρινή ονομασία	Κωδικός Τμήματος	Από A/K	Έως A/K	ΧΘ Τμήματος
ΣΔ 1	Δωδώνης	1.2.2	Νεοχωρίου	Σελλών	12+400
ΣΔ 2	Ιωαννίνων	2.1	Ιωαννίνων	Αράχθου	23+200
ΣΔ 3	Μετσόβου	3.5.1	Μετσόβου	Παναγιάς	3+900
ΣΔ 4	Παναγιάς	4.2.1	Παναγιάς	Γρεβενών	*
ΣΔ 5	Πολυμύλου	5.1	Πολυμύλου	Βέροιας	33+500

4.3.5 Αποτελέσματα εφαρμογής II

Το πρότυπο εξέτασε 350.000 δυνατές 5-άδες παροχέων σε χρόνο 45 λεπτών σε επεξεργαστή Pentium IV στα 2,0 GHz. Από αυτές οι 35000 εισήλθαν στην διαδικασία του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου λόγω της απαίτησης μεγίστης κάλυψης. Ο ελάχιστος μέσος χρόνος επέμβασης υπολογίστηκε στα λεπτά. Οι χιλιομετρικές θέσεις της 5-άδας των παροχέων φαίνονται στον πίνακα 4.8, όπου ταυτόχρονα παρουσιάζονται τα εξής σημαντικά μεγέθη και χαρακτηριστικά του συστήματος των πέντε (5) παροχέων:

- vii. οι συντελεστές απασχόλησης των παροχέων ρ_i
- viii. η πιθανότητα να είναι απασχολημένοι k παροχείς p_k με $k=0,1,\dots,5$
- ix. οι περιοχές πρωταρχικής ευθύνης για κάθε παροχέα D_i
- x. οι διαμερισμοί $2^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ τάξεως

Στο παράρτημα III περιγράφεται το σύνολο των μεγεθών και χαρακτηριστικών του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται αναλυτικά:

- i. οι συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{nj} , που δηλώνουν το ποσοστό της συνολικής ζήτησης που στέλνει τον παροχέα n στην υποπεριοχή j .
- ii. οι χρόνοι επέμβασης των παροχέων t_{nj} , που εκφράζουν τον μέσο χρόνο επέμβασης του παροχέα n στην υποπεριοχή j .
- iii. ο $2^5 \times 2^5$ πίνακας μεταβολής (*transition matrix*), που περιέχει τις 32 εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος.
- iv. οι μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων και οι μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης των περιοχών διαμερισμού $1^{\text{ης}}$, $2^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ τάξεως.
- xi. οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος

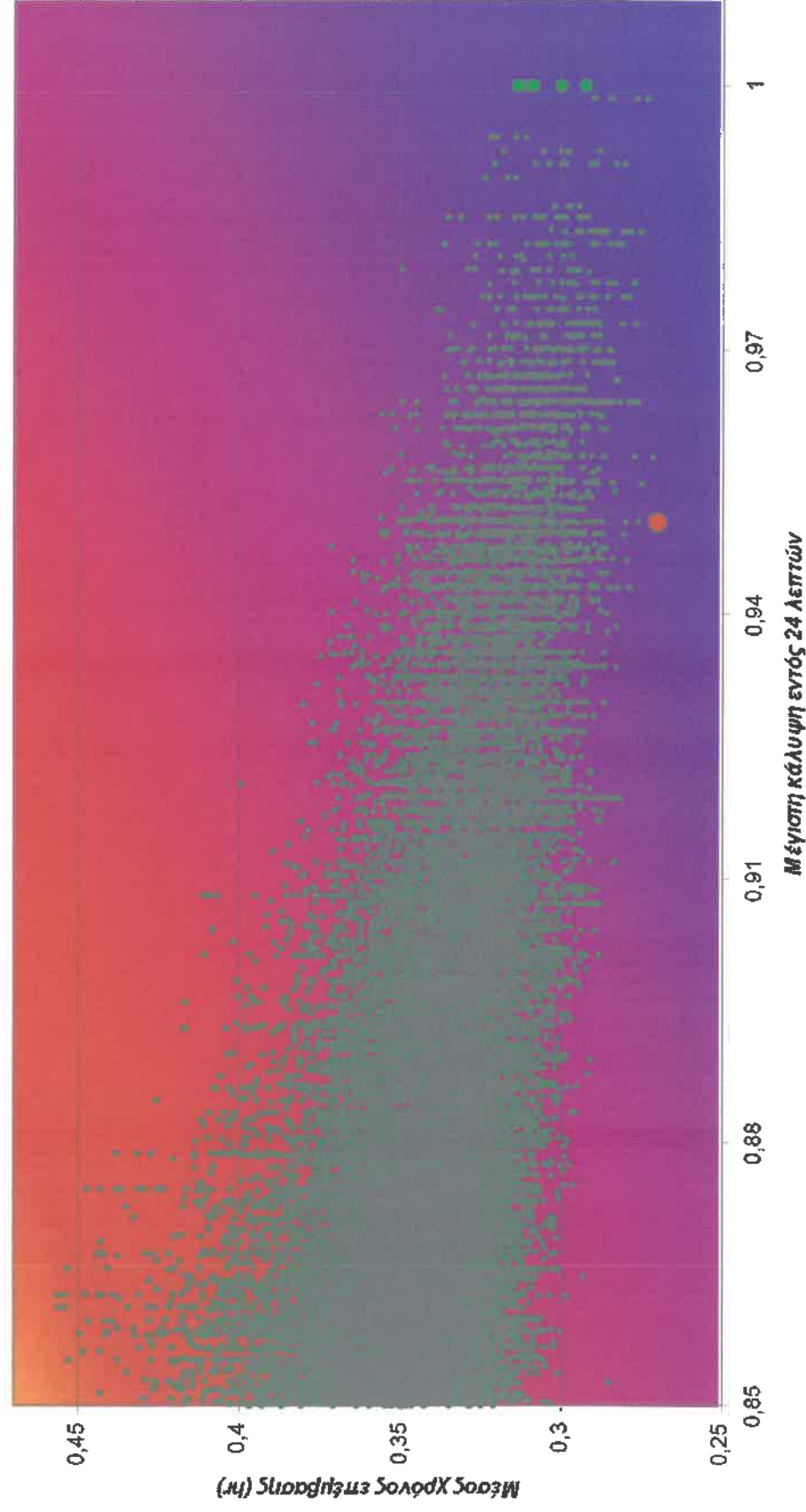
Στο διάγραμμα 4.3 παρουσιάζονται σε γράφημα ο μέσος χρόνος επέμβασης και το ποσοστό μεγίστης κάλυψης εντός τριάντα (25) λεπτών των 35000 5-άδων που εισήλθαν στη διαδικασία του Υπερκυβικού Προτύπου ώστε να μπορούν να εξαχθούν στο επόμενο κεφάλαιο σημαντικά συμπεράσματα για τη σχέση που συνδέει τα δύο αυτά σπουδαία μεγέθη της επιστήμης της Τοποθεσιολογίας (*Location Science*).

Πίνακας 4.8 : Βασικά Αποτελέσματα Εφαρμογής II																	
παροχέας	1	2	3	4	5												
Θέση	ΧΣΑ 3B	ΧΣΑ 10B	ΧΣΑ 5B	ΣΔ 3	ΣΔ 4												
Χ.Θ.	459	288	409	374	162												
Μέσος χρόνος επέμβασης		16,17min		Μέγιστη κάλυψη	95,05%												
ρ_i	0,268	0,202	0,282	0,277	0,200												
D_i (km)	1-75 451-500	188-250 251-325	76-112 401-450	113-150 364-400	151-187 326-363												
D_i' (km)	63-87 426-450	176-200 326-338	1-62	88-112	364-388												
			113-125	151-175	201-325												
			389-400	339-363	364-388												
			451-500	401-425	364-388												
D_i'' (km)	88-100 414-425	151-175 339-362	126-150 363-388	1-87 176-338 426-500	101-125 389-413												
<table><tr><td>p_0</td><td>0,312</td></tr><tr><td>p_1</td><td>0,330</td></tr><tr><td>p_2</td><td>0,200</td></tr><tr><td>p_3</td><td>0,127</td></tr><tr><td>p_4</td><td>0,032</td></tr><tr><td>p_5</td><td>0,000</td></tr></table>						p_0	0,312	p_1	0,330	p_2	0,200	p_3	0,127	p_4	0,032	p_5	0,000
p_0	0,312																
p_1	0,330																
p_2	0,200																
p_3	0,127																
p_4	0,032																
p_5	0,000																

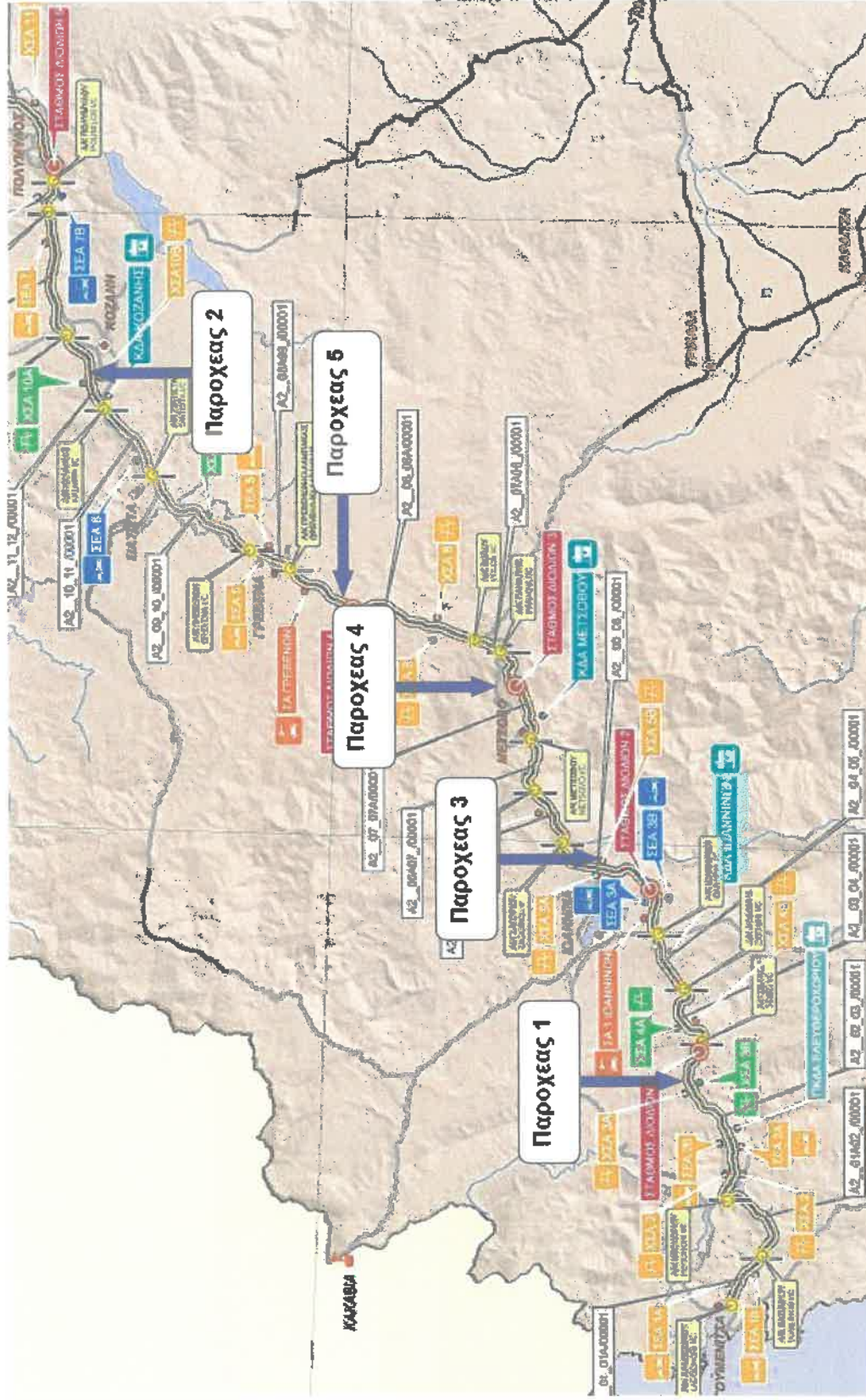
4.3.5 Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκαν δύο ευρείες εφαρμογές του Στοχαστικού Υβριδικού Προτύπου Χωροθέτησης με Ουρές Αναμονής καθώς και τα αποτελέσματά τους. Ελέγχθηκε η ταχύτητα, η εφαρμοσιμότητα και η ακρίβεια του προτύπου μέσα από εφαρμογές με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Τα επαγωγικά συμπεράσματα των εφαρμογών καθώς και τα ευρήματα της παρούσης εργασίας παρουσιάζονται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΔΡΟΜΟΣ ΕΓΝΑΤΙΑΣ (ΗΓΟΥΜΕΝΙΤΣΑ-ΠΟΛΥΜΥΛΟΣ)



Διάγραμμα 4.3 : Μέγιστη κάλυψη και μέσος χρόνος επέμβασης 5-άδων παροχέων για εφαρμογή II



Σχήμα 4.8: Θέσεις παροχών κατά μήκος του Δυτικού τμήματος της Εγνατίας Οδού

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολήθηκε με τη βέλτιστη χωροθέτηση συνεργείων άμεσης επέμβασης. Αναπτύχθηκε μια μαθηματική μέθοδος, σκοπός της οποίας είναι η τοποθέτηση σε ένα δίκτυο όσο το δυνατόν καταλληλότερα και αποτελεσματικότερα ενός αριθμού παροχών ελαχιστοποιώντας το μέσο χρόνο επέμβασης σε περίπτωση ατυχήματος, παρέχοντας ταυτόχρονα μια εγγύηση ότι ο συντελεστής κάλυψης θα είναι μεγαλύτερος από κάποια προκαθορισμένη τιμή. Λαμβάνει υπόψη της την πιθανότητα κάποιος παροχέας να μην είναι διαθέσιμος όταν καλείται να επέμβει και αντιμετωπίζει τους παροχείς ως ενιαία εξαρτώμενα συστήματα χωρικά διεσπαρμένων χωρικών ουρών. Το πρότυπο, επίσης, αποφεύγει την χρήση υποκειμενικών και αμφίβολης ακρίβειας υποθέσεων όπως χρησιμοποιήθηκαν στο παρελθόν και προσεγγίζει το πρόβλημα της χωροθέτησης με πρωτότυπο και ολοκληρωμένο τρόπο.

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε ανασκόπηση της εκτενούς βιβλιογραφίας που έχει αναπτυχθεί σε προβλήματα χωροθέτησης μονάδων παροχής εξυπηρέτησης και άμεσης βοήθειας. Περιγράφηκαν τα πιο σημαντικά και τα πιο ευρέως διαδεδομένα πρότυπα τοποθεσιολογίας, ενώ σχολιάστηκε η ακρίβεια και η εφαρμοσιμότητά τους σε πραγματικές συνθήκες.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύχθηκε μια μεθοδολογική προσέγγιση για την αποδοτική χωροθέτηση παροχών άμεσης επέμβασης σε μια περιοχή μελέτης λαμβάνοντας υπόψη τον στοχαστικό χαρακτήρα τέτοιων συστημάτων και εξετάζοντας ενιαία το πρόβλημα διαμερισμού και χωροθέτησης. Παρουσιάστηκε εκτενώς με όλες τις απαραίτητες μαθηματικές και θεωρητικές αναλύσεις το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model)* για την βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας και της πιστότητας ενός συστήματος N παροχών σε ένα στοχαστικό δίκτυο.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν δύο γενικές εφαρμογές της αναπτυχθείσας προσέγγισης για να ελεγχθεί η συμπεριφορά και να αποτιμηθεί η εφαρμοσιμότητα του προτύπου. Αρχικά το πρότυπο εφαρμόζεται κατά μήκος ενός αυτοκινητοδρόμου τόσο με όσο και χωρίς διαχωριστική νησίδα μεταξύ των δύο αντιθέτων ρευμάτων υποθέτοντας ότι οι μέσοι ρυθμοί γένεσης μετακινήσεων σε κάθε χιλιόμετρο θεωρούνται ίδιοι ώστε να συγκριθεί η συμπεριφορά των παροχών για επέμβαση σε αυτοκινητοδρόμο με ή χωρίς διαχωριστική νησίδα. Στην συνέχεια το πρότυπο εφαρμόζεται κατά μήκος του αυτοκινητοδρόμου της Εγνατίας Οδού διαθέτοντας πραγματικά στοιχεία για τα κυκλοφοριακά και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Το υπόλοιπο του παρόντος κεφαλαίου οργανώνεται όπως ακολουθεί: Η δεύτερη ενότητα τονίζει και ανακεφαλαιώνει τα πιο σημαντικά ευρήματα της παρούσας εργασίας. Η τρίτη ενότητα παρουσιάζει τα επαγωγικά συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση των εφαρμογών και τελικά η τέταρτη ενότητα παρέχει κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

5.2 Ευρήματα της Διπλωματικής Εργασίας

5.2.1 Σχέση μεγίστης κάλυψης και μέσου χρόνου επέμβασης

Τα αποτελέσματα των εφαρμογών επιβεβαιώνουν όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο της μεθοδολογικής προσέγγισης για τη σχέση της μεγίστης κάλυψης και μέσου χρόνου επέμβασης. Παρατηρώντας τα διαγράμματα 4.1 και 4.2 είναι φανερό ότι τα πρότυπα που μεγιστοποιούν την προσδοκώμενη κάλυψη εντός χρονικής απόστασης a δεν ελαχιστοποιούν και το μέσο χρόνο επέμβασης. Τα δύο αυτά μεγέθη έχουν μεν παρόμοια συμπεριφορά για ενδιάμεσες τιμές, αλλά όσο πλησιάζεται το βέλτιστο δεν μπορεί να βρεθεί κάποια συσχέτιση. Παρατηρείται ότι μια μικρή αύξηση στο ποσοστό της μεγίστης κάλυψης μπορεί να προκαλέσει ακόμη και αύξηση στον μέσο χρόνο επέμβασης του συστήματος των παροχών και όχι μείωση όπως θα αναμενόταν.

Γεννιέται λοιπόν το ερώτημα αν αξίζει να βελτιστοποιείται η μέγιστη κάλυψη όταν υπάρχουν τιμές κοντά στο βέλτιστο που δίνουν ταχύτερους χρόνους επέμβασης. Τα αποτελέσματα είναι αρνητικά σχετικά με το παραπάνω ερώτημα. Δηλαδή όλα τα πρότυπα μεγίστης κάλυψης που παρουσιάστηκαν στη βιβλιογραφική ανασκόπηση δεν

δίνουν τιμές κόντα στο βέλτιστο (sub-optimal) για το μέσο χρόνο επέμβασης. Έχει μεν μεγάλη σημασία να παρέχεται μια εγγύηση ότι το 95% των περιπτώσεων θα εξυπηρετούνται εντός 30 λεπτών (πιστότητα), αλλά η εγγύηση αυτή δεν καθορίζει και την αποδοτικότητα του συστήματος, γιατί μπορεί ένα σύστημα με ελαφρώς μικρότερη πιστότητα να διαθέτει αισθητά μεγαλύτερη αποδοτικότητα.

Το Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής επιτυγχάνει να συνδυάσει τα δύο πιο σημαντικά μεγέθη που κρίνουν ένα σύστημα άμεσης επέμβασης. Εγγυάται μια μεγάλη τιμή ποσοστού κάλυψης εντός χρονικού διαστήματος που καθορίζεται από τις απαιτήσεις του συστήματος και ταυτόχρονα μεγιστοποιεί την αποδοτικότητα του συστήματος μέσω του μέσου χρόνου επέμβασης.

5.2.2 Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης συμβάντων

Η υιοθέτηση κοινών μέσων ρυθμών εξυπηρέτησης σε περιπτώσεις μικρού χρόνου παραμονής στον τόπο του συμβάντος αποτελεί λανθασμένη υπόθεση. Αυτό είναι ολοφάνερο από την αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων του παραρτήματος II για όλες τις εφαρμογές του τετάρτου κεφαλαίου. Παρατηρείται συγκεκριμένα για την εφαρμογή Ιβ ότι στην εξυπηρέτηση περιστατικών εντός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης παρατηρείται μια διακύμανση της τάξεως του 25% (μέσοι χρόνοι εξυπηρέτησης από 22 έως 27 λεπτά ανάλογα με τον παροχέα). Στις περιπτώσεις εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης οι διακυμάνσεις αυξάνονται καθώς πλησιάζουν το 65% (μέσοι χρόνοι εξυπηρέτησης από 54 έως 88 λεπτά για διαμερισμό 2^{ης} τάξεως και ακόμη μεγαλύτερες διακυμάνσεις για διαμερισμό 3^{ης} τάξεως). Δηλαδή υπάρχουν περιπτώσεις που ο παροχέας απασχολείται για 22 λεπτά και άλλες για 88 λεπτά, πρόκειται δηλαδή για διακυμάνσεις της τάξεως του 400%. Παρόμοια αποτελέσματα παρατηρούνται και στις υπόλοιπες εφαρμογές.

Σε κάποιες εφαρμογές του Υπερκυβικού Προτύπου (Morabito και Mendonca, 2001) υιοθετείται η χρήση διαφορετικών ρυθμών εξυπηρέτησης για κάθε παροχέα στην επίλυση του προτύπου. Η παραδοχή είναι μεν προτιμότερη από την χρήση ενιαίου ρυθμού εξυπηρέτησης, αλλά συνεχίζει να έχει μεγάλο βαθμό συστηματικού σφάλματος καθώς όπως φαίνεται από τις εφαρμογές I και II του Γενικευμένου Υπερκυβικού

προτύπου ιδιαίτερα αυξημένες είναι οι διακυμάνσεις όχι μεταξύ των παροχών, αλλά κυρίως όταν μεταβάλλεται η τάξη του διαμερισμού.

Επίσης, εντελώς διαφορετικά αποτελέσματα δίνει και η επίλυση του Υπερκυβικού προτύπου. Οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης του συστήματος με κοινούς μέσους χρόνους εξυπηρέτησης δεν έχουν κανένα συσχετισμό με αυτές που υπολογίζει το Γενικευμένο Υπερκυβικό Πρότυπο. Για παράδειγμα στην εφαρμογή Ιβ η πιθανότητα όλοι οι παροχείς να είναι διαθέσιμοι είναι ,με διαφορετικά μ^1 , 27% ενώ με κοινό μ^1 , 8%. Επομένως, πρότυπα όπως το Πρόβλημα Χωροθέτησης Μέγιστης Διαθεσιμότητας (Maximum Availability Location Problem) που παρουσιάστηκαν στην ανασκόπηση της βιβλιογραφίας ενώ είναι ορθά ως προς τη μαθηματική τους διατύπωση και την επίλυσή τους δίνουν αποτελέσματα που η πράξη καταδεικνύει ότι δίνουν υψηλό ποσοστό σφάλματος.

5.2.3 Πρότυπα Χωροθέτησης και χρήση χωρικών ουρών

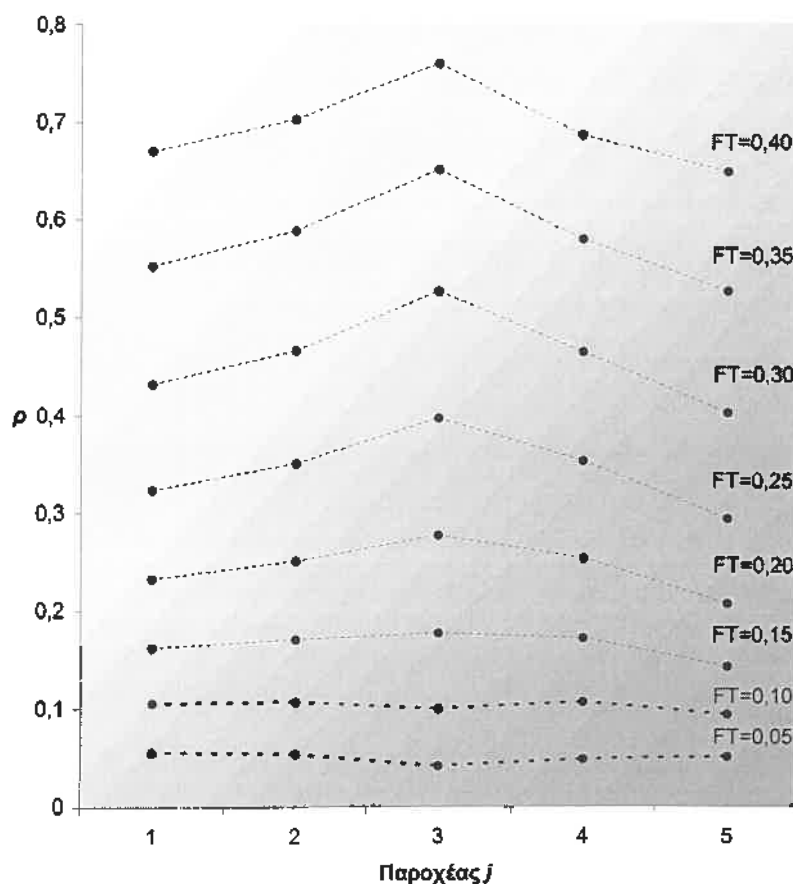
Κατά κανόνα τα πρότυπα χωροθέτησης πρέπει να λαμβάνουν υπόψη την πιθανότητα κάποιος παροχέας να μην είναι διαθέσιμος όταν καλείται να επέμβει και να αντιμετωπίζει τους παροχείς ως ενιαία εξαρτώμενα συστήματα χωρικά διεσπαρμένων χωρικών ουρών ακόμη και σε περιπτώσεις μικρών συντελεστών απασχόλησης του συστήματος. Αυτό είναι απαραίτητο για τους εξής δύο λόγους που προκαλούν αύξηση στο μέσο χρόνο επέμβασης του συστήματος:

i. είναι σχετικά μεγάλο το ποσοστό των συμβάντων που εξυπηρετούνται από παροχείς που βρίσκονται εκτός περιοχής πρωταρχικής ευθύνης ακόμη και για μικρούς συντελεστές απασχόλησης (της τάξεως 0,2 έως 0,3)

ii. τα συμβάντα που εξυπηρετούνται από παροχείς εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (*interdistrict responses*) απαιτούν αρκετά αυξημένους χρόνους επέμβασης, που σε κάποιες από τις εφαρμογές ήταν δύο και τρεις φορές μεγαλύτεροι από τους χρόνους επέμβασης διαμερισμού 1^{ης} τάξεως.

Τίθεται βέβαια το ερώτημα για την διαχωριστική γραμμή που θα οριοθετεί την ανάγκη χρήσης ή όχι προτύπων χωρικών ουρών στα προβλήματα χωροθέτησης. Η αξία αυτού του ερωτήματος είναι ιδιαίτερα σημαντική λαμβάνοντας υπόψη τον αυξημένο χρόνο επίλυσης και την πολυπλοκότητα της μαθηματικής διατύπωσης προτύπων χωρικών

ουρών. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 5.1 της επόμενης σελίδας για πολύ μικρές τιμές του συντελεστή FT , ο οποίος εκφράζει το ποσοστό των συμβάντων που εξυπηρετούνται από παροχές εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης και οι συντελεστές απασχόλησης ρ παίρνουν σχεδόν τις ίδιες τιμές. Ακόμη όμως και αν διατυπωθεί η υπόθεση ότι δεν χρειάζεται χρήση χωρικών ουρών για τιμές του ρ και συνεπώς και του FT μικρότερες του 15%, δεν μπορεί να υιοθετηθεί αξιωματικά σε κάθε περίπτωση καθώς παίζει πολύ σημαντικό ρόλο άλλος ένας παράγοντας.



Διάγραμμα 5.1 : Συντελεστές απασχόλησης παροχών σε σχέση με το ποσοστό συμβάντων FT εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης

Ο παράγοντας αυτός είναι το μέγεθος της περιοχής, που καθορίζει τους χρόνους εξυπηρέτησης των συμβάντων. Για παράδειγμα στην εφαρμογή I το μήκος των 250km του αυτοκινητοδρόμου είχε ως αποτέλεσμα οι χρόνοι εξυπηρέτησης των συμβάντων εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (μεταξύ 54 και 88 λεπτών) να είναι πολύ μεγαλύτεροι από τους χρόνους εξυπηρέτησης εντός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης (μεταξύ 22 και 27 λεπτών) και να αυξάνουν αισθητά τον μέσο χρόνο επέμβασης του

συστήματος με $FT=0,23$. Αν όμως το πρότυπο εφαρμοζόταν σε ένα δισδιάστατο δίκτυο $10 \times 10 \text{ km}^2$ με μεγαλύτερη ζήτηση για εξυπηρέτηση θα μπορούσε για μεγαλύτερες τιμές του FT , ο μέσος χρόνος επέμβασης να μην επηρεαζόταν από τα συμβάντα εκτός περιοχών πρωταρχικής ευθύνης.

Σημαντικής σημασίας είναι η υπόθεση αν το σύστημα των παροχών λειτουργεί σε ακόρεστες ή κορεσμένες συνθήκες, αν δηλαδή θεωρηθεί ότι πάντα υπάρχει ένας διαθέσιμος παροχέας όταν συμβεί κλήση για επέμβαση ή όχι. Σε περίπτωση κορεσμένων συνθηκών όπως περιγράφηκε στην ενότητα 3.3.3 τότε ο μέσος χρόνος επέμβασης πρέπει να προσαυξηθεί κατά ένα παράγοντα, που θα εκφράζει το χρόνο αναμονής στην ουρά για περιπτώσεις όπου όλοι οι παροχείς είναι απασχολημένοι. Στην ανάπτυξη της μεθοδολογίας υιοθετήθηκαν ακόρεστες συνθήκες για λόγους που αναπτύχθηκαν στην ίδια ενότητα. Κορεσμένες συνθήκες θα υπάρξουν αν συμβούν περισσότερα από N ατυχήματα, όπου N ο αριθμός των παροχών, σε χρόνο ίσο με το μέσο χρόνο απασχόλησης ενός παροχέα του συστήματος. Μαθηματικά, η πιθανότητα το σύστημα να λειτουργεί σε κορεσμένες συνθήκες υπολογίζεται με χρήση της αθροιστικής κατανομής Poisson. Η πιθανότητα να συμβούν περισσότερα από πέντε ατυχήματα σε χρόνο μ^{-1} δίνεται από τη σχέση:

$$P(> 5 \text{ ατυχήματα}) = 1 - \sum_{i=1}^5 \frac{e^{-\lambda/\mu} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i}{i!} \quad (5.1)$$

Κάνοντας ανάλυση των αποτελεσμάτων (back up analysis) δεν ήταν απαραίτητη η χρήση κορεσμένων συνθηκών καθώς στο 99,5% των περιπτώσεων της εφαρμογής Ιβ και στο 98% των εφαρμογών Ια και ΙΙ το σύστημα λειτουργούσε σε ακόρεστες συνθήκες.

5.3 Επαγωγικά Συμπεράσματα

5.3.1 Σύγκριση αυτοκινητοδρόμου με και χωρίς ανοίγματα

Η εφαρμογές Ια και Ιβ αντίστοιχα έγιναν κατά μήκος του ίδιου αυτοκινητοδρόμου ως προς τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τα χαρακτηριστικά ζήτησης και προσφοράς για εξυπηρέτηση. Η μόνη διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι στην

εφαρμογή Ια υπήρχε κεντρική διαχωριστική νησίδα, η οποία εμπόδιζε την δυνατότητα επαναστροφής, εκτός δέκα (10) ανοιγμάτων στο μήκος ρων 250 χιλιομέτρων, ενώ στην εφαρμογή Ιβ ο αυτοκινητόδρομος δεν διέθετε κεντρική νησίδα και η επαναστροφή επιτρεπόταν σε οποιοδήποτε σημείο του.

Όπως αναμενόταν ο μέσος χρόνος επέμβασης στην εφαρμογή Ιβ ήταν πολύ μικρότερος, δηλαδή η παρουσία κεντρικής νησίδας μειώνει την αποδοτικότητα του συστήματος των N παροχέων. Αυτό που προκαλεί εντύπωση είναι ότι ο μέσος χρόνος επέμβασης είναι σχεδόν διπλάσιος στην εφαρμογή Ια (27,5 λεπτά και 16,0 λεπτά αντίστοιχα). Αναλύοντας περισσότερο τα αποτελέσματα ο μέσος συντελεστής απασχόλησης ρ των παροχέων του συστήματος για την ίδια ζήτηση για εξυπηρέτηση είναι στην περίπτωση χωρίς κεντρική νησίδα 0.30 ενώ στην περίπτωση με κεντρική νησίδα φτάνει το 0.43, δηλαδή αύξηση της τάξεως του 45%.

Αυτή η μείωση της αποδοτικότητας του συστήματος από την ύπαρξη της κεντρικής νησίδας, οφείλεται αποκλειστικά στην αύξηση των χρόνων προσέγγισης στον τόπο του συμβάντος και επιστροφής στην βάση. Όπως περιγράφηκε στην ενότητα 4.2.2.2.1, η συντομότερη διαδρομή μεταξύ δύο σημείων του αυτοκινητοδρόμου σε πολλές περιπτώσεις απαιτεί μία έως δύο επαναστροφές και κίνηση αντίθετη προς το σημείο του συμβάντος, με αποτέλεσμα να αυξάνονται οι μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης του συστήματος, και όταν μειώνεται η προσφορά για την ίδια ζήτηση είναι λογικό το σύστημα να λειτουργεί σε χειρότερες συνθήκες.

Σημαντικό βέβαια ρόλο στην αποτελεσματικότητα του συστήματος παίζει η συχνότητα των ανοιγμάτων. Στην εφαρμογή Ια χρησιμοποιήθηκαν ανοίγματα ανά 25 χιλιόμετρα, ενώ στην εφαρμογή στην Εγνατία Οδό ανά 12,5 χιλιόμετρα. Το αποτέλεσμα ήταν να μειωθεί αισθητά ο μέσος χρόνος επέμβασης. Διπλασιάζοντας τον αριθμό των ανοιγμάτων στην εφαρμογή Ια και υπολογίζοντας μια τιμή σχετικά κοντά στο βέλτιστο (sub-optimal) ο μέσος χρόνος επέμβασης μειώθηκε στα 22 λεπτά από τα 27,5 λεπτά. Είναι, λοιπόν εμφανές ότι η αύξηση της συχνότητας των ανοιγμάτων αυξάνει την αποτελεσματικότητα του συστήματος με κάτω όριο ως προς το μέσο χρόνο επέμβασης αυτόν της περίπτωσης απουσίας κεντρικής νησίδας.

Αξίζει να σημειωθεί ότι και οι θέσεις των ανοιγμάτων παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην αποδοτικότητα του συστήματος. Το *Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής* μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κάποιες μετατροπές για να επιλέξει τις βέλτιστες θέσεις των ανοιγμάτων ελαχιστοποιώντας το μέσο χρόνο

επέμβασης ενός αυτοκινητοδρόμου με δεδομένες τις θέσεις των παροχέων. Χρησιμοποιώντας, λοιπόν μια επαναληπτική διαδικασία εναλλάξ βελτιστοποίησης των θέσεων των παροχέων και των ανοιγμάτων μπορεί να ορισθούν οι θέσεις των ανοιγμάτων για χρήση από τα οχήματα άμεσης επέμβασης ενός υπό κατασκευή αυτοκινητοδρόμου.

5.3.2 Μεταβιβασιμότητα του προτύπου

Το Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής, που αναπτύχθηκε στην παρούσα διπλωματική αποτελεί ένα χρήσιμο και ακριβές εργαλείο για την χωροθέτηση παροχέων άμεσης επέμβασης σε ένα ευρύ πλαίσιο προβλημάτων. Όπως αποδεικνύεται και από την ανάπτυξη των εφαρμογών το πρότυπο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πληθώρα μονοδιάστατων δικτύων. Λειτουργεί και δίνει μεγάλης ακρίβειας αποτελέσματα σε αυτοκινητοδρόμους:

- i. με οποιαδήποτε ταχύτητα μελέτης, σταθερή ή μεταβλητή κατά το μήκος του
- ii. για οποιαδήποτε ζήτηση για εξυπηρέτηση ανομοιόμορφη ή μεταβλητή
- iii. με κεντρική διαχωριστική νησίδα ή χωρίς
- iv. με οποιονδήποτε αριθμό ανοιγμάτων για επαναστροφή
- v. σε οποιεσδήποτε θέσεις και αν επιτρέπεται η τοποθέτηση ενός παροχέα
- vi. με οποιουσδήποτε ρυθμούς εξυπηρέτησης των συμβάντων

Ο τρόπος ανάπτυξης της μεθοδολογικής προσέγγισης και η μαθηματική διατύπωση της δίνει την ευχέρεια στο πρότυπο να λειτουργεί με την ίδια ευκολία και ταχύτητα και σε δισδιάστατα προβλήματα χωροθέτησης. Η ικανότητα αυτή έγκειται στο γεγονός ότι όλες οι διαδικασίες του Γενικευμένου Υπερκυβικού Προτύπου (είναι και οι πιο αυστηρές δύσκολες από μαθηματικής απόψεως στο Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης) δεν εκτελούνται με περιορισμούς ως προς τη διάσταση του προβλήματος, καθώς χρησιμοποιούν μόνο τους κόμβους του δικτύου αδιαφορώντας για τη διάστασή του. Η διάσταση λαμβάνεται υπόψη μόνο στον υπολογισμό των αποστάσεων μεταξύ παροχέων και κόμβων πριν την εισαγωγή στο Γενικευμένο Υπερκυβικό Πρότυπο (βλέπε διάγραμμα ροής 3.1).

Το πρότυπο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα άμεσης επέμβασης είτε σε αυτοκινητοδρόμους είτε σε δισδιάστατα δίκτυα για να:

- i. υπολογίσει τις βέλτιστες θέσεις των παροχέων

- ii. διαχειριστεί το σύστημα των παροχών σε πραγματικές συνθήκες και χρόνο
- iii. διαμερίσει το δίκτυο σε περιοχές ευθύνης (*Districting*)
- iv. καθορίσει πολιτική αποστολής των παροχών (*Dispatching policy*)
- v. ελέγξει την απόδοση ενός υπάρχοντος συστήματος

5.4 Κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα

Συνοπτικά, το Στοχαστικό Υβριδικό Πρότυπο Χωροθέτησης με ουρές αναμονής (Stochastic Hybrid Queuing Location Model) επιτυγχάνει να χωροθετήσει N παροχές άμεσης επέμβασης σε ένα δίκτυο (μονοδιάστατο ή δισδιάστατο) ελαχιστοποιώντας τον μέσο χρόνο επέμβασης του συστήματος και παρέχοντας μια εγγύηση ότι το ποσοστό κάλυψης του δικτύου εντός δεδομένης χρονικής απόστασης θα είναι μεγαλύτερο από κάποιο όριο. Λαμβάνει υπόψη την πιθανότητα κάποιος παροχέας να μην είναι διαθέσιμος όταν καλείται να επέμβει και αντιμετωπίζει τους παροχείς ως ενιαία εξαρτώμενα συστήματα χωρικά διεσπαρμένων χωρικών ουρών. Επίσης χρησιμοποιεί διαφορετικούς μέσους ρυθμούς εξυπηρέτησης υποπεριοχών με διαφορετικά λειτουργικά χαρακτηριστικά.

Η ανάπτυξη νέων προτύπων χωροθέτησης και η βελτίωση των υπάρχοντων συμπληρώνεται με την εξέλιξη στην τεχνολογία των υπολογιστών, στην ανάλυση προτύπων και αλγορίθμων, καθώς και στην εκτέλεση και επίλυση μαθηματικών προγραμμάτων με χρήση προηγμένου λογισμικού. Η πρόοδος στον ακέραιο, στον δυναμικό και στον στοχαστικό προγραμματισμό, καθώς και σε τεχνικές σχεδιασμού σεναρίων έχει αυξήσει την ικανότητα για ανάλυση, προτυποποίηση (modeling) και επίλυση σημαντικών προβλημάτων χωροθέτησης.

Η περαιτέρω έρευνα πρέπει να προσανατολιστεί σε τεχνολογίες έξυπνων συστημάτων (sophisticated system technologies) και νέες πολύπλοκες μαθηματικές αναλύσεις αλλά και στην δημιουργία γρήγορων και ακριβών ευρεστικών αλγορίθμων. Πιο συγκεκριμένα, προσδοκούνται πρότυπα χωρικών ουρών που να μπορούν να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις μεγάλων δικτύων με μεγάλο αριθμό παροχών. Η σημασία τέτοιων προτύπων είναι βαρύνουσα, ιδιαίτερα αν ληφθεί υπόψη η αυξημένη ζήτηση και η συσσώρευση των ανθρώπων στα μεγάλα αστικά κέντρα. Ο σχεδιασμός ενός αποδοτικού και πιστού συστήματος επείγουσας ιατρικής ανάγκης σε ένα αστικό κέντρο

με τον πληθυσμό και τα κυκλοφοριακά προβλήματα της Αθήνας είναι αφενός απαραίτητος, αφετέρου ιδιαίτερα πολύπλοκος και δαπανηρός.

Η έντονη μεταβλητότητα της ζήτησης οδηγούν στην όλο και αυξημένη απαίτηση χρήσης δυναμικών στοχαστικών προτύπων. Τα πρότυπα αυτά θα λειτουργούν σε πραγματικό χρόνο και θα αναδιατάσσουν τους παροχείς ανάλογα με την ζήτηση για εξυπηρέτηση και τη διαθεσιμότητα. Ιδιαίτερα στα μεγάλα δίκτυα η χρήση δυναμικών προτύπων θα βελτιώνει κατά πολύ την αποδοτικότητα των συστημάτων, καθώς θα λειτουργούσε χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα και θα συντονιζόταν με τις απαιτήσεις κάθε χρονικής στιγμής.

Επιπροσθέτως, η αβεβαιότητα και η αστάθεια πολλών παραμέτρων των προβλημάτων χωροθέτησης δημιουργούν την ανάγκη εξέλιξης των προτύπων σχεδιασμού σεναρίων που άρχισαν να παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία τα τελευταία χρόνια. Προβλέποντας ένα αριθμό πιθανών μελλοντικών καταστάσεων του συστήματος μπορούν να αναζητηθούν λύσεις οι οποίες θα λειτουργούν καλά σε όλα τα πιθανά σενάρια και θα δίνουν στο σύστημα μια ευαισθησία και προσαρμοσιμότητα. Η δημιουργία τέτοιων προτύπων που θα λαμβάνουν υπόψην και την περίπτωση μη διαθεσιμότητας κάποιων παροχέων αποτελεί ένα πεδίο που πρέπει να στραφεί η μελλοντική έρευνα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
1	0,056	0,053	0,0037	41	0,042	0,041	0,0028
2	0,013	0,012	0,0009	42	0,039	0,038	0,0026
3	0,004	0,003	0,0002	43	0,010	0,010	0,0007
4	0,031	0,030	0,0021	44	0,007	0,007	0,0005
5	0,050	0,048	0,0033	45	0,047	0,045	0,0031
6	0,044	0,042	0,0029	46	0,019	0,019	0,0013
7	0,011	0,011	0,0008	47	0,025	0,025	0,0017
8	0,039	0,037	0,0026	48	0,008	0,008	0,0006
9	0,029	0,028	0,0020	49	0,043	0,041	0,0029
10	0,033	0,032	0,0022	50	0,031	0,030	0,0021
11	0,012	0,011	0,0008	51	0,036	0,034	0,0024
12	0,010	0,010	0,0007	52	0,041	0,039	0,0027
13	0,036	0,035	0,0024	53	0,057	0,054	0,0038
14	0,025	0,024	0,0017	54	0,009	0,009	0,0006
15	0,016	0,016	0,0011	55	0,009	0,009	0,0006
16	0,023	0,023	0,0016	56	0,032	0,031	0,0021
17	0,017	0,017	0,0011	57	0,007	0,007	0,0005
18	0,052	0,049	0,0034	58	0,033	0,032	0,0022
19	0,028	0,027	0,0019	59	0,017	0,017	0,0012
20	0,008	0,008	0,0006	60	0,045	0,043	0,0030
21	0,044	0,042	0,0029	61	0,055	0,052	0,0036
22	0,025	0,024	0,0017	62	0,005	0,005	0,0004
23	0,019	0,019	0,0013	63	0,026	0,025	0,0018
24	0,012	0,012	0,0009	64	0,023	0,022	0,0016
25	0,042	0,041	0,0028	65	0,053	0,050	0,0035
26	0,022	0,021	0,0015	66	0,035	0,034	0,0023
27	0,035	0,034	0,0024	67	0,024	0,023	0,0016
28	0,049	0,047	0,0032	68	0,006	0,006	0,0004
29	0,057	0,054	0,0038	69	0,055	0,052	0,0036
30	0,038	0,037	0,0025	70	0,001	0,001	0,0001
31	0,020	0,020	0,0014	71	0,050	0,048	0,0033
32	0,035	0,033	0,0023	72	0,004	0,004	0,0002
33	0,038	0,037	0,0026	73	0,027	0,027	0,0018
34	0,059	0,055	0,0038	74	0,046	0,044	0,0030
35	0,059	0,055	0,0038	75	0,010	0,010	0,0007
36	0,035	0,034	0,0024	76	0,047	0,045	0,0031
37	0,011	0,011	0,0008	77	0,029	0,028	0,0020
38	0,017	0,017	0,0012	78	0,052	0,050	0,0035
39	0,023	0,023	0,0016	79	0,033	0,032	0,0022
40	0,031	0,030	0,0021	80	0,004	0,004	0,0003

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
81	0,002	0,002	0,0001	121	0,011	0,011	0,0008
82	0,044	0,042	0,0029	122	0,032	0,031	0,0022
83	0,054	0,051	0,0036	123	0,009	0,009	0,0006
84	0,008	0,008	0,0006	124	0,053	0,050	0,0035
85	0,015	0,014	0,0010	125	0,050	0,048	0,0033
86	0,047	0,045	0,0031	126	0,000	0,000	0,0000
87	0,030	0,029	0,0020	127	0,047	0,045	0,0031
88	0,015	0,015	0,0010	128	0,050	0,047	0,0033
89	0,046	0,044	0,0030	129	0,055	0,052	0,0036
90	0,048	0,045	0,0032	130	0,016	0,016	0,0011
91	0,024	0,023	0,0016	131	0,032	0,031	0,0022
92	0,002	0,002	0,0001	132	0,048	0,045	0,0031
93	0,032	0,031	0,0022	133	0,036	0,035	0,0024
94	0,054	0,051	0,0035	134	0,008	0,008	0,0005
95	0,056	0,053	0,0037	135	0,034	0,033	0,0023
96	0,014	0,013	0,0009	136	0,037	0,036	0,0025
97	0,044	0,042	0,0029	137	0,013	0,013	0,0009
98	0,004	0,004	0,0003	138	0,002	0,002	0,0001
99	0,001	0,001	0,0000	139	0,009	0,009	0,0006
100	0,035	0,034	0,0023	140	0,028	0,027	0,0019
101	0,024	0,023	0,0016	141	0,046	0,044	0,0030
102	0,024	0,023	0,0016	142	0,025	0,024	0,0017
103	0,015	0,014	0,0010	143	0,012	0,012	0,0008
104	0,033	0,032	0,0022	144	0,016	0,016	0,0011
105	0,032	0,031	0,0021	145	0,016	0,016	0,0011
106	0,018	0,017	0,0012	146	0,034	0,033	0,0023
107	0,033	0,032	0,0022	147	0,014	0,013	0,0009
108	0,018	0,018	0,0012	148	0,032	0,031	0,0022
109	0,056	0,053	0,0037	149	0,013	0,013	0,0009
110	0,035	0,033	0,0023	150	0,001	0,001	0,0001
111	0,013	0,013	0,0009	151	0,043	0,042	0,0029
112	0,005	0,005	0,0004	152	0,035	0,034	0,0023
113	0,002	0,002	0,0002	153	0,037	0,036	0,0025
114	0,037	0,035	0,0025	154	0,019	0,019	0,0013
115	0,043	0,041	0,0029	155	0,051	0,048	0,0034
116	0,038	0,037	0,0025	156	0,040	0,038	0,0027
117	0,042	0,040	0,0028	157	0,007	0,007	0,0005
118	0,016	0,016	0,0011	158	0,017	0,017	0,0012
119	0,024	0,023	0,0016	159	0,042	0,040	0,0028
120	0,051	0,048	0,0034	160	0,027	0,026	0,0018

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
161	0,013	0,013	0,0009	201	0,044	0,042	0,0029
162	0,045	0,043	0,0030	202	0,008	0,008	0,0006
163	0,017	0,016	0,0011	203	0,033	0,032	0,0022
164	0,032	0,031	0,0022	204	0,023	0,023	0,0016
165	0,032	0,031	0,0022	205	0,015	0,014	0,0010
166	0,046	0,044	0,0031	206	0,039	0,037	0,0026
167	0,059	0,055	0,0038	207	0,046	0,044	0,0030
168	0,039	0,038	0,0026	208	0,052	0,049	0,0034
169	0,009	0,009	0,0006	209	0,003	0,003	0,0002
170	0,003	0,003	0,0002	210	0,009	0,009	0,0006
171	0,010	0,010	0,0007	211	0,036	0,035	0,0024
172	0,047	0,045	0,0031	212	0,054	0,052	0,0036
173	0,052	0,049	0,0034	213	0,047	0,045	0,0031
174	0,016	0,016	0,0011	214	0,050	0,047	0,0033
175	0,001	0,001	0,0001	215	0,039	0,037	0,0026
176	0,053	0,050	0,0035	216	0,031	0,030	0,0021
177	0,026	0,026	0,0018	217	0,019	0,019	0,0013
178	0,017	0,016	0,0011	218	0,050	0,048	0,0033
179	0,055	0,052	0,0036	219	0,050	0,048	0,0033
180	0,028	0,027	0,0019	220	0,056	0,053	0,0037
181	0,030	0,029	0,0020	221	0,026	0,026	0,0018
182	0,029	0,028	0,0020	222	0,038	0,037	0,0026
183	0,039	0,038	0,0026	223	0,033	0,031	0,0022
184	0,036	0,034	0,0024	224	0,008	0,008	0,0006
185	0,033	0,032	0,0022	225	0,030	0,030	0,0021
186	0,028	0,027	0,0019	226	0,031	0,030	0,0021
187	0,021	0,021	0,0014	227	0,029	0,028	0,0019
188	0,038	0,036	0,0025	228	0,046	0,044	0,0031
189	0,058	0,055	0,0038	229	0,001	0,001	0,0000
190	0,024	0,023	0,0016	230	0,040	0,038	0,0027
191	0,003	0,003	0,0002	231	0,027	0,027	0,0018
192	0,004	0,004	0,0003	232	0,023	0,022	0,0015
193	0,002	0,002	0,0002	233	0,025	0,025	0,0017
194	0,010	0,010	0,0007	234	0,034	0,033	0,0023
195	0,033	0,032	0,0022	235	0,051	0,049	0,0034
196	0,032	0,031	0,0022	236	0,004	0,004	0,0003
197	0,003	0,003	0,0002	237	0,025	0,024	0,0017
198	0,001	0,001	0,0000	238	0,027	0,026	0,0018
199	0,010	0,010	0,0007	239	0,040	0,039	0,0027
200	0,022	0,021	0,0015	240	0,038	0,037	0,0026

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
241	0,049	0,047	0,0032	281	0,024	0,023	0,0016
242	0,034	0,033	0,0023	282	0,033	0,032	0,0022
243	0,040	0,039	0,0027	283	0,026	0,025	0,0017
244	0,055	0,052	0,0036	284	0,037	0,036	0,0025
245	0,054	0,051	0,0036	285	0,030	0,029	0,0020
246	0,005	0,005	0,0004	286	0,011	0,011	0,0007
247	0,046	0,044	0,0031	287	0,017	0,016	0,0011
248	0,040	0,039	0,0027	288	0,009	0,009	0,0006
249	0,001	0,001	0,0001	289	0,001	0,001	0,0001
250	0,026	0,026	0,0018	290	0,031	0,030	0,0021
251	0,022	0,021	0,0015	291	0,036	0,035	0,0024
252	0,007	0,007	0,0005	292	0,052	0,050	0,0034
253	0,005	0,005	0,0003	293	0,004	0,004	0,0003
254	0,051	0,048	0,0033	294	0,018	0,017	0,0012
255	0,058	0,055	0,0038	295	0,058	0,055	0,0038
256	0,028	0,028	0,0019	296	0,036	0,035	0,0024
257	0,056	0,053	0,0037	297	0,018	0,018	0,0012
258	0,005	0,005	0,0004	298	0,041	0,040	0,0028
259	0,040	0,038	0,0027	299	0,041	0,039	0,0027
260	0,056	0,053	0,0037	300	0,030	0,029	0,0020
261	0,036	0,035	0,0024	301	0,056	0,053	0,0037
262	0,011	0,011	0,0007	302	0,002	0,002	0,0001
263	0,057	0,054	0,0038	303	0,053	0,050	0,0035
264	0,023	0,022	0,0015	304	0,056	0,053	0,0037
265	0,033	0,032	0,0022	305	0,058	0,055	0,0038
266	0,044	0,042	0,0029	306	0,051	0,048	0,0034
267	0,040	0,039	0,0027	307	0,010	0,010	0,0007
268	0,041	0,040	0,0028	308	0,054	0,051	0,0035
269	0,044	0,042	0,0029	309	0,048	0,046	0,0032
270	0,028	0,027	0,0019	310	0,057	0,054	0,0037
271	0,032	0,031	0,0021	311	0,013	0,013	0,0009
272	0,013	0,013	0,0009	312	0,035	0,034	0,0023
273	0,046	0,044	0,0030	313	0,059	0,055	0,0038
274	0,039	0,038	0,0026	314	0,008	0,008	0,0006
275	0,058	0,055	0,0038	315	0,021	0,020	0,0014
276	0,012	0,012	0,0009	316	0,001	0,001	0,0000
277	0,032	0,031	0,0022	317	0,001	0,001	0,0001
278	0,054	0,051	0,0036	318	0,003	0,003	0,0002
279	0,055	0,052	0,0036	319	0,037	0,036	0,0025
280	0,017	0,017	0,0012	320	0,045	0,043	0,0030

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
321	0,011	0,011	0,0007	361	0,047	0,045	0,0031
322	0,037	0,036	0,0025	362	0,007	0,007	0,0005
323	0,001	0,001	0,0001	363	0,004	0,004	0,0003
324	0,007	0,007	0,0005	364	0,006	0,006	0,0004
325	0,001	0,001	0,0000	365	0,021	0,020	0,0014
326	0,044	0,042	0,0029	366	0,036	0,035	0,0024
327	0,020	0,019	0,0013	367	0,007	0,007	0,0005
328	0,053	0,050	0,0035	368	0,050	0,047	0,0033
329	0,034	0,033	0,0023	369	0,013	0,013	0,0009
330	0,037	0,035	0,0025	370	0,027	0,026	0,0018
331	0,004	0,004	0,0003	371	0,047	0,045	0,0031
332	0,021	0,021	0,0014	372	0,018	0,017	0,0012
333	0,021	0,021	0,0014	373	0,021	0,021	0,0015
334	0,050	0,047	0,0033	374	0,022	0,022	0,0015
335	0,008	0,008	0,0005	375	0,005	0,005	0,0003
336	0,008	0,008	0,0005	376	0,047	0,045	0,0031
337	0,055	0,052	0,0036	377	0,014	0,014	0,0009
338	0,056	0,053	0,0037	378	0,030	0,029	0,0020
339	0,027	0,027	0,0019	379	0,039	0,037	0,0026
340	0,032	0,031	0,0022	380	0,025	0,025	0,0017
341	0,037	0,036	0,0025	381	0,051	0,048	0,0034
342	0,046	0,044	0,0031	382	0,053	0,050	0,0035
343	0,052	0,050	0,0035	383	0,012	0,012	0,0008
344	0,026	0,025	0,0017	384	0,035	0,034	0,0023
345	0,049	0,046	0,0032	385	0,022	0,021	0,0015
346	0,050	0,048	0,0033	386	0,048	0,045	0,0032
347	0,027	0,026	0,0018	387	0,026	0,025	0,0017
348	0,040	0,038	0,0027	388	0,002	0,002	0,0001
349	0,031	0,030	0,0021	389	0,012	0,012	0,0008
350	0,034	0,032	0,0023	390	0,059	0,055	0,0038
351	0,047	0,045	0,0031	391	0,055	0,052	0,0036
352	0,027	0,027	0,0018	392	0,043	0,041	0,0028
353	0,024	0,023	0,0016	393	0,022	0,021	0,0015
354	0,041	0,039	0,0027	394	0,045	0,043	0,0030
355	0,043	0,041	0,0029	395	0,057	0,054	0,0038
356	0,030	0,029	0,0020	396	0,017	0,016	0,0011
357	0,007	0,007	0,0005	397	0,054	0,051	0,0036
358	0,015	0,015	0,0010	398	0,018	0,018	0,0013
359	0,027	0,026	0,0018	399	0,024	0,024	0,0017
360	0,036	0,034	0,0024	400	0,052	0,049	0,0034

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i	ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
401	0,057	0,054	0,0037	441	0,011	0,011	0,0007
402	0,051	0,048	0,0033	442	0,037	0,036	0,0025
403	0,025	0,025	0,0017	443	0,028	0,028	0,0019
404	0,037	0,036	0,0025	444	0,022	0,021	0,0015
405	0,008	0,008	0,0006	445	0,031	0,030	0,0021
406	0,021	0,020	0,0014	446	0,040	0,039	0,0027
407	0,037	0,035	0,0025	447	0,050	0,047	0,0033
408	0,025	0,025	0,0017	448	0,019	0,018	0,0013
409	0,012	0,012	0,0008	449	0,053	0,051	0,0035
410	0,050	0,048	0,0033	450	0,003	0,003	0,0002
411	0,007	0,007	0,0005	451	0,000	0,000	0,0000
412	0,017	0,016	0,0011	452	0,048	0,045	0,0032
413	0,054	0,051	0,0036	453	0,004	0,004	0,0003
414	0,044	0,042	0,0029	454	0,036	0,035	0,0024
415	0,006	0,006	0,0004	455	0,043	0,041	0,0028
416	0,052	0,050	0,0034	456	0,038	0,036	0,0025
417	0,045	0,043	0,0030	457	0,052	0,049	0,0034
418	0,052	0,050	0,0034	458	0,037	0,036	0,0025
419	0,038	0,037	0,0025	459	0,014	0,014	0,0009
420	0,008	0,008	0,0006	460	0,012	0,012	0,0008
421	0,036	0,034	0,0024	461	0,046	0,044	0,0031
422	0,042	0,040	0,0028	462	0,055	0,052	0,0036
423	0,042	0,041	0,0028	463	0,045	0,043	0,0030
424	0,030	0,029	0,0020	464	0,057	0,054	0,0038
425	0,051	0,048	0,0034	465	0,057	0,053	0,0037
426	0,032	0,031	0,0022	466	0,015	0,014	0,0010
427	0,019	0,018	0,0013	467	0,037	0,035	0,0025
428	0,026	0,025	0,0018	468	0,015	0,015	0,0010
429	0,009	0,009	0,0006	469	0,006	0,006	0,0004
430	0,050	0,048	0,0033	470	0,014	0,014	0,0010
431	0,040	0,039	0,0027	471	0,052	0,049	0,0034
432	0,033	0,032	0,0022	472	0,018	0,018	0,0013
433	0,044	0,042	0,0029	473	0,052	0,049	0,0034
434	0,028	0,027	0,0019	474	0,027	0,026	0,0018
435	0,030	0,029	0,0020	475	0,008	0,008	0,0006
436	0,022	0,021	0,0015	476	0,023	0,022	0,0015
437	0,051	0,048	0,0033	477	0,012	0,012	0,0008
438	0,008	0,008	0,0006	478	0,021	0,021	0,0015
439	0,004	0,004	0,0003	479	0,027	0,026	0,0018
440	0,057	0,054	0,0038	480	0,021	0,020	0,0014

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι : ΕΦΑΡΜΟΓΗ Ι

μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων – συτελεστές ρυθμού ατυχημάτων

ΤΜΗΜΑ	λ_i	P_i	f_i
481	0,002	0,002	0,0002
482	0,010	0,010	0,0007
483	0,043	0,041	0,0029
484	0,051	0,048	0,0034
485	0,035	0,034	0,0024
486	0,042	0,041	0,0028
487	0,001	0,001	0,0001
488	0,053	0,050	0,0035
489	0,043	0,041	0,0029
490	0,045	0,043	0,0030
491	0,005	0,005	0,0004
492	0,045	0,043	0,0030
493	0,033	0,032	0,0022
494	0,003	0,003	0,0002
495	0,027	0,027	0,0019
496	0,021	0,020	0,0014
497	0,051	0,048	0,0034
498	0,013	0,013	0,0009
499	0,003	0,003	0,0002
500	0,018	0,017	0,0012

***ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ VISUAL BASIC IN EXCEL ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ
ΤΥΧΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΑΙΤΗΣΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΚΑΛΥΨΗΣ***

```
Public k, l, m, n, o As Integer
Public k1, l1, m1, n1, o1 As Integer
Public k2, l2, m2, n2, o2 As Integer
Public sel As Single

Private Sub CommandButton1_Click()

Randomize

cadd = 1

For I = 1 To 1000000

'calculate k

Randomize

k1 = Int((76) * Rnd() + 0)
k2 = Int((76) * Rnd() + 425)

Randomize

sel = Rnd()

If (sel < 0.5) Then k = k1 Else k = k2

'calculate l

Randomize

l1 = Int((76) * Rnd() + 43.75)
l2 = Int((76) * Rnd() + 381.25)

Randomize

sel = Rnd()

If (sel < 0.5) Then l = l1 Else l = l2

'calculate m

Randomize

m1 = Int((76) * Rnd() + 87.5)
m2 = Int((76) * Rnd() + 337.5)

Randomize

sel = Rnd()

If (sel < 0.5) Then m = m1 Else m = m2

'calculate n
```

Randomize

n1 = Int((76) * Rnd() + 131.25)

n2 = Int((76) * Rnd() + 294.75)

Randomize

sel = Rnd()

If (sel < 0.5) Then n = n1 Else n = n2

'calculate o

Randomize

o1 = Int((76) * Rnd() + 175)

o2 = Int((76) * Rnd() + 251)

Randomize

sel = Rnd()

If (sel < 0.5) Then o = o1 Else o = o2

If ((Abs(k - l) < 25) Or (Abs(l - m) < 25) Or (Abs(m - n) < 25) Or (Abs(n - o) < 25)) Then GoTo exitsub

Worksheets("mc").EnableCalculation = False

Worksheets("MC").Range("J10").Value = I

Worksheets("MC").Range("K10").Value = k

Worksheets("MC").Range("L10").Value = l

Worksheets("MC").Range("M10").Value = m

Worksheets("MC").Range("N10").Value = n

Worksheets("MC").Range("O10").Value = o

Worksheets("mc").EnableCalculation = True

check = Worksheets("MC").Range("N13").Value

cvalue = Worksheets("MC").Range("M13").Value

If (cvalue > check) Then

 Worksheets("RES").Range("A" + CStr(cadd)).Value = k

 Worksheets("RES").Range("B" + CStr(cadd)).Value = l

 Worksheets("RES").Range("C" + CStr(cadd)).Value = m

 Worksheets("RES").Range("D" + CStr(cadd)).Value = n

 Worksheets("RES").Range("E" + CStr(cadd)).Value = o

 Worksheets("RES").Range("J" + CStr(cadd)).Value = cvalue

 cadd = cadd + 1

End If

exitsub:

Next I

End Sub

Private Sub UserForm_Click()

End Sub

***ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ VISUAL BASIC IN EXCEL ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ
ΤΥΧΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΑΙΤΗΣΗΣ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΚΑΛΥΨΗΣ ΓΙΑ
ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΕΓΝΑΤΙΑΣ ΟΔΟΥ***

```
Private Sub CommandButton1_Click()

Randomize

cad = 1

For I = 1 To 10000

iflag = Int(35 * Rnd()) + 1

k1 = Worksheets("mc").Cells(iflag, 32).Value

kk2:

iflag = Int(35 * Rnd()) + 1

k2 = Worksheets("mc").Cells(iflag, 32).Value

If k2 = k1 Then GoTo kk2

kk3:

iflag = Int(35 * Rnd()) + 1

k3 = Worksheets("mc").Cells(iflag, 32).Value

If (k3 = k1 Or k3 = k2) Then GoTo kk3

kk4:

iflag = Int(35 * Rnd()) + 1

k4 = Worksheets("mc").Cells(iflag, 32).Value

If (k4 = k1 Or k4 = k2 Or k4 = k3) Then GoTo kk4

kk5:

iflag = Int(35 * Rnd()) + 1

k5 = Worksheets("mc").Cells(iflag, 32).Value

If (k5 = k1 Or k5 = k2 Or k5 = k3 Or k5 = k4) Then GoTo kk5

Worksheets("mc").EnableCalculation = False

Worksheets("MC").Range("J10").Value = I
Worksheets("mc").Range("K10").Value = k1
Worksheets("mc").Range("L10").Value = k2
Worksheets("mc").Range("M10").Value = k3
Worksheets("mc").Range("N10").Value = k4
Worksheets("mc").Range("O10").Value = k5

Worksheets("mc").EnableCalculation = True
```

```
If (Worksheets("mc").Range("M13").Value > Worksheets("mc").Range("N13").Value) Then
```

```
    Worksheets("res").Cells(cad, 1).Value = k1  
    Worksheets("res").Cells(cad, 2).Value = k2  
    Worksheets("res").Cells(cad, 3).Value = k3  
    Worksheets("res").Cells(cad, 4).Value = k4  
    Worksheets("res").Cells(cad, 5).Value = k5  
    cad = cad + 1  
End If
```

```
exitsub:
```

```
Next I
```

```
End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Click()
```

```
End Sub
```

***ΚΩΔΙΚΑΣ ΣΕ VISUAL BASIC IN EXCEL ΓΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗ
ΣΤΟ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟ ΥΠΕΡΚΥΒΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ***

```
Private Sub CommandButton1_Click()
```

```
For i = 1 To 65000
```

```
If (Worksheets("data").Cells(i, 1).Value = "") Then GoTo exitsub
```

```
Worksheets("mc").EnableCalculation = False
```

```
Worksheets("hq").EnableCalculation = False
```

```
Worksheets("mc").Range("K10").Value = Worksheets("data").Cells(i, 1).Value
```

```
Worksheets("mc").Range("L10").Value = Worksheets("data").Cells(i, 2).Value
```

```
Worksheets("mc").Range("M10").Value = Worksheets("data").Cells(i, 3).Value
```

```
Worksheets("mc").Range("N10").Value = Worksheets("data").Cells(i, 4).Value
```

```
Worksheets("mc").Range("O10").Value = Worksheets("data").Cells(i, 5).Value
```

```
Worksheets("mc").EnableCalculation = True
```

```
Worksheets("hq").EnableCalculation = True
```

```
Worksheets("data").Cells(i, 7).Value = Worksheets("mc").Range("L13").Value
```

```
Worksheets("data").Cells(i, 9).Value = Worksheets("Hq").Range("Az53").Value
```

```
Next i
```

```
exitsub:
```

```
End Sub
```

Χιλιομετρικές θέσεις βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής Ια

425	50	124	326	225
-----	----	-----	-----	-----

Συντελεστές απασχόλησης βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής Ια

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
0,4734	0,3981	0,5455	0,4187	0,3280

Πιθανότητες σταθερής κατάστασης βέλτιστης 5-άδας εφαρμογής Ια

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ
00000	0,124637	01010	0,011227	01110	0,013085
00001	0,044264	10010	0,034658	10110	0,008848
00010	0,047946	01100	0,016433	11010	0,032787
00100	0,057162	10100	0,024405	11100	0,030713
01000	0,042406	11000	0,061613	01111	0,020548
10000	0,035508	00111	0,011562	10111	0,00966
00011	0,034435	01011	0,010873	11011	0,027335
00101	0,046546	10011	0,060277	11101	0,017847
01001	0,016193	01101	0,019473	11110	0,060238
10001	0,010401	10101	0,009336	11111	0,013085
00110	0,027144	11001	0,019693		

Χιλιομετρικές Θέσεις Ανοιγμάτων κατά μήκος αυτοκινητοδρόμου

ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ	ΧΙΛΙΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ
I	0
II	25
III	50
IV	75
V	100
VI	125
VII	150
VIII	200
IX	225
X	250

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

0,3939	0,2861	0,1078	0	0
0,5982	0,5982	0	0	0
0,2321	0	0,4815	0,1145	0
0	0	0,2824	0,5128	0,2304
0	0	0	0,5402	0,5402

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

	0,1078	0,2861	0	0
0		0,5982	0	0
0,3809	0,1006		0	0
0	0	0,3917		0,1211
0	0	0,5402	0	

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο λ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό γένεσης ατυχημάτων για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε σειράς με $i \neq j$ ισούται με το στοιχείο της διαγωνίου της; ίδιας σειράς. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

1,6090	0,9756	0,9412	0	0
0,6496	1,1305	0	0	0
0,7339	0	1,3783	0,6107	0
0	0	0,7339	1,4275	0,7476
0	0	0	0,6022	1,4123

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

	0,6107	0,597015	0	0
0		0,358524	0	0
0,5321	0,6015		0	0
0	0	0,5322		0,4420
0	0	0,34066	0	

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο μ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

Συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εφαρμογής Ια

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,10045	0	0	0	0
D_{22}	0	0,174389	0	0	0
D_{33}	0	0	0,10598	0	0
D_{44}	0	0	0	0,144392	0
D_{55}	0	0	0	0	0,175825
D'_{12}	0	0,032403	0	0	0
D'_{13}	0	0	0,007659	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0,045939	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0
D'_{31}	0,024601	0	0	0	0
D'_{32}	0	0	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,014528	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,018491	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,02547
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,035989	0
D''_{12}	0	0,008019	0	0	0
D''_{13}	0	0	0,00922	0	0
D''_{14}	0	0	0	0	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	0,019278	0	0
D''_{24}	0	0	0	0	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0,014348	0	0	0	0
D''_{32}	0	0,007553	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0	0
D''_{35}	0	0	0	0	0
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,013266	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	0,008529
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0	0	0	0
D''_{53}	0	0	0,013671	0	0
D''_{54}	0	0	0	0	0

Σημ: Ο συντελεστής αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εκφράζει το ποσοστό των αποστολών που στέλνουν τον παροχέα j στην περιοχή i .

Χρόνοι επέμβασης t_{ij} εφαρμογής Ια

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,26075	0	0	0	0
D_{22}	0	0,392286	0	0	0
D_{33}	0	0	0,31275	0	0
D_{44}	0	0	0	0,30025	0
D_{55}	0	0	0	0	0,304022
D'_{12}	0	0,4625	0	0	0
D'_{13}	0	0	0,48125	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0,719605	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0
D'_{31}	0,63125	0	0	0	0
D'_{32}	0	0	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,76875	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,63125	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,61875
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,78026	0
D''_{12}	0	0,76875	0	0	0
D''_{13}	0	0	0,7875	0	0
D''_{14}	0	0	0	0	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	1,344605	0	0
D''_{24}	0	0	0	0	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0,889583	0	0	0	0
D''_{32}	0	0,78125	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0	0
D''_{35}	0	0	0	0	0
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,889583	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	1,08125
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0	0	0	0
D''_{53}	0	0	1,41776	0	0
D''_{54}	0	0	0	0	0

Σημ: Ο χρόνος επέμβασης t_{ij} εκφράζουν το μέσο χρόνο που απαιτείται για τον παροχέα j να επέμβει στην περιοχή i .

Πίνακας μεταβολών (transition matrix) βέλτιστης 5-άδας παραχένων εφαρμογής Ια

	00000 00001 00010 00100 01000 00011 00101 01001 10001 00010 00110 01010 10010 00111 01011 10011 01101 11011 11101 11110 11111																																	
state "0"	00000	-2,53	1,61	1,13	1,38	1,43	1,41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
state "1"	00001	0,394	-4,14	0	0	0	0	1,075	1,270	1,428	1,412	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	00010	0,598	0	-3,66	0	0	0	0,851	0	0	1,378	1,428	1,412	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	00100	0,481	0	0	-3,77	0	0	0	1,116	0	1,13	0	1,147	2,015	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	01000	0,513	0	0	-3,95	0	0	0	1,609	0	0	1,13	0	1,041	0	1,116	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	10000	0,54	0	0	0	-3,94	0	0	0	1,609	0	0	1,13	0	1,378	0,838	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
state "2"	00011	0	0,884	0,982	0	0	0	-4,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0,564	1,428	1,412	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
	00101	0	0,589	0	0,626	0	0	0	-4,65	0	0	0	0	0	0	0	0,937	0	1,147	1,412	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
	01001	0	0,513	0	0	0,394	0	0	0	-6,47	0	0	0	0	0	0	0	0,993	0	0,751	0	0,924	0	0	0	0	0	0	0					
	10001	0	0,54	0	0	0	0,394	0	0	0	-6,48	0	0	0	0	0	0	0	0,993	0	0,56	0,838	0	0	0	0	0	0	0					
	00110	0	0	0,481	0,598	0	0	0	0	0	0	-5,28	0	0	0	0	0	0,73	0	0	0	1,147	1,412	0	0	0	0	0	0					
	01010	0	0	0,513	0	0,598	0	0	0	0	0	-6,20	0	0	0	0	0	0	0,851	0	0	0	0,559	0	0,924	0	0	0	0					
	10010	0	0	0,54	0	0	0,598	0	0	0	0	0	-6,21	0	0	0	0	0	0	0,851	0	0	0	0,45	0,838	0	0	0	0					
	01100	0	0	0	0,627	0,764	0	0	0	0	0	0	0	-4,79	0	0	0	0	0	0,789	0	0	1,003	0	0	0,924	0	0	0					
	10100	0	0	0	0,54	0	0,481	0	0	0	0	0	0	0	-6,27	0	0	0	0	0	0,789	0	0	1,003	0	0,809	0	0	0	0				
	11000	0	0	0	0	0,771	1,053	0	0	0	0	0	0	0	0	-4,64	0	0	0	0	0	1,609	0	0	1,13	0,555	0	0	0	0				
state "3"	00111	0	0	0	0	0	0	1,474	1,093	0	0	1,605	0	0	0	0	-3,40	0	0	0	0	0	0	0	1,147	1,412	0	0	0	0				
	01011	0	0	0	0	0	0	0,513	0	0,982	0	0	0,992	0	0	0	0	-6,31	0	0	0	0	0	0	0	0,575	0	0,924	0	0	0			
	10011	0	0	0	0	0	0	0,54	0	0	0,992	0	0	0,982	0	0	0	0	-6,32	0	0	0	0	0	0	0	0,48	1,95	0	0	0			
	01101	0	0	0	0	0	0	0	0,627	1,549	0	0	0	0	1,007	0	0	0	0	-2,38	0	0	0	0	0	0	0,937	0	0	0,924	0	0		
	10101	0	0	0	0	0	0	0	0,54	0	1,415	0	0	0	1,007	0	0	0	0	0	-5,02	0	0	0	0	0	0	0,937	0	0,809	0	0		
	11001	0	0	0	0	0	0	0	0	0,892	1,053	0	0	0	0	0,394	0	0	0	0	0	-6,45	0	0	0	0	0	0	0	0,993	0,573	0	0	
	01110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,627	1,754	0	0,699	0	0	0	0	0	0	-5,21	0	0	0	0	0,73	0	0	0	0,924	0	0	
	10110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,54	0	1,62	0	0,699	0	0	0	0	0	0	-5,64	0	0	0	0,73	0	0	0,809	0	0		
	11010	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,892	1,053	0	0,598	0	0	0	0	0	0	0	-6,18	0	0	0	0	0,851	0	0,486	0	0	
	11100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,692	1,167	1,696	0	0	0	0	0	0	-3,99	0	0	0	0	0	0,789	1,003	0	0	
state "4"	01111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,627	2,148	0	1,093	0	0	1,605	0	0	-5,92	0	0	0	0	0,345	0	0	
	10111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,54	0	2,014	0	1,093	0	0	1,605	0	0	-6,09	0	0	0	0,458	0	0	
	11011	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,892	1,053	0	0	0,992	0	0	0,992	0	0	0	-7,25	0	0	0,501	0	0
	11101	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,892	1,167	2,09	0	0	0	1,007	0	0	0	-6,62	0	0,409	0	0
	11110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,892	1,167	2,294	0,699	0	0	0	-5,75	0,441	0	0	
state "5"	11111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,527	2,527	2,527	2,527	-2,154	-2,154	-2,154	-2,154	-2,154	

Χιλιομετρικές θέσεις βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής Ιβ

471	83	369	172	219
-----	----	-----	-----	-----

Συντελεστές απασχόλησης βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής Ιβ

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
0,2905	0,3146	0,3552	0,3178	0,2622

Πιθανότητες σταθερής κατάστασης βέλτιστης 5-άδας εφαρμογής Ιβ

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ
00000	0,276026	01010	0,011732	01110	0,020356
00001	0,058257	10010	0,010259	10110	0,010432
00010	0,059408	01100	0,030779	11010	0,007264
00100	0,058536	10100	0,012547	11100	0,029634
01000	0,057407	11000	0,028973	01111	0,017221
10000	0,053826	00111	0,032842	10111	0,010003
00011	0,031747	01011	0,008637	11011	0,006775
00101	0,016456	10011	0,007441	11101	0,010092
01001	0,010814	01101	0,019285	11110	0,01404
10001	0,009715	10101	0,006464	11111	0,038294
00110	0,028232	11001	0,006506		

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

0,5357	0,5308	0	0	0
0,2760	0,5202	0,2332	0	0
0	0,1813	0,4293	0,24794	0
0	0	0,2548	0,5203	0,2571
0	0	0	0,5209	0,5209

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

	0	0,5358	0	0
0,1781		0,2761	0,0661	0
0	0,2492		0,1681	0,0120
0	0	0,2796		0,2407
0	0	0,5209	0	

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο λ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό γένεσης ατυχημάτων για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε σειράς με $i \neq j$ ισούται με το στοιχείο της διαγωνίου της ίδιας σειράς. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

2,2032	0,6808	0	0	0
0,9302	2,3873	0,9523	0	0
0	1,02564	2,6506	1,1111	0
0	0	1,1111	2,6506	1,0667
0	0	0	0,7239	2,2273

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

2,2033	0	0,3729	0	0
0,6154	2,3874	0,5970	0,5594	0
0	0,6667	2,6506	0,6838	0,5594
0	0	0,69565	2,6506	0,6722
0	0	0,41994	0	2,2273

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο μ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

Συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εφαρμογής Ιβ

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,166308	0	0	0	0
D_{22}	0	0,156009	0	0	0
D_{33}	0	0	0,121114	0	0
D_{44}	0	0	0	0,155294	0
D_{55}	0	0	0	0	0,168147
D'_{12}	0	0,031955	0	0	0
D'_{13}	0	0	0	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0,019536	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0,014616	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0
D'_{31}	0	0	0	0	0
D'_{32}	0	0,014584	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,01904	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,015398	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,019823
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,027507	0
D''_{12}	0	0	0	0	0
D''_{13}	0	0	0,012799	0	0
D''_{14}	0	0	0	0	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0,005693	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	0,006595	0	0
D''_{24}	0	0	0	0,002358	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0	0	0	0	0
D''_{32}	0	0,009792	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0,005995	0
D''_{35}	0	0	0	0	0,000459
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,006463	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	0,00923
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0	0	0	0
D''_{53}	0	0	0,011286	0	0
D''_{54}	0	0	0	0	0

Σημ: Ο συντελεστής αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εκφράζει το ποσοστό των αποστολών που στέλνουν τον παροχέα j στην περιοχή i .

Χρόνοι επέμβασης t_{ij} εφαρμογής Ιβ

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,176936	0	0	0	0
D_{22}	0	0,159436	0	0	0
D_{33}	0	0	0,138636	0	0
D_{44}	0	0	0	0,138636	0
D_{55}	0	0	0	0	0,174484
D'_{12}	0	0,684403	0	0	0
D'_{13}	0	0	0	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0,4875	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0,475	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0
D'_{31}	0	0	0	0	0
D'_{32}	0	0,4375	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,4	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,4	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,41875
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,640654	0
D''_{12}	0	0	0	0	0
D''_{13}	0	0	1,290653	0	0
D''_{14}	0	0	0	0	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0,7625	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	0,7875	0	0
D''_{24}	0	0	0	0	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0	0	0	0	0
D''_{32}	0	0,7	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0,68125	0
D''_{35}	0	0	0	0	0,84375
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,66875	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	0,69375
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0	0	0	0
D''_{53}	0	0	1,140654	0	0
D''_{54}	0	0	0	0	0

Σημ: Ο χρόνος επέμβασης t_{ij} εκφράζουν το μέσο χρόνο που απαιτείται για τον παροχέα j να επέμβει στην περιοχή i .

Πίνακας μεταβολών (transition matrix) βέλτιστης 5-άδας παροχών εφαρμογής Ιβ

state "0"	00000	00001	00010	00100	01000	10000	00011	00101	01001	10001	00110	01010	10010	01000	00111	01011	10011	01101	10101	01110	11010	11101	11110	11111		
state "1"	-2,53	2,203	2,387	2,651	2,651	2,227	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,536	-4,72	0	0	0	0	1,054	2,651	2,651	2,227	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,52	0	-4,9	0	0	0	1,504	0	0	1,629	2,651	2,227	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,429	0	0	-5,18	0	0	0	2,203	0	0	1,777	0	0	1,832	3,327	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,52	0	0	0	-5,17	0	0	0	2,203	0	0	2,387	0	1,748	0	1,638	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,521	0	0	0	0	-4,75	0	0	0	2,203	0	0	2,387	0	2,651	1,137	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	1,051	0,812	0	0	0	-5,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0,429	0	0,536	0	0	0	-7,80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0,52	0	0	0,536	0	0	0	-8,42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0,521	0	0	0	0	0,536	0	0	0	-8,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
state "2"	0	0	0,652	0,702	0	0	0	0	0	-5,93	0	0	0	0	0	0	1,194	0	0	0	1,279	2,088	0	0	0	
	0	0	0,52	0	0,52	0	0	0	0	0	-8,52	0	0	0	0	0	0	1,194	0	0	0,982	0	1,223	0	0	
	0	0	0,521	0	0	0,52	0	0	0	0	0	-8,17	0	0	0	0	0	0	1,194	0	0	0,892	1,209	0	0	
	0	0	0	0,768	0,684	0	0	0	0	0	0	0	-6,10	0	0	0	0	0	0	2,203	0	1,237	0	1,206		
	0	0	0	0,521	0	0,429	0	0	0	0	0	0	0	-8,92	0	0	0	0	0	2,203	0	1,237	0	1,052		
	0	0	0	0	0,778	1,041	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,32	0	0	0	0	0	2,203	0	2,387	0,73		
	0	0	0	0	0	0	1,474	1,482	0	0	0,99	0	0	0	0	0	-4,33	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0,596	0	1,051	0	0	0,99	0	0	0	0	0	-7,14	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0,521	0	0	1,051	0	0	0,99	0	0	0	0	0	-7,58	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0,936	1,499	0	0	0	0	0,536	0	0	0	0	0	-3,98	0	0	0	0		
state "3"	0	0	0	0	0	0	0	0,533	0	1,486	0	0	0	0,536	0	0	0	0	0	-7,75	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	1,019	1,041	0	0	0	0	0,536	0	0	0	0	0	-7,63	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,002	1,473	0	0,951	0	0	0	0	0	0	-5,52	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,533	0	1,459	0	0,951	0	0	0	0	0	0	-6,53	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,019	1,107	0	0	0,52	0	0	0	0	0	0	-7,8	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,031	1,457	1,485	0	0	0	0	0	0	-4,48	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,002	2,009	0	1,482	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,533	0	1,995	0	1,482	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,019	1,107	0	0	1,051	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,031	1,457	2,02	0	0	0	0
state "4"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
state "5"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Χιλιομετρικές θέσεις βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής ΙΙ

459	288	409	374	162
-----	-----	-----	-----	-----

Συντελεστές απασχόλησης βέλτιστης 5-άδας παροχέων εφαρμογής ΙΙ

ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
0,2679	0,2020	0,2820	0,2771	0,1998

Πιθανότητες σταθερής κατάστασης βέλτιστης 5-άδας εφαρμογής ΙΙ

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ
00000	0,312925	01010	0,014177	01110	0,009613
00001	0,079083	10010	0,027627	10110	0,006168
00010	0,065843	01100	0,03231	11010	0,013074
00100	0,073814	10100	0,00911	11100	0,015142
01000	0,062467	11000	0,021795	01111	0,006804
10000	0,048667	00111	0,006886	10111	0,00326
00011	0,013755	01011	0,007058	11011	0,003703
00101	0,037376	10011	0,006942	11101	0,011713
01001	0,020751	01101	0,044723	11110	0,006693
10001	0,010754	10101	0,008043	11111	0,00122
00110	0,01262	11001	0,009322		

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

0,4567	0	0,4193	0	0
0	0,4078	0	0	0,3696
0,1350	0	0,3888	0,2538	0
0	0	0,1238	0,3646	0,2409
0	0,0900	0	0,2187	0,3088

**Μέσοι ρυθμοί γένεσης ατυχημάτων
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

	0	0	0,4566	0
0		0	0,4078	0
0,1009	0		0,1350	0,1528
0	0	0,240869		0,1237
0	0,218744	0	0,0900	

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο λ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό γένεσης ατυχημάτων για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε σειράς με $i \neq j$ ισούται με το στοιχείο της διαγώνιου της ίδιας σειράς. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 1^{ης} και 2^{ης} τάξεως**

1,5070	0	0,6470	0	0
0	1,6065	0	0	0,7062
0,9655	0	1,8315	1,0752	0
0	0	1,1563	2,1367	1,1111
0	0,9758	0	1,0638	2,2455

**Μέσοι ρυθμοί εξυπηρέτησης
περιοχών Διαμερισμού 3^{ης} τάξεως**

	0	0	0,4600	0
0		0	0,4681	0
0,7327	0		0,7224	0,6558
0	0	0,8065		0,7842
0	0,7143	0	0,7603	

Σημ: Η κύρια διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις περιοχές Διαμερισμού 1^{ης} τάξεως ενώ το στοιχείο μ_{ij} με $i \neq j$, εκφράζει το μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης για την περιοχή που επεμβαίνει ο παροχέας j και ανήκει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i . Τιμή 0 σημαίνει ότι ο παροχέας j δεν επεμβαίνει στην περιοχή πρωταρχικής ευθύνης του παροχέα i σε καμία περίπτωση. Οι μονάδες των τιμών είναι ατυχήματα/ώρα.

Συντελεστές αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εφαρμογής ΙΙ

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,183823	0	0	0	0
D_{22}	0	0,178965	0	0	0
D_{33}	0	0	0,153482	0	0
D_{44}	0	0	0	0,144945	0
D_{55}	0	0	0	0	0,135874
D'_{12}	0	0	0	0	0
D'_{13}	0	0	0,0349	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0,027795
D'_{31}	0,012284	0	0	0	0
D'_{32}	0	0	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,021947	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,010369	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,026212
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0,006662	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,014503	0
D''_{12}	0	0	0	0	0
D''_{13}	0	0	0	0	0
D''_{14}	0	0	0	0,007745	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	0	0	0
D''_{24}	0	0	0	0,006489	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0,001947	0	0	0	0
D''_{32}	0	0	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0,002148	0
D''_{35}	0	0	0	0	0,007854
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,007404	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	0,00636
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0,006973	0	0	0
D''_{53}	0	0	0	0	0
D''_{54}	0	0	0	0,001316	0

Σημ: Ο συντελεστής αποστολών επέμβασης ρ_{ij} εκφράζει το ποσοστό των αποστολών που στέλνουν τον παροχέα j στην περιοχή i .

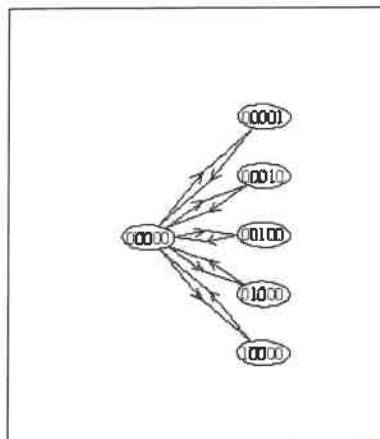
Χρόνοι επέμβασης t_{ij} εφαρμογής ΙΙ

ρ	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5
D_{11}	0,256779	0	0	0	0
D_{22}	0	0,236232	0	0	0
D_{33}	0	0	0,197989	0	0
D_{44}	0	0	0	0,159	0
D_{55}	0	0	0	0	0,147667
D'_{12}	0	0	0	0	0
D'_{13}	0	0	0,6977	0	0
D'_{14}	0	0	0	0	0
D'_{15}	0	0	0	0	0
D'_{21}	0	0	0	0	0
D'_{23}	0	0	0	0	0
D'_{24}	0	0	0	0	0
D'_{25}	0	0	0	0	0,633
D'_{31}	0,442838	0	0	0	0
D'_{32}	0	0	0	0	0
D'_{34}	0	0	0	0,39	0
D'_{35}	0	0	0	0	0
D'_{41}	0	0	0	0	0
D'_{42}	0	0	0	0	0
D'_{43}	0	0	0,3574	0	0
D'_{45}	0	0	0	0	0,375
D'_{51}	0	0	0	0	0
D'_{52}	0	0,4374	0	0	0
D'_{53}	0	0	0	0	0
D'_{54}	0	0	0	0,395	0
D''_{12}	0	0	0	0	0
D''_{13}	0	0	0	0	0
D''_{14}	0	0	0	1,012059	0
D''_{15}	0	0	0	0	0
D''_{21}	0	0	0	0	0
D''_{23}	0	0	0	0	0
D''_{24}	0	0	0	0	0
D''_{25}	0	0	0	0	0
D''_{31}	0,6074	0	0	0	0
D''_{32}	0	0	0	0	0
D''_{34}	0	0	0	0,617162	0
D''_{35}	0	0	0	0	0,6874
D''_{41}	0	0	0	0	0
D''_{42}	0	0	0	0	0
D''_{43}	0	0	0,545	0	0
D''_{45}	0	0	0	0	0,5626
D''_{51}	0	0	0	0	0
D''_{52}	0	0,625	0	0	0
D''_{53}	0	0	0	0	0
D''_{54}	0	0	0	0,5826	0

Σημ: Ο χρόνος επέμβασης t_{ij} εκφράζουν το μέσο χρόνο που απαιτείται για τον παροχέα j να επέμβει στην περιοχή i .

state "0"	00000	00001	00010	00100	01000	00011	00101	01001	00010	00110	01010	10010	01100	10011	01101	10111	01101	11101	11110	11111
state "1"	-1,93	1,507	1,607	1,832	2,137	2,246	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,457	-3,40	0	0	0	0	1,607	0,939	2,137	2,246	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,408	0	-3,49	0	0	0	1,507	0	0	0	1,832	2,137	1,026	0	0	0	0	0	0	0
	0,389	0	0	-3,76	0	0	0	1,336	0	0	1,607	0	0	1,521	3,997	0	0	0	0	0
	0,365	0	0	0	-4,06	0	0	0	0	1,507	0	0	1,607	0	1,605	0	1,551	0	0	0
	0,309	0	0	0	0	-4,17	0	0	0	1,507	0	0	1,438	0	1,832	1,550	0	0	0	0
	0	0,408	0,457	0	0	0	-5,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0,808	0	0,592	0	0	0	-4,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0,366	0	0	0,457	0	0	0	-5,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0,308	0	0	0	0,457	0	0	0	-6,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
state "2"	0	0	0,389	0,408	0	0	0	0	0	-6,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0,365	0	0,408	0	0	0	0	0	-6,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0,678	0	0	0,498	0	0	0	0	0	-4,4	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0,618	0,513	0	0	0	0	0	0	0	-5,1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0,309	0	0,389	0	0	0	0	0	0	-8,3	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0,550	0,583	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0,693	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0,408	0	0	0,408	0	0	0,457	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0,678	0	0	0,717	0	0	0,457	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1,210	1,173	0	0	0	0,693	0	0	0	0	0	0	0
state "3"	0	0	0	0	0	0	0	0,462	0	0,808	0	0	0	0,593	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0,673	1,130	0	0	0	0	0,457	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,161	0,753	0	0,408	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,831	0	0,389	0	0,717	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,043	1,081	0	0	0,717	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,826	1,062	0,753	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
state "4"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
state "5"	-1,93	1,507	1,607	1,832	2,137	2,246	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,457	-3,40	0	0	0	0	1,607	0,939	2,137	2,246	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00000



Σχήμα. 1: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00000

$\bar{\lambda}$	00000
00001	(λ_1)
00010	(λ_2)
00100	(λ_3)
01000	(λ_4)
10000	(λ_5)

Πίν. 1.1: Διανύσματα ζήτησης

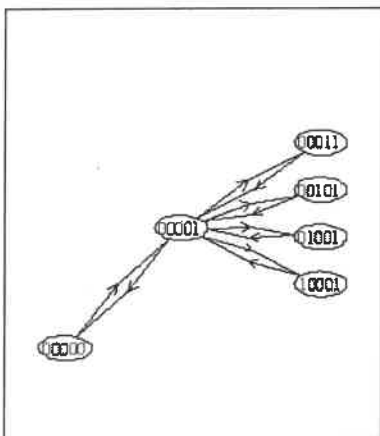
$\bar{\mu}$	00000
00001	(μ_{11})
00010	(μ_{22})
00100	(μ_{33})
01000	(μ_{44})
10000	(μ_{55})

Πίν. 1.2: Διανύσματα προσφοράς

$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)P_{00000} = \mu_{11}P_{00001} + \mu_{22}P_{00010} + \mu_{33}P_{00100} + \mu_{44}P_{01000} + \mu_{55}P_{10000} \quad (1)$$

Σχέση 1: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00000

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00001



Σχήμα. 2: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00001

$\bar{\lambda}$	00001
00000	(λ_1)
00011	$(\lambda_2, \lambda_{12}')$
00101	$(\lambda_3, \lambda_{13}')$
01001	$(\lambda_4, \lambda_{14}')$
10001	$(\lambda_5, \lambda_{15}')$

Πίν. 2.1: Διανύσματα ζήτησης

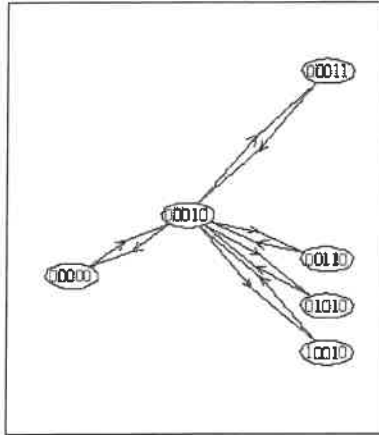
$\bar{\mu}$	00001
00000	(μ_{11})
00011	(μ_{22}, μ_{12}')
00101	(μ_{33}, μ_{13}')
01001	(μ_{44}, μ_{14}')
10001	(μ_{55}, μ_{15}')

Πίν. 2.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} \left[\mu_{11} + (\bar{\lambda}_{00011} + \bar{\lambda}_{00101} + \bar{\lambda}_{01001} + \bar{\lambda}_{10001}) \cdot \bar{i} \right] P_{00001} &= \lambda_1 P_{00000} + (\bar{\lambda}_{00011} \circ \bar{\mu}_{00011}) P_{00011} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{00101} \circ \bar{\mu}_{00101}) P_{00101} + (\bar{\lambda}_{01001} \circ \bar{\mu}_{01001}) P_{01001} + (\bar{\lambda}_{10001} \circ \bar{\mu}_{10001}) P_{10001} \end{aligned} \quad (2)$$

Σχέση 2: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00001

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00010



Σχήμα 3: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00010

$\tilde{\lambda}$	00010
00000	(λ_2)
00011	$(\lambda_1, \lambda_{21}')$
00110	$(\lambda_3, \lambda_{23}')$
01010	$(\lambda_4, \lambda_{24}')$
10010	$(\lambda_5, \lambda_{25}')$

Πίν. 3.1: Διανύσματα ζήτησης

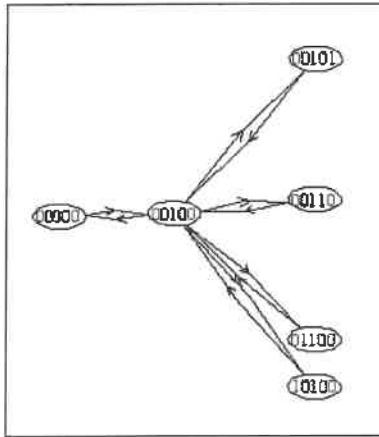
$\bar{\mu}$	00010
00000	(μ_{22})
00011	(μ_{11}, μ_{21}')
00110	(μ_{33}, μ_{23}')
01010	(μ_{44}, μ_{24}')
10010	(μ_{55}, μ_{25}')

Πίν. 3.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{22} + (\tilde{\lambda}_{00011} + \tilde{\lambda}_{00110} + \tilde{\lambda}_{01010} + \tilde{\lambda}_{10010}) \cdot \bar{i} \right] P_{00001} = \lambda_2 P_{00000} + (\tilde{\lambda}_{00011} \circ \bar{\mu}_{00011}) P_{00011} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{00110} \circ \bar{\mu}_{00110}) P_{00110} + (\tilde{\lambda}_{01010} \circ \bar{\mu}_{01010}) P_{01001} + (\tilde{\lambda}_{10010} \circ \bar{\mu}_{10010}) P_{10010} \end{aligned} \quad (3)$$

Σχέση 3: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00100



Σχήμα 4: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00100

$\tilde{\lambda}$	00100
00000	(λ_3)
00101	$(\lambda_1, \lambda_{31}')$
00110	$(\lambda_2, \lambda_{32}')$
01100	$(\lambda_4, \lambda_{34}')$
10100	$(\lambda_5, \lambda_{35}')$

Πίν. 4.1: Διανύσματα ζήτησης

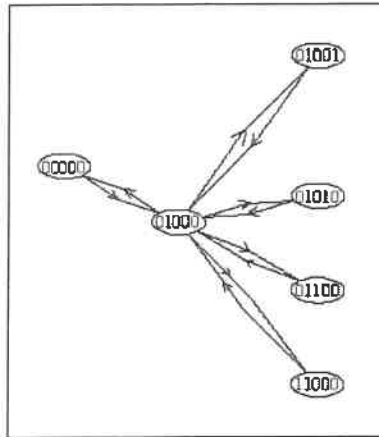
$\bar{\mu}$	00100
00000	(μ_{33})
00101	(μ_{11}, μ_{31}')
00110	(μ_{22}, μ_{32}')
01100	(μ_{44}, μ_{34}')
10100	(μ_{55}, μ_{35}')

Πίν. 4.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{33} + (\tilde{\lambda}_{00101} + \tilde{\lambda}_{00110} + \tilde{\lambda}_{01100} + \tilde{\lambda}_{10100}) \cdot \bar{i} \right] P_{00100} = \lambda_3 P_{00000} + (\tilde{\lambda}_{00101} \circ \bar{\mu}_{00101}) P_{00101} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{00110} \circ \bar{\mu}_{00110}) P_{00110} + (\tilde{\lambda}_{01100} \circ \bar{\mu}_{01100}) P_{01100} + (\tilde{\lambda}_{10100} \circ \bar{\mu}_{10100}) P_{10100} \end{aligned} \quad (4)$$

Σχέση 4: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00100

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01000



Σχήμα. 5: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01000

$\tilde{\lambda}$	01000
00000	(λ_4)
01001	$(\lambda_1, \lambda_{41}')$
01010	$(\lambda_2, \lambda_{42}')$
01100	$(\lambda_3, \lambda_{43}')$
11000	$(\lambda_5, \lambda_{45}')$

Πίν. 5.1: Διανύσματα ζήτησης

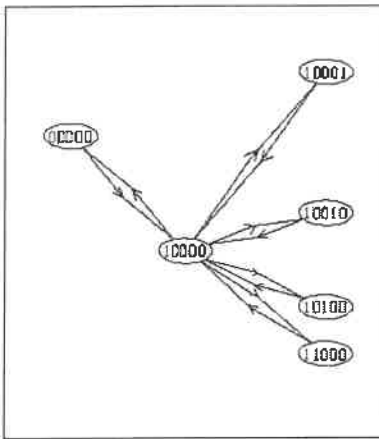
$\bar{\mu}$	01000
00000	(μ_{44})
01001	(μ_{11}, μ_{41}')
01010	(μ_{22}, μ_{42}')
01100	(μ_{33}, μ_{43}')
11000	(μ_{55}, μ_{45}')

Πίν. 5.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} \left[\mu_{44} + (\tilde{\lambda}_{01001} + \tilde{\lambda}_{01010} + \tilde{\lambda}_{01100} + \tilde{\lambda}_{11000}) \cdot \vec{i} \right] P_{01000} &= \lambda_4 P_{00000} + (\tilde{\lambda}_{01001} \circ \bar{\mu}_{01001}) P_{01001} + \\ &+ (\tilde{\lambda}_{01010} \circ \bar{\mu}_{01010}) P_{01010} + (\tilde{\lambda}_{01100} \circ \bar{\mu}_{01100}) P_{01100} + (\tilde{\lambda}_{11000} \circ \bar{\mu}_{11000}) P_{11000} \end{aligned} \quad (5)$$

Σχέση 5: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01000

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10000



Σχήμα. 6: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10000

$\tilde{\lambda}$	10000
00000	(λ_5)
10001	$(\lambda_1, \lambda_{51}')$
10010	$(\lambda_2, \lambda_{52}')$
10100	$(\lambda_3, \lambda_{53}')$
11000	$(\lambda_4, \lambda_{54}')$

Πίν. 6.1: Διανύσματα ζήτησης

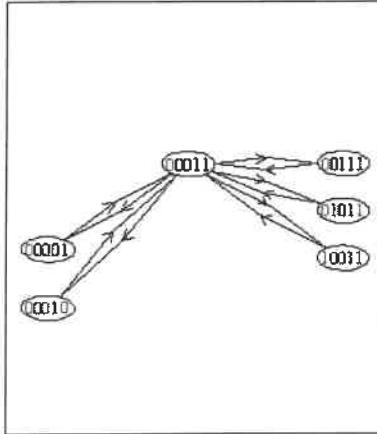
$\bar{\mu}$	10000
00000	(μ_{55})
10001	(μ_{11}, μ_{51}')
10010	(μ_{22}, μ_{52}')
10100	(μ_{33}, μ_{53}')
11000	(μ_{44}, μ_{54}')

Πίν. 6.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} \left[\mu_{55} + (\tilde{\lambda}_{10001} + \tilde{\lambda}_{10010} + \tilde{\lambda}_{10100} + \tilde{\lambda}_{11000}) \cdot \vec{i} \right] P_{10000} &= \lambda_5 P_{00000} + (\tilde{\lambda}_{10001} \circ \bar{\mu}_{10001}) P_{10001} + \\ &+ (\tilde{\lambda}_{10010} \circ \bar{\mu}_{10010}) P_{10010} + (\tilde{\lambda}_{10100} \circ \bar{\mu}_{10100}) P_{10100} + (\tilde{\lambda}_{11000} \circ \bar{\mu}_{11000}) P_{11000} \end{aligned} \quad (6)$$

Σχέση 6: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10000

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00011



Σχήμα 7: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00011

$\tilde{\lambda}$	00011
00001	$(\lambda_2, \lambda_{12}')$
00010	$(\lambda_1, \lambda_{21}')$
00111	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'')$
01011	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'')$
10011	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'')$

Πίν. 7.1: Διανύσματα ζήτησης

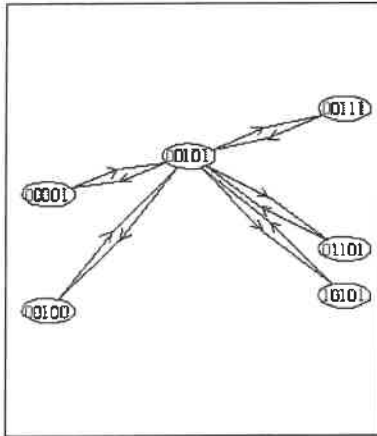
$\bar{\mu}$	00010
00000	(μ_{22}, μ_{12}')
00011	(μ_{11}, μ_{21}')
00110	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{13}'', \mu_{23}'')$
01010	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{14}'', \mu_{24}'')$
10010	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{15}'', \mu_{25}'')$

Πίν. 7.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & [\mu_{11} + \mu_{22} + (\tilde{\lambda}_{00111} + \tilde{\lambda}_{01011} + \tilde{\lambda}_{10011}) \cdot \bar{i}] P_{00011} = (\tilde{\lambda}_{00001} \cdot \bar{i}) P_{00001} + (\tilde{\lambda}_{00010} \cdot \bar{i}) P_{00010} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{00111} \circ \bar{\mu}_{00111}) P_{00111} + (\tilde{\lambda}_{01011} \circ \bar{\mu}_{01011}) P_{01011} + (\tilde{\lambda}_{10011} \circ \bar{\mu}_{10011}) P_{10011} \end{aligned} \quad (7)$$

Σχέση 7: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00011

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00101



Σχήμα 8: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00101

$\tilde{\lambda}$	00101
00001	$(\lambda_3, \lambda_{13}')$
00100	$(\lambda_1, \lambda_{31}')$
00111	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{12}', \lambda_{32}'', \lambda_{12}'')$
01101	$(\lambda_4, \lambda_{34}', \lambda_{14}', \lambda_{34}'', \lambda_{14}'')$
10101	$(\lambda_5, \lambda_{35}', \lambda_{15}', \lambda_{35}'', \lambda_{15}'')$

Πίν. 8.1: Διανύσματα ζήτησης

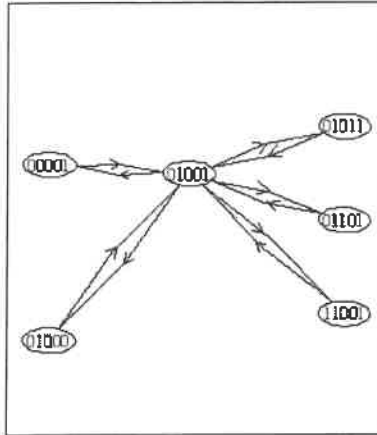
$\bar{\mu}$	00101
00001	(μ_{33}, μ_{13}')
00100	(μ_{11}, μ_{31}')
00111	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{12}', \mu_{32}'', \mu_{12}'')$
01101	$(\mu_{44}, \mu_{34}', \mu_{14}', \mu_{34}'', \mu_{14}'')$
10101	$(\mu_{55}, \mu_{35}', \mu_{15}', \mu_{35}'', \mu_{15}'')$

Πίν. 8.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & [\mu_{11} + \mu_{33} + (\tilde{\lambda}_{00111} + \tilde{\lambda}_{01101} + \tilde{\lambda}_{10101}) \cdot \bar{i}] P_{00101} = (\tilde{\lambda}_{00001} \cdot \bar{i}) P_{00001} + (\tilde{\lambda}_{00100} \cdot \bar{i}) P_{00100} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{00111} \circ \bar{\mu}_{00111}) P_{00111} + (\tilde{\lambda}_{01101} \circ \bar{\mu}_{01101}) P_{01101} + (\tilde{\lambda}_{10101} \circ \bar{\mu}_{10101}) P_{10101} \end{aligned} \quad (8)$$

Σχέση 8: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00101

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01001



Σχήμα.9: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01001

$\bar{\lambda}$	01001
00001	$(\lambda_4, \lambda_{41}')$
01000	$(\lambda_1, \lambda_{41}')$
01011	$(\lambda_2, \lambda_{42}', \lambda_{42}'', \lambda_{42}''')$
01101	$(\lambda_3, \lambda_{43}', \lambda_{43}'', \lambda_{43}''')$
11001	$(\lambda_5, \lambda_{45}', \lambda_{45}'', \lambda_{45}''')$

Πίν.9.1: Διανύσματα ζήτησης

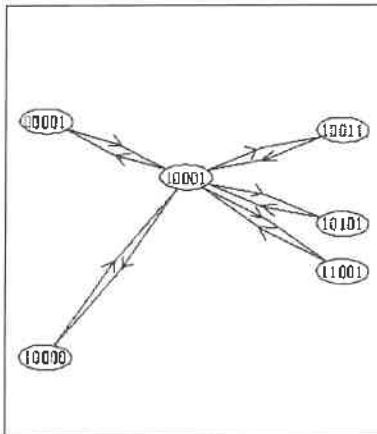
$\bar{\mu}$	01001
00001	(μ_{44}, μ_{44}')
01000	(μ_{41}, μ_{41}')
01011	$(\mu_2, \mu_{42}', \mu_{42}'', \mu_{42}''')$
01101	$(\mu_3, \mu_{43}', \mu_{43}'', \mu_{43}''')$
11001	$(\mu_5, \mu_{45}', \mu_{45}'', \mu_{45}''')$

Πίν.9.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{44} + (\bar{\lambda}_{01011} + \bar{\lambda}_{01101} + \bar{\lambda}_{11001}) \cdot \bar{i}] P_{01001} = & (\bar{\lambda}_{00001} \cdot \bar{i}) P_{00001} + (\bar{\lambda}_{01000} \cdot \bar{i}) P_{01000} + \\ & + (\bar{\lambda}_{01011} \circ \bar{\mu}_{01011}) P_{01011} + (\bar{\lambda}_{01101} \circ \bar{\mu}_{01101}) P_{01101} + (\bar{\lambda}_{11001} \circ \bar{\mu}_{11001}) P_{11001} \end{aligned} \quad (9)$$

Σχέση 9: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10001



Σχήμα.10: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10001

$\bar{\lambda}$	10001
00001	$(\lambda_5, \lambda_{51}')$
10000	$(\lambda_1, \lambda_{51}')$
10011	$(\lambda_2, \lambda_{52}', \lambda_{52}'', \lambda_{52}''')$
10101	$(\lambda_3, \lambda_{53}', \lambda_{53}'', \lambda_{53}''')$
11001	$(\lambda_4, \lambda_{54}', \lambda_{54}'', \lambda_{54}''')$

Πίν.10.1: Διανύσματα ζήτησης

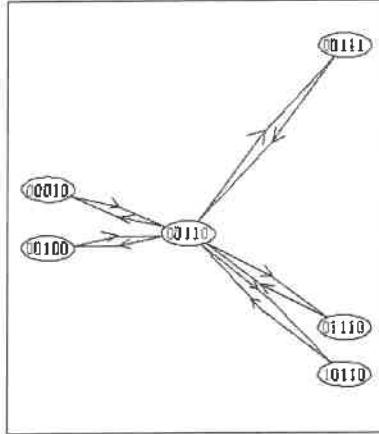
$\bar{\mu}$	10001
00001	(μ_5, μ_{51}')
10000	(μ_1, μ_{51}')
10011	$(\mu_{22}, \mu_{52}', \mu_{52}'', \mu_{52}''')$
10101	$(\mu_{33}, \mu_{53}', \mu_{53}'', \mu_{53}''')$
11001	$(\mu_{44}, \mu_{54}', \mu_{54}'', \mu_{54}''')$

Πίν.10.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{10011} + \bar{\lambda}_{10101} + \bar{\lambda}_{11001}) \cdot \bar{i}] P_{10001} = & (\bar{\lambda}_{00001} \cdot \bar{i}) P_{00001} + (\bar{\lambda}_{10000} \cdot \bar{i}) P_{10000} + \\ & + (\bar{\lambda}_{10011} \circ \bar{\mu}_{10011}) P_{10011} + (\bar{\lambda}_{10101} \circ \bar{\mu}_{10101}) P_{10101} + (\bar{\lambda}_{11001} \circ \bar{\mu}_{11001}) P_{11001} \end{aligned} \quad (10)$$

Σχέση 10: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10001

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00110



Σχήμα. 11: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00110

$\bar{\lambda}$	00110
00010	$(\lambda_3, \lambda_{23}')$
00100	$(\lambda_2, \lambda_{32}')$
00111	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'')$
01110	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$
10110	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'')$

Πίν. 11.1: Διανύσματα ζήτησης

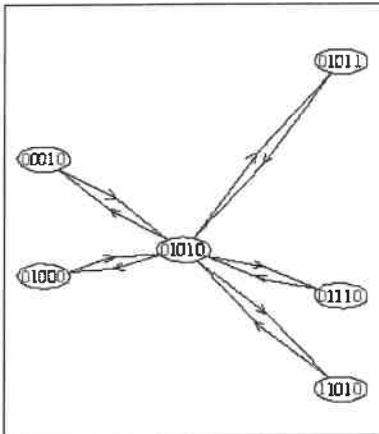
$\bar{\mu}$	00110
00010	(μ_{33}, μ_{23}')
00100	(μ_{22}, μ_{32}')
00111	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{21}'', \mu_{31}'')$
01110	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$
10110	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{25}'', \mu_{35}'')$

Πίν. 11.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{22} + \mu_{33} + (\bar{\lambda}_{00111} + \bar{\lambda}_{01110} + \bar{\lambda}_{10110}) \cdot \bar{i} \right] P_{00110} = (\bar{\lambda}_{00010} \cdot \bar{i}) P_{00010} + (\bar{\lambda}_{10000} \cdot \bar{i}) P_{00100} + \\ & + (\bar{\lambda}_{00111} \circ \bar{\mu}_{00111}) P_{00111} + (\bar{\lambda}_{01110} \circ \bar{\mu}_{01110}) P_{01110} + (\bar{\lambda}_{10110} \circ \bar{\mu}_{10110}) P_{10110} \end{aligned} \quad (11)$$

Σχέση 11: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01010



Σχήμα. 12: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01010

$\bar{\lambda}$	01010
00010	$(\lambda_4, \lambda_{24}')$
01000	$(\lambda_2, \lambda_{42}')$
01011	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'')$
01110	$(\lambda_3, \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$
11010	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{45}', \lambda_{25}'', \lambda_{45}'')$

Πίν. 12.1: Διανύσματα ζήτησης

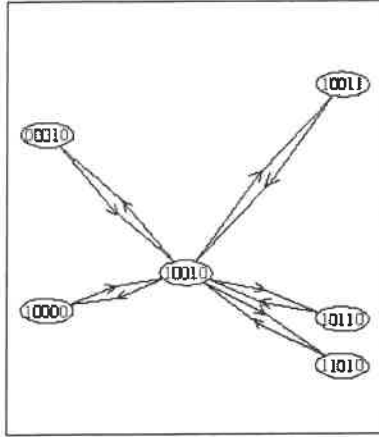
$\bar{\mu}$	01010
00010	(μ_{44}, μ_{24}')
01000	(μ_{22}, μ_{42}')
01011	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{21}'', \mu_{41}'')$
01110	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$
11010	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{45}', \mu_{25}'', \mu_{45}'')$

Πίν. 12.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{22} + \mu_{44} + (\bar{\lambda}_{01011} + \bar{\lambda}_{01110} + \bar{\lambda}_{11010}) \cdot \bar{i} \right] P_{01010} = (\bar{\lambda}_{00010} \cdot \bar{i}) P_{00010} + (\bar{\lambda}_{01000} \cdot \bar{i}) P_{01000} + \\ & + (\bar{\lambda}_{01011} \circ \bar{\mu}_{01011}) P_{01011} + (\bar{\lambda}_{01110} \circ \bar{\mu}_{01110}) P_{01110} + (\bar{\lambda}_{11010} \circ \bar{\mu}_{11010}) P_{11010} \end{aligned} \quad (12)$$

Σχέση 12: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10010



Σχήμα. 13: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10010

$\tilde{\lambda}$	10010
00010	$(\lambda_5, \lambda_{25}')$
10000	$(\lambda_2, \lambda_{22}')$
10011	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{51}', \lambda_{21}'', \lambda_{51}'')$
10110	$(\lambda_3, \lambda_{23}', \lambda_{53}', \lambda_{23}'', \lambda_{53}'')$
11010	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{54}', \lambda_{24}'', \lambda_{54}'')$

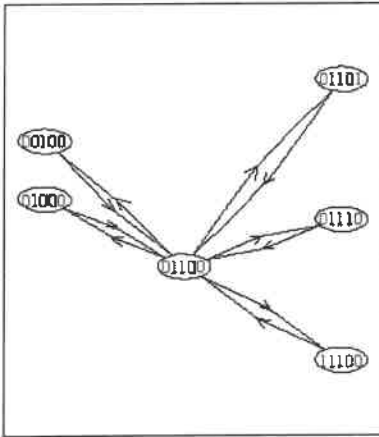
$\tilde{\mu}$	10010
00010	(μ_{55}, μ_{25}')
10000	(μ_2, μ_{22}')
10011	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{51}'')$
10110	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{53}', \mu_{23}'', \mu_{53}'')$
11010	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{54}', \mu_{24}'', \mu_{54}'')$

Πίν. 13.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 13.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{22} + \mu_{55} + (\tilde{\lambda}_{11010} + \tilde{\lambda}_{10110} + \tilde{\lambda}_{10011}) \cdot \tilde{i} \right] P_{10010} = (\tilde{\lambda}_{00010} \cdot \tilde{i}) P_{00010} + (\tilde{\lambda}_{10000} \cdot \tilde{i}) P_{10000} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{10011} \circ \tilde{\mu}_{10011}) P_{10011} + (\tilde{\lambda}_{10110} \circ \tilde{\mu}_{10110}) P_{10110} + (\tilde{\lambda}_{11010} \circ \tilde{\mu}_{11010}) P_{11010} \end{aligned} \quad (13)$$

Σχέση 13: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01100



Σχήμα. 14: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01100

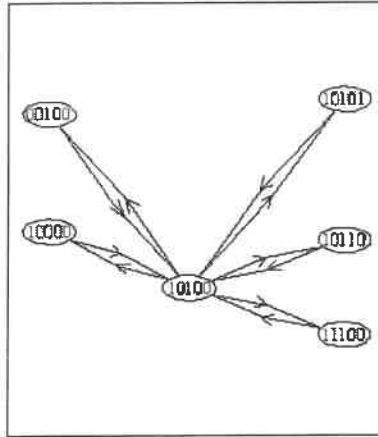
$\tilde{\lambda}$	01100
00100	$(\lambda_6, \lambda_{34}')$
01000	$(\lambda_3, \lambda_{43}')$
01101	$(\lambda_1, \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'')$
01110	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{42}', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'')$
11100	$(\lambda_5, \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{35}'', \lambda_{45}'')$

$\tilde{\mu}$	01100
00100	(μ_{44}, μ_{34}')
01000	(μ_{33}, μ_{43}')
01101	$(\mu_{11}, \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{31}'', \mu_{41}'')$
01110	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{32}'', \mu_{42}'')$
11100	$(\mu_{55}, \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{35}'', \mu_{45}'')$

Πίν. 14.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 14.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{33} + \mu_{44} + (\tilde{\lambda}_{11100} + \tilde{\lambda}_{01110} + \tilde{\lambda}_{01101}) \cdot \tilde{i} \right] P_{01100} = (\tilde{\lambda}_{00100} \cdot \tilde{i}) P_{00100} + (\tilde{\lambda}_{01000} \cdot \tilde{i}) P_{01000} + \\ & + (\tilde{\lambda}_{01101} \circ \tilde{\mu}_{01101}) P_{01101} + (\tilde{\lambda}_{01110} \circ \tilde{\mu}_{01110}) P_{01110} + (\tilde{\lambda}_{11100} \circ \tilde{\mu}_{11100}) P_{11100} \end{aligned} \quad (14)$$

Σχέση 14: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01100

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10100

Σχήμα 15: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00010

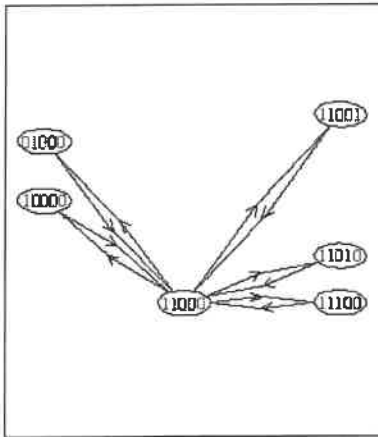
$\bar{\lambda}$	10100
00100	$(\lambda_3, \lambda_{35}')$
10000	$(\lambda_3, \lambda_{33}')$
10101	$(\lambda_1, \lambda_{31}', \lambda_{51}', \lambda_{31}'', \lambda_{51}'')$
10110	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{52}', \lambda_{32}'', \lambda_{52}'')$
11100	$(\lambda_3, \lambda_{34}', \lambda_{54}', \lambda_{34}'', \lambda_{54}'')$

$\bar{\mu}$	10100
00100	(μ_{35}, μ_{35}')
10000	(μ_{33}, μ_{33}')
10101	$(\mu_{11}, \mu_{31}', \mu_{51}', \mu_{31}'', \mu_{51}'')$
10110	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{52}', \mu_{32}'', \mu_{52}'')$
11100	$(\mu_{44}, \mu_{34}', \mu_{54}', \mu_{34}'', \mu_{54}'')$

Πίν. 15.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 15.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{33} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11100} + \bar{\lambda}_{10110} + \bar{\lambda}_{10101}) \cdot \bar{i} \right] P_{10100} = (\bar{\lambda}_{00100} \cdot \bar{i}) P_{00100} + (\bar{\lambda}_{10000} \cdot \bar{i}) P_{10000} + \\ & + (\bar{\lambda}_{10101} \circ \bar{\mu}_{10101}) P_{10101} + (\bar{\lambda}_{10110} \circ \bar{\mu}_{10110}) P_{10110} + (\bar{\lambda}_{11100} \circ \bar{\mu}_{11100}) P_{11100} \end{aligned} \quad (15)$$

Σχέση 15: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10100

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11000

Σχήμα 16: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11000

$\bar{\lambda}$	11000
10000	$(\lambda_4, \lambda_{54}')$
01000	$(\lambda_5, \lambda_{45}')$
11001	$(\lambda_1, \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$
11010	$(\lambda_2, \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$
11100	$(\lambda_3, \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$

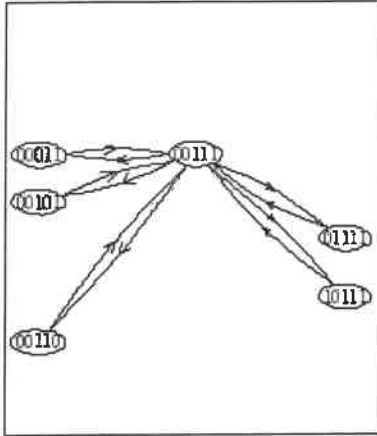
$\bar{\mu}$	11000
10000	(μ_{44}, μ_{54}')
01000	(μ_{55}, μ_{45}')
11001	$(\mu_{11}, \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11010	$(\mu_{22}, \mu_{42}', \mu_{52}', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11100	$(\mu_{33}, \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$

Πίν. 16.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 16.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{44} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11100} + \bar{\lambda}_{11010} + \bar{\lambda}_{11001}) \cdot \bar{i} \right] P_{11000} = (\bar{\lambda}_{01000} \cdot \bar{i}) P_{01000} + (\bar{\lambda}_{10000} \cdot \bar{i}) P_{10000} + \\ & + (\bar{\lambda}_{11001} \circ \bar{\mu}_{11001}) P_{11001} + (\bar{\lambda}_{11010} \circ \bar{\mu}_{11010}) P_{11010} + (\bar{\lambda}_{11100} \circ \bar{\mu}_{11100}) P_{11100} \end{aligned} \quad (16)$$

Σχέση 16: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11000

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 00111



Σχήμα. 17: Διάγραμμα ροής κατάστασης 00111

$\bar{\lambda}$	00111
00011	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'')$
00101	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{22}', \lambda_{12}'', \lambda_{22}'')$
00110	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'')$
01111	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$
10111	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'')$

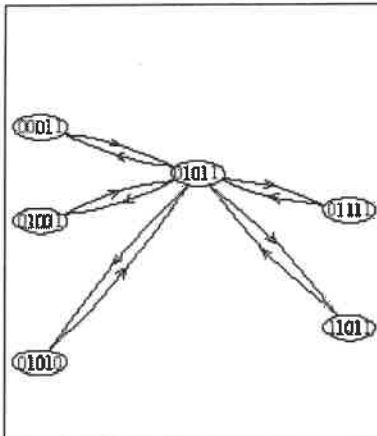
$\bar{\mu}$	00111
00011	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{13}'', \mu_{23}'')$
00101	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{22}', \mu_{12}'', \mu_{22}'')$
00110	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{21}'', \mu_{31}'')$
01111	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$
10111	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{35}'')$

Πίν. 17.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 17.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33} + (\bar{\lambda}_{10111} + \bar{\lambda}_{01111}) \cdot \bar{i}] P_{00111} &= (\bar{\lambda}_{00011} \cdot \bar{i}) P_{00011} + (\bar{\lambda}_{00101} \cdot \bar{i}) P_{00101} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{00110} \cdot \bar{i}) P_{00110} + (\bar{\lambda}_{01111} \circ \bar{\mu}_{01111}) P_{01111} + (\bar{\lambda}_{10111} \circ \bar{\mu}_{10111}) P_{10111} \end{aligned} \quad (17)$$

Σχέση 17: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 00111

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01011



Σχήμα. 18: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01011

$\bar{\lambda}$	01011
00011	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'')$
01001	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{42}', \lambda_{12}'', \lambda_{42}'')$
01010	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'')$
01111	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$
11011	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{45}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'', \lambda_{45}'')$

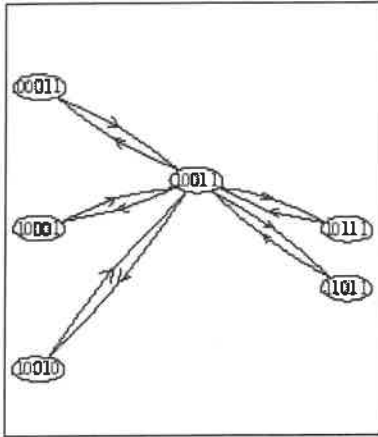
$\bar{\mu}$	01011
00011	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{14}'', \mu_{24}'')$
01001	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{42}', \mu_{12}'', \mu_{42}'')$
01010	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{21}'', \mu_{41}'')$
01111	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$
11011	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{45}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{45}'')$

Πίν. 18.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 18.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{44} + (\bar{\lambda}_{11011} + \bar{\lambda}_{01111}) \cdot \bar{i}] P_{01011} &= (\bar{\lambda}_{00011} \cdot \bar{i}) P_{00011} + (\bar{\lambda}_{01001} \cdot \bar{i}) P_{01001} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{01010} \cdot \bar{i}) P_{01010} + (\bar{\lambda}_{01111} \circ \bar{\mu}_{01111}) P_{01111} + (\bar{\lambda}_{11011} \circ \bar{\mu}_{11011}) P_{11011} \end{aligned} \quad (18)$$

Σχέση 18: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01011

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10011



Σχήμα 19: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10011

$\bar{\lambda}$	10011
00011	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'')$
10001	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{32}', \lambda_{12}'', \lambda_{32}'')$
10010	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'')$
10111	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'', \lambda_{33}'')$
11011	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$

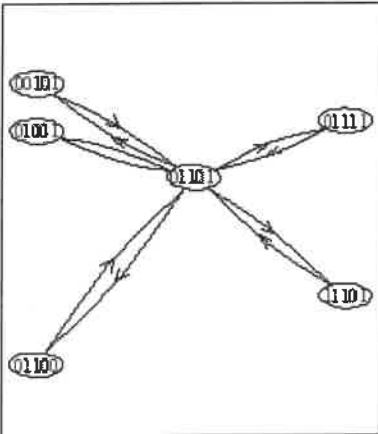
$\bar{\mu}$	00010
00011	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{15}'', \mu_{25}'')$
10001	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{32}', \mu_{12}'', \mu_{32}'')$
10010	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{21}'', \mu_{31}'')$
10111	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{33}'')$
11011	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$

Πί. 19.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 19.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11011} + \bar{\lambda}_{01111}) \cdot \bar{i}] P_{10011} &= (\bar{\lambda}_{00011} \cdot \bar{i}) P_{00011} + (\bar{\lambda}_{10001} \cdot \bar{i}) P_{10001} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{10010} \cdot \bar{i}) P_{10010} + (\bar{\lambda}_{10111} \circ \bar{\mu}_{10111}) P_{10111} + (\bar{\lambda}_{11011} \circ \bar{\mu}_{11011}) P_{11011} \end{aligned} \quad (19)$$

Σχέση 19: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10011

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01101



Σχήμα 20: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01101

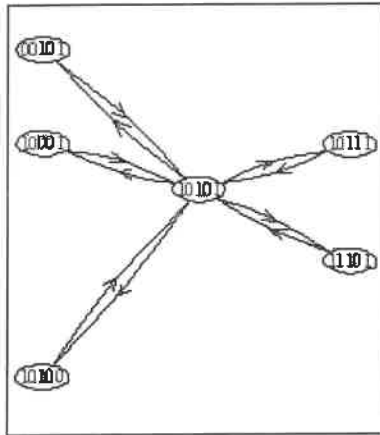
$\bar{\lambda}$	01101
00101	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{34}', \lambda_{14}'', \lambda_{34}'')$
01001	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{43}', \lambda_{13}'', \lambda_{43}'')$
01100	$(\lambda_1, \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'')$
01111	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{32}', \lambda_{42}', \lambda_{12}'', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'')$
11101	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{15}'', \lambda_{35}'', \lambda_{45}'')$

$\bar{\mu}$	01101
00101	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{34}', \mu_{14}'', \mu_{34}'')$
01001	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{43}', \mu_{13}'', \mu_{43}'')$
01100	$(\mu_{11}, \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{11}'', \mu_{41}'')$
01111	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{12}'', \mu_{32}'', \mu_{42}'')$
11101	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{15}'', \mu_{35}'', \mu_{45}'')$

Πίν. 20.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 20.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{33} + \mu_{44} + (\bar{\lambda}_{11101} + \bar{\lambda}_{01111}) \cdot \bar{i}] P_{01101} &= (\bar{\lambda}_{00101} \cdot \bar{i}) P_{00101} + (\bar{\lambda}_{01001} \cdot \bar{i}) P_{01001} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{01100} \cdot \bar{i}) P_{01100} + (\bar{\lambda}_{01111} \circ \bar{\mu}_{01111}) P_{01111} + (\bar{\lambda}_{11101} \circ \bar{\mu}_{11101}) P_{11101} \end{aligned} \quad (20)$$

Σχέση 20: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01101

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10101

Σχήμα 21: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10101

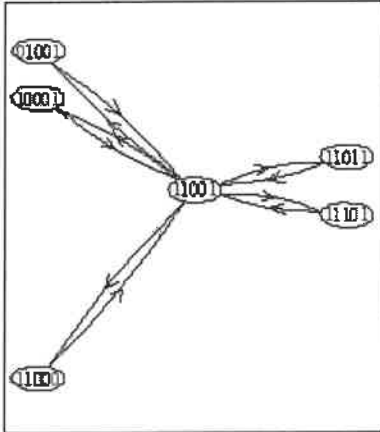
$\bar{\lambda}$	10101
00101	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{35}', \lambda_{45}'', \lambda_{55}'')$
10001	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$
10100	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$
10111	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{22}', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$
11101	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{34}'', \lambda_{44}'', \lambda_{54}'')$

$\bar{\mu}$	10101
00101	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{35}', \mu_{45}'', \mu_{55}'')$
10001	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$
10100	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
10111	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{22}', \mu_{32}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11101	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}'', \mu_{44}'', \mu_{54}'')$

Πίν.21.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.21.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{33} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11101} + \bar{\lambda}_{10111}) \cdot \bar{i}] P_{10101} &= (\bar{\lambda}_{00101} \cdot \bar{i}) P_{00101} + (\bar{\lambda}_{10001} \cdot \bar{i}) P_{10001} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{10100} \cdot \bar{i}) P_{10100} + (\bar{\lambda}_{10111} \circ \bar{\mu}_{10111}) P_{10111} + (\bar{\lambda}_{11101} \circ \bar{\mu}_{11101}) P_{11101} \end{aligned} \quad (21)$$

Σχέση 21: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10101

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11001

Σχήμα 22: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11001

$\bar{\lambda}$	11001
01001	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{45}', \lambda_{45}'', \lambda_{45}'')$
10001	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{15}', \lambda_{14}'', \lambda_{15}'')$
11000	$(\lambda_1, \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$
11011	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{42}', \lambda_{52}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$
11101	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{43}', \lambda_{53}'', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$

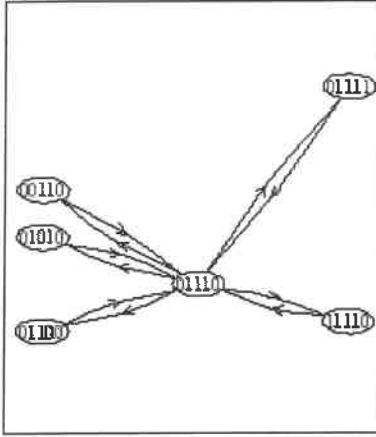
$\bar{\mu}$	11001
01001	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{45}', \mu_{45}'', \mu_{45}'')$
10001	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{15}', \mu_{14}'', \mu_{15}'')$
11000	$(\mu_{11}, \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11011	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{42}', \mu_{52}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11101	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{43}', \mu_{53}'', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$

Πίν.22.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.22.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{44} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11101} + \bar{\lambda}_{11011}) \cdot \bar{i}] P_{11001} &= (\bar{\lambda}_{01001} \cdot \bar{i}) P_{01001} + (\bar{\lambda}_{10001} \cdot \bar{i}) P_{10001} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{11000} \cdot \bar{i}) P_{11000} + (\bar{\lambda}_{11011} \circ \bar{\mu}_{11011}) P_{11011} + (\bar{\lambda}_{11101} \circ \bar{\mu}_{11101}) P_{11101} \end{aligned} \quad (22)$$

Σχέση 22: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11001

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01110



Σχήμα 23: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01110

$\bar{\lambda}$	01110
00110	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$
01010	$(\lambda_3, \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$
01100	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{42}', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'')$
01111	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'')$
11110	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'', \lambda_{45}'')$

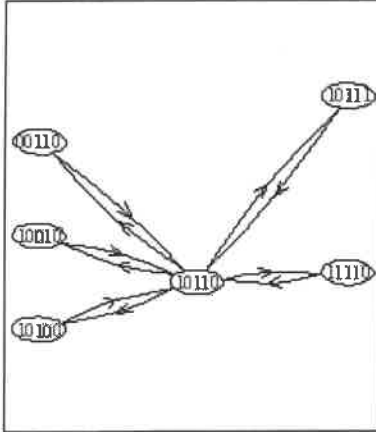
$\bar{\mu}$	01110
00110	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$
01010	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$
01100	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{32}'', \mu_{42}'')$
01111	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{21}'', \mu_{31}'', \mu_{41}'')$
11110	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{25}'', \mu_{35}'', \mu_{45}'')$

Πίν.23.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.23.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & [\mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{44} + (\bar{\lambda}_{11110} + \bar{\lambda}_{01111}) \cdot \bar{i}] P_{01110} = (\bar{\lambda}_{00110} \cdot \bar{i}) P_{00110} + (\bar{\lambda}_{01010} \cdot \bar{i}) P_{01010} + \\ & + (\bar{\lambda}_{01100} \cdot \bar{i}) P_{01100} + (\bar{\lambda}_{01111} \circ \bar{\mu}_{01111}) P_{01111} + (\bar{\lambda}_{11110} \circ \bar{\mu}_{11110}) P_{11110} \end{aligned} \quad (23)$$

Σχέση 23: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01110

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10110



Σχήμα 24: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10110

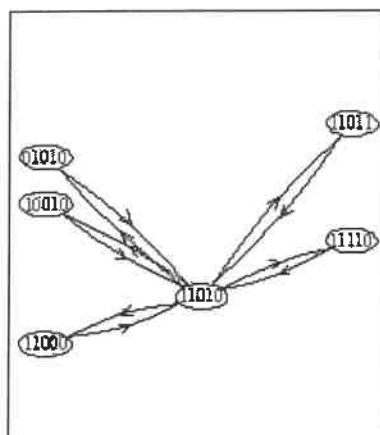
$\bar{\lambda}$	10110
00110	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'')$
10010	$(\lambda_3, \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$
10100	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{42}', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'')$
10111	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'')$
11110	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'', \lambda_{44}'')$

$\bar{\mu}$	10110
00110	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{25}'', \mu_{35}'')$
10010	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$
10100	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{32}'', \mu_{42}'')$
10111	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{21}'', \mu_{31}'', \mu_{41}'')$
11110	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{24}'', \mu_{34}'', \mu_{44}'')$

Πίν.24.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.24.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} & [\mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11110} + \bar{\lambda}_{10111}) \cdot \bar{i}] P_{10110} = (\bar{\lambda}_{00110} \cdot \bar{i}) P_{00110} + (\bar{\lambda}_{10010} \cdot \bar{i}) P_{10010} + \\ & + (\bar{\lambda}_{10100} \cdot \bar{i}) P_{10100} + (\bar{\lambda}_{10111} \circ \bar{\mu}_{10111}) P_{10111} + (\bar{\lambda}_{11110} \circ \bar{\mu}_{11110}) P_{11110} \end{aligned} \quad (24)$$

Σχέση 24: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10110

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11010

Σχήμα 25: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11010

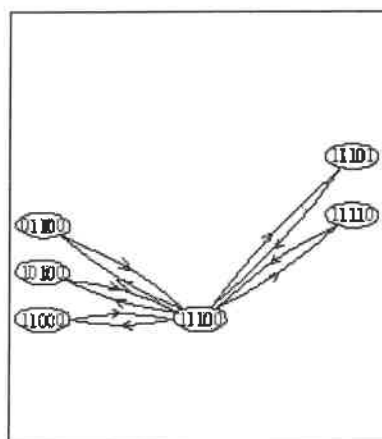
$\bar{\lambda}$	11010
01010	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{45}', \lambda_{25}'', \lambda_{45}'')$
10010	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{54}', \lambda_{24}'', \lambda_{54}'')$
11000	$(\lambda_2, \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$
11011	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$
11110	$(\lambda_1, \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$

$\bar{\mu}$	11010
01010	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{45}', \mu_{25}'', \mu_{45}'')$
10010	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{54}', \mu_{24}'', \mu_{54}'')$
11000	$(\mu_{22}, \mu_{42}', \mu_{52}', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11011	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11110	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{23}'', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$

Πίν.25.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.25.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{22} + \mu_{44} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11110} + \bar{\lambda}_{11011}) \cdot \bar{i}] P_{11010} &= (\bar{\lambda}_{01010} \cdot \bar{i}) P_{01010} + (\bar{\lambda}_{10010} \cdot \bar{i}) P_{10010} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{11000} \cdot \bar{i}) P_{11000} + (\bar{\lambda}_{11011} \circ \bar{\mu}_{11011}) P_{11011} + (\bar{\lambda}_{11110} \circ \bar{\mu}_{11110}) P_{11110} \end{aligned} \quad (25)$$

Σχέση 25: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11010

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11100

Σχήμα 26: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11100

$\bar{\lambda}$	11100
01100	$(\lambda_5, \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{35}'', \lambda_{45}'')$
10100	$(\lambda_4, \lambda_{34}', \lambda_{54}', \lambda_{34}'', \lambda_{54}'')$
11000	$(\lambda_3, \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$
11101	$(\lambda_1, \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$
11110	$(\lambda_2, \lambda_{32}', \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{32}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$

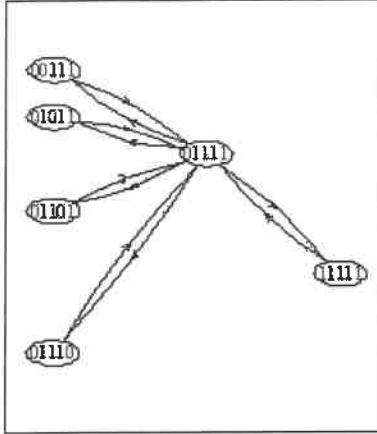
$\bar{\mu}$	11100
01100	$(\mu_{55}, \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{35}'', \mu_{45}'')$
10100	$(\mu_{44}, \mu_{34}', \mu_{54}', \mu_{34}'', \mu_{54}'')$
11000	$(\mu_{33}, \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$
11101	$(\mu_{11}, \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{31}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11110	$(\mu_{22}, \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{52}', \mu_{32}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$

Πίν.26.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.26.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{33} + \mu_{44} + \mu_{55} + (\bar{\lambda}_{11110} + \bar{\lambda}_{11101}) \cdot \bar{i}] P_{11100} &= (\bar{\lambda}_{01100} \cdot \bar{i}) P_{01100} + (\bar{\lambda}_{10100} \cdot \bar{i}) P_{10100} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{11000} \cdot \bar{i}) P_{11000} + (\bar{\lambda}_{11101} \circ \bar{\mu}_{11101}) P_{11101} + (\bar{\lambda}_{11110} \circ \bar{\mu}_{11110}) P_{11110} \end{aligned} \quad (26)$$

Σχέση 26: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11100

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 01111



Σχήμα 27: Διάγραμμα ροής κατάστασης 01111

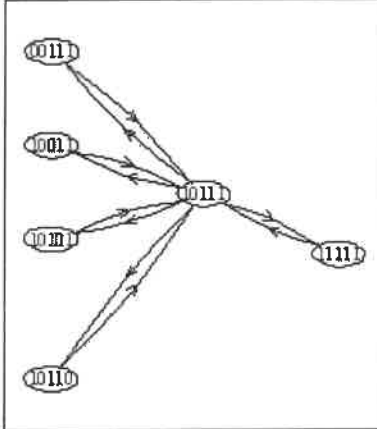
$\bar{\lambda}$	01111	$\bar{\mu}$	01111
00111	$(\lambda_4, \lambda_4', \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_4'', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$	00111	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$
01011	$(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_3'', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$	01011	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$
01101	$(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_{12}', \lambda_{42}', \lambda_2'', \lambda_{12}'', \lambda_{42}'')$	01101	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{32}', \mu_{42}', \mu_{12}'', \mu_{32}'', \mu_{42}'')$
01110	$(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_1'', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'')$	01110	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{21}'', \mu_{31}'', \mu_{41}'')$
11111	$(\lambda_5, \lambda_5', \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_5'', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'')$	11111	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{35}'')$

Πίν.27.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.27.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{44} + \bar{\lambda}_{11111} \cdot \bar{i}] P_{01111} &= (\bar{\lambda}_{00111} \cdot \bar{i}) P_{00111} + (\bar{\lambda}_{01011} \cdot \bar{i}) P_{01011} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{01110} \cdot \bar{i}) P_{01110} + (\bar{\lambda}_{01101} \cdot \bar{i}) P_{01101} + (\bar{\lambda}_{11111} \circ \bar{\mu}_{11111}) P_{11111} \end{aligned} \quad (27)$$

Σχέση 27: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 01111

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 10111



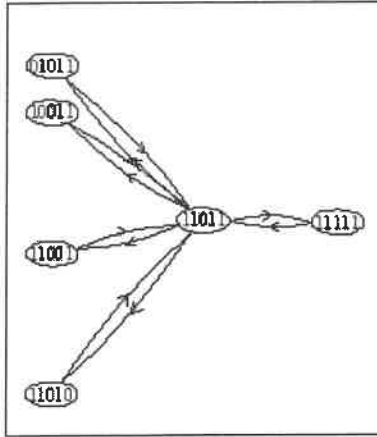
Σχήμα 28: Διάγραμμα ροής κατάστασης 10111

$\bar{\lambda}$	10111	$\bar{\mu}$	10111
00111	$(\lambda_5, \lambda_5', \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_5'', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'')$	00111	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{35}'')$
10011	$(\lambda_3, \lambda_3', \lambda_{23}', \lambda_{53}', \lambda_3'', \lambda_{23}'', \lambda_{53}'')$	10011	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{53}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{53}'')$
10101	$(\lambda_2, \lambda_2', \lambda_{12}', \lambda_{52}', \lambda_2'', \lambda_{12}'', \lambda_{52}'')$	10101	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{32}', \mu_{52}', \mu_{12}'', \mu_{32}'', \mu_{52}'')$
10110	$(\lambda_1, \lambda_1', \lambda_{31}', \lambda_{51}', \lambda_1'', \lambda_{31}'', \lambda_{51}'')$	10110	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{31}'', \mu_{51}'')$
11111	$(\lambda_4, \lambda_4', \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_4'', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'')$	11111	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{34}'')$

Πίν.28.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν.28.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned} [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{55} + \bar{\lambda}_{11111} \cdot \bar{i}] P_{10111} &= (\bar{\lambda}_{00111} \cdot \bar{i}) P_{00111} + (\bar{\lambda}_{10011} \cdot \bar{i}) P_{10011} + \\ &+ (\bar{\lambda}_{10110} \cdot \bar{i}) P_{10110} + (\bar{\lambda}_{10101} \cdot \bar{i}) P_{10101} + (\bar{\lambda}_{11111} \circ \bar{\mu}_{11111}) P_{11111} \end{aligned} \quad (28)$$

Σχέση 28: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 10111

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11011

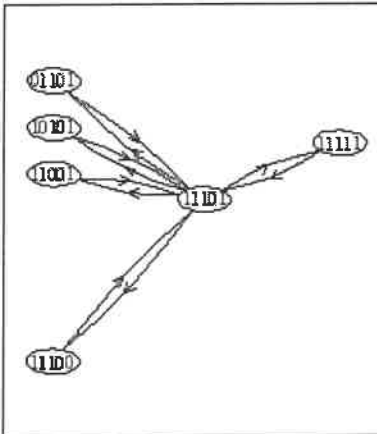
Σχήμα 29: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11011

$\bar{\lambda}$	11011	$\bar{\mu}$	11011
01011	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{45}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'', \lambda_{45}'')$	00111	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{45}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{45}'')$
10011	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{54}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'', \lambda_{54}'')$	10011	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{54}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{54}'')$
11001	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{12}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$	10101	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{42}', \mu_{52}', \mu_{12}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11010	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$	10110	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11111	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'')$	11111	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{43}'')$

Πίν. 29.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 29.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned}
 [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{44} + \mu_{55} + \bar{\lambda}_{11111} \cdot \bar{i}] P_{11011} &= (\bar{\lambda}_{01011} \cdot \bar{i}) P_{01011} + (\bar{\lambda}_{10011} \cdot \bar{i}) P_{10011} + \\
 &+ (\bar{\lambda}_{10110} \cdot \bar{i}) P_{10110} + (\bar{\lambda}_{11001} \cdot \bar{i}) P_{11001} + (\bar{\lambda}_{11111} \circ \bar{\mu}_{11111}) P_{11111}
 \end{aligned} \quad (29)$$

Σχέση 29: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11011

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11101

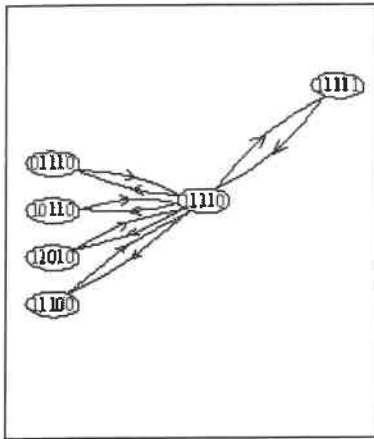
Σχήμα 30: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11101

$\bar{\lambda}$	11101	$\bar{\mu}$	11101
01101	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{45}', \lambda_{15}'', \lambda_{25}'', \lambda_{45}'')$	01101	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{45}', \mu_{15}'', \mu_{25}'', \mu_{45}'')$
10101	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{54}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'', \lambda_{54}'')$	10101	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{54}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{54}'')$
11001	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{13}'', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$	11001	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{13}'', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$
11100	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$	11100	$(\mu_{11}, \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{41}'', \mu_{31}'')$
11111	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{12}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$	11111	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{12}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$

Πίν. 30.1: Διανύσματα ζήτησης Πίν. 30.2: Διανύσματα προσφοράς

$$\begin{aligned}
 [\mu_{11} + \mu_{33} + \mu_{44} + \mu_{55} + \bar{\lambda}_{11111} \cdot \bar{i}] P_{11101} &= (\bar{\lambda}_{00111} \cdot \bar{i}) P_{00111} + (\bar{\lambda}_{10011} \cdot \bar{i}) P_{10011} + \\
 &+ (\bar{\lambda}_{10110} \cdot \bar{i}) P_{10110} + (\bar{\lambda}_{10101} \cdot \bar{i}) P_{10101} + (\bar{\lambda}_{11111} \circ \bar{\mu}_{11111}) P_{11111}
 \end{aligned} \quad (30)$$

Σχέση 30: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11101

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11110

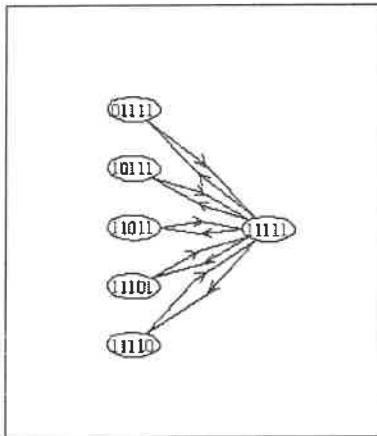
Σχήμα.31: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11110

$\tilde{\lambda}$	11110	$\tilde{\mu}$	11110
01110	$(\lambda_5, \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{55}'', \lambda_{55}'', \lambda_{45}'')$	01110	$(\mu_{55}, \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{55}'', \mu_{55}'', \mu_{45}'')$
10110	$(\lambda_4, \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{54}', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'', \lambda_{54}'')$	10110	$(\mu_{44}, \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{54}', \mu_{24}'', \mu_{34}'', \mu_{54}'')$
11010	$(\lambda_3, \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$	11010	$(\mu_{33}, \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{23}'', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$
11100	$(\lambda_2, \lambda_{22}', \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{22}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$	11100	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$
11111	$(\lambda_1, \lambda_{21}', \lambda_{31}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{21}'', \lambda_{31}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$	11111	$(\mu_{11}, \mu_{21}', \mu_{31}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{21}'', \mu_{31}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$

Πίν.31.1: Διανόσματα ζήτησης Πίν.31.2: Διανόσματα προσφοράς

$$\begin{aligned}
 [\mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{44} + \mu_{55} + \tilde{\lambda}_{11111} \cdot \tilde{i}] P_{11110} &= (\tilde{\lambda}_{01110} \cdot \tilde{i}) P_{01110} + (\tilde{\lambda}_{10110} \cdot \tilde{i}) P_{10110} + \\
 &+ (\tilde{\lambda}_{11010} \cdot \tilde{i}) P_{11010} + (\tilde{\lambda}_{11100} \cdot \tilde{i}) P_{11100} + (\tilde{\lambda}_{11111} \cdot \tilde{\mu}_{11111}) P_{11111}
 \end{aligned} \quad (31)$$

Σχέση 31: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11110

Περιγραφή Κατάστασης Συστήματος 11111

Σχήμα.32: Διάγραμμα ροής κατάστασης 11111

$\tilde{\lambda}$	11111	$\tilde{\mu}$	11111
01111	$(\lambda_5, \lambda_{15}', \lambda_{25}', \lambda_{35}', \lambda_{45}', \lambda_{55}', \lambda_{25}'', \lambda_{35}'', \lambda_{45}'')$	01111	$(\mu_{55}, \mu_{15}', \mu_{25}', \mu_{35}', \mu_{45}', \mu_{55}', \mu_{25}'', \mu_{35}'', \mu_{45}'')$
10111	$(\lambda_4, \lambda_{14}', \lambda_{24}', \lambda_{34}', \lambda_{54}', \lambda_{14}'', \lambda_{24}'', \lambda_{34}'', \lambda_{54}'')$	10111	$(\mu_{44}, \mu_{14}', \mu_{24}', \mu_{34}', \mu_{54}', \mu_{14}'', \mu_{24}'', \mu_{34}'', \mu_{54}'')$
11011	$(\lambda_3, \lambda_{13}', \lambda_{23}', \lambda_{43}', \lambda_{53}', \lambda_{13}'', \lambda_{23}'', \lambda_{43}'', \lambda_{53}'')$	11011	$(\mu_{33}, \mu_{13}', \mu_{23}', \mu_{43}', \mu_{53}', \mu_{13}'', \mu_{23}'', \mu_{43}'', \mu_{53}'')$
11101	$(\lambda_2, \lambda_{12}', \lambda_{22}', \lambda_{42}', \lambda_{52}', \lambda_{12}'', \lambda_{22}'', \lambda_{42}'', \lambda_{52}'')$	11101	$(\mu_{22}, \mu_{12}', \mu_{22}', \mu_{42}', \mu_{52}', \mu_{12}'', \mu_{22}'', \mu_{42}'', \mu_{52}'')$
11110	$(\lambda_1, \lambda_{11}', \lambda_{21}', \lambda_{41}', \lambda_{51}', \lambda_{11}'', \lambda_{21}'', \lambda_{41}'', \lambda_{51}'')$	11110	$(\mu_{11}, \mu_{11}', \mu_{21}', \mu_{41}', \mu_{51}', \mu_{11}'', \mu_{21}'', \mu_{41}'', \mu_{51}'')$

Πίν.32.1: Διανόσματα ζήτησης Πίν.32.2: Διανόσματα προσφοράς

$$\begin{aligned}
 [\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33} + \mu_{44} + \mu_{55}] P_{11111} &= (\tilde{\lambda}_{01111} \cdot \tilde{i}) P_{01111} + (\tilde{\lambda}_{10111} \cdot \tilde{i}) P_{10111} + \\
 &+ (\tilde{\lambda}_{11011} \cdot \tilde{i}) P_{11011} + (\tilde{\lambda}_{11101} \cdot \tilde{i}) P_{11101} + (\tilde{\lambda}_{11110} \cdot \tilde{i}) P_{11110}
 \end{aligned} \quad (32)$$

Σχέση 32: Εξίσωση ισορροπίας κατάστασης 11111

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aytug H., Saydam C., Solving large-scale maximum expected covering location problems by genetic algorithms:A comparative study, *European Journal of Operational Research* 141 (2002) 480-494

Badri M.A., Mortagy A.K., Alsayed C.A., A multi-objective model for locating fire stations, *European Journal of Operational Research* 110 (1998) 243-260

Berman, Oded, Larson R., Parkan C., The stochastic Queue p-Median Location Problem, *Transportation Science* 21 (1987) 207-216

Church R.L., Gerrard R.A., Closest assignment constraints and location models: Properties and structure, *Location Science*, Vol. 4, No. 4, (1996) 251-270

Church R.L., Revelle C.S., The maximal Covering Location Problem, *Papers of the Regional Science Association* 32 (1974) 101-118

Church R.L., Revelle C.S., Theoretical and computational links between the p-median location set-covering and the maximal covering location problem, *Geographical Analysis* 8 (1976) 406-415

Daskin M.S., A maximum expected location model: Formulation, properties and heuristic solution, *Transportation Science* 7 (1983) 48-70

Daskin M.S., Haghani A., Multiple vehicle routing and dispatching to an emergency scene, *Environment and Planning A* 16 (1984) 1349-1359

Daskin M.S., Stern E.H., A hierarchical objective set covering model for emergency medical service vehicle deployment, *Transportation Science* 15 (1981) 137-152

Desrochers M., Marcotte P., Stan M., The congested facility location problem, *Location Science*, Vol.3, No. 1, (1995) 9-23

Eaton D.J., Daskin M.S., Simmons D., Bullock B., Jansma G., Determining emergency medical deployment in Austin, Texas, *Interfaces* Vol.15, No 1 (1985) 96-108

Fujiwara O., Makjamroen T., Gupta K.K., Ambulance deployment analysis:A case study of Bangkok, *European Journal of Operational Research* 31 (1987) 9-18

Gendreau M., Laporte G., Semet F., A dynamic model and parallel Tabu search heuristic for real-time ambulance relocation, *Parallel computing* 27 (2001) 1641-1653

Gendreau M., Laporte G., Semet F., Solving an ambulance Location Model by Tabu search, *Location Science* Vol.5, No. 2, (1997) 75-88

Goldberg J., Paz L., Location of emergency medical service times depends on call location, *Transport Science* 25 (1991) 264-280

Greibe P., Accident Prediction models for urban roads, *Accident Analysis and Prevention* 35 (2003) 273-285

Hakimi S.L., Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, *Operations Research* 12 (1964) 450-459

Halpern J., The accuracy of Estimates for the Performance Criteria in Certain Emergency Service Queueing Systems, *Transportation Science*, Vol. 11, No. 3, (1977) 223-241

Hesse Owen S., Daskin M.S., Strategic facility location:A review, European Journal of Operational Research 111(1998) 423-447

Hogan K., ReVelle C.S., Concepts and applications of backup coverage, Management Science 34 (1986) 1434-1444

Jaramillo J.H., Bhadury J., Batta R., On the use of genetic algorithms to solve location problems, Computer & Operations Research 29 (2002) 761-779

Kolesar P., Walker W.E., An algorithm for the dynamic relocation of fire companies, Operation research 22 (1974) 249-274

Laporte G., Brotcorne L., Semet F., Ambulance location and relocation models, European Journal of Operational Research 147 (2003) 451-463

Larson R.C., A Hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban facility service,Computers & Operations Research 1 (1974) 67-95

Larson R.C., Odoni A., Urban Operation Research, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632 (1981)

Larson R.C., Stevenson K.A., On insetivities in Urban Redistricting and facility location, Operations Research 20 (1972) 595-612

Marianov V, Revelle C., The Queueing Maximal Availability Location Problem:A model for the siting of emergency vehicles, European Journal of Operational Research 93 (1996) 110-120

Marianov V, Revelle C., The Queueing Propabilistic Location St Covering Problem and Some Extensions, Socio-Economic Planning Sciences Vol.28 No. 3 (1994) 167-178

Melkote S., Daskin M.S., An integrated model of facility location and transportation network design, Transportation Research Part A 35 (2001) 515-538

Mirchandani P.B., Odoni A.R., Locations of medians on stochastic networks, *Transportation Science* 13 (2) (1979) 85-97

Morabito R., Galvao R., Chiyoshi F., A note on solutions to the maximal expected covering location problem, *Computers & Operations Research* 30 (2002) 87-96

Morabito R., Mendonca F.C., Analysing emergency medical service ambulance deployment on a Brazilian highway using the Hypercube Model, *Journal of the Operational Research Society* (2001) 52, 261-270

ReVelle C., A perspective on Location Science, *Location Science*, Vol.5, No 1 (1997) 3-13

ReVelle C., Hoagan K., The maximum availability location problem, *Transportation Science* 23 (1989) 192-200

Saydam C., Aytug H., Accurate estimation of expected coverage:revisited, *Socio-Economic Planning Sciences* 37 (2003) 69-80

Schilling D.A., Dynamic Location modeling for public-sector facilities:A multicriteria approach, *Decision Science* 11 (1980) 714-724

Schilling D.A., Elzinga D.J., Cohon J., Chrch R.L., ReVelle C.S., The TEEM/FLEET models for simultaneous facility and equipment sitting, *Transportation Science* 13 (1979) 163-175

Schilling D.A., Jayaraman V., Barkhi R., A review of covering problems in facility location, *Location Science*, Vol.1, No 1 (1993) 25-55

Serra D., Marianov V., Probabilistic Maximal Covering Location-Allocation Models for Congested Systems, *Journal of Regional Science*, 38(3), (1998) 363-371

Serra D., Marianov V., The p-median problem in a changing network:The case of Barcelona, Submitted to *Location Science*

Toregas C.R., Swain R., ReVelle C.S., Bergman L., The location of emergency service facilities, Operation Research 19 (1971) 1363-1373

Μπουρνελάκη Ε Διερεύνηση της επιρροής κεντρικής νησίδας στη σχετική επικινδυνότητα υπεραστικών οδικών τμημάτων,., επιβλέπων Γ.Γιαννής, Αθήνα 2002.