



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ

Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής

## **Ανάλυση Ανθεκτικότητας Δικτύων Μεταφορών με τη Χρήση Θεωρίας Γράφων**



Διπλωματική Εργασία

**Καρτσιούκα Σμαράγδα**

**Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Ελένη Ι. Βλαχογιάννη,**

**Καθηγήτρια Σχολής Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ**

**Αθήνα, 2026**

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών  
Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής  
**Ανάλυση Ανθεκτικότητας Δικτύων Μεταφορών με τη Χρήση Θεωρίας Γράφων**  
Συγγραφέας Διπλωματικής Εργασίας: Καρτσιούκα Σμαράγδα  
Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Ελένη Ι. Βλαχογιάννη  
Αθήνα, 2026.

National Technical University of Athens  
School of Civil Engineering  
Department of Transportation Planning and Engineering,  
**Graph-Theoretic Resilience Analysis of Transportation Networks**  
Thesis Author: Kartsiouka Smaragda  
Supervising Professor: Eleni I. Vlahogianni  
Athens, 2026

Copyright © Καρτσιούκα Σμαράγδα, 2026

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του συγγραφέως. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέως (Ν.5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Kartsiouka Smaragda, 2026

All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες προς την καθηγήτριά μου και Κοσμήτορα της Σχολής Ελένη Ι. Βλαχογιάννη, για την πολύτιμη καθοδήγηση, την εμπιστοσύνη και τη συνεχή υποστήριξή της καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Η επιστημονική της καθοδήγηση, οι συμβουλές και το ενδιαφέρον της συνέβαλαν καθοριστικά στην ολοκλήρωση της παρούσας προσπάθειας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα επίσης να εκφράσω στον διδάκτορα Χάρη Χαλκιαδάκη, για την ουσιαστική καθοδήγηση, τη συνεργασία και την πολύτιμη βοήθειά του σε όλα τα στάδια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Η υποστήριξη, η διαθεσιμότητα και οι γνώσεις του αποτέλεσαν σημαντικό παράγοντα για την επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου για την αμέριστη στήριξη, την κατανόηση και την ενθάρρυνση που μου προσέφεραν σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Η πίστη τους σε εμένα και η συνεχής τους υποστήριξη αποτέλεσαν πηγή δύναμης και έμπνευσης για την ολοκλήρωση αυτού του σημαντικού στόχου.

Ανάλυση Ανθεκτικότητας Δικτύων Μεταφορών με τη Χρήση Θεωρίας Γράφων

Συγγραφέας Διπλωματικής Εργασίας: Καρτσιούκα Σμαράγδα

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Ελένη Ι. Βλαχογιάννη

## Σύνοψη

Η παρούσα εργασία εστιάζει στην εφαρμογή της θεωρίας των γράφων για την ανάλυση της ανθεκτικότητας του συστήματος Μετρό, με μελέτη περίπτωσης το Μετρό της Αθήνας. Το δίκτυο μοντελοποιήθηκε ως γράφος, με βάρη τις επικυρώσεις κάθε σταθμού. Υπολογίστηκαν διάφορες μετρικές θεωρίας γράφων, όπως η ενδιαμέση κεντρικότητα, η κεντρικότητα εγγύτητας, η κεντρικότητα ροής, η αποδοτικότητα, η πυκνότητα και το μέσο μήκος διαδρομής. Οι μετρικές αυτές παρείχαν πληροφορίες σχετικά με τη σχετική σημασία κόμβων και συνδέσεων στο δίκτυο. Μέσω της κανονικοποίησης των αποτελεσμάτων αναδείχθηκαν οι πιο κρίσιμοι σταθμοί, δηλαδή εκείνοι με τη μεγαλύτερη επιρροή στη λειτουργικότητα και τη συνδεσιμότητα. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις μη αναμενόμενων συμβάντων, μέσω στοχευμένης αφαίρεσης κόμβων και ακμών, ώστε να προσομοιωθεί η δυσλειτουργία σταθμών ή γραμμών. Η διαδικασία αυτή επέτρεψε την εκτίμηση της ευαισθησίας του δικτύου και την αξιολόγηση της ανθεκτικότητάς του. Οι μεταβολές σε γενικούς δείκτες, όπως το μέσο μήκος διαδρομής και η αποδοτικότητα, χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση των επιπτώσεων στην απόδοση του συστήματος υπό συνθήκες πίεσης. Αν και το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας εμφανίζει υψηλή συνδεσιμότητα και αποδοτικότητα, η ανάλυση αναδεικνύει την εξάρτηση τέτοιων συστημάτων από συγκεκριμένους κρίσιμους κόμβους και συνδέσεις.

**Λέξεις-κλειδιά :** Θεωρία Γράφων, Ανθεκτικότητα, Δίκτυα Μεταφορών, Μετρό Αθηνών, Μετρικές Κεντρικότητας, Ανάλυση Δικτύων

# Graph-Theoretic Resilience Analysis of Transportation Networks

Thesis Author: Smaragda Karstiouka

Supervisor Professor: Eleni I. Vlachogianni

## Abstract

This paper focuses on the application of graph theory to analyze the resilience of the metro system, with a case study of the Athens Metro. The network was modeled as a weighted graph, using the total validations of each station as weights, offering a robust computational environment for constructing and analyzing graphs. Various graph-theoretical measures were computed, including betweenness centrality, closeness centrality, flow centrality, efficiency, density, and average path length. These metrics provided insights into the relative importance of nodes and connections within the system. By applying normalization techniques, critical metro stations were identified, highlighting those with the greatest influence on the functionality and connectivity of the network. Beyond the initial evaluation, disruption simulations were conducted by selectively removing nodes and edges, representing station or line outages. This process allowed the assessment of the network's sensitivity to failures and the examination of its resilience and adaptability. The variations in global metrics, particularly the average path length and efficiency, were used to evaluate how the system's overall performance changes under stress conditions. While the Athens Metro demonstrates strong connectivity and efficiency, the analysis also emphasizes the dependence of such networks on certain critical nodes and connections.

**Keywords:** Graph Theory, Resilience, Transportation Networks, Athens Metro, Centrality Measures, Network Analysis, Urban Planning



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα αστικά δίκτυα μεταφορών αποτελούν ζωτικής σημασίας υποδομές για τη λειτουργία των σύγχρονων πόλεων, καθώς εξυπηρετούν την καθημερινή κινητικότητα, στηρίζουν την οικονομική δραστηριότητα και συμβάλλουν στη βιώσιμη ανάπτυξη. Ωστόσο, η πολυπλοκότητα και η διασύνδεσή τους τα καθιστούν ευάλωτα σε απρόβλεπτες διαταραχές, όπως τεχνικές βλάβες, υπερφόρτωση ή προσωρινές διακοπές λειτουργίας. Οι διαταραχές αυτές μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικές καθυστερήσεις, μειωμένη αποδοτικότητα και επιπτώσεις στην κοινωνική και οικονομική ζωή. Ένα κρίσιμο ζήτημα που απασχολεί τον σχεδιασμό και τη διαχείριση τέτοιων συστημάτων είναι η ανθεκτικότητά τους, δηλαδή η ικανότητά τους να διατηρούν τη λειτουργικότητά τους ή να ανατάξουν ύστερα από συνθήκες πίεσης, καθώς και ο εντοπισμός των πιο ευάλωτων ή κρίσιμων σημείων τους.

Η διεθνής βιβλιογραφία έχει αναδείξει την έννοια της ανθεκτικότητας ως κεντρικό παράγοντα στη διερεύνηση και τον σχεδιασμό συγκοινωνιακών δικτύων. Η θεωρία των γράφων χρησιμοποιείται εκτενώς για τη μοντελοποίηση και ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων μεταφορών, προσφέροντας ποσοτικά εργαλεία για την αξιολόγηση της δομής, της συνδεσιμότητας και της ευαλωτότητας των δικτύων (Rodrigue et al., 2020). Παράλληλα, έρευνες όπως αυτή των (Derrible & Kennedy, 2010) έχουν επισημάνει τη σημασία του εντοπισμού των κομβικών σημείων (hubs) σε δίκτυα μετρό, των οποίων η δυσλειτουργία μπορεί να επηρεάσει καθοριστικά τη συνοχή και την αποτελεσματικότητα του συστήματος. Οι προσεγγίσεις αυτές επιβεβαιώνουν ότι η θεωρία των γράφων αποτελεί θεμελιώδες εργαλείο για την αξιολόγηση της ανθεκτικότητας και της πολυπλοκότητας των αστικών δικτύων μεταφορών.

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά την εφαρμογή της θεωρίας των γράφων, στην ανάλυση και αξιολόγηση δικτύων μεταφορών, με έμφαση στην εξέταση της τοπολογίας, της συνδεσιμότητας και της ανθεκτικότητάς τους, με ειδική αναφορά στο μετρό της Αθήνας. Η θεωρία των γράφων αποτελεί έναν από τους πιο σημαντικούς κλάδους των μαθηματικών και της επιστήμης των υπολογιστών, καθώς προσφέρει ένα ευέλικτο και ισχυρό πλαίσιο για τη μοντελοποίηση πολύπλοκων συστημάτων. Ένας γράφος επιτρέπει την αποτύπωση στοιχείων ως κόμβων και των μεταξύ τους σχέσεων ως ακμών, καθιστώντας δυνατή την ανάλυση όχι μόνο της δομής αλλά και της δυναμικής λειτουργίας ενός συστήματος. Η προσέγγιση αυτή βρίσκει εφαρμογή σε ποικίλους τομείς, από την πληροφορική και τη βιολογία μέχρι τις κοινωνικές επιστήμες και ιδιαίτερα στον χώρο των μεταφορών, όπου τα δίκτυα συνιστούν θεμελιώδη υποδομή για την καθημερινή ζωή στις σύγχρονες πόλεις.

Στο θεωρητικό μέρος της εργασίας παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της θεωρίας των γράφων και οι εφαρμογές τους σε διάφορους τομείς, με έμφαση στα δίκτυα μεταφορών. Στη συνέχεια, το μεθοδολογικό πλαίσιο περιλαμβάνει τη μοντελοποίηση του αθηναϊκού μετρό ως γράφου με τη χρήση της Python και της βιβλιοθήκης NetworkX. Οι σταθμοί αποτυπώνονται ως

κόμβοι και οι συνδέσεις τους ως ακμές, με βάρη τις επικυρώσεις, ώστε να εξεταστεί η τοπολογία του δικτύου και να αξιολογηθεί η λειτουργικότητά του.

Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε μέσω υπολογισμού πολλαπλών δεικτών, όπως η ενδιάμεση κεντρικότητα, η κεντρικότητα εγγύτητας, η κεντρικότητα ροής, καθώς και γενικότερες μετρικές όπως η αποδοτικότητα, η πυκνότητα και το μέσο μήκος διαδρομής. Με την κανονικοποίηση των αποτελεσμάτων έγινε δυνατός ο εντοπισμός των πιο κρίσιμων κόμβων και συνδέσεων, οι οποίοι παίζουν καθοριστικό ρόλο στη συνοχή και τη λειτουργικότητα του δικτύου. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις διαταραχών, μέσω αφαίρεσης κόμβων ή γραμμών. Σε κάθε σενάριο, επανυπολογίζονταν οι μετρικές του δικτύου, με έμφαση στη μεταβολή του μέσου μήκους διαδρομής και της συνολικής αποδοτικότητας, ώστε να ερευνηθεί η επίδρασή τους στη συνολική ανθεκτικότητα του συστήματος.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης αναδεικνύουν ότι το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας παρουσιάζει γενικά ικανοποιητική συνδεσιμότητα και αποδοτικότητα, ωστόσο εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από ορισμένους κεντρικούς σταθμούς που λειτουργούν ως «κρίσιμα σημεία», όπως το Σύνταγμα και η Ομόνοια. Η απώλεια ή δυσλειτουργία αυτών των κόμβων μπορεί να προκαλέσει σημαντικές επιπτώσεις στη συνολική λειτουργία του δικτύου. Τα συμπεράσματα της εργασίας καταδεικνύουν τη χρησιμότητα της θεωρίας των γράφων ως εργαλείου για τον στρατηγικό σχεδιασμό, την αξιολόγηση και την ενίσχυση της ανθεκτικότητας των αστικών συγκοινωνιακών υποδομών, τόσο στον σχεδιασμό νέων υποδομών όσο και στη θωράκιση των υπάρχοντων δικτύων απέναντι σε μελλοντικές προκλήσεις.

Η εργασία ολοκληρώνεται με την επισήμανση των δυνατοτήτων για μελλοντική έρευνα. Ιδιαίτερα σημαντική προοπτική αποτελεί η εφαρμογή της ίδιας μεθοδολογίας σε άλλα αστικά δίκτυα μεταφορών, προκειμένου να γίνουν συγκριτικές αναλύσεις. Επιπλέον, η ενσωμάτωση παραμέτρων όπως η επιβατική ζήτηση, οι χρόνοι μετακίνησης και η χωρητικότητα μπορεί να οδηγήσει σε πιο ρεαλιστικά μοντέλα, τα οποία θα αντανακλούν καλύτερα τη λειτουργία ενός ζωντανού συστήματος μεταφορών.

## Περιεχόμενα

<b>1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>17</b>
1.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΘΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΑΣΤΙΚΑ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ .....	17
1.2 ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΩΝ ΣΤΙΣ ΜΕΤΑΦΟΡΕΣ .....	17
1.3 ΣΚΟΠΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ .....	18
1.3 ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ .....	19
<b>2.ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....</b>	<b>22</b>
2.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΜΕ ΓΡΑΦΟΥΣ.....	22
2.1.1 Βελτιστοποίηση Διαδρομών .....	22
2.1.2 Ανάλυση Ροής Κυκλοφορίας .....	23
2.1.3 Συνδεσιμότητα και Αξιοπιστία.....	23
2.1.4 Κατανομή Πόρων και Προγραμματισμός.....	24
2.1.5 Πολεοδομικός Σχεδιασμός και Ανάπτυξη Υποδομών.....	24
2.1.6 Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας και της Διανομής .....	24
2.1.7 Μείωση Κόστους.....	25
2.1.8 Δυναμική Διαχείριση Κυκλοφορίας.....	25
2.1.9 Βιωσιμότητα.....	26
2.1.10 Ασφάλεια και Διαχείριση Κινδύνου .....	26
2.2 ΔΟΜΙΚΗ ΕΤΕΡΟΓΕΝΕΙΑ ΚΑΙ ΤΡΩΤΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ ΜΕΤΡΟ .....	26
2.2.1 Σύγκριση Δικτύων Πόλεων .....	26
2.2.2 Συγκριτική Ανάλυση Ανθεκτικότητας Μετρό .....	27
2.2.3 Χωροχρονική Εξέλιξη Τοπολογιών Μετρό .....	27
2.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΜΕΣΩ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΡΑΦΩΝ .....	27
2.3.1 Συσχέτιση Συνδεσιμότητας με Ασφάλεια Μεταφορών.....	27
2.3.2 Φασματική Ανάλυση και Συνοχή Αστικών Δικτύων .....	27
2.3.3 Δείκτες Ευπάθειας και Κρίσιμοι Κόμβοι .....	28
2.4 ΑΝΘΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΩΝ .....	28
2.4.1 Ορισμός και Θεωρητικό Πλαίσιο Ανθεκτικότητας.....	28
2.4.2 Τοπολογικά Χαρακτηριστικά και Ανθεκτικότητα .....	29
2.4.3 Ανάλυση Κοινοτήτων και Ανθεκτικότητα .....	29
2.4.4 Μεθοδολογικές Προσεγγίσεις στην Αξιολόγηση Ανθεκτικότητας .....	29
2.4.5 Χρονική Ανάλυση Δικτύων (Temporal Networks) .....	30
2.4.6 Εφαρμογές και Εμπειρικές Μελέτες .....	30
2.4.7 Πολυκριτηριακή Αξιολόγηση Ανθεκτικότητας .....	31

<b>2.5 ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΘΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....</b>	<b>31</b>
2.5.1 Δείκτης Ευπάθειας Λειτουργικής Διαμόρφωσης .....	31
2.5.2 Υβριδικό Μοντέλο Πρόβλεψης Ανθεκτικότητας .....	31
2.5.3 Ποσοτικοποίηση Αβεβαιότητας Ευπάθειας.....	31
<b>2.6 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΕΝΑΡΙΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ .....</b>	<b>32</b>
2.6.1 Επιχειρησιακή Ευελιξία και Ανταπόκριση σε Διαταραχές .....	32
2.6.2 Ανθεκτικότητα Πολυεπίπεδων Δικτύων Μεταφορών .....	32
2.6.3 Ανθεκτικότητα Πολυτροπικών Δικτύων υπό Κρίσεις.....	32
<b>2.7 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΥ ΚΕΝΟΥ ΚΑΙ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΑΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....</b>	<b>32</b>
<b>3. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ .....</b>	<b>34</b>
<b>3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>34</b>
3.1.1 Τύποι Γραφημάτων .....	35
3.1.2 Εφαρμογές της θεωρίας των γράφων .....	36
<b>3.2 ΔΕΙΚΤΕΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ.....</b>	<b>38</b>
3.2.1 Ισχύς κομβού.....	38
3.2.2 Εκκεντρότητα Κόμβου .....	39
3.2.3 Κεντρικότητα Ακμής .....	40
3.2.4 Μέσο Μήκος Διαδρομής .....	40
3.2.5 Συντελεστής Συγκέντρωσης.....	41
3.2.6 Πυκνότητα.....	42
3.2.7 Κεντρικότητα Ροής .....	42
3.2.9 Κεντρικότητα Εγγύτητας.....	44
<b>3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΜΕ ΡΥΘΜΟΝ .....</b>	<b>44</b>
3.3.1 Βιβλιοθήκη NetworkX .....	45
3.3.2 Υλοποίηση σε περιβάλλον Python.....	45
3.3.3 Πλεονεκτήματα της χρήσης Python και NetworkX .....	46
<b>4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>47</b>
<b>4.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΑΘΗΝΑΣ.....</b>	<b>47</b>
4.1.1 Δημιουργία των Κόμβων του Γραφήματος .....	47
4.1.2 Δημιουργία των Ακμών του Γραφήματος .....	48
<b>4.2 ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΕΠΙΤΟΠΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΠΙΒΑΤΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ.....</b>	<b>49</b>
<b>4.3 ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΟΑΣΑ.....</b>	<b>49</b>
<b>4.4 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΩΝ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>49</b>
4.4.1 Γραφήματα μεμονωμένων γραμμών .....	49
4.4.2 Κατασκευή Πολυγραφήματος .....	51
<b>4.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>52</b>

4.5.1 Υπολογισμός Ισχύος Κόμβων.....	52
4.5.2 Εκκεντρότητα Κόμβου .....	54
4.5.3 Κεντρικότητα Ακμών.....	57
4.5.4 Μέσο Μήκος Διαδρομής .....	62
4.5.5 Συντελεστής Συγκέντρωσης.....	63
4.5.6 Πυκνότητα.....	64
4.5.7 Ροή Κεντρικότητας .....	65
4.5.8 Κοινότητες.....	67
4.5.9 Κεντρικότητα Εγγύτητας.....	70
<b>4.6 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΑΘΜΩΝ.....</b>	<b>75</b>
<b>4.7 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ .....</b>	<b>76</b>
<b>4.8 ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ.....</b>	<b>76</b>
4.8.1 Αποτυχία Κόμβου .....	77
4.8.2 Αποτυχία Γραμμής .....	77
4.8.3 Αποτυχία Πολλαπλών Σταθμών.....	77
<b>5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>79</b>
5.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	79
5.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ .....	79
5.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ.....	80
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>83</b>

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Βελτιστοποίηση Διαδρομής.....	22
Εικόνα 2: Συνδετικοί Κόμβοι Κοινοτήτων .....	24
Εικόνα 3: Παράδειγμα Βελτιστοποίησης.....	25
Εικόνα 4: Τύποι Γραφημάτων .....	35
Εικόνα 5: Παραδείγματα Εκκεντρότητας Κόμβων.....	39
Εικόνα 6: Παράδειγμα Υψηλής Κεντρικότητας Ακμής .....	40
Εικόνα 7: Παραδείγματα Συντελεστή Συγκέντρωσης .....	41
Εικόνα 8: Παραδείγματα Πυκνότητας σε Δίκτυα.....	42
Εικόνα 9: Παράδειγμα Κοινοτήτων σε Δίκτυο.....	43
Εικόνα 10: Κεντρικότητα Εγγύτητας.....	44
Εικόνα 11: Δημιουργία Γράφου και Υπολογισμός βασικών δεικτών (ενδεικτικό απόσπασμα από κώδικα Python).....	46
Εικόνα 12: Αποκοπή κόμβου (ενδεικτικό απόσπασμα από κώδικα Python).....	46
Εικόνα 13: Απεικόνιση Γραμμών Μετρό της Αθήνας (πηγή : <a href="http://www.oasa.gr">www.oasa.gr</a> ).....	47
Εικόνα 14: Χάρτης του Μετρό της Αθήνας (πηγή: <a href="http://www.google.com/mygooglemaps">www.google.com/mygooglemaps</a> ) .....	48
Εικόνα 15: Κατευθυνόμενο Γράφημα Μπλε Γραμμής .....	50
Εικόνα 16: Κατευθυνόμενο Γράφημα Κόκκινης Γραμμής .....	50
Εικόνα 17: Κατευθυνόμενο Γράφημα Πράσινης Γραμμής.....	50
Εικόνα 18: Κατευθυνόμενο Πολυγράφημα.....	51
Εικόνα 19: Διαταραχές στο Δίκτυο.....	76

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Μέσο Μήκος Διαδρομής .....	63
Πίνακας 2: Πυκνότητα Γραμμών .....	64
Πίνακας 3: Κοινότητες για την Μπλε Γραμμή .....	67
Πίνακας 4: Κοινότητες για την Κόκκινη Γραμμή .....	68
Πίνακας 5: Κοινότητες για την Πράσινη Γραμμή .....	68
Πίνακας 6: Κοινότητες για το Πολυγραφικό Δίκτυο .....	69

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Διάγραμμα 1: Πορεία Διπλωματικής Εργασίας .....	19
Διάγραμμα 2: Διάγραμμα Μεθοδολογικής Προσέγγισης .....	34
Διάγραμμα 3: Ισχύς Κόμβου Μπλε Γραμμή.....	52
Διάγραμμα 4: Ισχύς Κόμβου Κόκκινη Γραμμή.....	53
Διάγραμμα 5: Ισχύς Κόμβου Πράσινη Γραμμή .....	53
Διάγραμμα 6: Ισχύς Κόμβου Πολυγράφημα .....	54
Διάγραμμα 7: Εκκεντρότητα Μπλε Γραμμή .....	55
Διάγραμμα 8: Εκκεντρότητα Κόκκινη Γραμμή .....	55
Διάγραμμα 9: Εκκεντρότητα Πράσινη Γραμμή .....	56
Διάγραμμα 10: Εκκεντρότητα Πολυγράφημα .....	57
Διάγραμμα 11: Κεντρικότητα Ακμών Μπλε Γραμμή .....	58
Διάγραμμα 12: Κεντρικότητα Ακμών Κόκκινη Γραμμή.....	59
Διάγραμμα 13: Κεντρικότητα Ακμών Πράσινη Γραμμή.....	60
Διάγραμμα 14: Κεντρικότητα Ακμών Πολυγράφημα .....	61
Διάγραμμα 15: Ροή Κεντρικότητας Μπλε Γραμμής .....	65
Διάγραμμα 16: Ροή Κεντρικότητας Κόκκινη Γραμμή .....	65
Διάγραμμα 17: Ροή Κεντρικότητας Πράσινης Γραμμής.....	66
Διάγραμμα 18: Ροή Κεντρικότητας Πολυγραφήματος .....	66
Διάγραμμα 19: Κεντρικότητα Εγγύτητας Μπλε Γραμμή .....	71
Διάγραμμα 20: Κεντρικότητα Εγγύτητας Κόκκινη Γραμμή.....	72
Διάγραμμα 21: Κεντρικότητα Εγγύτητας Πράσινη Γραμμή .....	73
Διάγραμμα 22: Κεντρικότητα Εγγύτητας Πολυγράφημα .....	74
Διάγραμμα 23: Κανονικοποίηση Δεδομένων Σταθμών.....	75
Διάγραμμα 24: Κανονικοποίηση Δεδομένων Γραμμών .....	76

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Ανάλυση Ανθεκτικότητας σε Αστικά Μεταφορικά Δίκτυα

Τα αστικά συγκοινωνιακά δίκτυα αποτελούν θεμέλιο για τη λειτουργία των σύγχρονων πόλεων, εξασφαλίζοντας τη μετακίνηση πολιτών, την πρόσβαση σε υπηρεσίες και την οικονομική δραστηριότητα. Η σημασία τους καθιστά την αποτελεσματική και αδιάλειπτη λειτουργία τους απαραίτητη, ενώ κάθε διαταραχή, ακόμη και προσωρινή, μπορεί να έχει πολλαπλές επιπτώσεις στην κοινωνική και οικονομική ζωή (Serdar et al., 2022). Στις σύγχρονες πόλεις, όπου η κινητικότητα είναι αυξημένη και οι απαιτήσεις για ταχύτητα και αξιοπιστία είναι υψηλές, η οργάνωση και η δομή του δικτύου μεταφορών παίζουν καθοριστικό ρόλο για την αποτελεσματική διαχείριση της ροής των επιβατών.

Παράλληλα, τα δίκτυα αυτά είναι πολύπλοκα συστήματα, με πολλούς αλληλένδετους κόμβους (σταθμούς) και ακμές (γραμμές ή συνδέσεις). Η λειτουργία τους εξαρτάται όχι μόνο από την ύπαρξη των υποδομών αλλά και από την ικανότητα του δικτύου να διατηρεί τη συνδεσιμότητά του ακόμη και σε περίπτωση βλαβών ή έκτακτων συμβάντων (Kopsidas, 2022). Ο εντοπισμός των κρίσιμων σημείων, δηλαδή των κόμβων και των συνδέσεων των οποίων η δυσλειτουργία μπορεί να προκαλέσει σημαντικές επιπτώσεις στη συνολική λειτουργία, αποτελεί βασικό ζητούμενο για τη διασφάλιση της αποτελεσματικότητας και της ασφάλειας του συστήματος (Dui et al., 2025).

Ένα από τα κύρια προβλήματα που αναδεικνύει η βιβλιογραφία και η πρακτική εμπειρία είναι η ευπάθεια σε στοχευμένες διαταραχές. Ενώ τα δίκτυα μπορεί να αντέχουν τυχαίες αστοχίες χωρίς μεγάλη επίπτωση, η απώλεια ή η δυσλειτουργία ενός κρίσιμου κόμβου μπορεί να προκαλέσει καθυστερήσεις, αποσυντονισμό των δρομολογίων και μείωση της συνολικής αποδοτικότητας (Gonçalves & Ferreira, 2020; Yadav & Wang, 2020). Για το λόγο αυτό, η μελέτη της ανθεκτικότητας και της αξιοπιστίας των δικτύων μεταφορών, μέσω της ανάλυσης της δομής τους και της προσομοίωσης διαταραχών, αποτελεί βασική παράμετρο για τον σχεδιασμό ασφαλών και βιώσιμων αστικών υποδομών, όπως το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας (Qi et al., 2022; Rocco et al., 2025; Zhang et al., 2023).

### 1.2 Σημασία της Εφαρμογής της Θεωρίας Γράφων στις Μεταφορές

Η θεωρία των γράφων αποτελεί θεμελιώδες εργαλείο της διακριτής μαθηματικής ανάλυσης και ένα από τα πιο ευέλικτα μοντέλα για την αναπαράσταση και ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων, όπου οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων είναι εξίσου σημαντικές με τα ίδια τα στοιχεία. Ένας γράφος περιλαμβάνει ένα σύνολο κόμβων και ένα σύνολο ακμών που συνδέουν τους κόμβους αυτούς, σχηματίζοντας ένα δίκτυο. Η απλότητα της δομής του σε συνδυασμό με τη μαθηματική του ισχύ τον καθιστούν ιδανικό για την ανάλυση συστημάτων σε πλήθος επιστημονικών περιοχών (Kumar, 2025).

Η θεωρία των γράφων βρίσκει εφαρμογή σε ένα ευρύ φάσμα επιστημών, όπως στην πληροφορική, όπου χρησιμοποιείται για την ανάλυση δικτύων, την αναπαράσταση δεδομένων

ή την πλοήγηση στο διαδίκτυο, στη βιολογία, για την κατανόηση νευρωνικών και γονιδιακών δικτύων, στις κοινωνικές επιστήμες, για την καταγραφή σχέσεων μεταξύ ατόμων ή ομάδων και στις μεταφορές, για τη εξέταση της τοπολογίας και της αποδοτικότητας των δικτύων μετακίνησης (West & Douglas, 2001).

Στο πεδίο των συστημάτων μεταφορών, η θεωρία των γράφων παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση, ανάλυση και αξιολόγηση της δομής και της λειτουργίας αστικών και υπεραστικών δικτύων μετακίνησης. Με τη χρήση γράφων, οι διάφορες υποδομές (όπως σταθμοί, κόμβοι, στάσεις ή αεροδρόμια) αναπαρίστανται ως κόμβοι, ενώ οι διαδρομές ή οι συνδέσεις (όπως σιδηροδρομικές γραμμές, οδικά τμήματα ή διαδρομές λεωφορείων) ως ακμές. Αυτό επιτρέπει την αναπαράσταση όχι μόνο της τοπολογικής διάταξης ενός δικτύου, αλλά και της λειτουργικής του συμπεριφοράς, μέσα από την ανάθεση βαρών που εκφράζουν αποστάσεις, χρόνους μετακίνησης, συχνότητες ή ροές (Tarapata & Kasprzyk, 2015).

Η εφαρμογή τέτοιων γραφικών μοντέλων επιτρέπει την εξαγωγή κρίσιμων ποσοτικών δεικτών, όπως είναι οι κεντρικότητες (για την αξιολόγηση της σημασίας κόμβων ή ακμών), η αποδοτικότητα, η συνδεσιμότητα, το μέσο μήκος διαδρομής, καθώς και η ευαισθησία του δικτύου σε αστοχίες. Τέτοιου είδους αναλύσεις είναι ιδιαίτερα χρήσιμες στο σχεδιασμό βιώσιμων και ανθεκτικών μεταφορικών συστημάτων, που πρέπει να λειτουργούν ομαλά ακόμη και υπό την παρουσία διαταραχών, συντήρησης, φυσικών καταστροφών ή αυξημένης ζήτησης (Ducruet & Rodrigue, 2014).

Για τους πολεοδόμους και τις συγκοινωνιακές αρχές, η αναπαράσταση ενός δικτύου μεταφοράς ως γράφος μπορεί να προσφέρει χρήσιμες πληροφορίες για τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων. Μέσω της ανάλυσης γραφημάτων μπορούν να εντοπιστούν σταθμοί, κόμβοι ή συνδέσεις που είναι κρίσιμοι για τη διατήρηση της συνολικής λειτουργικότητας του συστήματος. Η εξασφάλιση εναλλακτικών διαδρομών, δομικής πλεονασματικότητας ή εφεδρειών σε τέτοια σημεία μπορεί να είναι καθοριστική για την αποφυγή κατάρρευσης της εξυπηρέτησης σε περιόδους πίεσης ή διακοπών λειτουργίας (Wang & Zhang, 2024).

### **1.3 Σκοπός Διπλωματικής Εργασίας**

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάλυση της τοπολογίας, της συνδεσιμότητας και της λειτουργικότητας του δικτύου του Μετρό της Αθήνας με τη χρήση της θεωρίας των γράφων. Στόχος της ανάλυσης είναι ο εντοπισμός των κρίσιμων κόμβων και συνδέσεων, καθώς και η αξιολόγηση της ανθεκτικότητας και της αξιοπιστίας του δικτύου υπό συνθήκες διαταραχής. Μέσω ποσοτικών δεικτών και προσομοιώσεων διαταραχών, η εργασία στοχεύει στην κατανόηση των παραγόντων που επηρεάζουν τη συνολική λειτουργία του συστήματος και στην παροχή χρήσιμων συμπερασμάτων για τον στρατηγικό σχεδιασμό και τη βελτίωση της διαχείρισης του αστικού συγκοινωνιακού δικτύου.

Στην παρούσα εργασία, το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας, μοντελοποιείται ως ένας κατευθυνόμενος γράφος με βάρη, όπου κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε έναν σταθμό και κάθε ακμή σε μια διαδρομή μεταξύ σταθμών. Τα βάρη σχετίζονται με τον αριθμό των επικυρώσεων εισιτηρίων σε κάθε σταθμό. Η ανάλυση ξεκινά με τη χαρτογράφηση και δημιουργία του γράφου, την ανάθεση βαρών, και την επεξεργασία των δεδομένων. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται τοπολογική και στατιστική ανάλυση, και ακολουθεί η προσομοίωση διαταραχών, όπως η αφαίρεση κόμβων ή ακμών που αντιστοιχούν σε σταθμούς ή γραμμές, ώστε να διερευνηθεί η επίδρασή τους στη συνολική λειτουργικότητα του συστήματος.

Κατά την ανάλυση εφαρμόζονται συγκεκριμένες μετρικές, ενδιάμεση κεντρικότητα, για τον εντοπισμό κόμβων που παίζουν ρόλο "γεφυρών" στο δίκτυο, η κεντρικότητα εγγύτητας, για τη μέτρηση της συνολικής "προσβασιμότητας" κάθε κόμβου και η κεντρικότητα ροής, για την εξέταση της επιρροής κόμβων στην κυκλοφορία. Για τις γραμμές εφαρμόζονται μετρικές όπως, η αποδοτικότητα, η πυκνότητα και μέσο μήκος διαδρομής, ως δείκτες συνολικής προσπελασιμότητας και δομικής ισχύος του δικτύου.

Μέσα από την εφαρμογή της μεθοδολογίας αυτής στο μετρό της Αθήνας, επιδιώκεται η εξαγωγή συμπερασμάτων για τη δομική ευρωστία, τη λειτουργική αποδοτικότητα, καθώς και η διατύπωση προτάσεων ενίσχυσης της ανθεκτικότητας σε μελλοντικές προκλήσεις.

### 1.3 Διάρθρωση Διπλωματικής Εργασίας

Τα κεφάλαια της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι 5 και η πορεία τους απεικονίζεται στο παρακάτω Διάγραμμα.



Διάγραμμα 1: Πορεία Διπλωματικής Εργασίας

## Κεφάλαιο 1°

Αποτελεί την Εισαγωγή, όπου παρουσιάζεται η θεωρία των γράφων και η σημασία της ως εργαλείο μοντελοποίησης και ανάλυσης δικτύων. Γίνεται αναφορά στη χρήση της σε ποικίλους τομείς και αναδεικνύεται η χρησιμότητά της για την ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων. Ειδικό βάρος δίνεται στα συστήματα μεταφορών και στη σημασία τους για την αστική ζωή. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται και ο σκοπός της συγκεκριμένης έρευνας.

## Κεφάλαιο 2°

Το δεύτερο κεφάλαιο αφορά στη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Παρουσιάζονται εφαρμογές της θεωρίας των γράφων στα δίκτυα μεταφορών, σε πεδία όπως, η ανάλυση κυκλοφορίας, ο πολεοδομικός σχεδιασμός, η εφοδιαστική αλυσίδα. Στην συνέχεια, δίνεται ο ορισμός της ανθεκτικότητας, οι μεθοδολογικές προσεγγίσεις, τα τοπολογικά χαρακτηριστικά της και αναφορά σε βασικά παραδείγματα εφαρμογών και εμπειρικών μελετών.

## Κεφάλαιο 3°

Αποτελεί τη μεθοδολογική προσέγγιση, πιο συγκεκριμένα, αναλύονται οι βασικές έννοιες της θεωρίας γράφων, όπως κόμβοι, ακμές, βαθμός, συνδεσιμότητα, τοπολογικές ιδιότητες και δείκτες κεντρικότητας. Τέλος, το κεφάλαιο δείχνει πώς η θεωρία μετατρέπεται σε πρακτικό εργαλείο, μέσο της υλοποίησης σε περιβάλλον Python, με την χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Python (βιβλιοθήκη NetworkX) για την αναπαράσταση των κόμβων (σταθμών), ακμών (γραμμών) και βαρών (επικυρώσεις) του γράφου.

## Κεφάλαιο 4°

Αναφέρεται στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων. Σε αυτό, παρουσιάζονται οι πηγές των δεδομένων του δικτύου και των κυκλοφοριακών φόρτων, με πρωτογενή επιτόπια δεδομένα και δευτερογενή δεδομένα (ΟΑΣΑ,ΣΤΑΣΥ), καθώς και η επεξεργασία τους για την ανάπτυξη κατευθυνόμενων γράφων των μεμονωμένων γραμμών και της κατασκευής του πολυγραφήματος του συνολικού δικτύου. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δεικτών της τοπολογικής ανάλυσης, ισχύς κόμβων, μέσο μήκος διαδρομής, πυκνότητα, αποδοτικότητα, κεντρικότητες, του δικτύου Μετρό της Αθήνας, για κάθε γραμμή ξεχωριστά αλλά και για το πολυγράφημα, για την πρωινή και απογευματινή αιχμή. Γίνεται κανονικοποίηση των δεικτών, εντοπισμός κρίσιμων κόμβων και γραμμών, και ανάλυση της δομής κοινοτήτων. Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν ποιοι σταθμοί και ποιες συνδέσεις είναι στρατηγικά σημαντικοί. Βάση αυτών, γίνεται η προσομοίωση τριών βασικών διαταραχών του δικτύου και εξετάζεται η επιρροή τους στην λειτουργία του δικτύου.

## Κεφάλαιο 5°

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα βασικά πορίσματα σε σχέση με την ανθεκτικότητα και την αποτελεσματικότητα του δικτύου βάση των οποίων προτείνονται ενέργειες

βελτιστοποίησης και ενίσχυσής του. Στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα, με σκοπό την αρωγή σε μελλοντικές ερευνητικές προσπάθειες.

## 2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

### 2.1 Ανάλυση Δικτύων Μεταφορών με Γράφους

Η θεωρία γραφημάτων προσφέρει μια δομημένη προσέγγιση για τη μοντελοποίηση, ανάλυση και βελτιστοποίηση των συστημάτων μεταφορών, συμβάλλοντας στη βελτίωση της αποδοτικότητας, στη μείωση του κόστους, στην ενίσχυση της ασφάλειας και στην υποστήριξη της βιώσιμης ανάπτυξης (Geetha & Balasubramanie, 2020).

Μέσα από την αφαιρετική αναπαράσταση ενός πολύπλοκου συστήματος σε κόμβους και ακμές, δίνεται η δυνατότητα μοντελοποίησης καταστάσεων που διαφορετικά θα ήταν δύσκολο να ερμηνευθούν. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει όχι μόνο την κατανόηση της υπάρχουσας λειτουργίας των δικτύων, αλλά και την πρόβλεψη μελλοντικών αναγκών, τη διαχείριση κρίσεων, καθώς και την υποστήριξη λήψης αποφάσεων.

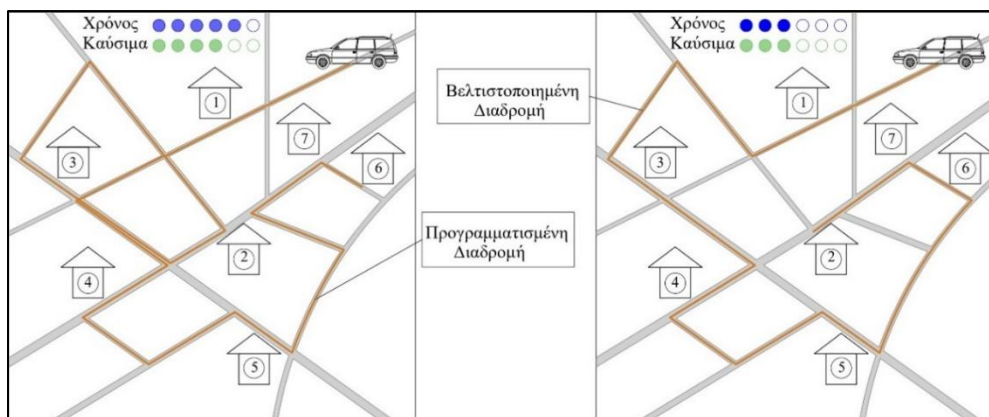
Στον χώρο των μεταφορών, η θεωρία γραφημάτων δεν χρησιμοποιείται μεμονωμένα, αλλά συχνά σε συνδυασμό με τεχνητή νοημοσύνη, συστήματα μεγάλων δεδομένων (big data) και προσομοιώσεις. Αυτό ενισχύει τη δυνατότητα λήψης αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο, ενώ παράλληλα συμβάλλει στην ανάπτυξη «έξυπνων πόλεων» (smart cities) και στην προώθηση βιώσιμων μετακινήσεων (Boccaletti et al., 2006; Vlahogianni et al., 2014).

Παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα βασικά οφέλη της εφαρμογής της θεωρίας γραφημάτων σε μεταφορικά δίκτυα.

#### 2.1.1 Βελτιστοποίηση Διαδρομών

Η θεωρία γραφημάτων επιτρέπει τον εντοπισμό της συντομότερης ή πιο αποδοτικής διαδρομής μεταξύ δύο σημείων σε ένα δίκτυο, συμβάλλοντας στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ή του κόστους μετακίνησης. Διευκολύνει επίσης την ανεύρεση εναλλακτικών διαδρομών σε περιπτώσεις κυκλοφοριακής συμφόρησης, κλειστών δρόμων ή ατυχημάτων, παρέχοντας μεγαλύτερη ευελιξία στον σχεδιασμό των μεταφορών (Winston & Wayne, 2004).

Στην Εικόνα 1 παρουσιάζεται, ένα παράδειγμα βελτιστοποίησης διαδρομής από άποψη χρόνου παράδοσης και κατανάλωσης καυσίμων.



Εικόνα 1: Βελτιστοποίηση Διαδρομής

Επιπλέον, αλγόριθμοι όπως ο A\* και ο Bellman-Ford χρησιμοποιούνται σε συστήματα πλοήγησης πραγματικού χρόνου (GPS, Google Maps), επιτρέποντας τη δυναμική επιλογή της βέλτιστης διαδρομής ανάλογα με τις συνθήκες (Delling et al., 2014).

### 2.1.2 Ανάλυση Ροής Κυκλοφορίας

Η θεωρία γραφημάτων επιτρέπει τη μοντελοποίηση της κυκλοφοριακής ροής εντός του δικτύου, λαμβάνοντας υπόψη τους κόμβους (διασταυρώσεις ή κόμβους κυκλοφορίας) και τις ακμές (δρόμους ή σιδηροδρομικές γραμμές). Μπορεί να συμβάλει στην ανάλυση της μέγιστης ροής, στον εντοπισμό σημείων συμφόρησης και στον εντοπισμό περιοχών όπου η κυκλοφορία μπορεί να βελτιωθεί. Διευκολύνει την ανάλυση της κυκλοφοριακής χωρητικότητας και τον εντοπισμό σημείων συμφόρησης εντός του δικτύου, συμβάλλοντας στον προγραμματισμό αναβαθμίσεων υποδομής ή στην υιοθέτηση στρατηγικών εκτροπής της κυκλοφορίας (Geetha & Balasubramanie, 2020).

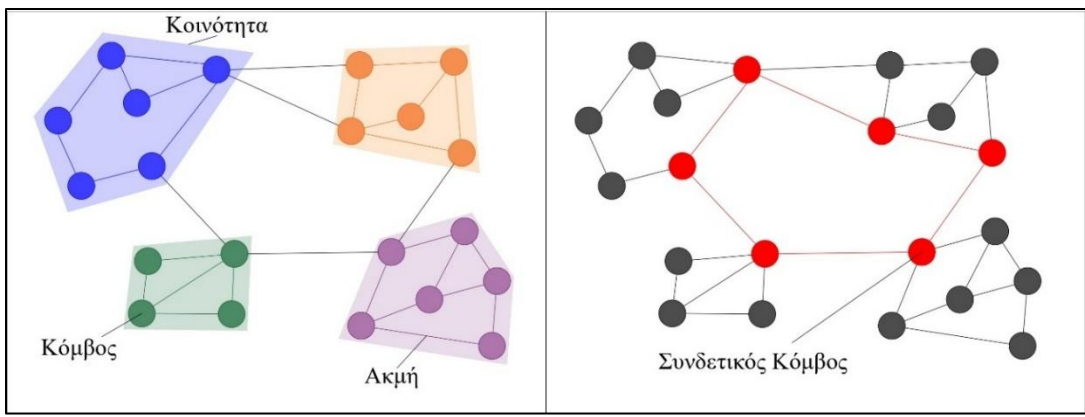
Επιπλέον, με την ενσωμάτωση αλγορίθμων μέγιστης ροής (Ford–Fulkerson, Edmonds–Karp), μπορούν να προσομοιωθούν διαφορετικά σενάρια και να εξεταστούν οι επιπτώσεις σε περιπτώσεις αυξημένης ζήτησης (Ahuja et al., 1993).

### 2.1.3 Συνδεσιμότητα και Αξιοπιστία

Η θεωρία γραφημάτων μπορεί να αξιολογήσει εάν το δίκτυο μεταφορών είναι πλήρως συνδεδεμένο, διασφαλίζοντας ότι κάθε προορισμός είναι προσβάσιμος από οποιοδήποτε άλλο σημείο. Επιπλέον, μπορεί να εντοπίσει κρίσιμους συνδέσμους, η διακοπή των οποίων θα μπορούσε να προκαλέσει σοβαρές διαταραχές στο σύστημα. Δίνει τη δυνατότητα αξιολόγησης της ανθεκτικότητας του δικτύου, εντοπίζοντας αδύναμα σημεία όπου ενδεχόμενες διακοπές (όπως ατυχήματα, φθορές στο οδικό δίκτυο ή προσωρινές ή μόνιμες διακοπές κυκλοφορίας) θα είχαν σημαντικό αντίκτυπο στη συνολική συνδεσιμότητα (Guze & Sambor, 2014).

Η έννοια της κεντρικότητας (betweenness, closeness, degree centrality) χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό κρίσιμων κόμβων και τη βελτίωση της ανθεκτικότητας των συστημάτων (Newman, 2010).

Στην Εικόνα 2 παρουσιάζεται ένα θεωρητικό παράδειγμα ενός δικτύου μεταφορών τεσσάρων κοινοτήτων, η σύνδεση των οποίων γίνεται μέσω των κόκκινων κόμβων, καθιστώντας κρίσιμους, αυτούς τους συνδέσμους.



**Εικόνα 2: Συνδετικοί Κόμβοι Κοινοτήτων**

**2.1.4 Κατανομή Πόρων και Προγραμματισμός**

Στα συστήματα μεταφορών, όπως τα μέσα μαζικής μεταφοράς, οι σιδηρόδρομοι ή οι υπηρεσίες διανομής, η θεωρία γραφημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση των δρομολογίων και των χρονοδιαγραμμάτων. Με αυτόν τον τρόπο, διασφαλίζεται η αποδοτική χρήση των διαθέσιμων πόρων (οχημάτων, προσωπικού), με στόχο τη μείωση του κόστους και τη βελτίωση της ποιότητας των παρεχόμενων υπηρεσιών. Συμβάλλει στον προγραμματισμό των δρομολογίων με τρόπο που ελαχιστοποιεί τις καθυστερήσεις, βελτιστοποιεί τις συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών μεταφορικών μέσων και διασφαλίζει την αποδοτική χρήση της υφιστάμενης υποδομής (Winston & Wayne, 2004).

Παράλληλα, η χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης ροής και δρομολόγησης είναι κρίσιμη στη διαχείριση στόλων σε εταιρείες logistics και υπηρεσίες last-mile delivery (Toth & Vigo, 2002).

**2.1.5 Πολεοδομικός Σχεδιασμός και Ανάπτυξη Υποδομών**

Η θεωρία γραφημάτων βοηθά στη χάραξη νέων οδικών αρτηριών, σιδηροδρομικών γραμμών ή διαδρομών αστικών συγκοινωνιών. Μοντελοποιώντας το μεταφορικό δίκτυο ως γράφο, οι πολεοδόμοι μπορούν να διασφαλίσουν ότι οι νέες αναπτύξεις θα ενσωματώνονται βέλτιστα στην υφιστάμενη υποδομή. Διευκολύνει την προσαρμογή του δικτύου στις μελλοντικές ανάγκες. Μέσω της ανάλυσης των υφιστάμενων προτύπων κυκλοφορίας και των προβλέψεων για τη μελλοντική ζήτηση, οι αρμόδιοι φορείς μπορούν να σχεδιάσουν πού απαιτείται αύξηση της χωρητικότητας ή προσαρμογή των διαδρομών (Wi & Nury, 2024).

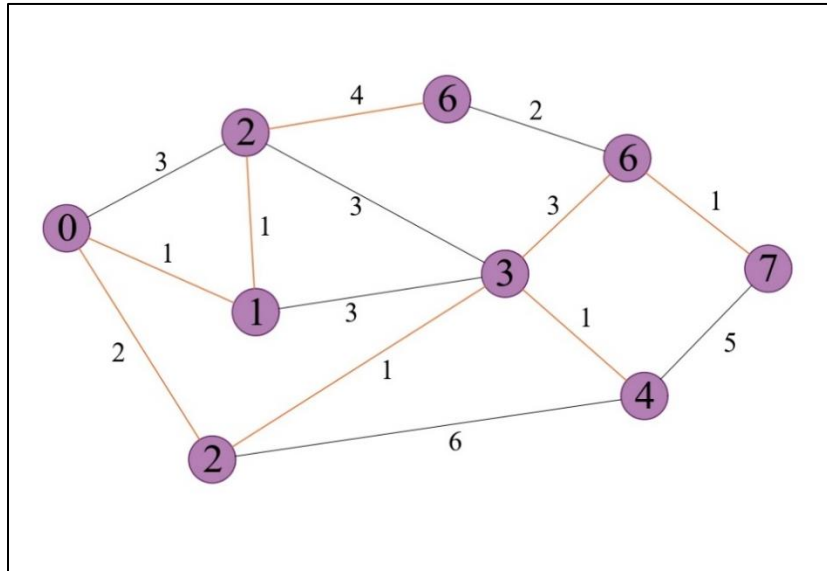
Η μεθοδολογία αυτή χρησιμοποιείται ευρέως σε έξυπνες πόλεις (smart cities) και στην ανάπτυξη βιώσιμων μεταφορικών πολιτικών (Boccaletti et al., 2006).

**2.1.6 Βελτιστοποίηση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας και της Διανομής**

Η θεωρία γραφημάτων χρησιμοποιείται εκτενώς στη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας για τον σχεδιασμό διαδρομών, τον προσδιορισμό των αποδοτικότερων δρομολογίων παράδοσης και την ελαχιστοποίηση του χρόνου μεταφοράς και του κόστους διανομής των αγαθών. Συμβάλλει

στη βελτιστοποίηση των δικτύων διανομής, εντοπίζοντας τις βέλτιστες διαδρομές για τη μεταφορά προϊόντων από τις αποθήκες στα σημεία λιανικής ή στους τελικούς καταναλωτές, καθώς και στη διαχείριση της χωρητικότητας σε κεντρικούς κόμβους, όπως λιμάνια ή αεροδρόμια (Winston & Wayne, 2004).

Στην Εικόνα 3, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα μοντέλου βελτιστοποίησης με κεντρικούς κόμβους.



**Εικόνα 3: Παράδειγμα Βελτιστοποίησης**

Εφαρμογές όπως το Vehicle Routing Problem (VRP) και οι παραλλαγές του (Capacitated VRP, VRP with Time Windows) είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα αξιοποίησης της θεωρίας γραφημάτων στη βιομηχανία (Toth & Vigo, 2002).

### 2.1.7 Μείωση Κόστους

Μέσω της βελτιστοποίησης των διαδρομών, της μείωσης της κυκλοφοριακής συμφόρησης και του βελτιωμένου σχεδιασμού των υποδομών, η θεωρία γραφημάτων μπορεί να συμβάλει σημαντικά στη μείωση του κόστους μεταφορών, είτε αυτό αφορά την κατανάλωση καυσίμων, τον χρόνο μετακίνησης ή τη συντήρηση. Βοηθά στον εντοπισμό κρίσιμων διαδρομών και κόμβων, επιτρέποντας την ανάπτυξη πιο οικονομικά αποδοτικών στρατηγικών συντήρησης, μέσω της ιεράρχησης των βασικών τμημάτων του δικτύου (Winston & Wayne, 2004).

### 2.1.8 Δυναμική Διαχείριση Κυκλοφορίας

Στη διαχείριση κυκλοφορίας σε πραγματικό χρόνο, η θεωρία γραφημάτων επιτρέπει τη δυναμική ανακατεύθυνση των διαδρομών με βάση τις τρέχουσες συνθήκες κυκλοφορίας. Οι αλγόριθμοι μπορούν να προσαρμόζουν τις διαδρομές σε περίπτωση συμβάντων, μειώνοντας τις καθυστερήσεις και βελτιώνοντας τη ροή της κυκλοφορίας (Wi & Nury, 2024).

Αυτό το πεδίο συνδέεται στενά με την Τεχνητή Νοημοσύνη και τα Συστήματα Ευφυών Μεταφορών (ITS), όπου γραφοθεωρητικά μοντέλα συνδυάζονται με δεδομένα μεγάλης

κλίμακας και μηχανική μάθηση πρόβλεψη και διαχείριση της κυκλοφορίας (Vlahogianni et al., 2014).

### 2.1.9 Βιωσιμότητα

Με τη βελτιστοποίηση των διαδρομών, τη μείωση της συμφόρησης και τη βελτίωση της αποδοτικότητας, η θεωρία γραφημάτων συμβάλλει στη μείωση της κατανάλωσης καυσίμων και των εκπομπών ρύπων, προωθώντας ένα πιο βιώσιμο σύστημα μεταφορών. Ενισχύει την αποδοτικότητα των δημόσιων συγκοινωνιών, μειώνοντας την εξάρτηση από τα ιδιωτικά οχήματα και προωθώντας φιλικότερες προς το περιβάλλον εναλλακτικές λύσεις (Chen et al., 2020).

### 2.1.10 Ασφάλεια και Διαχείριση Κινδύνου

Η θεωρία γραφημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση των κινδύνων που απειλούν το μεταφορικό δίκτυο, εντοπίζοντας ευάλωτα σημεία που είναι περισσότερο επιρρεπή σε ατυχήματα ή διαταραχές (π.χ. επικίνδυνες διασταυρώσεις, γέφυρες ή σήραγγες). Σε περιπτώσεις ατυχημάτων ή φυσικών καταστροφών, η θεωρία γραφημάτων βοηθά στον σχεδιασμό και την εφαρμογή των ταχύτερων διαδρομών επέμβασης, διευκολύνοντας την άμεση ανταπόκριση των υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης (Chen et al., 2020).

Η έρευνα των (Zhang et al., 2024) χρησιμοποίησε γραφήματα γνώσης (knowledge graphs) για την ανάλυση 231 ατυχημάτων κατασκευής έργων μετρό στην Κίνα. Μέσω μοντέλων εξόρυξης γνώσης, οι ερευνητές εντόπισαν επαναλαμβανόμενα μοτίβα κινδύνου και σχέσεις αιτίας–αποτελέσματος. Τα αποτελέσματα συνέβαλαν στην ανάπτυξη νέων συστημάτων πρόληψης και διαχείρισης κινδύνου στον κατασκευαστικό τομέα.

## 2.2 Δομική Ετερογένεια και Τρωτότητα Δικτύων Μετρό

Οι (Zhang et al., 2019) διερεύνησαν τη δομική ετερογένεια σε μεγάλα αστικά δίκτυα μετρό (Πεκίνο, Σαγκάη, Παρίσι) χρησιμοποιώντας ανάλυση θεωρίας πολύπλοκων δικτύων. Η μελέτη βασίστηκε σε δείκτες όπως η βαθμοκεντρικότητα, ο συντελεστής ομαδοποίησης και η μέση τοπολογική απόσταση. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα δίκτυα μετρό παρουσιάζουν χαρακτηριστικά «μικρού κόσμου» και «αναλλοίωτης κλίμακας», γεγονός που υποδηλώνει υψηλή αποδοτικότητα αλλά και αυξημένη ευπάθεια σε κόμβους μεταβίβασης. Η εργασία ανέδειξε την ανάγκη σχεδιασμού πιο ομοιογενών τοπολογιών για τη μείωση της συστημικής ευπάθειας.

### 2.2.1 Σύγκριση Δικτύων Πόλεων

Η σύγκριση των δικτύων μεταφορών διαφορετικών πόλεων παρέχει πολύτιμα στοιχεία για την κατανόηση των παραμέτρων που επηρεάζουν την ανθεκτικότητα και την αποδοτικότητα. Μελέτες έχουν αναλύσει τα δίκτυα πόλεων όπως το Λονδίνο, το Παρίσι και η Νέα Υόρκη, χρησιμοποιώντας δείκτες όπως η συνδεσιμότητα, η πυκνότητα και η ανθεκτικότητα σε

διαταραχές, προκειμένου να εντοπίσουν βέλτιστες πρακτικές και περιοχές για βελτίωση (Yang et al., 2025).

### 2.2.2 Συγκριτική Ανάλυση Ανθεκτικότητας Μετρό

Οι (Derrible & Kennedy, 2010) πραγματοποίησαν συγκριτική έρευνα 33 παγκόσμιων συστημάτων μετρό, ποσοτικοποιώντας την πολυπλοκότητα και την ανθεκτικότητά τους με χρήση προσομοιώσεων και δικτυακών δεικτών, όπως ο βαθμός κεντρικότητας, η μέση τοπολογική απόσταση, ο συντελεστής ομαδοποίησης και ο δείκτης πλεονασμού. Η έρευνα ανέδειξε τον ρόλο του τοπολογικού πλεονασμού και της εφεδρικότητας στην ενίσχυση της συνοχής των συστημάτων. Οι συγγραφείς πρότειναν νέους δείκτες ανθεκτικότητας που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εργαλείο αξιολόγησης για τη βιωσιμότητα μελλοντικών σχεδίων υποδομών μεταφορών.

### 2.2.3 Χωροχρονική Εξέλιξη Τοπολογιών Μετρό

Οι (Hu et al., 2025) ανέλυσαν την εξέλιξη των τοπολογικών χαρακτηριστικών κινεζικών δικτύων μετρό μέσω δυναμικών γραφημάτων χρονικών σειρών. Παρατηρήθηκε σταδιακή αύξηση της χωρικής κάλυψης και της συνδεσιμότητας, ιδίως σε πόλεις ταχείας αστικοποίησης. Η μελέτη επισημαίνει τη σύνδεση ανάμεσα στην αστική ανάπτυξη και την τοπολογική ωρίμανση των υποδομών μεταφορών.

## 2.3 Ανάλυση Δυναμικής Κυκλοφορίας μέσω Θεωρίας Γράφων

Η έρευνα των (Demir et al., 2021) προτείνει ένα ενιαίο θεωρητικό πλαίσιο βασισμένο στη θεωρία γράφων για τη μοντελοποίηση της δυναμικής κυκλοφορίας στα δίκτυα μετρό. Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν δείκτες κεντρικότητας, μέτρα συνδεσιμότητας και κανόνες διάχυσης για να περιγράψουν τη ροή των επιβατών ως φαινόμενο αλληλεπίδρασης μεταξύ κόμβων και ακμών. Τα αποτελέσματα αποκάλυψαν ότι οι συμπεριφορές μετακίνησης ακολουθούν μοτίβα διάχυσης αντίστοιχα με εκείνα φυσικών συστημάτων, γεγονός που μπορεί να βελτιώσει την αποδοτικότητα του προγραμματισμού δρομολογίων και να μειώσει τη συμφόρηση. Η μελέτη συμβάλλει στη δημιουργία προγνωστικών μοντέλων για την ανάλυση ροής σε πραγματικό χρόνο.

### 2.3.1 Συσχέτιση Συνδεσιμότητας με Ασφάλεια Μεταφορών

Οι (Sun & Zhao, 2012) διερεύνησαν τη σχέση μεταξύ δεικτών συνδεσιμότητας γραφημάτων, όπως η βαθμοκεντρικότητα και η αποδοτικότητα δικτύου και της συχνότητας ατυχημάτων στις μεταφορές. Διαπιστώθηκε ότι μεγαλύτερη συνδεσιμότητα σχετίζεται με μειωμένη πιθανότητα συμβάντων λόγω της βελτιωμένης ροής και πρόσβασης. Η μελέτη επιβεβαίωσε την αξία της θεωρίας γράφων ως εργαλείο εκτίμησης ασφάλειας.

### 2.3.2 Φασματική Ανάλυση και Συνοχή Αστικών Δικτύων

Οι (Martínez & Ortega, 2017) εφάρμοσαν φασματική ανάλυση γραφημάτων σε δίκτυα δημόσιων μεταφορών για να εκτιμήσουν την ολοκλήρωση και τη συνοχή των αστικών συστημάτων. Το

μέγεθος του φασματικού κενού (spectral gap) βρέθηκε να σχετίζεται θετικά με τη συνοχή και την αποτελεσματικότητα της μεταφορικής δομής, παρέχοντας ένα ισχυρό ποσοτικό εργαλείο αξιολόγησης.

### 2.3.3 Δείκτες Ευπάθειας και Κρίσιμοι Κόμβοι

Η αναγνώριση κρίσιμων κόμβων σε δίκτυα μεταφορών είναι θεμελιώδης για την αξιολόγηση της ανθεκτικότητας. Διαφορετικοί δείκτες, όπως ο βαθμός κεντρικότητας, η ευαισθησία σε αποσύνδεση και η ανθεκτικότητα σε επιθέσεις, χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των κόμβων που έχουν τη μεγαλύτερη επιρροή στη συνολική λειτουργία του δικτύου. Μελέτες έχουν αναπτύξει μεθόδους για την ανίχνευση αυτών των κόμβων, χρησιμοποιώντας αλγορίθμους ανάλυσης δικτύων και τεχνικές μηχανικής μάθησης (Arulselvan et al., 2008).

## 2.4 Ανθεκτικότητα Δικτύων Δημόσιων Συγκοινωνιών

Η αξιοπιστία στα δίκτυα δημόσιων συγκοινωνιών απαιτεί όχι μόνο ανθεκτικότητα απέναντι σε διαταραχές, αλλά και την ικανότητα ταχείας επαναφοράς της απόδοσής τους μετά από βλάβες ή κρίσεις. Η απόδοση του δικτύου μετρείται με βάση το γενικευμένο κόστος μετακίνησης, το οποίο περιλαμβάνει όλους τους σχετικούς χρόνους και κόστη για τους επιβάτες. Ορίζονται δείκτες όπως η διατηρημένη απόδοση, η απώλεια απόδοσης κατά τη βλάβη και το κέρδος απόδοσης κατά την αποκατάσταση. Οι δείκτες αυτοί συσχετίζονται με τοπολογικά χαρακτηριστικά των δικτύων, όπως η πυκνότητα, η συνδεσιμότητα και η αποδοτικότητα (Massobrio et al., 2024).

### 2.4.1 Ορισμός και Θεωρητικό Πλαίσιο Ανθεκτικότητας

Η έννοια της ανθεκτικότητας, σε ένα δίκτυο δημόσιων συγκοινωνιών μπορεί να οριστεί ως η ικανότητα του δικτύου να αντιμετωπίζει, απορροφά διαταραχές ή βλάβες και, στη συνέχεια, να αποκαθιστά τη λειτουργία του σε λογικό χρόνο. Σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία, η ανθεκτικότητα περιλαμβάνει φάσεις όπως η πρόληψη, η προσαρμογή, η απορρόφηση, η ανταπόκριση, η ανάκαμψη και η επαναφορά της λειτουργίας (Zhang et al., 2015).

Σε αντίθεση με την απλή αξιοπιστία, η ανθεκτικότητα περιλαμβάνει τη δυνατότητα του συστήματος να προσαρμόζεται σε νέες συνθήκες και να διατηρεί ικανοποιητική απόδοση ακόμη και υπό πίεση. Έτσι, ένα σύστημα μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστο αλλά όχι ανθεκτικό, εάν αποτυγχάνει να προσαρμοστεί ή να ανακάμψει γρήγορα μετά από βλάβη (Chen et al., 2012). Η έννοια της ανθεκτικότητας συνδέεται στενά με αυτήν της ευπάθειας, καθώς η μείωση της ευπάθειας συνεπάγεται αύξηση της ανθεκτικότητας. Ωστόσο, η ανθεκτικότητα δίνει έμφαση όχι μόνο στην πρόληψη της αποτυχίας, αλλά και στην ικανότητα του συστήματος να επαναφέρει τη λειτουργία του έπειτα από μια διαταραχή (Berdica, 2002).

## 2.4.2 Τοπολογικά Χαρακτηριστικά και Ανθεκτικότητα

Στο πλαίσιο της θεωρίας γράφων, η ανθεκτικότητα ενός δικτύου δημόσιων συγκοινωνιών εξετάζεται μέσω της αναπαράστασής του ως γράφος (κόμβοι οι σταθμοί ή σημεία σύνδεσης, ακμές οι γραμμές ή διαδρομές), με σταθμισμένα χαρακτηριστικά όπως χρόνος, κόστος ή επιβατική ροή. Οι βασικές μετρικές της θεωρίας γραφημάτων, όπως η συνδεσιμότητα, η κεντρικότητα, η μέση απόσταση, η πυκνότητα και η μετρική πλεονάζουσας διαδρομής, επιτρέπουν την αναγνώριση κρίσιμων κόμβων και ευάλωτων συνδέσεων (Boccaletti et al., 2006; Newman, 2010).

Έρευνες έχουν δείξει ότι δίκτυα που είναι σχεδιασμένα για υψηλή αποδοτικότητα (χαμηλή μέση απόσταση, υψηλή ταχύτητα εξυπηρέτησης) δεν είναι απαραίτητα τα πιο ανθεκτικά. Η έλλειψη πλεονασμού καθιστά τα δίκτυα πιο ευάλωτα σε τυχαίες ή στοχευμένες διακοπές (von Ferber et al., 2012).

Αντίθετα, δίκτυα με υψηλή συνδεσιμότητα, μεγαλύτερη μετρική πλεονάζουσας διαδρομής και περισσότερες εναλλακτικές διαδρομές εμφανίζουν μεγαλύτερη ανθεκτικότητα και ταχύτερη αποκατάσταση (Massobrio & Cats, 2024; Derrible & Kennedy, 2010).

Η χρήση της θεωρίας διαπερατότητας επιτρέπει την εκτίμηση του «ορίου ανθεκτικότητας», δηλαδή του ποσοστού απώλειας κόμβων ή ακμών που οδηγεί σε απότομη κατάρρευση της συνολικής συνδεσιμότητας του δικτύου (D'Este & Taylor, 2003).

## 2.4.3 Ανάλυση Κοινοτήτων και Ανθεκτικότητα

Η ανάλυση κοινοτήτων σε δίκτυα μεταφορών επιτρέπει την κατηγοριοποίηση των κόμβων σε ομάδες με έντονες εσωτερικές συνδέσεις και αδύναμες εξωτερικές. Αυτή η τοπολογική ανάλυση συμβάλλει στην κατανόηση της λειτουργικής οργάνωσης του δικτύου και της ανθεκτικότητάς του σε διαταραχές. Μελέτες έχουν αναπτύξει αλγόριθμους ανίχνευσης κοινοτήτων, όπως ο ORC-Nexttrout, που επιτυγχάνουν υψηλή ακρίβεια στην αναγνώριση κοινοτήτων σε δίκτυα μεταφορών (Leite et al., 2022).

## 2.4.4 Μεθοδολογικές Προσεγγίσεις στην Αξιολόγηση Ανθεκτικότητας

Η αξιολόγηση της ανθεκτικότητας περιλαμβάνει τη διαμόρφωση του γράφου του δικτύου, την προσομοίωση διαταραχών, είτε τυχαίων, είτε στοχευμένων σε κρίσιμους κόμβους ή συνδέσεις, καθώς και τη μέτρηση της πτώσης της απόδοσης του δικτύου, όπως η αύξηση της μέσης διαδρομής, η μείωση της συνδεσιμότητας ή η αύξηση του χρόνου αναμονής. Επιπλέον, η αξιολόγηση περιλαμβάνει τη μέτρηση της ταχύτητας και της αποτελεσματικότητας της αποκατάστασης, δηλαδή της επαναφοράς του δικτύου σε αποδεκτή λειτουργική κατάσταση (Scott et al., 2006; Lordan et al., 2020).

Για την ποσοτικοποίηση της ανθεκτικότητας χρησιμοποιούνται δείκτες όπως ο δείκτης απώλειας απόδοσης, που μετρά τη μείωση της απόδοσης σε σχέση με την αρχική κατάσταση, ο

δείκτης αποδοτικότητας του δικτύου, που αποτιμά τη μείωση της αποδοτικότητας μετά από βλάβη, η υπολειμματική συνδεσιμότητα, που εκφράζει το ποσοστό των κόμβων που παραμένουν συνδεδεμένοι, και ο δείκτης χρόνου αποκατάστασης, που δείχνει τον ρυθμό αποκατάστασης του συστήματος (Aydin et al., 2018). Οι δείκτες αυτοί απεικονίζονται συχνά μέσω των λεγόμενων καμπυλών ανθεκτικότητας, οι οποίες παρουσιάζουν τη μεταβολή της λειτουργικότητας του δικτύου με το χρόνο, δηλαδή την πτώση της απόδοσης μετά από διαταραχή και την επάνοδο στη φυσιολογική κατάσταση (Zhang et al., 2015). Οι καμπύλες αυτές επιτρέπουν την οπτικοποίηση και την ποσοτικοποίηση της ανθεκτικότητας του δικτύου, ενώ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση διαφορετικών σεναρίων διαταραχών ή για τον εντοπισμό κρίσιμων στοιχείων του συστήματος που επηρεάζουν σημαντικά την επαναφορά της λειτουργίας.

#### 2.4.5 Χρονική Ανάλυση Δικτύων (Temporal Networks)

Η χρονική ανάλυση δικτύων εξετάζει την εξέλιξη των συνδέσεων σε δίκτυα μεταφορών με την πάροδο του χρόνου. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει την κατανόηση της δυναμικής του δικτύου και την αξιολόγηση της ανθεκτικότητάς του σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες. Μελέτες έχουν αναπτύξει μοντέλα δυναμικών γραφημάτων, όπως το Temporal Decomposition-based Dynamic Multi-Granularity Graph Neural Network (TD2MG2NN), για την ανάλυση της κυκλοφορίας και της ανθεκτικότητας σε πραγματικό χρόνο (Zang et al., 2024).

#### 2.4.6 Εφαρμογές και Εμπειρικές Μελέτες

Η ανθεκτικότητα των μεταφορικών δικτύων έχει αποτελέσει αντικείμενο πλήθους εμπειρικών μελετών. Για παράδειγμα, η ανάλυση των δικτύων London Underground και Paris Métro έδειξε ότι η απενεργοποίηση μικρού ποσοστού κρίσιμων σταθμών (<0,5%) μπορεί να προκαλέσει δυσανάλογες διαταραχές στη συνολική λειτουργία του συστήματος, γεγονός που υποδηλώνει υψηλό βαθμό συγκεντρωτικής εξάρτησης (von Ferber et al., 2012).

Στην περίπτωση των αστικών μεταφορών, η ανθεκτικότητα επηρεάζεται όχι μόνο από το τοπολογικό σκέλος αλλά και από λειτουργικούς παράγοντες, όπως ο όγκος επιβατών, η κατανομή ροών, η δυνατότητα επαναδρομολόγησης, η ύπαρξη εναλλακτικών μέσων, καθώς και από εξωγενείς παράγοντες όπως φυσικές καταστροφές ή τεχνικές βλάβες. Για παράδειγμα, μελέτη που εφάρμοσε Bayesian δίκτυα στο οδικό σύστημα του Πεκίνου κατέδειξε ότι οι παράμετροι που επηρεάζουν περισσότερο την ανθεκτικότητα είναι η ικανότητα επαναφοράς της απόδοσης, η προσαρμοστικότητα (adaptability) και η ταχύτητα αποκατάστασης (rapidity) (Tang et al., 2019).

Πιο πρόσφατα, έρευνες έχουν επικεντρωθεί στην ανθεκτικότητα των δικτύων μετρό υπό ακραία καιρικά φαινόμενα, επισημαίνοντας ότι η τοπολογία και η διασύνδεση με άλλα μέσα μεταφοράς παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ανάκαμψη του συστήματος (Zhang & Wang, 2022; Gama Desilva & Costa, 2021).

### 2.4.7 Πολυκριτηριακή Αξιολόγηση Ανθεκτικότητας

Οι (Berche et al., 2017) ανέπτυξαν ένα πολυκριτηριακό πλαίσιο αξιολόγησης της ανθεκτικότητας 33 παγκόσμιων δικτύων μετρό. Συνδυάζοντας τοπολογικά, λειτουργικά και γεωγραφικά δεδομένα, προσδιόρισαν διαφορετικά επίπεδα ανθεκτικότητας και προτεινόμενα πρότυπα σχεδιασμού. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει συγκρίσεις μεταξύ πόλεων και αξιολόγηση της αποδοτικότητας των επεμβάσεων σε πραγματικό χρόνο.

## 2.5 Προηγμένα Μοντέλα και Δείκτες Ανθεκτικότητας

Οι (Gorji et al., 2022) πρότειναν νέα κριτήρια για τη μέτρηση της ανθεκτικότητας σε δίκτυα μεταφορών, βασισμένα αποκλειστικά σε παραμέτρους συνδεσιμότητας και σχέσεων κόμβων. Η μελέτη ανέδειξε ότι η τοπολογική συνέπεια αποτελεί κρίσιμο παράγοντα στη διατήρηση λειτουργικότητας υπό πίεση, συμβάλλοντας στη βελτιστοποίηση υποδομών αστικής κινητικότητας.

### 2.5.1 Δείκτης Ευπάθειας Λειτουργικής Διαμόρφωσης

Η εργασία των (Sun et al., 2015) επικεντρώθηκε στο δίκτυο μετρό της Σαγκάης και εισήγαγε έναν νέο δείκτη ευπάθειας που συνδυάζει τη χωρική δομή του δικτύου με τη ζήτηση μετακινήσεων. Μέσα από ανάλυση λειτουργικών δεδομένων, αποδείχθηκε ότι οι σταθμοί με υψηλό φόρτο παρουσιάζουν δυσανάλογη επίδραση στην ευπάθεια του συστήματος, προσφέροντας κατευθύνσεις για πιο ανθεκτικό σχεδιασμό.

### 2.5.2 Υβριδικό Μοντέλο Πρόβλεψης Ανθεκτικότητας

Οι (Li & Zhang, 2023) ανέπτυξαν ένα υβριδικό χωροχρονικό μοντέλο που ενσωματώνει ροές επιβατών, τοπολογία και δεδομένα πραγματικού χρόνου για την πρόβλεψη της ανθεκτικότητας δικτύων μετρό. Μέσω αλγορίθμων μηχανικής μάθησης, το μοντέλο προβλέπει δυναμικές αποκρίσεις του συστήματος σε διαταραχές, ενισχύοντας τον προληπτικό σχεδιασμό.

### 2.5.3 Ποσοτικοποίηση Αβεβαιότητας Ευπάθειας

Οι (Xue et al., 2023) αξιοποίησαν προσομοιώσεις Monte Carlo για να ποσοτικοποιήσουν την αβεβαιότητα που προκύπτει από τυχαίες διαταραχές σε δίκτυα μετρό. Η μελέτη απέδειξε ότι οι διακυμάνσεις στην κίνηση και οι στοχαστικές επιδράσεις μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά την εκτίμηση της ανθεκτικότητας, καθιστώντας απαραίτητη την εισαγωγή πιθανολογικών μεθόδων στη μοντελοποίηση.

## 2.6 Προσομοίωση Σεναρίων Διαταραχών

Η προσομοίωση σεναρίων διαταραχών αποτελεί ένα κρίσιμο εργαλείο για την αξιολόγηση της ανθεκτικότητας των δικτύων μεταφορών. Μεθοδολογίες όπως η Μοντελοποίηση Μονής Μονάδας (Monte Carlo) και οι Αλγόριθμοι Βασισμένοι σε Πράκτορες (Agent-Based Models) χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση και ανάλυση των επιπτώσεων διαταραχών σε πραγματικές συνθήκες. Μελέτες έχουν δείξει ότι η εφαρμογή αυτών των μεθόδων επιτρέπει την εκτίμηση της συμπεριφοράς του δικτύου υπό ακραίες συνθήκες, προσδιορίζοντας κρίσιμους κόμβους και γραμμές που επηρεάζονται περισσότερο από διαταραχές (Gorji et al., 2022).

### 2.6.1 Επιχειρησιακή Ευελιξία και Ανταπόκριση σε Διαταραχές

Η έρευνα των (Liu et al., 2024) ανέλυσε τη σημασία των «λειτουργιών αναστροφής πορείας» (turn-back functions), στις γραμμές μετρό μέσω προσομοιώσεων Monte Carlo και ανάλυσης σεναρίων διακοπής. Διαπιστώθηκε ότι η επιχειρησιακή ευελιξία, δηλαδή η δυνατότητα ανακατεύθυνσης δρομολογίων, μειώνει σημαντικά την ευπάθεια του συστήματος και τον χρόνο αποκατάστασης σε περιπτώσεις αστοχίας. Η εργασία προσφέρει σημαντική πρακτική συμβολή στον στρατηγικό σχεδιασμό λειτουργιών έκτακτης ανάγκης.

### 2.6.2 Ανθεκτικότητα Πολυεπίπεδων Δικτύων Μεταφορών

Οι (Chen & Wang, 2024) εισήγαγαν ένα πολυεπίπεδο μοντέλο λεωφορείου–μετρό (Bus–Metro Double Layer Network) για τη βελτιστοποίηση της ανθεκτικότητας. Χρησιμοποιώντας θεωρία πολύπλοκων συστημάτων, ανέδειξαν ότι η αλληλεξάρτηση μεταξύ των στρωμάτων μεταφοράς ενισχύει τη συνολική ικανότητα ανάκαμψης μετά από κρίσεις. Η μελέτη υπογραμμίζει τη σημασία της ενσωμάτωσης δεδομένων πολλαπλών μεταφορικών μέσων σε ενιαίο σχεδιασμό.

### 2.6.3 Ανθεκτικότητα Πολυτροπικών Δικτύων υπό Κρίσεις

Η μελέτη των (Zhou et al., 2025) αξιολόγησε την ανθεκτικότητα πολυτροπικών δικτύων λεωφορείου–τρένου μέσω ανάλυσης διπλών γραφημάτων και προσομοιώσεων κρίσεων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η ενσωμάτωση και η αλληλεξάρτηση των συστημάτων ενισχύουν τη συνολική ανθεκτικότητα και μειώνουν τους χρόνους ανάκαμψης. Η εργασία προτείνει ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για τη διαχείριση κρίσεων στις αστικές μεταφορές.

## 2.7 Προσδιορισμός Ερευνητικού Κενού και Συνεισφορά της Παρούσας Εργασίας

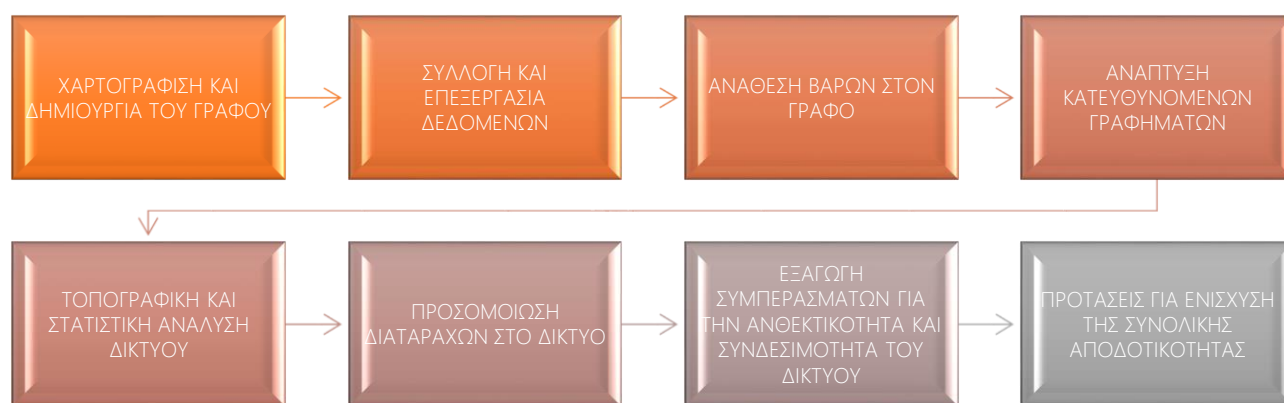
Παρά τη σημαντική πρόοδο στην εξέταση της ανθεκτικότητας και ευπάθειας των δικτύων μετρό, η βιβλιογραφία παρουσιάζει κενά που περιορίζουν την κατανόηση της λειτουργικής απόδοσης υπό περιστατικά κρίσης. Η πλειονότητα των ερευνών βασίζεται σε γενικές

προσομοιώσεις ή στατιστικές προσεγγίσεις, χωρίς να εξετάζει συγκεκριμένα συμβάντα διακοπής όπως ατυχήματα, βλάβες ή προσωρινές κλειστές γραμμές (Derrible & Kennedy, 2010; Berche et al., 2017; Hu et al., 2025; Li & Zhang, 2023). Επιπλέον, η χρήση δεικτών εκκεντρότητας για την ποσοτικοποίηση της ευπάθειας των κόμβων παραμένει περιορισμένη (Sun & Zhao, 2012; Gorji et al., 2022; King et al., 2019), ενώ η σύνδεση των τοπολογικών χαρακτηριστικών με πρακτικές συνέπειες υπό πραγματικά σενάρια κρίσης αναλύεται ελάχιστα (Hu et al., 2025; Zhang et al., 2019; Wang et al., 2024). Η έλλειψη πολυεπίπεδης και πολυτροπικής ανάλυσης, καθώς και η περιορισμένη ενσωμάτωση πραγματικών δεδομένων λειτουργίας (Chen & Wang, 2024; Zhou et al., 2025), δημιουργούν επιπλέον περιορισμούς στην εκτίμηση της ανθεκτικότητας.

Η παρούσα εργασία καλύπτει αυτά τα κενά, εστιάζοντας στο δίκτυο του μετρό της Αθήνας και αξιοποιώντας δείκτες εκκεντρότητας σε συνδυασμό με προσομοιώσεις συμβάντων διακοπής για μια πιο στοχευμένη και ρεαλιστική ποσοτικοποίηση της λειτουργικής ανθεκτικότητας. Μέσω της σύνδεσης των τοπολογικών χαρακτηριστικών με συγκεκριμένα σενάρια διακοπής και της ενσωμάτωσης δεδομένων πραγματικών ροών επιβατών, η μελέτη προσφέρει ολοκληρωμένη εκτίμηση της κρίσιμης λειτουργικής βιωσιμότητας του συστήματος, καλύπτοντας τα όρια που εντοπίζονται στις προηγούμενες εργασίες (Hu et al., 2025; Li & Zhang, 2023; Sun & Zhao, 2012; Gorji et al., 2022).

### 3.ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίστηκε στη μοντελοποίηση του δικτύου του Μετρό της Αθήνας μέσω της θεωρίας γράφων, με στόχο την ανάλυση της δομής, της λειτουργικής αποδοτικότητας και της επιβατικής ροής του συστήματος. Ακολούθησε η τοπογραφική και στατιστική ανάλυση του δικτύου και η διεξαγωγή συμπερασμάτων σε σχέση με την ανθεκτικότητα και συνδεσιμότητα του δικτύου με προσομοιώσεις αποτυχιών σταθμών και γραμμών του δικτύου. Η μεθοδολογική προσέγγιση διαρθρώθηκε στα στάδια που παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 2.



Διάγραμμα 2: Διάγραμμα Μεθοδολογικής Προσέγγισης

#### 3.1 Εισαγωγή στη Θεωρία Γραφημάτων

Η θεωρία γραφημάτων αποτελεί κλάδο των μαθηματικών που μελετά τις σχέσεις και τις συνδέσεις μέσω αφηρημένων δομών, γνωστών ως γράφοι. Ένας γράφος αποτελείται από κόμβους, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με ακμές.

Μαθηματικά ένας γράφος είναι ένα ζεύγος:

$$G = (V, E) \quad (1)$$

Όπου  $V$  είναι ένα πεπερασμένο σύνολο κόμβων και  $E$  είναι ένα σύνολο ακμών, όπου κάθε ακμή συνδέει δύο κορυφές από το  $V$  (Anderson, 2001).

Οι απαρχές της θεωρίας γραφημάτων ανάγονται στο 1736, όταν ο Leonhard Euler έλυσε το περίφημο Πρόβλημα των Γεφυρών του Κένιγκσμπεργκ, θέτοντας τις βάσεις για τη σύγχρονη θεωρία γραφημάτων. Έκτοτε, έχει εξελιχθεί σε έναν πλούσιο μαθηματικό κλάδο με εφαρμογές που εκτείνονται από την ανάλυση δικτύων και την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης έως τις δομές δεδομένων και τον σχεδιασμό αλγορίθμων (Debnath, 2010).

### 3.1.1 Τύποι Γραφημάτων

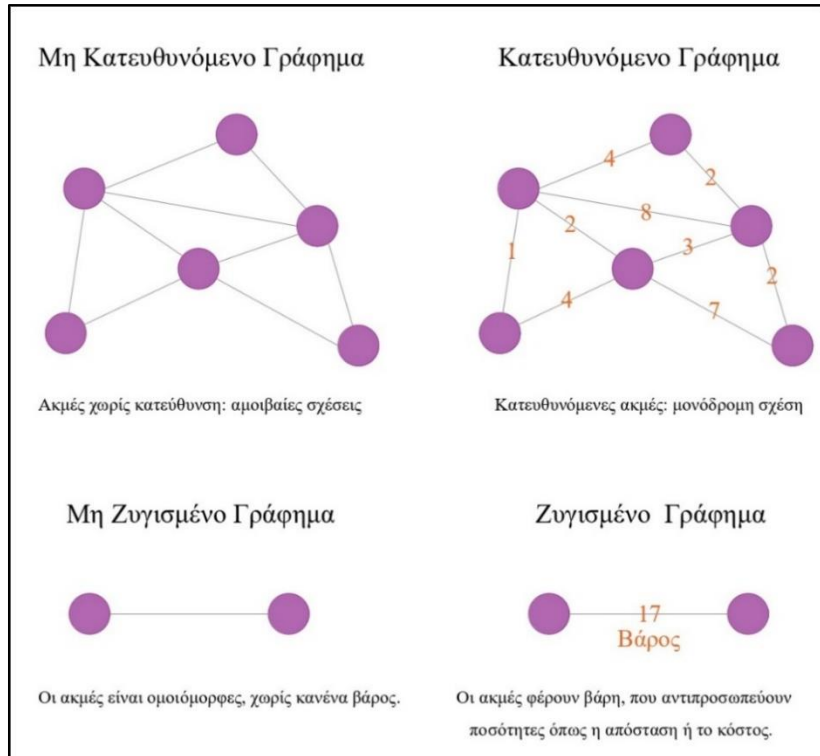
Στη θεωρία γραφημάτων, τα γραφήματα ταξινομούνται σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με τη φύση των κόμβων και των ακμών τους (Εικόνα 4). Οι κυριότεροι τύποι γραφημάτων περιλαμβάνουν το **Απλό γράφημα** (Simple Graph) ένα γράφημα χωρίς βρόχους και χωρίς πολλαπλές ακμές μεταξύ δύο κόμβων.

Το **Κατευθυνόμενο γράφημα** (Directed Graph – Digraph) ένα γράφημα στο οποίο κάθε ακμή έχει μια κατεύθυνση, δηλαδή συνδέει έναν κόμβο προς έναν άλλο συγκεκριμένο και το **Μη κατευθυνόμενο γράφημα** (Undirected Graph) ένα γράφημα στο οποίο οι ακμές δεν έχουν κατεύθυνση, επιτρέποντας τη σύνδεση των κόμβων αμοιβαία.

Το **Συνεκτικό γράφημα** (Connected Graph) ένα γράφημα στο οποίο υπάρχει τουλάχιστον μία διαδρομή που συνδέει κάθε ζεύγος κόμβων και το **Μη συνεκτικό γράφημα** (Disconnected Graph) ένα γράφημα που περιλαμβάνει τουλάχιστον δύο ομάδες κόμβων χωρίς σύνδεση μεταξύ τους.

Το γράφημα στο οποίο κάθε κόμβος συνδέεται απευθείας με κάθε άλλο κόμβο και ονομάζεται **Πλήρες γράφημα** (Complete Graph). Ένα συνεκτικό, μη κατευθυνόμενο γράφημα χωρίς κύκλους, ορίζεται ως **Δένδρο** (Tree). **Τέλος** σαν **Ζυγισμένο γράφημα** (Weighted Graph) ορίζεται το γράφημα στο οποίο κάθε ακμή έχει ένα αριθμητικό βάρος που αντιπροσωπεύει κόστος, απόσταση ή άλλη σχετική μέτρηση (Geetha & Balasubramanie, 2020).

Στην Εικόνα 4, παρουσιάζονται γραφικά οι βασικοί τύποι Γραφημάτων.



Εικόνα 4: Τύποι Γραφημάτων

### 3.1.2 Εφαρμογές της θεωρίας των γράφων

Η θεωρία των γράφων αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση και την ανάλυση σύνθετων συστημάτων και αλληλεπιδράσεων, γεγονός που την καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμη στην επιστήμη των υπολογιστών, τη βιολογία, τις κοινωνικές επιστήμες και τη μηχανική (West & Douglas, 2001).

Μερικά παραδείγματα εφαρμογών της θεωρίας γραφημάτων, είναι στα δίκτυα υπολογιστών με την μοντελοποίηση και ανάλυση τοπολογιών δικτύων, στα κοινωνικά δίκτυα με την μελέτη των σχέσεων και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ ατόμων, στην βιολογία με την χαρτογράφηση νευρωνικών δικτύων και οικολογικών συσχετίσεων και τέλος στις μεταφορές με την βελτιστοποίηση διαδρομών και συνδεσιμότητας στη διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας (Gross et al., 2018).

#### Υπολογιστικά Συστήματα

Στα υπολογιστικά συστήματα, οι γράφοι χρησιμοποιούνται για την ανάλυση τοπολογιών δικτύων, την ανάπτυξη αλγορίθμων δρομολόγησης, καθώς και την εύρεση αποδοτικών διαδρομών. Ενδεικτικά, οι αλγόριθμοι Dijkstra και A\* επιλύουν προβλήματα εύρεσης της συντομότερης διαδρομής σε ένα γράφο, ενώ οι αλγόριθμοι ροής (π.χ. Ford-Fulkerson) χρησιμοποιούνται στην ανάλυση εύρους δικτύων (Ahuja et al., 1993).

#### Κοινωνικά Δίκτυα και Ανάλυση Κεντρικότητας

Στην κοινωνιολογία και τα κοινωνικά δίκτυα, γράφοι μοντελοποιούν τις σχέσεις μεταξύ ατόμων, οργανισμών ή ομάδων. Μετρικές όπως ο βαθμός κόμβου, η κεντρικότητα ανάμεσα και ο συντελεστής συμπερίληψης αποκαλύπτουν τη σχετική σημασία ενός ατόμου σε ένα δίκτυο. Ο διάσημος αλγόριθμος PageRank της Google (Brin & Page, 1998) αποτελεί εφαρμογή γραφοθεωρίας στην κατάταξη ιστοσελίδων βάσει συνδεσιμότητας.

#### Νευροεπιστήμες και Βιολογία

Η χαρτογράφηση του ανθρώπινου εγκεφάλου (connectomics) χρησιμοποιεί γράφους για να αναπαραστήσει νευρωνικά δίκτυα. Στη βιολογία, γράφοι αναπαριστούν αλληλεπιδράσεις μεταξύ πρωτεϊνών (PPI networks), μεταβολικές διαδρομές και γονιδιακά δίκτυα, συμβάλλοντας στην κατανόηση κυτταρικών διεργασιών και ασθενειών (Sorns, 2011).

#### Εφοδιαστική Αλυσίδα και Βελτιστοποίηση

Οι γράφοι έχουν κρίσιμη σημασία στον σχεδιασμό συστημάτων logistics και μεταφορών. Προβλήματα όπως το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP), το πρόβλημα ελαχίστου δένδρου κάλυψης ή το πρόβλημα μέγιστης ροής έχουν ευρείες εφαρμογές στη διανομή, την κυκλοφοριακή ρύθμιση και την αποδοτική χρήση των πόρων (Ahuja et al., 1993).

#### Τεχνητή Νοημοσύνη και Μηχανική Μάθηση

Στην τεχνητή νοημοσύνη, τα γραφικά μοντέλα πιθανοτήτων (όπως τα Bayesian networks) χρησιμοποιούνται για αναπαράσταση αιτιακών σχέσεων και λήψη αποφάσεων υπό αβεβαιότητα. Οι γραφοβάσεις δεδομένων όπως οι Neo4j ή Amazon Neptune, επιτρέπουν τη διαχείριση πολύπλοκων συσχετίσεων σε εφαρμογές όπως recommendation systems, knowledge graphs και fraud detection (Barabási, 2016).

### **Ασφάλεια και Ανάλυση Κυβερνοσυστημάτων**

Η θεωρία γράφων βρίσκει εφαρμογή στην ανίχνευση εισβολών (Intrusion Detection), όπου αναλύονται τα μοτίβα επικοινωνίας και ροής δεδομένων σε δίκτυα. Γράφοι χρησιμοποιούνται για την ταξινόμηση δικτυακής κυκλοφορίας (Iliofotou et al., 2009), την αποκάλυψη botnet (Feily et al., 2009), και την ανάλυση συσχετίσεων μεταξύ κόμβων σε μεγάλα συστήματα.

Ιδιαίτερη εφαρμογή έχει και στην ανάλυση κακόβουλου λογισμικού (malware analysis), όπου η συμπεριφορά προγραμμάτων μοντελοποιείται ως system call graphs – δηλαδή γράφοι που αποτυπώνουν τις ακολουθίες εντολών προς το λειτουργικό σύστημα (Christodorescu & Jha, 2003; Wang & Stolfo, 2004). Μέσω αυτής της μεθόδου εντοπίζονται πρότυπα συμπεριφοράς που σχετίζονται με επιθέσεις ή ύποπτη δραστηριότητα.

### **Επεξεργασία Φυσικής Γλώσσας (NLP)**

Γράφοι αξιοποιούνται στη μοντελοποίηση των σχέσεων μεταξύ λέξεων (co-occurrence graphs), καθώς και στην αυτόματη περίληψη κειμένου ή την εξαγωγή λέξεων-κλειδιών με μεθόδους όπως το TextRank, που εμπνέεται από τον PageRank (Mihalcea & Tarau, 2004).

### **Οικονομικά και Χρηματοοικονομική Ανάλυση**

Στον χρηματοπιστωτικό τομέα, οι γράφοι αποκαλύπτουν τη δομή των δικτύων συναλλαγών, επιτρέποντας την ανίχνευση απάτης και τη μελέτη του συστημικού κινδύνου. Οι τράπεζες και οι οικονομικοί φορείς αναπαριστώνται ως κόμβοι και οι οικονομικές σχέσεις ως ακμές (Battiston et al., 2012).

### **Ρομποτική και Αυτόνομα Συστήματα**

Η χαρτογράφηση περιβάλλοντος και η πλοήγηση ρομπότ με τη μέθοδο SLAM (Simultaneous Localization and Mapping) βασίζεται στη θεωρία των γράφων. Οι αισθητήρες παράγουν δεδομένα που συνθέτουν έναν γράφο, ο οποίος λύνεται για να καθοριστεί η θέση του ρομπότ και η τοπολογία του χώρου (Thrun et al., 2005).

### **Παιχνίδια και Εξερεύνηση Καταστάσεων**

Στον σχεδιασμό ευφυών πρακτόρων και παιχνιδιών, οι γράφοι χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση του χώρου καταστάσεων (state space). Κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε μία κατάσταση του παιχνιδιού ή του περιβάλλοντος και κάθε ακμή σε μία ενέργεια ή μετάβαση. Με αυτό το πλαίσιο, προβλήματα αναζήτησης (π.χ. εύρεση βέλτιστης στρατηγικής ή σχεδίου δράσης) επιλύονται με αλγόριθμους πάνω στο γράφο (Russell & Norvig, 2021; LaValle, 2006).

Επιπλέον, στα παιχνίδια στρατηγικής και περιβάλλοντα πραγματικού χρόνου, η χρήση γραφημάτων επιτρέπει την κατανόηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των παικτών, καθώς και τον σχεδιασμό μηχανισμών τεχνητής νοημοσύνης που αλληλεπιδρούν με ανθρώπους (Yannakakis & Togelius, 2018; Buro, 2003).

### **Χημεία και Ανάλυση Μορίων**

Η μοριακή γραφοθεωρία αναπαριστά μόρια ως γράφους, με άτομα ως κόμβους και χημικούς δεσμούς ως ακμές. Χρησιμοποιείται στη δομική βιοπληροφορική, στην πρόβλεψη τοξικότητας, αλλά και στην αναζήτηση ισομερών μορίων με παρόμοιες φυσικοχημικές ιδιότητες (Bonchev & Rouvray, 1991).

### **Σημασιολογικός Ιστός και Αναπαράσταση Γνώσης**

Στο πλαίσιο του Παγκόσμιου Ιστού, η θεωρία των γράφων αξιοποιείται μέσα από τα γραφικά μοντέλα RDF (Resource Description Framework), τα οποία επιτρέπουν την αναπαράσταση σύνθετων σχέσεων μεταξύ οντοτήτων, όπως πρόσωπα, τοποθεσίες, γεγονότα και αντικείμενα. Οι κόμβοι του γράφου αναπαριστούν τις οντότητες, ενώ οι ακμές περιγράφουν τις σημασιολογικές τους σχέσεις.

Τα λεγόμενα γραφήματα γνώσης (knowledge graphs), όπως αυτά που χρησιμοποιεί η Google, οργανώνουν την πληροφορία με τέτοιο τρόπο ώστε να μοντελοποιείται όχι απλώς το περιεχόμενο, αλλά και το νόημα πίσω από τις λέξεις. Μέσω αυτής της αναπαράστασης, επιτυγχάνεται πιο αποδοτική ανάκτηση πληροφορίας, συσχέτιση εννοιών και «κατανόηση» των ερωτημάτων που τίθενται από τους χρήστες (Berners-Lee et al., 2001).

## **3.2 Δείκτες Τοπολογικής και Στατιστικής Ανάλυσης Δικτύου**

Η θεωρία πολύπλοκων δικτύων αποτελεί μια αποτελεσματική μεθοδολογική προσέγγιση για τη μελέτη συστημάτων κυκλοφορίας και μεταφορών. Πλήθος ερευνών έχει αξιοποιήσει την τοπολογική ανάλυση μέσω θεωρίας γραφημάτων και πολύπλοκων δικτύων για τη διερεύνηση της δομής και λειτουργίας διαφόρων μεταφορικών δικτύων, όπως αεροδρόμια, σιδηρόδρομοι, μέσα σταθερής τροχιάς και δίκτυα αστικών λεωφορείων. Οι βασικοί δείκτες που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση περιλαμβάνουν τον βαθμό, την ενδιάμεση κεντρικότητα, τον συντελεστή συσσωμάτωσης και το μήκος της συντομότερης διαδρομής. Οι σταθμοί και οι γραμμές αποτελούν κρίσιμα δομικά στοιχεία στα σιδηροδρομικά και αστικά δίκτυα μεταφορών, επηρεάζοντας τη συνολική συνδεσιμότητα και απόδοση του συστήματος (Lin et al., 2020).

### **3.2.1 Ισχύς κομβού**

Στα απλά μη ζυγισμένα γραφήματα, το βασικό μέτρο για έναν κόμβο είναι ο βαθμός, δηλαδή ο αριθμός των ακμών που συνδέονται με αυτόν τον κόμβο. Όμως σε ζυγισμένα γραφήματα, όπου οι ακμές έχουν βάρη, το μέτρο αυτό επεκτείνεται σε κάτι που ονομάζεται ισχύς κόμβου (node strength), το οποίο εκφράζει το συνολικό βάρος των ακμών που συνδέονται με τον κόμβο.

Ο Μαθηματικός τύπος ορίζεται ως εξής: Αν έχουμε ένα γράφημα  $G=(V,E)$  με σύνολο κόμβων  $V$  και ακμών  $E$ , και κάθε ακμή  $(i,j)$  έχει βάρος  $w_{ij}$ , τότε η ισχύς  $s_i$  του κόμβου  $i$  ορίζεται ως:

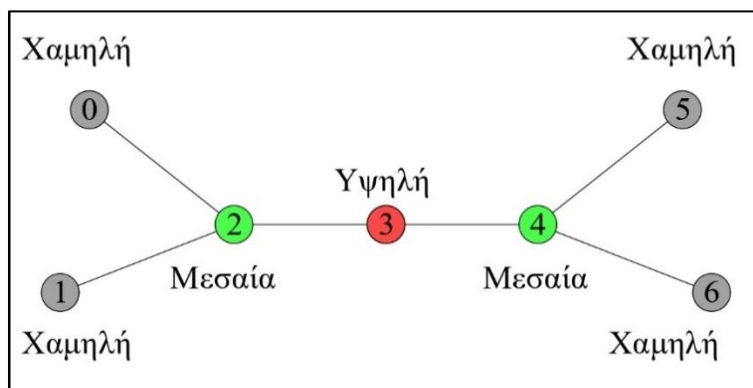
$$s_i = \sum_{j \in N(i)} w_{ij} \quad (2)$$

όπου  $N(i)$  είναι το σύνολο των γειτονικών κόμβων του  $i$ . Η ισχύς χρησιμοποιείται για να μετρήσει πόσο «ισχυρός» ή σημαντικός είναι ένας κόμβος λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο πόσες συνδέσεις έχει, αλλά και πόσο ισχυρές (βαριές) είναι αυτές οι συνδέσεις (Newman, 2010).

### 3.2.2 Εκκεντρότητα Κόμβου

Η Εκκεντρότητα Κόμβου (Node Betweenness Centrality) μετρά πόσο συχνά ένας κόμβος, λειτουργεί ως γέφυρα στη συντομότερη διαδρομή μεταξύ δύο άλλων σταθμών. Ύψηλή τιμή υποδηλώνει ότι ένας σταθμός είναι κομβικός για τη σύνδεση διαφορετικών τμημάτων του δικτύου. Σταθμοί με υψηλή κεντρικότητα παίζουν κρίσιμο ρόλο στη συνολική ροή επιβατών και στη συνοχή του δικτύου.

Στην Εικόνα 5 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα χαμηλής και υψηλής εκκεντρότητας κόμβων.



Εικόνα 5: Παραδείγματα Εκκεντρότητας Κόμβων

Σε ένα ζυγισμένο γράφημα  $G=(V,E)$ , όπου οι ακμές έχουν βάρη που συνήθως αντιπροσωπεύουν αποστάσεις ή κόστη, η εκκεντρότητα ενός κόμβου  $v$  μετρά το ποσοστό των βραχύτερων μονοπατιών που περνούν από αυτόν τον κόμβο και μαθηματικά ορίζεται από τον τύπο:

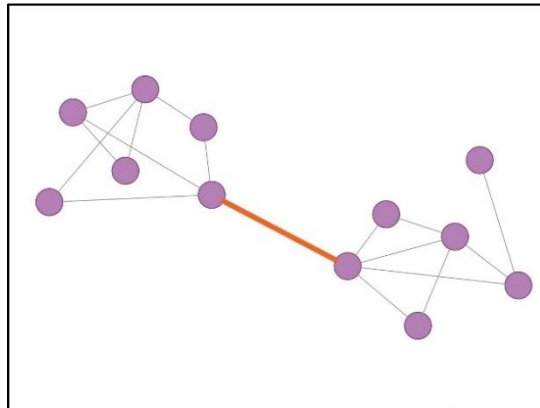
$$C_B(v) = \sum_{\substack{s,t \in V \\ s \neq t \neq v}} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}} \quad (3)$$

Όπου  $\sigma_{st}$  ο αριθμός των βραχύτερων μονοπατιών μεταξύ κόμβων  $s$  και  $t$  και  $\sigma_{st}(v)$  ο αριθμός αυτών των μονοπατιών που περνούν από τον κόμβο  $v$  (Wang et al., 2008).

### 3.2.3 Κεντρικότητα Ακμής

Η κεντρικότητα ακμής (Edge Betweenness Centrality), για μια ακμή  $e$  σε ένα ζυγισμένο και κατευθυνόμενο δίκτυο ορίζεται ως το άθροισμα των ποσοστών των βραχύτερων μονοπατιών που περνούν από αυτή την ακμή.

Στην Εικόνα 6, παρουσιάζεται γραφικά ένα παράδειγμα ακμής υψηλής κεντρικότητας,



Εικόνα 6: Παράδειγμα Υψηλής Κεντρικότητας Ακμής

Μια ακμή με υψηλή τιμή κεντρικότητας διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στη σύνδεση άλλων κόμβων, καθώς διευκολύνει τη ροή της κυκλοφορίας μεταξύ διαφορετικών σημείων του δικτύου. Ορίζεται από τον μαθηματικό τύπο:

$$C_B(e) = \sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{st}(e)}{\sigma_{st}} \quad (4)$$

Όπου  $\sigma_{st}$  είναι ο αριθμός των βραχύτερων μονοπατιών από κόμβο  $s$  σε κόμβο  $t$ , και  $\sigma_{st}(e)$  είναι ο αριθμός αυτών των μονοπατιών που περνούν από την ακμή  $e$  (Yoon et al., 2006).

### 3.2.4 Μέσο Μήκος Διαδρομής

Το μέσο μήκος διαδρομής (Average Path Length) ορίζεται ως ο μέσος αριθμός ακμών (ή το σταθμισμένο μήκος) στις συντομότερες διαδρομές μεταξύ όλων των ζευγών κόμβων ενός γραφήματος. Στο πλαίσιο ενός δικτύου μεταφορών, η μέτρηση αυτή παρέχει πληροφορίες σχετικά με την αποδοτικότητα και την προσβασιμότητα του συστήματος.

Ένα μικρότερο μέσο μήκος διαδρομής υποδηλώνει ένα αποτελεσματικότερο σύστημα μεταφορών, όπου οι επιβάτες μπορούν να φτάσουν στον προορισμό τους με λιγότερες στάσεις και σε συντομότερο χρόνο. Αντίθετα, ένα μεγαλύτερο μέσο μήκος διαδρομής μπορεί να υποδηλώνει ανεπάρκειες, όπως την ανάγκη για συχνές μετακινήσεις μεταξύ γραμμών ή τη διέλευση από πολλούς σταθμούς για την επίτευξη ενός προορισμού. Επίσης, ένα μικρό μέσο μήκος διαδρομής σημαίνει ότι οι περισσότεροι σταθμοί είναι στενά συνδεδεμένοι, βελτιώνοντας την προσβασιμότητα του δικτύου. Αυτό επιτρέπει στους επιβάτες να μετακινούνται εύκολα και

γρήγορα, χωρίς να αντιμετωπίζουν μεγάλες καθυστερήσεις ή περίπλοκο προγραμματισμό διαδρομών.

Δίνεται από τον μαθηματικό τύπο:

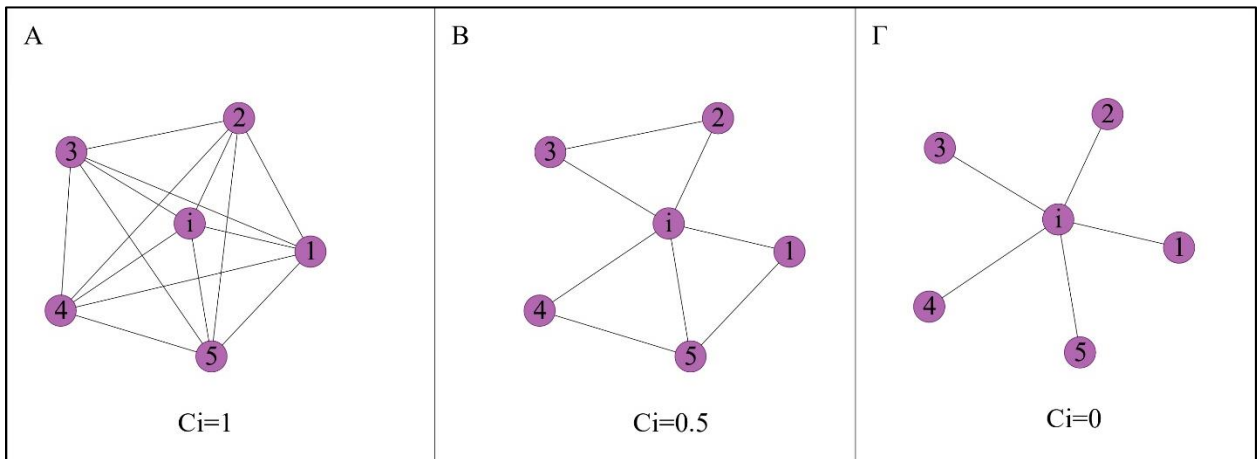
$$L = \frac{1}{|V|(|V|-1)} \sum_{\substack{u,v \in V \\ u \neq v}} d(u,v) \quad (5)$$

Όπου  $d(u,v)$  η απόσταση (μήκος του βραχύτερου μονοπατιού) μεταξύ των κόμβων  $u$  και  $v$  στο γράφο  $G=(V,E)$  (Newman, 2003).

### 3.2.5 Συντελεστής Συγκέντρωσης

Ο συντελεστής συγκέντρωσης (Clustering Coefficient) είναι ένα μέτρο του βαθμού στον οποίο οι κόμβοι σε ένα γράφο τείνουν να σχηματίζουν ομάδες. Ένας υψηλός συντελεστής συγκέντρωσης υποδηλώνει ότι οι κόμβοι τείνουν να δημιουργούν σφιχτές ομάδες με πολλές συνδέσεις μεταξύ τους, ενώ ένας χαμηλός συντελεστής συγκέντρωσης υποδεικνύει ότι οι κόμβοι είναι πιο απομονωμένοι ή ότι οι συνδέσεις μεταξύ τους είναι αραιές.

Στην Εικόνα 7 παρουσιάζονται γραφικά παραδείγματα για τρεις διαφορετικές τιμές του συντελεστή συγκέντρωσης,



Εικόνα 7: Παραδείγματα Συντελεστή Συγκέντρωσης

Ο ορισμός του συντελεστή συγκέντρωσης σε ζυγισμένα δίκτυα είναι μια επέκταση του κλασικού συντελεστή συγκέντρωσης που λαμβάνει υπόψη τα βάρη των ακμών και δίνεται από τον τύπο:

$$C_i^w = \frac{1}{s_i(k_i-1)} \sum_{j,h} \frac{w_{ij}+w_{ih}}{2} a_{ij}a_{ih}a_{jh} \quad (6)$$

Όπου  $w_{ij}$  το βάρος της ακμής μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$ ,  $s_i = \sum_j w_{ij}$  είναι η ισχύς του κόμβου  $i$ ,  $k_i$  ο βαθμός (αριθμός γειτόνων) του  $i$ ,  $a_{ij}$  το στοιχείο της γειτνίασης (1 αν υπάρχει ακμή μεταξύ  $i$  και  $j$ ,

0 αλλιώς),  $w_{ij}$  το βάρος της ακμής  $(i,j)$  και το άθροισμα γίνεται σε όλους τους κόμβους  $j$  και  $h$  που είναι γείτονες του  $i$  (Newman, 2003).

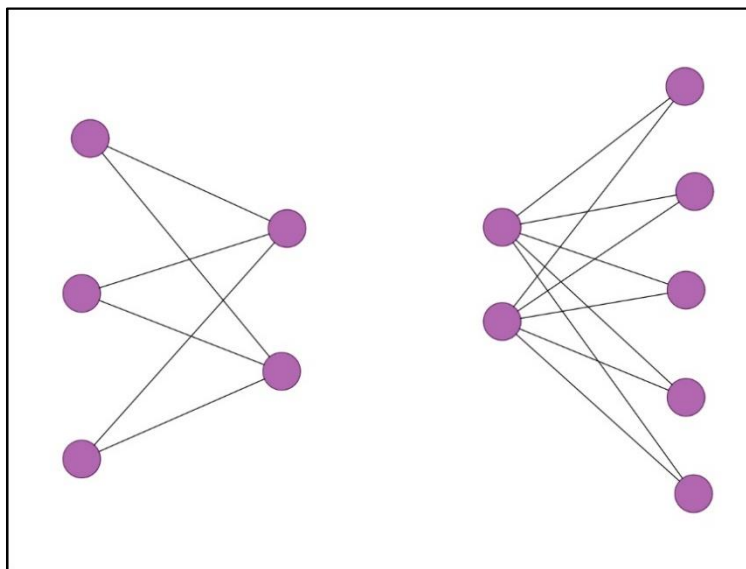
### 3.2.6 Πυκνότητα

Η πυκνότητα (Density), ενός κατευθυνόμενου γράφου είναι ένα μέτρο που εκφράζει πόσο κοντά είναι ο γράφος στο να είναι πλήρης, πόσες ακμές (συνδέσεις) υπάρχουν σε ένα δίκτυο σε σχέση με τον συνολικό αριθμό των δυνατών ακμών. Δίνεται από τον μαθηματικό τύπο:

$$D = \frac{|E|}{|V|(|V|-1)} \quad (7)$$

Όπου  $|E|$  είναι ο αριθμός των ακμών και  $|V|$  είναι ο αριθμός των κόμβων. Πυκνότητα 1 σημαίνει ότι ο γράφος είναι πλήρης, ενώ πυκνότητα κοντά στο 0 σημαίνει ότι υπάρχουν λίγες ακμές σε σχέση με το μέγιστο δυνατό αριθμό (Newman, 2010).

Στην Εικόνα 8, παρουσιάζεται γραφικά ένας γράφος χαμηλής (αριστερά) και ένας γράφος υψηλής πυκνότητας (δεξιά).



Εικόνα 8: Παραδείγματα Πυκνότητας σε Δίκτυα

### 3.2.7 Κεντρικότητα Ροής

Η κεντρικότητα ροής (Flow Centrality) μετράει τη σημασία ενός κόμβου ή ακμής ως διαμεσολαβητή ροής μεταξύ όλων των ζευγών κόμβων. Βασίζεται στην ιδέα ότι η ροή (πληροφορία, ενέργεια, κλπ.) ακολουθεί διαδρομές που δεν είναι απαραίτητα μόνο οι συντομότερες. Η ροή κεντρικότητας μπορεί να προσφέρει πληροφορίες σχετικά με ποιους

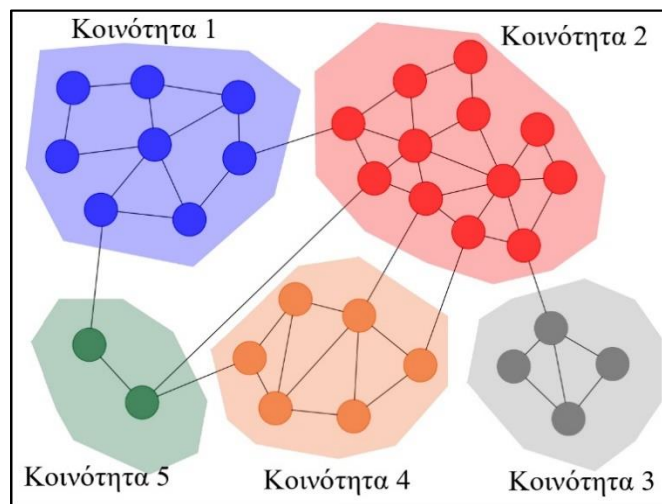
σταθμούς είναι οι πιο κρίσιμοι για τη διατήρηση της συνδεσιμότητας και την διευκόλυνση της κίνησης εντός του συστήματος μεταφορών. Δίνεται από τον μαθηματικό τύπο:

$$C_{flow}(v) = \sum_{s \neq t \neq v} \frac{f_{st}(v)}{f_{st}} \quad (8)$$

Όπου  $f_{st}(v)$  είναι η μέγιστη ροή από τον κόμβο  $s$  προς  $t$  που περνά από  $v$ , και  $f_{st}$  είναι η συνολική μέγιστη ροή από τον κόμβο  $s$  προς  $t$  (Freeman et al., 1991).

**3.2.8 Ανίχνευση Κοινοτήτων** Η ανίχνευση κοινοτήτων (Community Detection) σε ένα δίκτυο μεταφορών παρέχει σημαντικές πληροφορίες για το πώς οι σταθμοί ομαδοποιούνται βάσει της συνδεσιμότητας και της ροής τους. Αυτή η ανάλυση αναδεικνύει τις σχέσεις μεταξύ των σταθμών και μπορεί να βοηθήσει στην ανάπτυξη στρατηγικών λειτουργίας, στη βελτίωση της παροχής υπηρεσιών και στη βελτίωση της εμπειρίας των επιβατών.

Στην Εικόνα 9, παρουσιάζεται ένα δίκτυο μεταφορών που αποτελείται από πέντε διαφορετικές κοινότητες.



Εικόνα 9: Παράδειγμα Κοινοτήτων σε Δίκτυο

Μια τυπική προσέγγιση είναι η μεγιστοποίηση της αρθρωτότητας  $Q$ , ενός δείκτη που μετρά πόσο καλή είναι μια δομή κοινοτήτων:

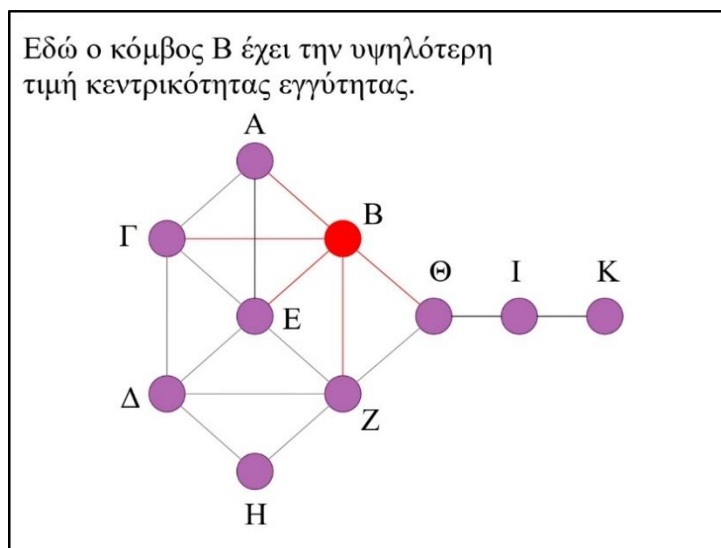
$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i,j} [A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m}] \delta(c_i, c_j) \quad (9)$$

Όπου  $A_{ij}$  είναι η τιμή της ακμής μεταξύ  $i$  και  $j$ ,  $k_i$  και  $k_j$  είναι οι βαθμοί των κόμβων  $i$  και  $j$ ,  $m$  είναι το συνολικό βάρος όλων των ακμών, και  $\delta(c_i, c_j) = 1$  αν οι κόμβοι  $i$  και  $j$  ανήκουν στην ίδια κοινότητα (Newman, 2006).

### 3.2.9 Κεντρικότητα Εγγύτητας

Η κεντρικότητα εγγύτητας (Closeness Centrality), είναι ένα μέτρο του πόσο γρήγορα μπορεί ένας κόμβος να έχει πρόσβαση σε άλλους κόμβους στο δίκτυο. Ορίζεται ως το αντίστροφο του μέσου μήκους της συντομότερης διαδρομής από τον κόμβο σε όλους τους άλλους κόμβους του δικτύου.

Στην Εικόνα 10, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δικτύου, στο οποίο επισημαίνεται ο κόμβος που έχει την υψηλότερη τιμή κεντρικότητας εγγύτητας.



Εικόνα 10: Κεντρικότητα Εγγύτητας

Μια υψηλή κεντρικότητα εγγύτητας υποδεικνύει ότι ο σταθμός είναι πιο κεντρικός όσον αφορά την απόσταση από άλλους σταθμούς, επιτρέποντας γρηγορότερη πρόσβαση σε διάφορους προορισμούς. Ορίζεται από τον μαθηματικό τύπο:

$$C_{closeness}(v) = \frac{1}{\sum_{u \neq v} d(v,u)} \quad (10)$$

Όπου  $d(v,u)$  είναι το μήκος της συντομότερης διαδρομής από τον κόμβο  $v$  στον κόμβο  $u$  (Freeman, 2002).

### 3.3 Ανάλυση Δικτύου Μεταφορών με Python

Η ανάλυση των δικτύων μεταφορών αποτελεί ένα κρίσιμο πεδίο της επιχειρησιακής έρευνας και της αστικής ανάλυσης, με στόχο τη βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας, της βιωσιμότητας και της ανθεκτικότητας των συστημάτων. Η θεωρία γραφημάτων, σε συνδυασμό με εργαλεία ανάλυσης πολύπλοκων δικτύων, προσφέρει μια δομημένη μεθοδολογία για την αναπαράσταση, ποσοτικοποίηση και κατανόηση της λειτουργίας αυτών των συστημάτων (Newman, 2010 ; Pósfai & Barabási, 2016).

Η Python έχει καθιερωθεί ως ένα από τα πλέον ευέλικτα και ισχυρά προγραμματιστικά περιβάλλοντα για την ανάλυση γραφημάτων. Χάρη στην πληθώρα εξειδικευμένων βιβλιοθηκών που προσφέρει. Ιδιαίτερα η βιβλιοθήκη NetworkX αποτελεί πρότυπο για την υλοποίηση και ανάλυση γραφημάτων, προσφέροντας εργαλεία για τον υπολογισμό πλήθους δεικτών, τη μοντελοποίηση βαρών, τη χαρτογράφηση διαδρομών και την ανάλυση ανθεκτικότητας (Hagberg et al., 2008).

Βιβλιοθήκες όπως η NetworkX για κατασκευή και ανάλυση γραφημάτων, η Pandas για επεξεργασία δεδομένων, η Geopandas ή OSMNX, για πραγματικά γεωχωρικά δεδομένα, και η Matplotlib ή Plotly για οπτικοποίηση, καθιστούν εφικτή τη μοντελοποίηση πολύπλοκων αστικών και περιφερειακών συστημάτων μεταφορών με ακρίβεια και διαφάνεια (Boeing, 2017 ; McKinney, 2010).

### 3.3.1 Βιβλιοθήκη NetworkX

Η βιβλιοθήκη NetworkX αποτελεί μία από τις πιο ώριμες, τεκμηριωμένες και ευέλικτες επιλογές για τη μοντελοποίηση, χειρισμό και ανάλυση δικτύων. Έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να υποστηρίζει κατευθυνόμενα και μη κατευθυνόμενα δίκτυα, ζυγισμένα ή μη ζυγισμένα δίκτυα, ανάλυση σε επίπεδο κόμβων, ακμών και συνολικού δικτύου και διασύνδεση με άλλα εργαλεία. Η ευκολία με την οποία μπορεί κάποιος να ορίσει ένα δίκτυο, να το αναλύσει και να εξάγει συμπεράσματα καθιστά το NetworkX ιδανικό για την εκπαιδευτική αλλά και επαγγελματική μελέτη μεταφορικών συστημάτων (Hagberg et al., 2008).

### 3.3.2 Υλοποίηση σε περιβάλλον Python

Η Python επιτρέπει την εύκολη εισαγωγή δεδομένων και τον υπολογισμό όλων των παραπάνω δεικτών.

Η δημιουργία του γράφου από δεδομένα μπορεί να γίνει με ενσωμάτωση αρχείων .csv, πραγματικών δεδομένων GTFS ή με αξιοποίηση εργαλείων όπως OSMNX (Boeing, 2017 ; McKinney, 2010).

Ενδεικτικά στην Εικόνα 11 παρουσιάζεται ο κώδικας για την δημιουργία Γράφου καθώς και οι βασικές εντολές για τον υπολογισμό των στατιστικών δεικτών:

```
import networkx as nx
import pandas as pd

# Φόρτωση αρχείου δεδομένων
df = pd.read_csv("edges.csv") # περιλαμβάνει: source, target, weight

# Δημιουργία γράφου
G = nx.from_pandas_edgelist(df, 'source', 'target', edge_attr='weight', create_using=nx.Graph())

# Υπολογισμός βασικών δεικτών
degree = nx.degree_centrality(G)
betweenness = nx.betweenness_centrality(G, weight='weight')
closeness = nx.closeness_centrality(G, distance='weight')
avg_path_length = nx.average_shortest_path_length(G, weight='weight')
clustering = nx.average_clustering(G, weight='weight')
```

Εικόνα 11: Δημιουργία Γράφου και Υπολογισμός βασικών δεικτών (ενδεικτικό απόσπασμα από κώδικα Python)

Οι τιμές αυτές μπορούν να συσχετιστούν με πραγματικά δεδομένα μεταφορικής απόδοσης, όπως χρόνοι καθυστέρησης, αριθμός επιβατών ή αριθμός μεταφορών, παρέχοντας έτσι μια ερμηνευτική βάση για πολιτικές βελτιστοποίησης (Hagberg et al., 2008).

Μπορούμε να ελέγξουμε πώς αλλάζει η συνοχή του δικτύου αν αφαιρεθεί ένας κόμβος να γίνει δηλαδή ανάλυση τρωτότητας και αποσύνδεσης σε ένα δίκτυο (Crucitti et al., 2006).

Ενδεικτικά στην Εικόνα 12, παρουσιάζεται ο κώδικας για την δημιουργία διαταραχών και αποκοπών κόμβων στο Γράφο:

```
G_removed = G.copy()
G_removed.remove_node('A') # ή remove_edge(u, v)
components = list(nx.connected_components(G_removed))
```

Εικόνα 12: Αποκοπή κόμβου (ενδεικτικό απόσπασμα από κώδικα Python)

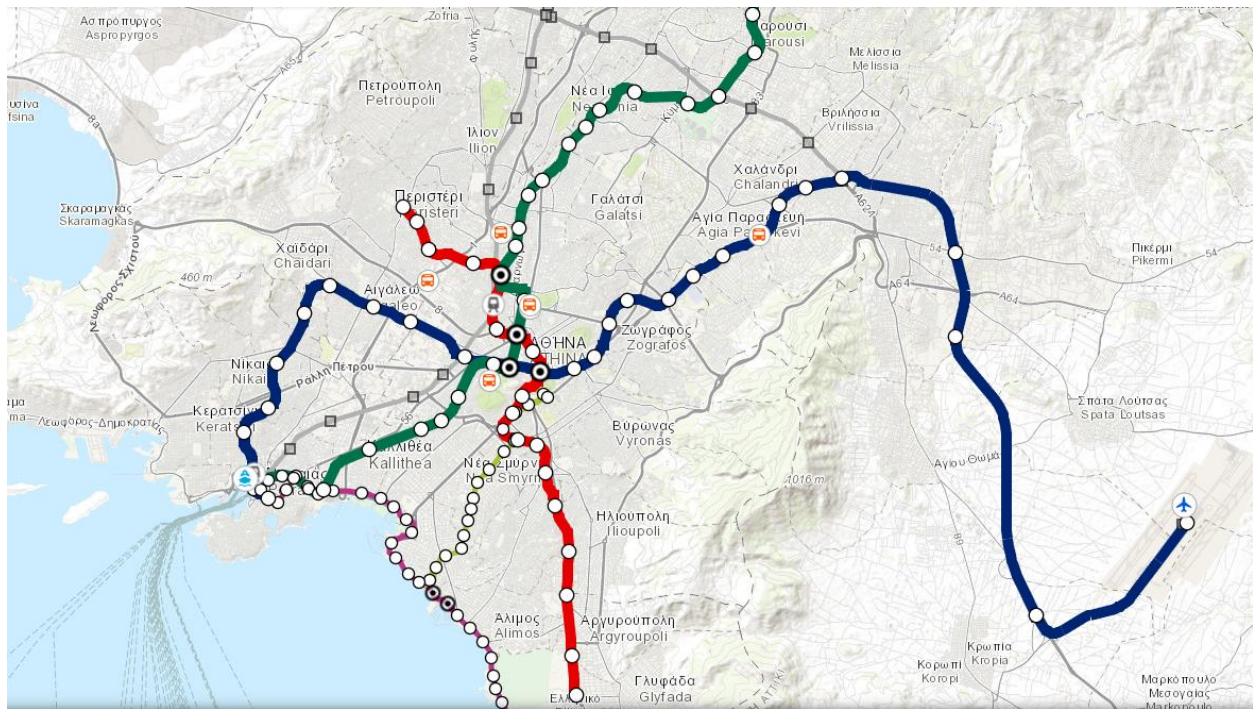
### 3.3.3 Πλεονεκτήματα της χρήσης Python και NetworkX

Ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματα είναι η επαναληψιμότητα και η αναπαραγωγή, με όλα βήματα της ανάλυσης να μπορούν να καταγραφούν σε scripts ή notebooks. Επίσης, η δυνατότητα επέκτασης σε μεγάλα σύνολα δεδομένων, καθώς η Python συνεργάζεται με pandas, NumPy, αλλά και big data εργαλεία. Τέλος βασικό ρόλο κατέχει και η προσβασιμότητα σε εξωτερικά δεδομένα, από APIs μεταφορών, GIS αρχεία, ή GTFS δεδομένα και η Ενσωμάτωση με οπτικοποίηση και AI, μέσω εργαλείων όπως matplotlib, Plotly, PyTorch Geometric (Fey & Lenssen, 2019).

## 4.ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### 4.1 Δημιουργία Γραφήματος των Γραμμών του Μετρό της Αθήνας

Το Μετρό της Αθήνας αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο του συστήματος δημόσιων συγκοινωνιών της πρωτεύουσας, προσφέροντας σύγχρονες και αποδοτικές σιδηροδρομικές υπηρεσίες που συμβάλλουν στη μείωση της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας αποτελείται από τρεις γραμμές (Εικόνα 13): **Γραμμή 1 (Πράσινη Γραμμή)**, η οποία συνδέει την Κηφισιά στα βόρεια προάστια με τον Πειραιά, το κύριο λιμάνι της Αθήνας, **Γραμμή 2 (Κόκκινη Γραμμή)**, η οποία εκτείνεται από την Ανθούπολη στα βορειοδυτικά έως το Ελληνικό στα νότια, **Γραμμή 3 (Μπλε Γραμμή)**, η οποία συνδέει το Αιγάλεω στα δυτικά με τη Δουκίσσης Πλακεντίας και το Διεθνές Αεροδρόμιο Ελευθέριος Βενιζέλος στα ανατολικά. Οι γραμμές αυτές εξυπηρετούν τη μητροπολιτική περιοχή της Αθήνας, διασφαλίζοντας τη σύνδεση μεταξύ σημαντικών συνοικιών, συγκοινωνιακών κόμβων και ιστορικών μνημείων.

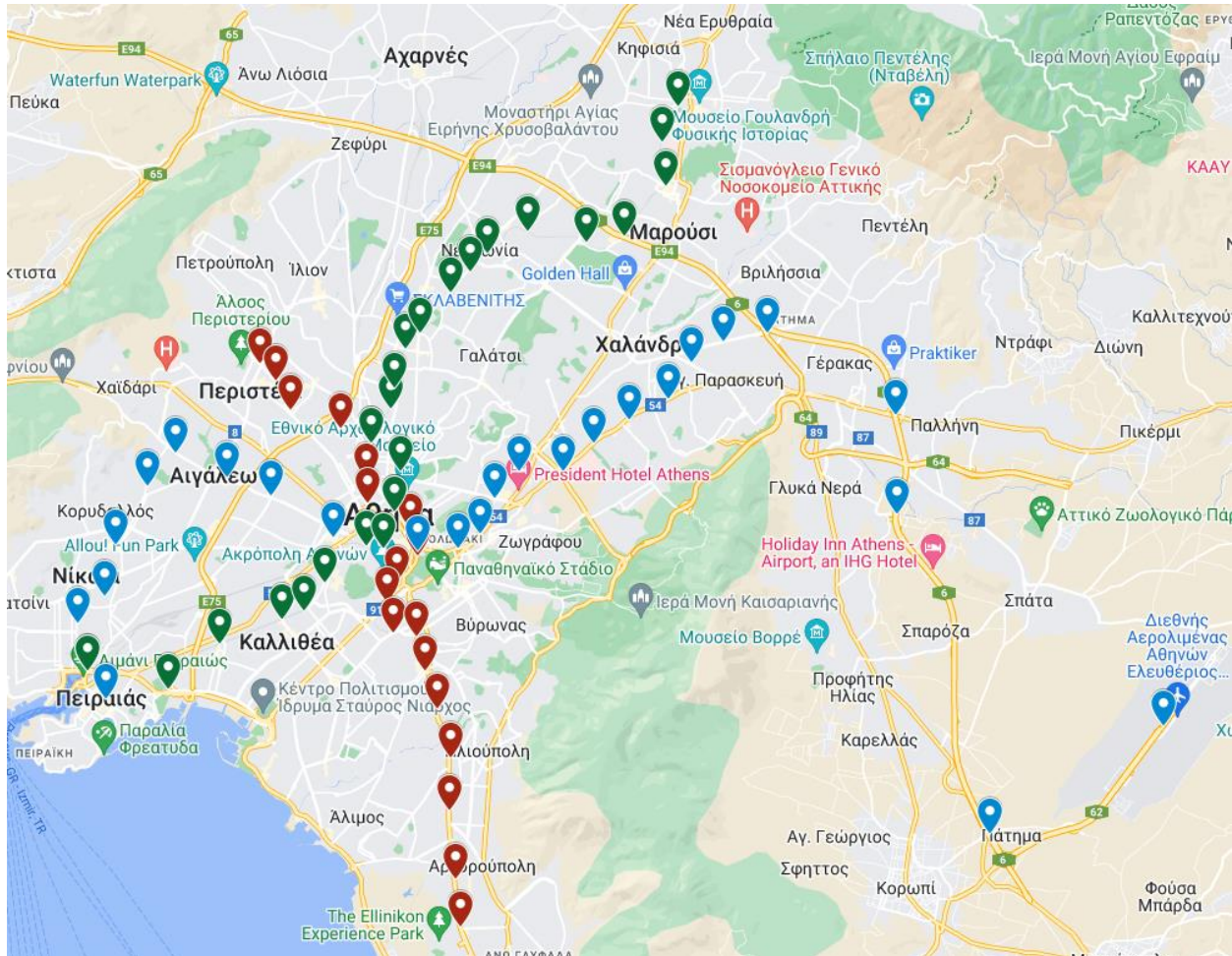


Εικόνα 13: Απεικόνιση Γραμμών Μετρό της Αθήνας (πηγή : [www.oasa.gr](http://www.oasa.gr))

#### 4.1.1 Δημιουργία των Κόμβων του Γραφήματος

Αρχικά, με τη χρήση του My Google Map, δημιουργήθηκε ένας χάρτης που περιλαμβάνει τις τρεις γραμμές του Μετρό της Αθήνας, και στη συνέχεια καταγράφηκαν οι συντεταγμένες των σταθμών (Εικόνα 14). Έπειτα, ο χάρτης εξήχθη σε αρχείο KML και μετατράπηκε σε μορφή CSV με την ονομασία "nodes". Τα δεδομένα εισήχθησαν στο QGIS (Quantum GIS) προκειμένου να γίνει

οπτικοποίηση και ανάλυση των γραμμών και των σταθμών του μετρό. Δημιουργήθηκαν τέσσερα αρχεία CSV, ένα για κάθε γραμμή (μπλε, κόκκινη, πράσινη) και ένα που περιλαμβάνει όλες τις γραμμές. Κάθε αρχείο περιέχει το όνομα κάθε κόμβου, τις συντεταγμένες του και τη γραμμή στην οποία ανήκει.



Εικόνα 14: Χάρτης του Μετρό της Αθήνας (πηγή: [www.google.com/mygooglemaps](http://www.google.com/mygooglemaps))

#### 4.1.2 Δημιουργία των Ακμών του Γραφήματος

Για τη δημιουργία ενός κατευθυνόμενου γράφου, δημιουργήθηκαν τρία αρχεία CSV, ένα για κάθε γραμμή του μετρό. Σε κάθε αρχείο, η πρώτη στήλη περιλαμβάνει το όνομα κάθε κόμβου (σταθμού), ενώ η δεύτερη στήλη καταγράφει τον επόμενο κόμβο σύμφωνα με την κατεύθυνση της γραμμής.

Αφού συγκεντρώθηκαν τα δεδομένα, προστέθηκε μια επιπλέον στήλη που περιέχει το βάρος των ακμών, το οποίο αντιπροσωπεύει τον αριθμό των επικυρώσεων εισιτηρίων (validations) σε κάθε σταθμό.

## 4.2 Πρωτογενή Επιτόπια Δεδομένα Επιβατικής Κίνησης

Για τη συγκέντρωση των απαραίτητων δεδομένων της έρευνας, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις στους σταθμούς του Μετρό της Αθήνας. Συγκεκριμένα, καταγράφηκε ο αριθμός των επιβατών εντός των συρμών, καθώς και ο αριθμός των ατόμων που εισέρχονταν και εξέρχονταν σε κάθε σταθμό. Οι παρατηρήσεις πραγματοποιήθηκαν στις 27 Νοεμβρίου 2023, κατά τη διάρκεια των ωρών αιχμής, Πρωινή αιχμή: 08:00 – 09:00 π.μ. , Απογευματινή αιχμή: 17:00 – 18:00 μ.μ. Η συλλογή δεδομένων κάλυψε όλες τις γραμμές του μετρό, αμφότερες τις κατευθύνσεις και το σύνολο των σταθμών του δικτύου.

## 4.3 Δευτερογενή Δεδομένα από τον ΟΑΣΑ

Στη συνέχεια, αντλήθηκαν πρόσθετα δεδομένα του ΟΑΣΑ (Οργανισμός Αστικών Συγκοινωνιών Αθηνών) από την ελληνική πλατφόρμα Ανοιχτών Δημόσιων Δεδομένων (<https://data.gov.gr>), σχετικά με τον συνολικό αριθμό επικυρώσεων εισιτηρίων (validations) την εξεταζόμενη ημέρα και κατά τις αντίστοιχες ώρες. Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τη ΣΤΑΣΥ ([www.stasy.gr](http://www.stasy.gr)) (Σταθερές Συγκοινωνίες Α.Ε.), τα οποία περιλάμβαναν, συχνότητες δρομολογίων, αριθμό δρομολογίων ανά ώρα, αριθμό βαγονιών ανά συρμό και την μέγιστη χωρητικότητα επιβατών ανά συρμό και ανά βαγόνι. Για τη μείωση πιθανών αποκλίσεων, εισήχθη ένας συντελεστής συστηματικού σφάλματος.

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα, εκτιμήθηκε η επιβατική ροή για κάθε γραμμή κατά τις δύο χρονικές περιόδους, με ανάλυση ανά σταθμό και ώρα. Ορίστηκαν δύο διακριτά σύνολα βαρών, Πρωινά βάρη, που αντιστοιχούν στο διάστημα 08:00 – 09:00 π.μ. , Απογευματινά βάρη, που αντιστοιχούν στο διάστημα 17:00 – 18:00 μ.μ. Τα βάρη αυτά εφαρμόστηκαν στις ακμές του γραφήματος, που αναπαριστά το δίκτυο του μετρό.

## 4.4 Ανάπτυξη Κατευθυνόμενων Γραφημάτων

Για την κατασκευή του γράφου, αναπτύχθηκε Python script, το οποίο δημιούργησε κατευθυνόμενα γραφήματα (directed graphs) και ένα κατευθυνόμενο πολυγράφημα (directed multigraph) που αναπαριστά το δίκτυο του Μετρό της Αθήνας.

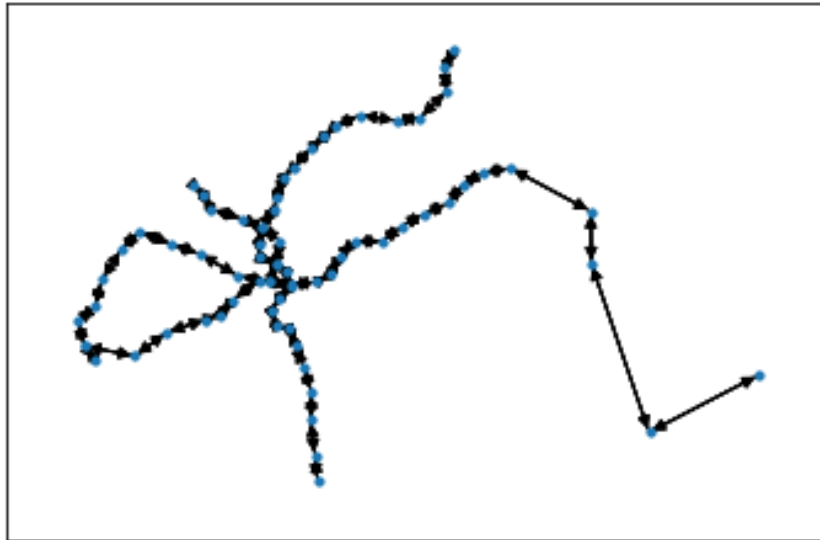
### 4.4.1 Γραφήματα μεμονωμένων γραμμών

Για κάθε γραμμή του μετρό, δημιουργήθηκε ένα κατευθυνόμενο γράφημα (DiGraph), όπου οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν τους σταθμούς και τοποθετούνται με βάση τις γεωγραφικές τους συντεταγμένες (x, y). Οι ακμές αναπαριστούν τις συνδέσεις μεταξύ των σταθμών, ενώ το βάρος τους καθορίζεται από την επιβατική ροή, με χρήση των πρωινών και απογευματινών βαρών (Εικόνες 15,16,17). Τα γραφήματα απεικονίστηκαν χρησιμοποιώντας τις γεωγραφικές θέσεις των κόμβων.



#### 4.4.2 Κατασκευή Πολυγράφηματος

Για την ενοποίηση όλων των γραμμών σε μία ενιαία αναπαράσταση του δικτύου του Μετρό της Αθήνας, δημιουργήθηκε ένα κατευθυνόμενο πολυγράφημα (MultiDiGraph) (Εικόνα 18). Οι κόμβοι προστέθηκαν για όλους τους σταθμούς και οι ακμές από τις τρεις γραμμές ενσωματώθηκαν, διατηρώντας τα βάρη που αντιστοιχούν στις επιβατικές ροές.



Εικόνα 18: Κατευθυνόμενο Πολυγράφημα

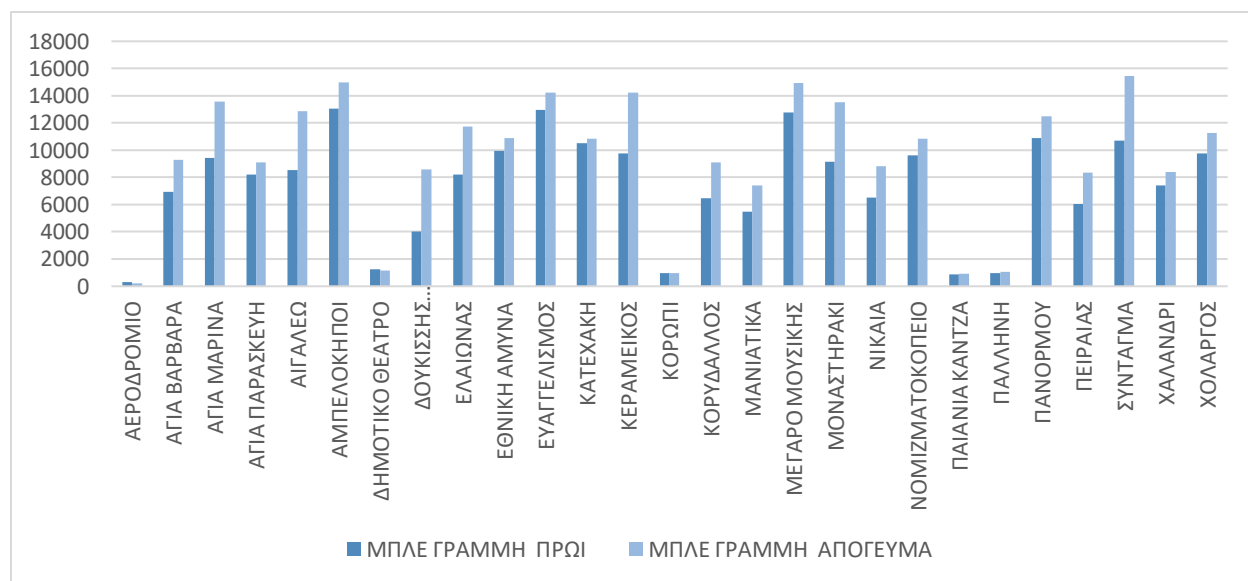
Το πολυγράφημα που προκύπτει αποτυπώνει τη συνολική δομή και συνδεσιμότητα του συστήματος μεταφορών, συμπεριλαμβάνοντας επικαλυπτόμενες ακμές για σταθμούς που εξυπηρετούνται από πολλαπλές γραμμές.

## 4.5 Αποτελέσματα

Σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δεικτών της τοπολογικής ανάλυσης του δικτύου Μετρό της Αθήνας, για κάθε γραμμή ξεχωριστά αλλά και για το πολυγράφημα, που δημιουργήθηκαν σε περιβάλλον *rython*, με την χρήση της βιβλιοθήκης *NetworkX*, για την πρωινή και απογευματινή αιχμή, όπως αναλύθηκε στο κεφάλαιο 4. Τα αποτελέσματα καθώς και η κανονικοποίηση των δεδομένων αυτών, τόσο για τους σταθμούς όσο και για τις γραμμές, παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω μέσω διαγραμμάτων *excel* και πινάκων.

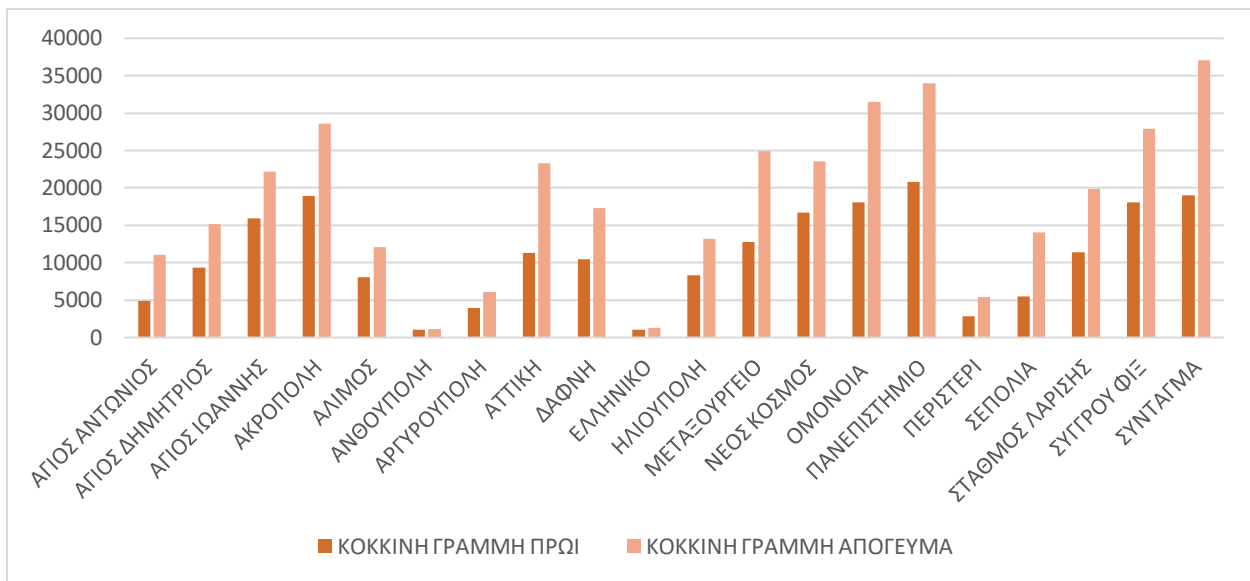
### 4.5.1 Υπολογισμός Ισχύος Κόμβων

Η ισχύς κόμβου ενός σταθμού στο δίκτυο αντικατοπτρίζει το συνολικό βάρος των ακμών (γραμμών/δρομολογίων) που τον συνδέουν με άλλους κόμβους. Στην προκειμένη περίπτωση, το βάρος αναπαριστά τη ροή επιβατών ανά ώρα. Τα δεδομένα αυτά δείχνουν τον βαθμό δραστηριότητας κάθε σταθμού, προσδιορίζοντας σταθμούς με υψηλή ισχύ κόμβου, που εξυπηρετούν κεντρικές ή δημοφιλείς περιοχές με υψηλό επιβατικό φόρτο, σταθμούς με χαμηλή ισχύ κόμβου, που βρίσκονται σε περιφερειακές περιοχές ή εξυπηρετούν λιγότερους επιβάτες.



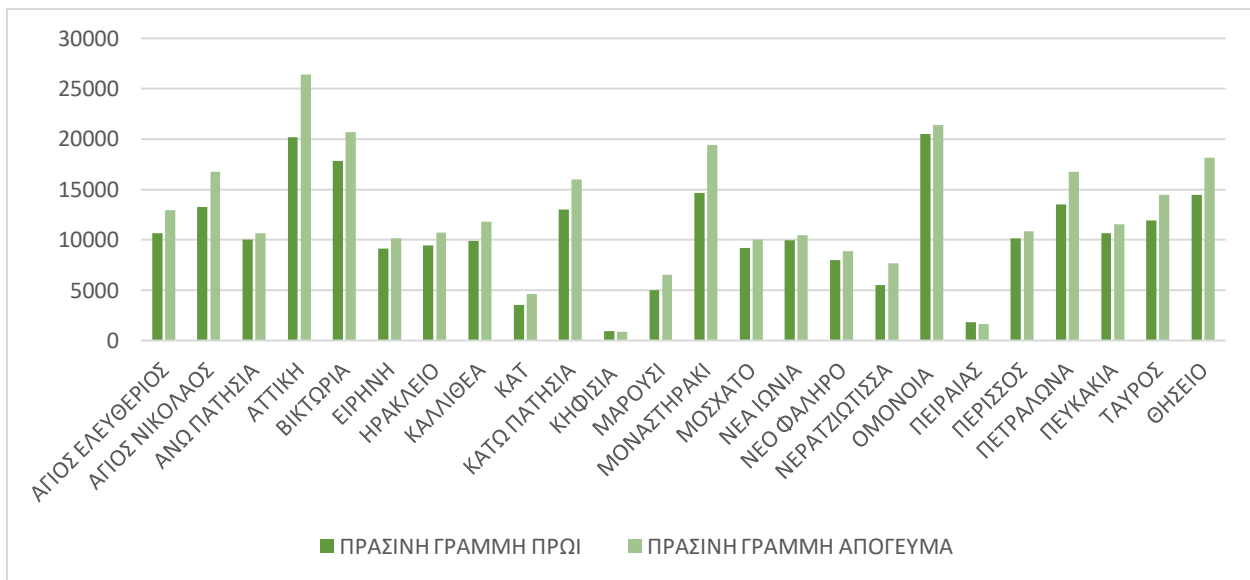
Διάγραμμα 3: Ισχύς Κόμβου Μπλε Γραμμή

Η μπλε γραμμή περιλαμβάνει ορισμένους από τους σταθμούς με τη μεγαλύτερη επιβατική κίνηση, όπως οι Αμπελόκηποι και ο Ευαγγελισμός, οι οποίοι εξυπηρετούν κομβικές τοποθεσίες της πόλης. Ο σταθμός Σύνταγμα αποτελεί κεντρικό κόμβο τόσο της μπλε γραμμής όσο και του συνολικού δικτύου.



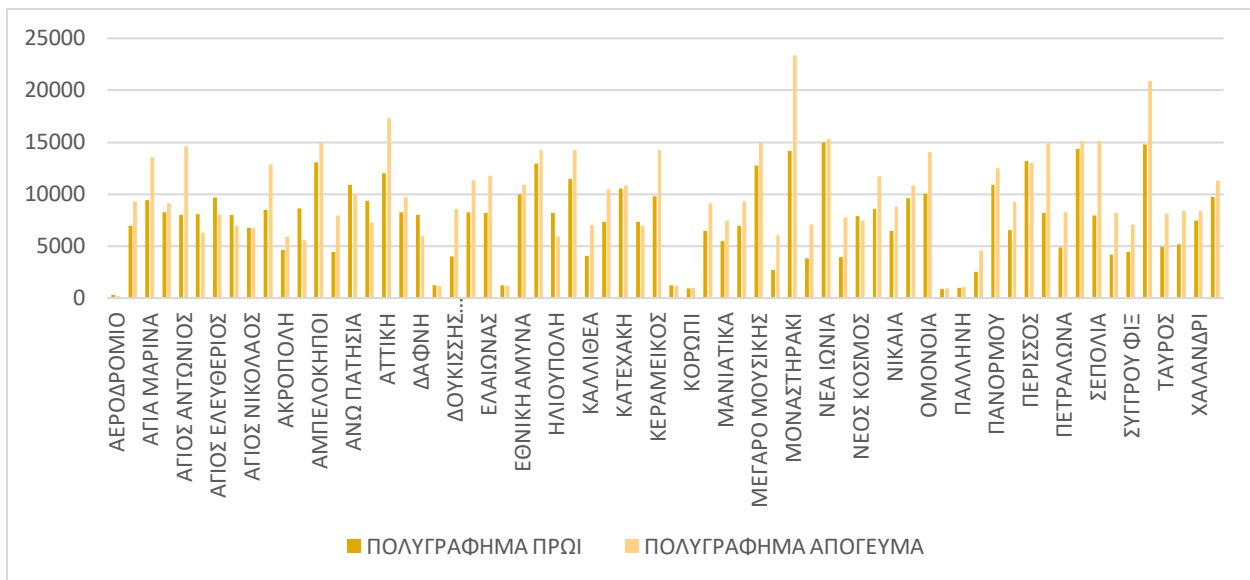
Διάγραμμα 4: Ισχύς Κόμβου Κόκκινη Γραμμή

Για την κόκκινη γραμμή σταθμοί όπως ο Άγιος Δημήτριος, ο Νέος Κόσμος και η Δάφνη είναι κρίσιμοι για τη νότια περιοχή της πόλης, με μέτρια έως υψηλή επιβατική κίνηση, ειδικά την απογευματινή ώρα αιχμής.



Διάγραμμα 5: Ισχύς Κόμβου Πράσινη Γραμμή

Για την πράσινη γραμμή, οι σταθμοί Ομόνοια, Μοναστηράκι και Αττική ξεχωρίζουν με ιδιαίτερα υψηλούς όγκους επιβατών, διαδραματίζοντας κρίσιμο ρόλο στη διασύνδεση διαφόρων τμημάτων του δικτύου.

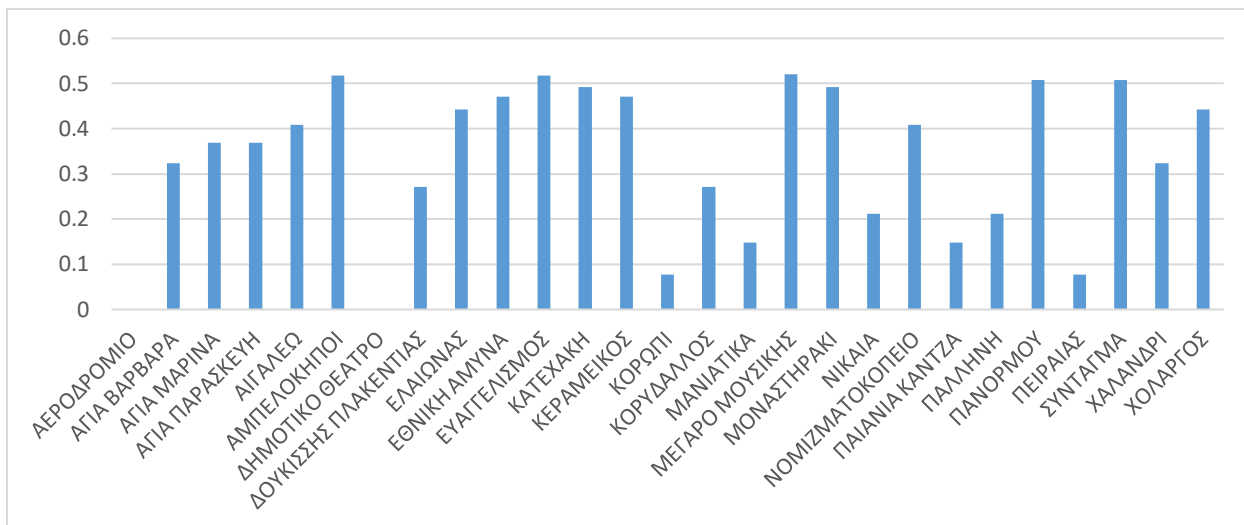


**Διάγραμμα 6: Ισχύς Κόμβου Πολυγράφημα**

Συνολικά για το δίκτυο, κεντρικοί σταθμοί, όπως το Σύνταγμα, το Μοναστηράκι και η Ομόνοια αποτελούν σημεία-κλειδιά του δικτύου, με υψηλό επιβατικό φόρτο, λόγω της κεντρικής τοποθεσίας και της λειτουργίας τους ως σταθμοί μετεπιβίβασης. Περιφερειακοί σταθμοί, όπως το Κορωπί και η Παιανία-Κάντζα παρουσιάζουν πολύ χαμηλότερη κίνηση, γεγονός που υποδηλώνει ότι εξυπηρετούν κυρίως προαστιακές περιοχές ή βρίσκονται στα άκρα των γραμμών. Σταθμοί Μεσαίας Επιβατικής Κίνησης και Προαστιακοί Σταθμοί, όπως η Νέα Ιωνία και ο Περισσός εξακολουθούν να εξυπηρετούν σημαντικούς πληθυσμούς, γεγονός που υπογραμμίζει τον ισχυρό καθημερινό συσχετισμό μεταξύ προαστίων και κέντρου πόλης.

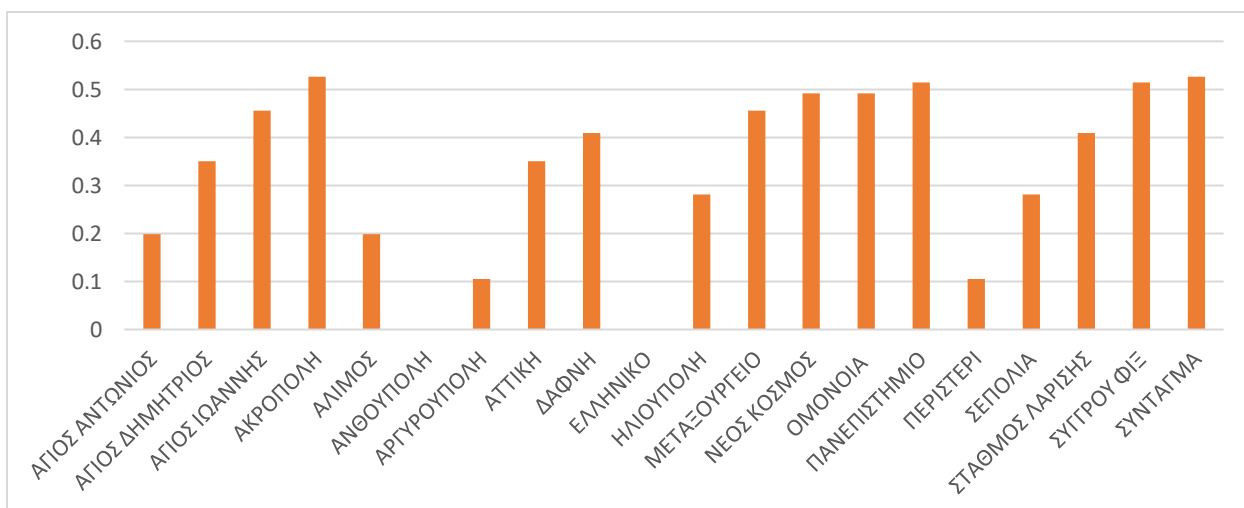
#### 4.5.2 Εκκεντρότητα Κόμβου

Η ανάλυση αυτής της κεντρικότητας επιτρέπει την καλύτερη κατανόηση της δομής του δικτύου του Μετρό της Αθήνας. Ειδικότερα, αναδεικνύει τους σταθμούς που είναι απαραίτητοι για τη ροή των επιβατών και τη συνδεσιμότητα του συστήματος, βοηθώντας στον εντοπισμό στρατηγικών κόμβων που επηρεάζουν σημαντικά τη λειτουργία του δικτύου.



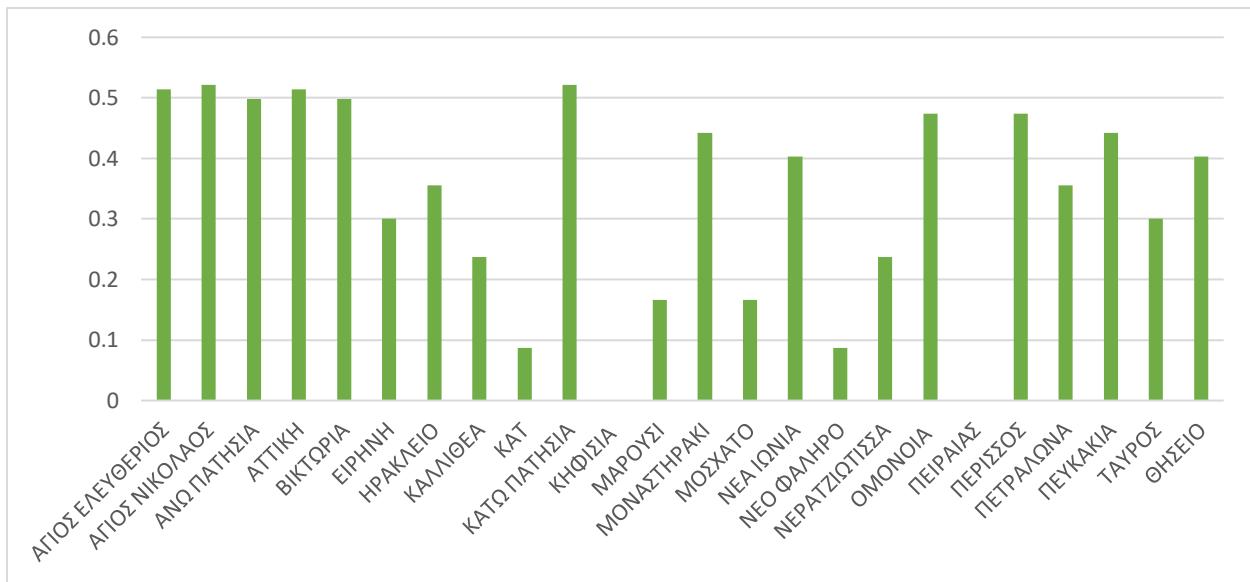
Διάγραμμα 7: Εκκεντρότητα Μπλε Γραμμή

Σταθμοί Υψηλής Επιρροής, χαρακτηρίζονται οι σταθμοί όπως οι Αμπελόκηποι, ο Ευαγγελισμός και το Μέγαρο Μουσικής, αποτελούν κομβικά σημεία του δικτύου, λειτουργώντας ως βασικοί διαμεσολαβητές στη ροή των επιβατών. Αυτοί οι σταθμοί κατευθύνουν μεγάλο ποσοστό της συνολικής κυκλοφορίας, συνδέοντας σημαντικές περιοχές της πόλης. Σταθμοί Μέτριας Συνδεσιμότητας, χαρακτηρίζονται οι σταθμοί όπως η Πανόρμου, η Εθνική Άμυνα και το Μοναστηράκι, που διαδραματίζουν επίσης σημαντικό ρόλο στη δικτύωση, αν και με ελαφρώς μικρότερο αντίκτυπο συγκριτικά με τους κορυφαίους ενδιάμεσους σταθμούς. Περιφερειακοί ή Σταθμοί Χαμηλής Επιρροής ορίζονται οι σταθμοί όπως το Κορωπί, ο Πειραιάς και το Αεροδρόμιο, που εξυπηρετούν ειδικές διαδρομές ή βρίσκονται στα άκρα του δικτύου. Παρότι έχουν στρατηγική σημασία για συγκεκριμένες συνδέσεις, δεν επηρεάζουν καθοριστικά τη συνολική συνδεσιμότητα του δικτύου του Μετρό της Αθήνας.



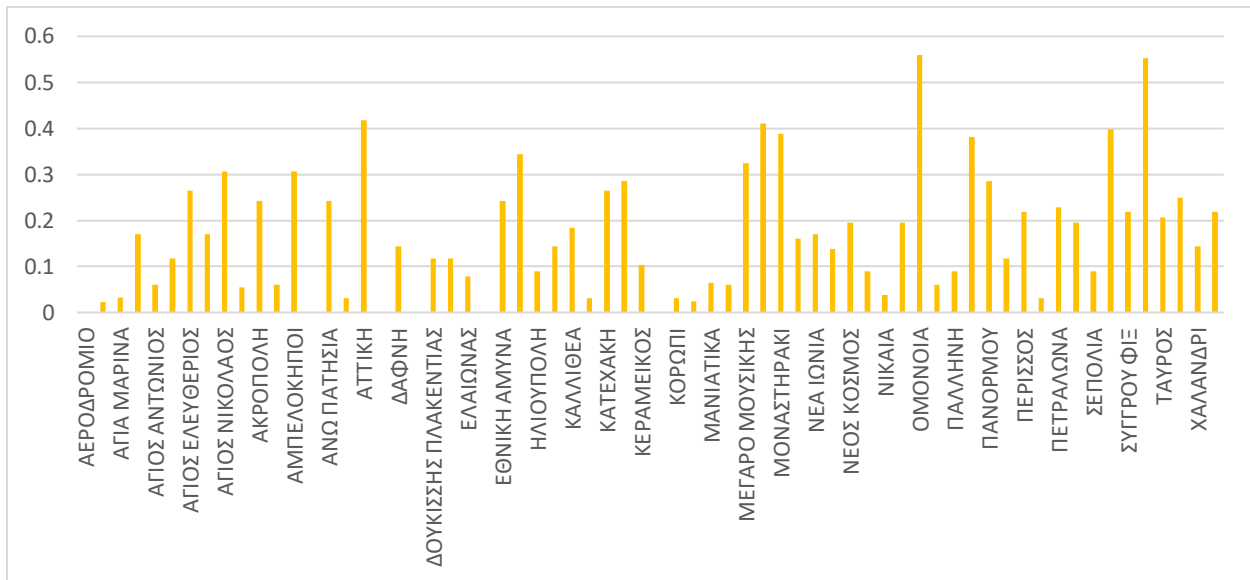
Διάγραμμα 8: Εκκεντρότητα Κόκκινη Γραμμή

Σταθμοί Υψηλής Επιρροής, ορίζονται οι σταθμοί όπως η Ακρόπολη και το Σύνταγμα, που είναι οι πιο κρίσιμοι σταθμοί της Κόκκινης Γραμμής, καθώς λειτουργούν ως βασικά σημεία μετεπιβίβασης, διευκολύνοντας υψηλά επίπεδα επιβατικής κίνησης. Σταθμοί Μέτριας Συνδεσιμότητας, Χαρακτηρίζονται σταθμοί όπως το Πανεπιστήμιο και ο Νέος Κόσμος, που παίζουν σημαντικό ρόλο στη συνολική συνδεσιμότητα του δικτύου, εξυπηρετώντας μεγάλο όγκο επιβατών. Τέλος χαρακτηριστικά παραδείγματα Περιφερειακών ή Σταθμών Χαμηλής Επιρροής, είναι η Ανθούπολη και το Ελληνικό, οι οποίοι βρίσκονται στα άκρα του δικτύου και δεν αποτελούν κομβικά σημεία διασύνδεσης, έχοντας περιορισμένη επιρροή στη συνολική λειτουργία του δικτύου.



Διάγραμμα 9: Εκκεντρότητα Πράσινη Γραμμή

Παρατηρούμε πως οι Σταθμοί Υψηλής Επιρροής, είναι οι σταθμοί όπως ο Άγιος Νικόλαος και τα Κάτω Πατήσια, που αποτελούν κρίσιμους σταθμούς για τη διατήρηση της αποδοτικότητας της Πράσινης Γραμμής, καθώς λειτουργούν ως σημαντικοί κόμβοι μετακινήσεων. Σαν Σταθμοί Μέτριας Συνδεσιμότητας, ορίζονται ο Άγιος Ελευθέριος και τα Άνω Πατήσια, καθώς είναι σταθμοί που συμβάλλουν σημαντικά στη σύνδεση του δικτύου, εξυπηρετώντας μεγάλο αριθμό επιβατών. Τέλος, Περιφερειακοί ή Σταθμοί Χαμηλής Επιρροής, είναι η Κηφισιά και ο Πειραιάς, παρότι εξυπηρετούν μεγάλες αποστάσεις, δεν λειτουργούν ως κεντρικά σημεία μετεπιβίβασης καθώς βρίσκονται στα άκρα της γραμμής, περιορίζοντας την επιρροή τους στη συνολική συνδεσιμότητα του δικτύου.

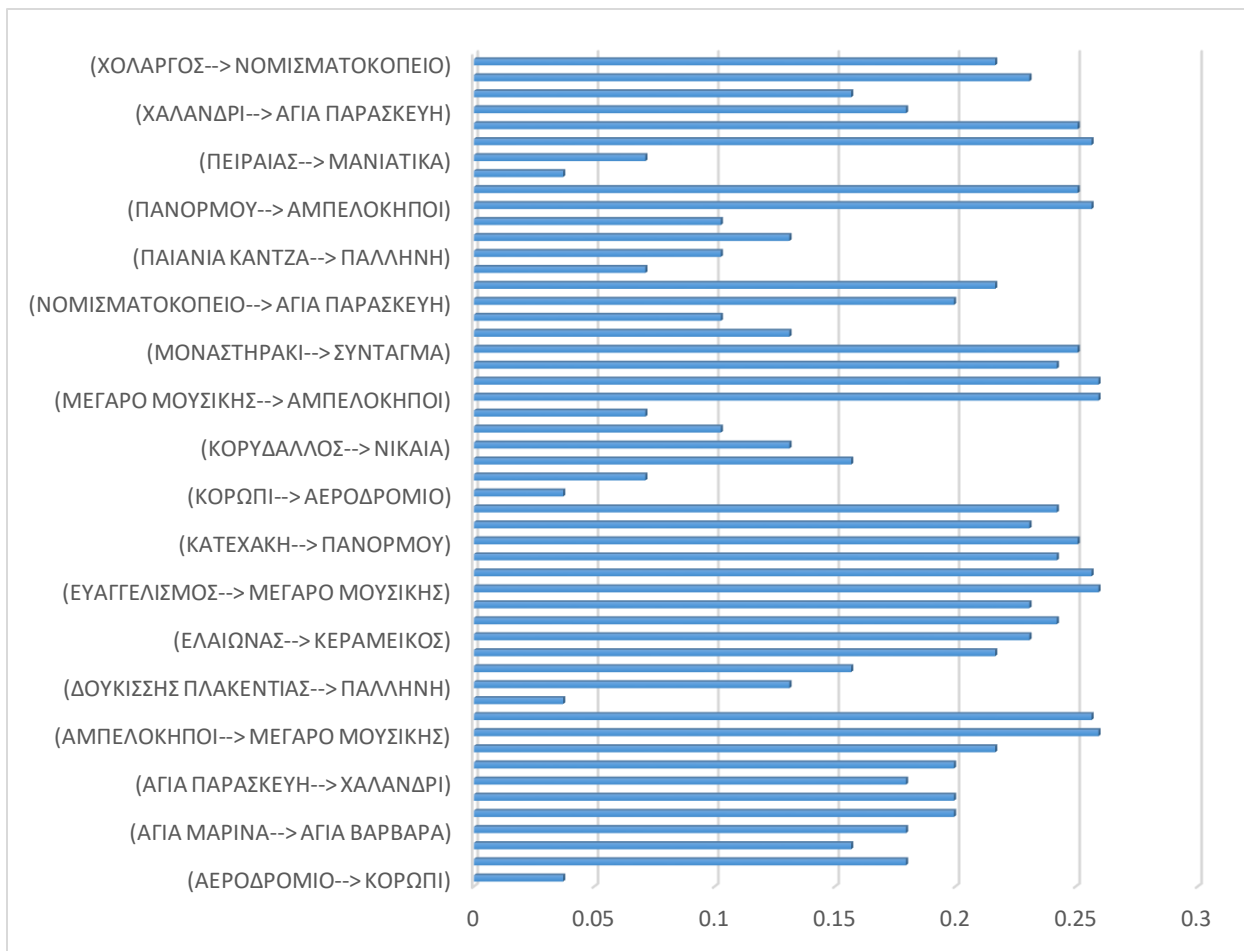


Διάγραμμα 10: Εκκεντρότητα Πολυγράφημα

Συνολικά για το πολυγράφημα, χαρακτηρίζονται ως Κύριοι Κόμβοι οι σταθμοί Σύνταγμα και Ομόνοια, που είναι οι πιο κρίσιμοι σταθμοί του δικτύου, διευκολύνοντας τη μετακίνηση των επιβατών και λειτουργώντας ως βασικά σημεία μετεπιβίβασης. Οι πιο Βασικοί Συνδετικοί Σταθμοί, είναι σταθμοί όπως το Μεταξουργείο, η Αττική και ο Σταθμός Λαρίσης, που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη διατήρηση της αποδοτικότητας του δικτύου, συνδέοντας πολλαπλές γραμμές. Παρατηρούμε και κάποιους Σταθμούς Μέτριας και Χαμηλής Επιρροής, κυρίως οι ακραίοι σταθμοί των γραμμών, παρότι αρκετοί σταθμοί διαθέτουν μέτριες τιμές κεντρικότητας, ορισμένοι εξυπηρετούν περιορισμένες συνδετικές λειτουργίες, υποδεικνύοντας τον ρόλο τους σε λιγότερο επιβαρυμένες διαδρομές.

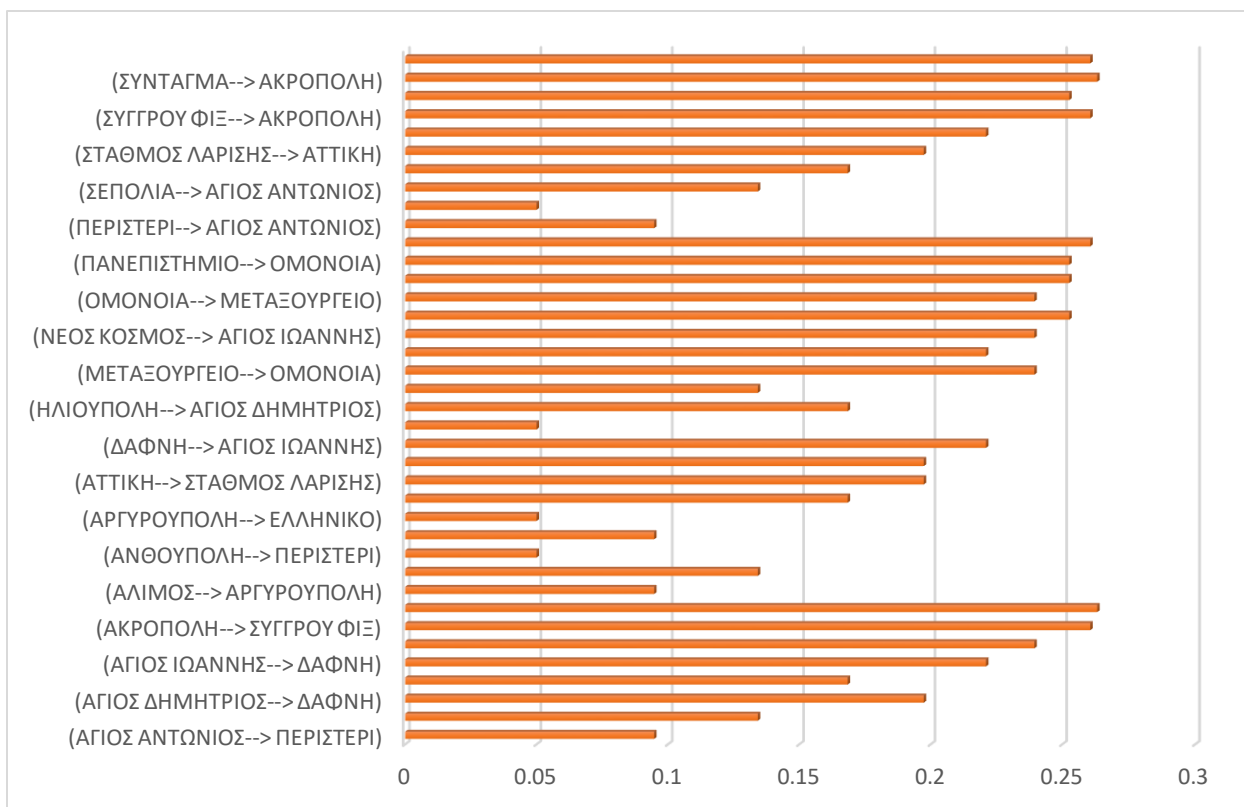
#### 4.5.3 Κεντρικότητα Ακμών

Η ανάλυση της κεντρικότητας ακμών παρέχει σημαντικές πληροφορίες για τη δομή και τη λειτουργία του δικτύου του μετρό της Αθήνας. Αναδεικνύει τον βαθμό διασυνδεσιμότητας του συστήματος, επιτρέποντας τον εντοπισμό των πιο κρίσιμων συνδέσεων που επηρεάζουν τη συνολική απόδοση του δικτύου. Παράλληλα, συμβάλλει στη βελτιστοποίηση της κυκλοφορίας, στη διαχείριση της επιβατικής κίνησης και στον σχεδιασμό εναλλακτικών διαδρομών σε περιπτώσεις συμφόρησης ή λειτουργικών διαταραχών.



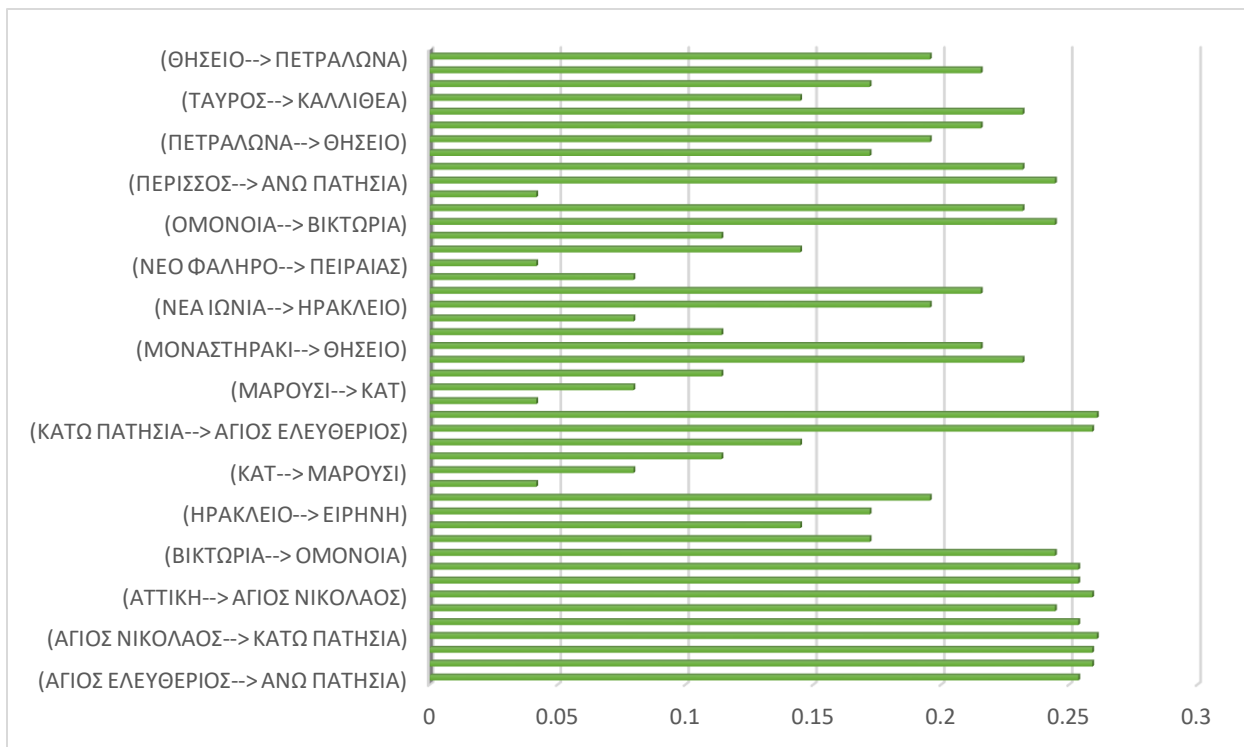
Διάγραμμα 11: Κεντρικότητα Ακμών Μπλε Γραμμή

Οι συνδέσεις με τις υψηλότερες τιμές κεντρικότητας, που ξεπερνούν το 0.25, εντοπίζονται κυρίως στο κέντρο της πόλης. Ενδεικτικά, οι συνδέσεις Μέγαρο Μουσικής – Ευαγγελισμός, Μέγαρο Μουσικής – Αμπελόκηποι, Αμπελόκηποι – Πανόρμου, Ευαγγελισμός – Σύνταγμα, Πανόρμου – Κατεχάκη και Μοναστηράκι – Σύνταγμα, είναι από τις πιο κρίσιμες. Αυτές οι ακμές εντοπίζονται στο πιο κεντρικό και πυκνά χρησιμοποιούμενο τμήμα της γραμμής και διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στη διασύνδεση των σταθμών. Αντίθετα, οι συνδέσεις με τις χαμηλότερες τιμές κεντρικότητας, κάτω από 0.1, βρίσκονται κυρίως σε περιφερειακές περιοχές του δικτύου. Παραδείγματα είναι οι συνδέσεις Αεροδρόμιο – Κορωπί, Δημοτικό Θέατρο – Πειραιάς, Κορωπί – Παιανία Κάντζα, Μανιάτικα – Πειραιάς, Παλλήνη – Παιανία Κάντζα. Οι συνδέσεις αυτές βρίσκονται συνήθως στα άκρα της γραμμής και εξυπηρετούν κυρίως τοπικές ή λιγότερο πολυσύχναστες ροές. Ιδιαίτερη προσοχή αξίζει σε σταθμούς που συμμετέχουν σε πολλές ακμές με υψηλή κεντρικότητα, όπως ο Ευαγγελισμός, το Μέγαρο Μουσικής, οι Αμπελόκηποι, η Πανόρμου και το Σύνταγμα, καθώς αποτελούν βασικούς κόμβους διαμεσολάβησης της κυκλοφορίας εντός του συστήματος. Η ύπαρξη αυτών των σταθμών και των συνδέσεών τους με υψηλή κεντρικότητα υποδεικνύει την έντονη σημασία του αστικού πυρήνα για τη συνοχή του δικτύου του μετρό.



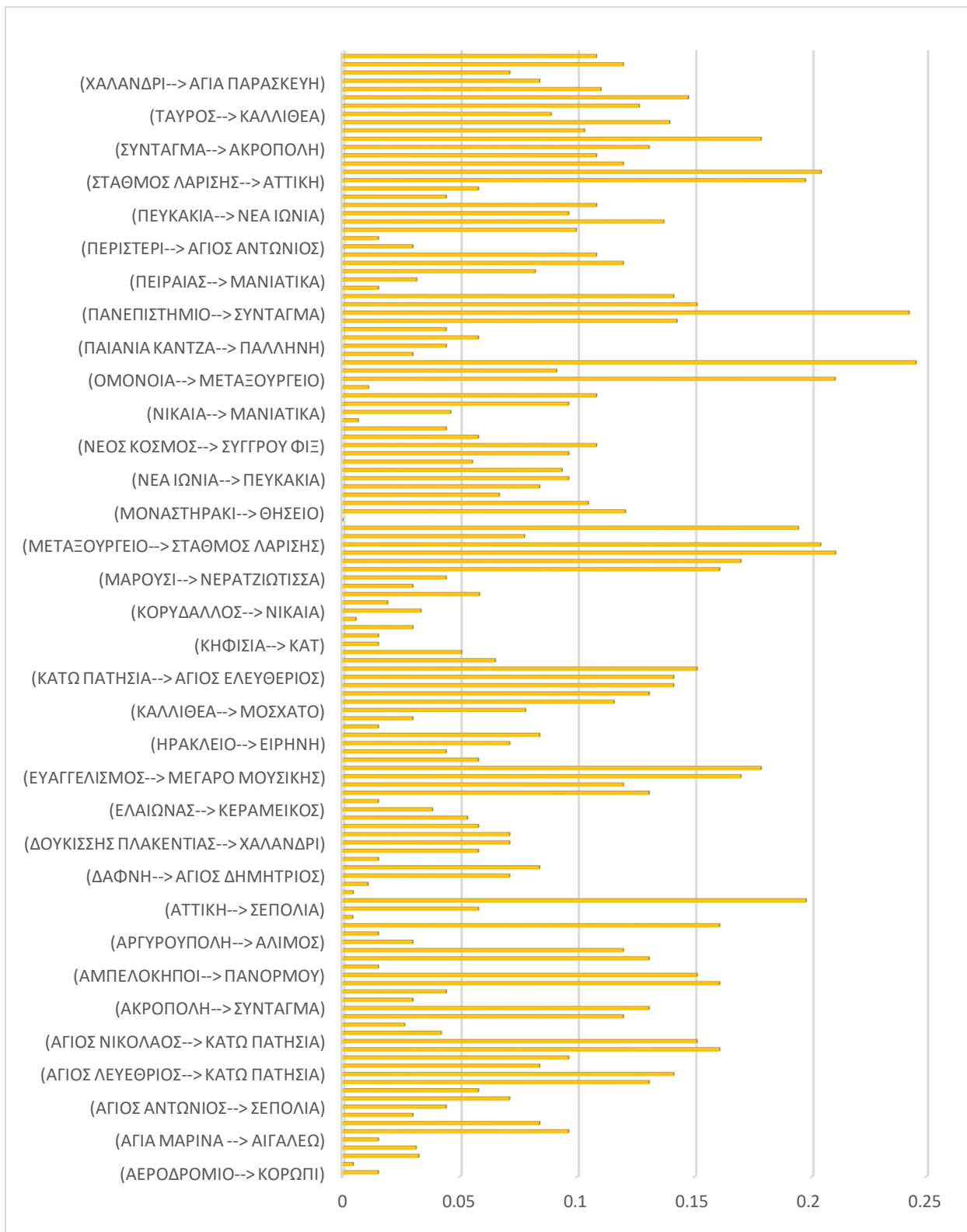
Διάγραμμα 12: Κεντρικότητα Ακμών Κόκκινη Γραμμή

Οι υψηλότερες τιμές κεντρικότητας (άνω του 0.25) παρατηρούνται κυρίως στο ιστορικό και εμπορικό κέντρο της Αθήνας, μεταξύ των σταθμών Ακρόπολη – Σύνταγμα, Πανεπιστήμιο – Σύνταγμα, Ακρόπολη – Συγγρού Φιξ, Συγγρού Φιξ – Νέος Κόσμος, καθώς και Ομόνοια – Πανεπιστήμιο. Αυτές οι συνδέσεις βρίσκονται σε περιοχές με υψηλή πυκνότητα μετακινήσεων και σημαντική διασύνδεση γραμμών, καθιστώντας τις κρίσιμες για την κυκλοφορία του συνόλου του δικτύου. Αμέσως μετά ακολουθούν συνδέσεις με σχετικά υψηλές τιμές (περίπου 0.22–0.24), όπως Άγιος Ιωάννης – Νέος Κόσμος, Μεταξουργείο – Ομόνοια, Σταθμός Λαρίσης – Μεταξουργείο, Δάφνη – Άγιος Ιωάννης. Αυτές οι ακμές λειτουργούν υποστηρικτικά στους κύριους άξονες και συμβάλλουν σημαντικά στη ροή της κυκλοφορίας. Στον αντίποδα, οι χαμηλότερες τιμές (κοντά στο 0.05) παρατηρούνται κυρίως στα άκρα της γραμμής, όπως οι συνδέσεις Ανθούπολη – Περιστέρι, Αργυρούπολη – Ελληνικό, Περιστέρι – Ανθούπολη, όπου οι μετακινήσεις είναι λιγότερο κεντροβαρείς και εξυπηρετούν πιο τοπικούς προορισμούς. Ορισμένοι σταθμοί συμμετέχουν σε περισσότερες από μία συνδέσεις υψηλής κεντρικότητας, κάτι που τους καθιστά βασικούς κόμβους. Ενδεικτικά, το Σύνταγμα, το Πανεπιστήμιο, η Ομόνοια, η Ακρόπολη, το Συγγρού Φιξ, ο Νέος Κόσμος και ο Άγιος Ιωάννης συγκεντρώνουν πολλές ακμές με υψηλές τιμές, υπογραμμίζοντας τον κεντρικό τους ρόλο στο δίκτυο και την ανάγκη για αξιόπιστη λειτουργία τους.



**Διάγραμμα 13: Κεντρικότητα Ακμών Πράσινη Γραμμή**

Οι υψηλότερες τιμές εντοπίζονται κυρίως στο βόρειο κεντρικό τμήμα της γραμμής. Οι συνδέσεις Κάτω Πατήσια – Άγιος Νικόλαος, Άγιος Νικόλαος – Κάτω Πατήσια, Άγιος Νικόλαος – Αττική, Άγιος Ελευθέριος – Κάτω Πατήσια, και Αττική – Άγιος Νικόλαος, κατατάσσονται στις πιο σημαντικές ακμές του δικτύου, καθώς εξυπηρετούν μεγάλο αριθμό διαδρομών και λειτουργούν ως βασικά σημεία μετάβασης. Ακολουθούν συνδέσεις με τιμές λίγο χαμηλότερες (περίπου 0.24–0.25), όπως Αττική – Βικτώρια, Άγιος Ελευθέριος – Άνω Πατήσια, Ομόνοια – Βικτώρια, Περισσός – Άνω Πατήσια, Περισσός – Πευκάκια, και Ομόνοια – Μοναστηράκι, οι οποίες διατηρούν επίσης κομβικό ρόλο, ειδικά λόγω της εγγύτητάς τους σε περιοχές με αυξημένη επιβατική κίνηση. Σημαντικό μέρος της κίνησης επίσης διέρχεται από το κέντρο της Αθήνας, με τις συνδέσεις Μοναστηράκι – Θησείο, Θησείο – Πετράλωνα, Πετράλωνα – Ταύρος, και Καλλιθέα – Ταύρος να παίζουν κρίσιμο ρόλο στη σύνδεση του κέντρου με τα νότια προάστια. Στον αντίποδα, οι χαμηλότερες τιμές (κοντά στο 0.04–0.08) παρατηρούνται κυρίως στις ακραίες περιοχές της γραμμής, όπως οι συνδέσεις Κηφισιά – ΚΑΤ, Νέο Φάληρο – Πειραιάς, και ΚΑΤ – Μαρούσι. Οι ακμές αυτές, παρότι απαραίτητες για τη συνολική κάλυψη της πόλης, παρουσιάζουν μικρότερη σημασία για τη συντομότερη διασύνδεση του συνολικού δικτύου, λόγω της θέσης τους στα άκρα της γραμμής. Οι σταθμοί Άγιος Νικόλαος, Αττική, Κάτω Πατήσια, και Άγιος Ελευθέριος αναδεικνύονται ως κρίσιμα σημεία του δικτύου, καθώς συμμετέχουν σε πολλαπλές ακμές υψηλής κεντρικότητας, λειτουργώντας ως βασικοί μεταβατικοί κόμβοι που υποστηρίζουν τη συνδεσιμότητα ολόκληρης της γραμμής.



Διάγραμμα 14: Κεντρικότητα Ακμών Πολυγράφημα

Συνολικά παρατηρούμε ότι, σταθμοί όπως η Ομόνοια, το Πανεπιστήμιο, το Σύνταγμα, το Μοναστηράκι και ο Σταθμός Λαρίσης εμφανίζονται σταθερά σε ζεύγη με υψηλές τιμές, γεγονός που καταδεικνύει τον κεντρικό ρόλο τους στο δίκτυο. Οι σταθμοί αυτοί δεν αποτελούν μόνο γεωγραφικούς κόμβους, αλλά και λειτουργικούς, καθώς εξυπηρετούν πολλαπλές γραμμές, αποτελούν σημεία ανταλλαγής μετακινήσεων και συγκεντρώνουν μεγάλο αριθμό επιβατών. Παράλληλα, παρατηρείται ότι η κεντρικότητα δεν εξαρτάται αποκλειστικά από τη γεωγραφική θέση. Ορισμένοι σταθμοί όπως ο Μεταξουργείο, ο Ευαγγελισμός, το Μεγάρο Μουσικής και τα Κάτω Πατήσια παρουσιάζουν ισχυρές τιμές σε συγκεκριμένα ζεύγη, γεγονός που υποδηλώνει τοπική κεντρικότητα. Αυτό σημαίνει ότι, ενώ δεν βρίσκονται στο κέντρο του δικτύου, λειτουργούν ως βασικοί συνδετικοί κόμβοι σε επιμέρους υπο-περιοχές. Αυτή η τοπική σημασία ενισχύει τη συνολική συνοχή του συστήματος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν επίσης σταθμοί που λειτουργούν ως "ενδιάμεσοι σύνδεσμοι" μεταξύ ισχυρότερων κόμβων, όπως για παράδειγμα το Μεταξουργείο που συνδέει τον Σταθμό Λαρίσης με την Ομόνοια. Τέτοιοι σταθμοί παίζουν κρίσιμο ρόλο ως γέφυρες για τη ροή των μετακινήσεων, ακόμα κι αν οι ίδιοι δεν συγκεντρώνουν τον μεγαλύτερο όγκο επιβατών. Συνολικά, το δίκτυο χαρακτηρίζεται από έναν σαφή πυρήνα σταθμών υψηλής κεντρικότητας γύρω από το κέντρο της πόλης, με δευτερεύοντες κόμβους να υποστηρίζουν τη λειτουργία του συστήματος σε τοπικό επίπεδο. Οι ισχυρές τιμές σύνδεσης μεταξύ συγκεκριμένων σταθμών υποδεικνύουν συγκεντρώσεις επιβατικής κίνησης και λειτουργική εγγύτητα, που συχνά αντανακλούν κοινά χαρακτηριστικά ή παρόμοιο προφίλ χρήσης.

#### 4.5.4 Μέσο Μήκος Διαδρομής

Η Μπλε Γραμμή, έχει το μικρότερο μέσο μήκος διαδρομής, υποδεικνύοντας ότι είναι η πιο αποδοτική γραμμή όσον αφορά στην απόσταση ή τον αριθμό βημάτων που απαιτούνται για τη μετακίνηση μεταξύ των σταθμών. Αυτό δείχνει καλύτερη συνδεσιμότητα και προσβασιμότητα για τους επιβάτες που χρησιμοποιούν αυτή τη γραμμή. Ακολουθεί η Κόκκινη Γραμμή, με μέσο μήκος διαδρομής το οποίο είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τη Μπλε, αλλά εξακολουθεί να είναι πιο αποδοτικό από τη Πράσινη Γραμμή. Η Πράσινη Γραμμή, έχει το μεγαλύτερο μέσο μήκος διαδρομής, υποδεικνύοντας ότι οι επιβάτες ενδέχεται να αντιμετωπίζουν μεγαλύτερες προκλήσεις, όπως μεγαλύτερους χρόνους μετακίνησης ή περισσότερους σταθμούς αλλαγής, σε σύγκριση με τις άλλες γραμμές. Για την συνολική αποδοτικότητα του Δικτύου παρατηρούμε πως, το μέσο μήκος διαδρομής για όλες τις γραμμές, είναι ελαφρώς μικρότερο από τη Κόκκινη Γραμμή και μεγαλύτερο από τη Μπλε Γραμμή. Αυτό δείχνει ότι, ενώ το συνολικό δίκτυο είναι κάπως αποδοτικό, η ατομική απόδοση της Μπλε Γραμμής βελτιώνει σημαντικά την αποδοτικότητα του συνολικού δικτύου.

Πίνακας 1: Μέσο Μήκος Διαδρομής

ΓΡΑΜΜΗ	ΜΕΣΟ ΜΗΚΟΣ ΔΙΑΡΟΜΗΣ
ΜΠΛΕ ΓΡΑΜΜΗ	41793,65
ΚΟΚΚΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ	47379,65
ΠΡΑΣΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ	50707,97
ΠΟΛΥΓΡΑΦΗΜΑ	42746,51

Η μικρότερη μέση διαδρομή της Μπλε Γραμμής, αναδεικνύει τον κρίσιμο ρόλο της στο δίκτυο, πιθανόν λειτουργώντας ως βασική αρτηρία για αποδοτική μετακίνηση. Η βελτίωση αυτής της γραμμής μπορεί να οδηγήσει σε αυξημένη ικανοποίηση των επιβατών και σε μεγαλύτερη χρήση της γραμμής. Τα μεγαλύτερα μέση μήκη διαδρομής των Γραμμών Κόκκινης και Πράσινης υποδηλώνουν ότι υπάρχουν περιοχές που ενδέχεται να χρειάζονται βελτίωση. Πιθανές ενέργειες θα μπορούσαν να περιλαμβάνουν την προσθήκη νέων συνδέσεων ή σταθμών για τη μείωση των αποστάσεων μετακίνησης, την αύξηση της συχνότητας των δρομολογίων για να μειωθούν οι χρόνοι αναμονής, καθώς και την υλοποίηση καλύτερων επιλογών μεταφοράς μεταξύ των γραμμών για τη διευκόλυνση της κίνησης των επιβατών.

#### 4.5.5 Συντελεστής Συγκέντρωσης

**Τα αποτελέσματα έβγαλαν, Συντελεστή Συγκέντρωσης 0 στο δίκτυό μας.**

Το γεγονός ότι κάθε σταθμός στο δίκτυο έχει συντελεστή συγκέντρωσης 0 υποδεικνύει ότι δεν υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ των γειτονικών σταθμών. Κάθε σταθμός λειτουργεί ανεξάρτητα, πράγμα που σημαίνει ότι κανένας σταθμός δεν έχει άμεσες συνδέσεις με τους γειτονικούς του σταθμούς. Αυτό δημιουργεί ένα εξαιρετικά κατακερματισμένο δίκτυο, όπου κάθε σταθμός είναι απομονωμένο σημείο και όχι μέρος μιας πιο διασυνδεδεμένης δομής. Για παράδειγμα, αν ένας επιβάτης ταξιδεύει από έναν σταθμό σε έναν άλλο, δεν μπορεί να συνδεθεί άμεσα με έναν τρίτο σταθμό, γεγονός που οδηγεί σε μεγαλύτερες διαδρομές.

Οι αρνητικές συνέπειες περιλαμβάνουν αρχικά μειωμένη απόδοση, διότι, οι επιβάτες πιθανόν να χρειαστεί να κάνουν περισσότερες μεταφορές ή μεγαλύτερες διαδρομές για να φτάσουν στους προορισμούς τους. Αυτή η αναποτελεσματικότητα μπορεί να αποθαρρύνει τους επιβάτες και να επηρεάσει αρνητικά τη συνολική εμπειρία χρήσης του συστήματος. Η έλλειψη άμεσων διαδρομών μπορεί να αυξήσει τους χρόνους ταξιδιού και να μειώσει την ελκυστικότητα του συστήματος σε σύγκριση με άλλες εναλλακτικές μετακινήσεις, όπως η οδήγηση ή το ποδήλατο. Μια άλλη αρνητική συνέπεια είναι η έλλειψη συνδεσιμότητας, με μηδενικό συντελεστή συγκέντρωσης, το δίκτυο στερείται τοπικής συνδεσιμότητας. Αυτό σημαίνει ότι, παρά το γεγονός ότι οι σταθμοί μπορεί να αποτελούν μέρος ενός μεγαλύτερου συστήματος, δεν λειτουργούν ως μια ενιαία μονάδα. Η έλλειψη τοπικής συγκέντρωσης μπορεί επίσης να υποδηλώνει ότι το δίκτυο ενδέχεται να μην εξυπηρετεί αποτελεσματικά πυκνοκατοικημένες

αστικές περιοχές, όπου οι επιβάτες ωφελούνται συνήθως από πολλαπλές διαδρομές που συνδέουν γειτονικούς σταθμούς. Τέλος η τιμή 0 αυτού του συντελεστή φανερώνει δυνητική ευπάθεια του δικτύου, δηλαδή, το σύστημα είναι πιθανόν πιο ευάλωτο σε διακοπές. Εάν μία γραμμή αντιμετωπίσει πρόβλημα ή καθυστέρηση, οι επιβάτες ενδέχεται να έχουν περιορισμένες εναλλακτικές διαδρομές διαθέσιμες, γεγονός που θα οδηγήσει σε μεγαλύτερες καθυστερήσεις και αυξημένη απογοήτευση. Ο χρόνος αντίδρασης σε έκτακτες καταστάσεις ενδέχεται επίσης να επηρεαστεί, καθώς η έλλειψη διασυνδέσεων μπορεί να εμποδίσει την ταχεία πρόσβαση σε κρίσιμες περιοχές.

#### 4.5.6 Πυκνότητα

Η Κόκκινη Γραμμή, έχει τη μεγαλύτερη πυκνότητα από τις τρεις, υποδεικνύοντας ότι έχει σχετικά μεγάλο αριθμό συνδέσεων ανά σταθμό, γεγονός που υποδεικνύει ένα καλά συνδεδεμένο δίκτυο, όπου οι σταθμοί είναι στενά συνδεδεμένοι. Η μεγαλύτερη πυκνότητα μπορεί να βελτιώσει την εξυπηρέτηση των επιβατών, μειώνοντας τους χρόνους ταξιδιού και βελτιώνοντας τη συνδεσιμότητα. Η πυκνότητα της Πράσινης Γραμμής είναι μέτρια, πράγμα που υποδηλώνει έναν ικανοποιητικό επίπεδο συνδεσιμότητας. Ενώ εξακολουθεί να παρέχει καλή εξυπηρέτηση, ενδέχεται να έχει λιγότερους άμεσους συνδέσμους σε σύγκριση με τη κόκκινη γραμμή. Οι επιβάτες ενδέχεται να αντιμετωπίσουν ελαφρώς μεγαλύτερους χρόνους ταξιδιού ή να χρειαστεί να κάνουν περισσότερες μεταφορές σε σχέση με τη γραμμή κόκκινη. Η Μπλε γραμμή έχει την πιο χαμηλή πυκνότητα από τις τρεις. Αν και διατηρεί έναν ικανοποιητικό επίπεδο συνδεσιμότητας, δεν είναι τόσο ισχυρή όσο η κόκκινη και πράσινη γραμμή. Οι επιβάτες ενδέχεται να συναντήσουν μεγαλύτερους χρόνους αναμονής ή να χρειαστεί να κάνουν περισσότερες μεταφορές.

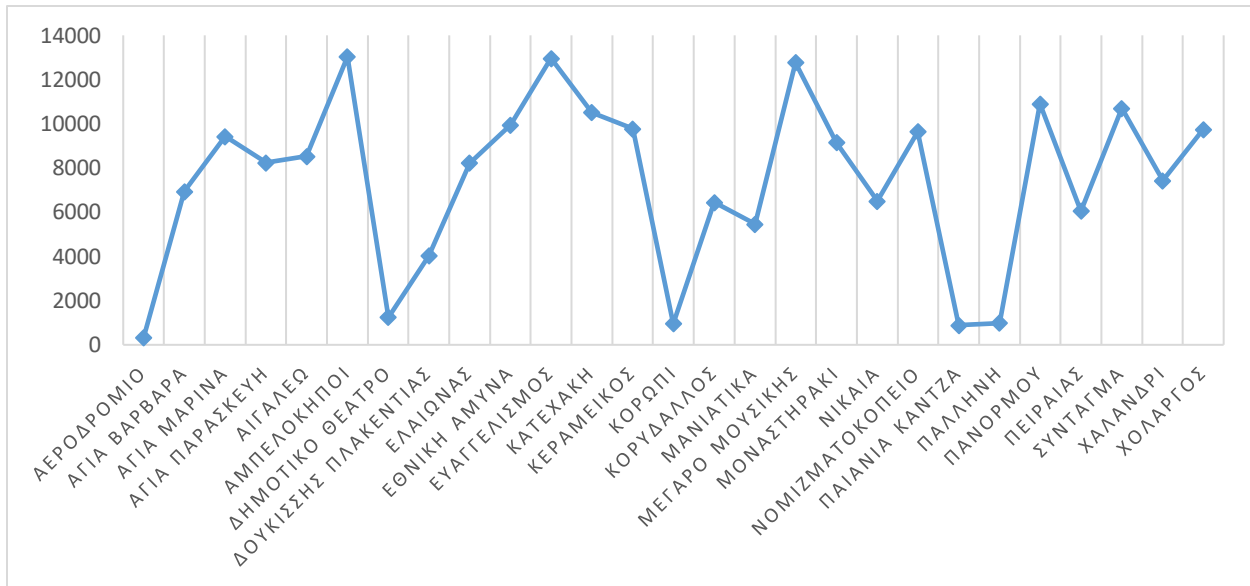
Πίνακας 2: Πυκνότητα Γραμμών

ΓΡΑΜΜΗ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ
ΜΠΛΕ ΓΡΑΜΜΗ	0,0741
ΚΟΚΚΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ	0,1000
ΠΡΑΣΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ	0,0833
ΠΟΛΥΓΡΑΦΗΜΑ	0,0317

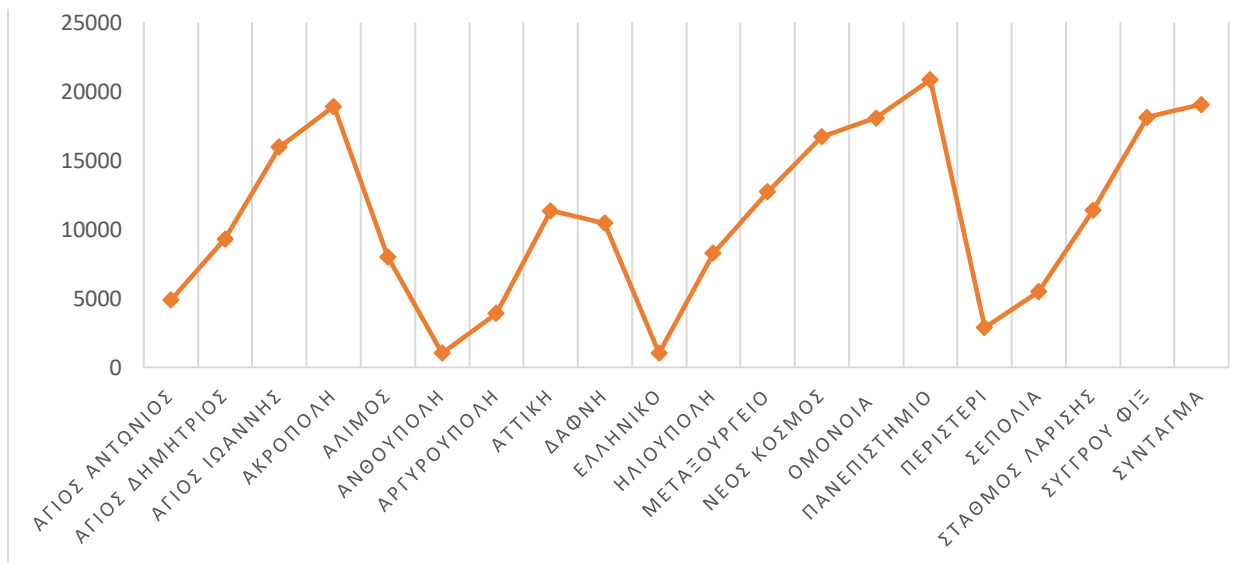
Η συνολική πυκνότητα του δικτύου είναι αρκετά χαμηλή σε σύγκριση με τις μεμονωμένες γραμμές. Αυτό υποδηλώνει ότι, ενώ κάθε γραμμή μπορεί να έχει κάποιο επίπεδο συνδεσιμότητας, η γενική ενοποίηση μεταξύ των διαφορετικών γραμμών είναι αδύναμη. Μια χαμηλή συνολική πυκνότητα δικτύου υποδεικνύει ότι υπάρχουν πολλές απομονωμένες συνδέσεις, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε αναποτελεσματικότητες στην κίνηση των επιβατών. Επίσης, ενδέχεται να υπάρχουν προβλήματα με την προσβασιμότητα και τη δυνατότητα μεταφοράς μεταξύ των διαφόρων γραμμών.

### 4.5.7 Ροή Κεντρικότητας

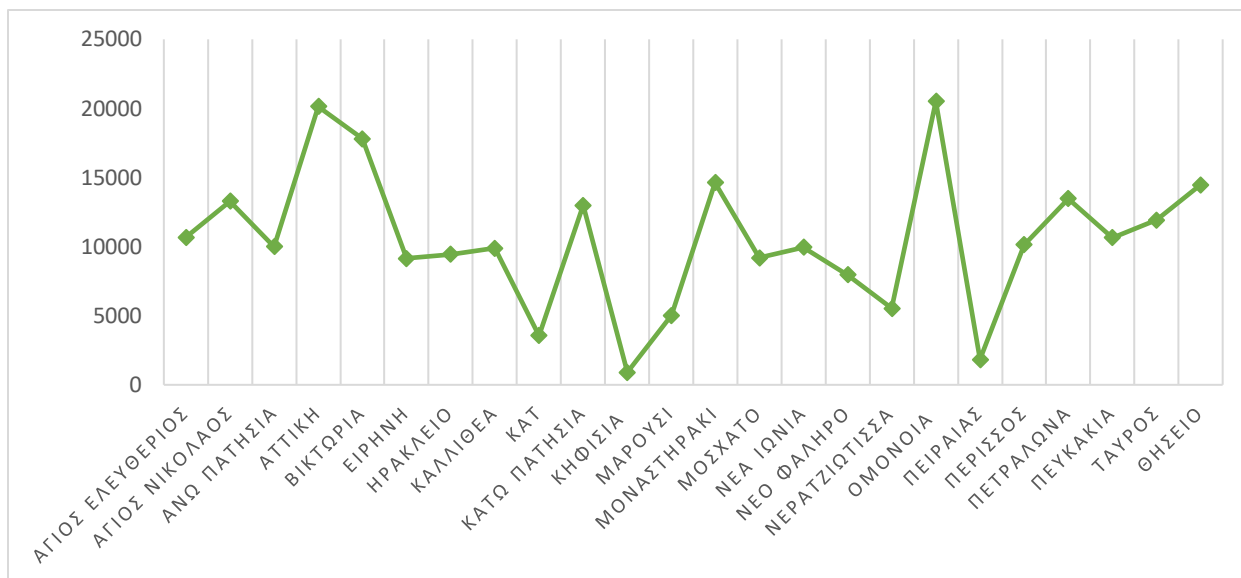
Η ανάλυση ροής κεντρικότητας σε όλες τις γραμμές αποκαλύπτει κρίσιμες πληροφορίες για τη λειτουργική δυναμική του δικτύου μεταφορών. Η κατανόηση των σταθμών που λειτουργούν ως κύριοι κόμβοι και εκείνων που είναι υποχρησιμοποιημένοι μπορεί να βοηθήσει στον στρατηγικό σχεδιασμό, στη βελτιστοποίηση των διαδρομών και στη βελτίωση της συνολικής αποδοτικότητας του συστήματος μεταφορών. Αυτές οι πληροφορίες είναι απαραίτητες για τις αρμόδιες αρχές μεταφορών που επιθυμούν να ενισχύσουν την παροχή υπηρεσιών και να ανταποκριθούν στις εξελισσόμενες ανάγκες των επιβατών στην πόλη.



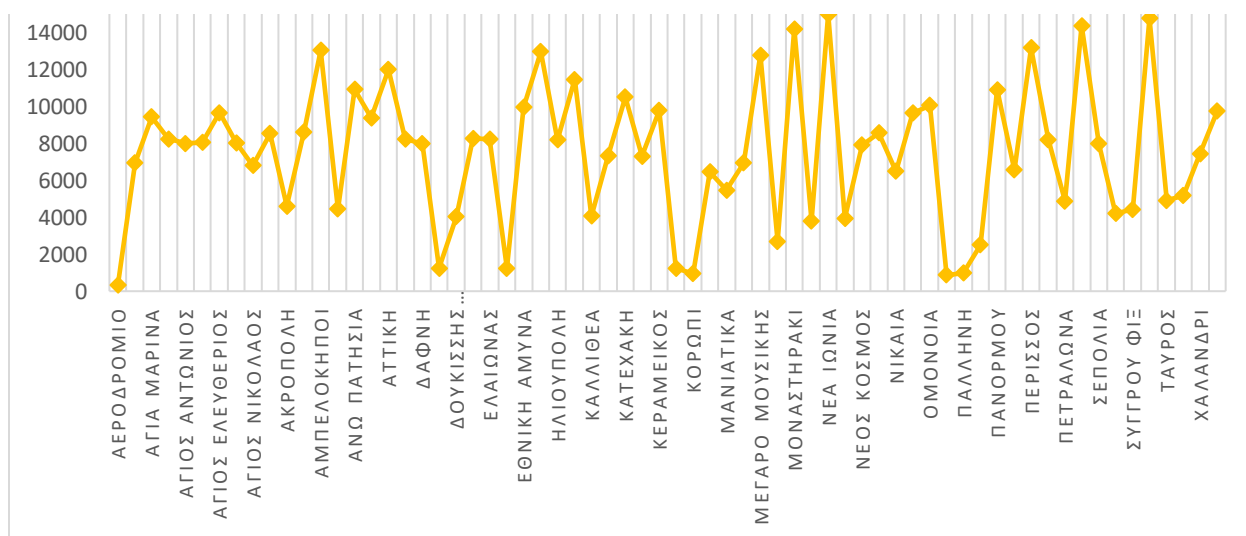
Διάγραμμα 15: Ροή Κεντρικότητας Μπλε Γραμμής



Διάγραμμα 16: Ροή Κεντρικότητας Κόκκινη Γραμμή



**Διάγραμμα 17: Ροή Κεντρικότητας Πράσινης Γραμμής**



**Διάγραμμα 18: Ροή Κεντρικότητας Πολυγραφήματος**

Σταθμοί όπως το Πανεπιστήμιο, το Μοναστηράκι, η Νέα Ιωνία και το Σύνταγμα κατατάσσονται μεταξύ των σταθμών με την υψηλότερη ροή κεντρικότητας, υποδεικνύοντας σημαντική επιβατική κίνηση και σημαντικότητα ως κόμβοι του δικτύου. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι σταθμοί όπως οι Αμπελόκηποι, ο Περισσός, ο Ευαγγελισμός και το Μέγαρο Μουσικής παίζουν επίσης καθοριστικό ρόλο στη διευκόλυνση της κίνησης εντός του δικτύου, αποτελώντας κάποιους από τους κύριους κόμβους του δικτύου. Τέλος, σταθμοί όπως το Αεροδρόμιο, το Κορωπί και η Κηφισιά παρουσιάζουν πολύ χαμηλή ροή κεντρικότητας. Αυτοί οι σταθμοί ενδέχεται να έχουν περιορισμένη πρόσβαση ή χαμηλότερη ζήτηση και μπορεί να επωφεληθούν από βελτιώσεις στη συχνότητα των δρομολογίων ή καλύτερη ενοποίηση με άλλες μορφές μεταφοράς.

Οι τιμές ροής κεντρικότητας δείχνουν μια γενικά ισορροπημένη κατανομή σε όλο το δίκτυο, με αρκετούς σταθμούς να εμφανίζουν μέτρια ροή κεντρικότητας. Αυτό υποδηλώνει ένα καλά συνδεδεμένο σύστημα, όπου οι περισσότεροι σταθμοί έχουν λογική επιβατική κίνηση.

Συγκρίνοντας τη ροή κεντρικότητας σε όλες τις γραμμές, φαίνεται ότι ορισμένοι σταθμοί σε κάθε γραμμή λειτουργούν ως κύριοι σύνδεσμοι για ολόκληρο το σύστημα μεταφοράς. Ιδιαίτερα, οι σταθμοί με υψηλή ροή συχνά επικαλύπτονται μεταξύ των γραμμών, αναδεικνύοντας τη διασυνδεσιμότητα του δικτύου. Για παράδειγμα, το Σύνταγμα, ένας σημαντικός σταθμός ανταλλαγής, εμφανίζεται να έχει υψηλή ροή κεντρικότητας τόσο στη κόκκινη γραμμή όσο και στη μπλε γραμμή, ενισχύοντας τον ρόλο του ως κύριος κόμβος του δικτύου μεταφορών.

#### 4.5.8 Κοινότητες

Κοινότητες που περιλαμβάνουν σημαντικούς σταθμούς όπως το Σύνταγμα και Μέγαρο Μουσικής διαδραματίζουν κρίσιμο ρόλο στην αποδοτικότητα του δικτύου. Αυτοί οι κόμβοι επιτρέπουν τη χωρίς προβλήματα μετεπιβίβαση και διευκολύνουν την πρόσβαση σε διάφορους τρόπους μετακίνησης, καθιστώντας τους απαραίτητους για τη συνολική λειτουργικότητα των επιβατών.

Πίνακας 3: Κοινότητες για την Μπλε Γραμμή

ΚΟΙΝΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΠΛΕ ΓΡΑΜΜΗ		
<b>Κοινότητα 1</b>	Χολαργός, Χαλάνδρι, Νομισματοκοπείο, Πανόρμου, Κατεχάκη, Εθνική Άμυνα, Αγία Παρασκευή	Ισχυρή συνδεσιμότητα μεταξύ προαστιακών περιοχών, με έμφαση στην πρόσβαση σε κατοικημένες ζώνες και σύνδεση με το αστικό κέντρο.
<b>Κοινότητα 2</b>	Αγία Βαρβάρα, Αιγάλεω, Κεραμεικός, Αγία Μαρίνα, Μοναστηράκι, Ελαιώνας	Τοπική συνδεσιμότητα με βασικές υπηρεσίες, εξυπηρετώντας μετακινούμενους προς κοντινές γειτονιές.
<b>Κοινότητα 3</b>	Μανιάτικα, Κορυδαλλός, Νίκαια, Πειραιάς, Δημοτικό Θέατρο	Εξυπηρετεί τοπικές ανάγκες μετακίνησης ενώ συνδέει με βασικά εμπορικά και διοικητικά κέντρα.
<b>Κοινότητα 4</b>	Κορωπί, Δουκίσσης Πλακεντίας, Παιανία-Κάντζα, Παλλήνη, Αεροδρόμιο	Συνδέει προαστιακές περιοχές με κεντρικές διαδρομές μεταφορών, διευκολύνοντας την πρόσβαση για κατοίκους περιφερειακών περιοχών.
<b>Κοινότητα 5</b>	Αμπελόκηποι, Μέγαρο Μουσικής, Σύνταγμα, Ευαγγελισμός	Κρίσιμοι κόμβοι ανταλλαγής όπου συγκλίνουν πολλές γραμμές, ενισχύοντας την προσβασιμότητα και την άνεση στις μεταφορές.

Πίνακας 4: Κοινότητες για την Κόκκινη Γραμμή

ΚΟΙΝΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΟΚΚΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ		
Κοινότητα 1	Σύνταγμα, Συγγρού-Φιξ, Πανεπιστήμιο, Ακρόπολη	Κεντρικοί κόμβοι με υψηλή επιβατική κίνηση και κρίσιμες συνδέσεις με διάφορες γραμμές μεταφοράς.
Κοινότητα 2	Ανθούπολη, Άγιος Αντώνιος, Περιστερί, Σεπόλια	Προαστιακοί σταθμοί που συνδέουν κατοικημένες περιοχές με το κύριο δίκτυο μεταφορών.
Κοινότητα 3	Αττική, Σταθμός Λαρίσης, Ομόνοια, Μεταξουργείο	Σταθμοί που συνδέουν γειτονιές με βασικές υπηρεσίες και εμπορικές περιοχές.
Κοινότητα 4	Δάφνη, Άγιος Ιωάννης, Άγιος Δημήτριος, Νέος Κόσμος	Βασικές διαδρομές μετακίνησης για εργασία ή εκπαίδευση, σημαντικές κατά τις ώρες αιχμής.
Κοινότητα 5	Ηλιούπολη, Ελληνικό, Αργυρούπολη, Άλιμος	Σημαντικοί σύνδεσμοι μεταξύ κατοικημένων περιοχών και εμπορικών ή ψυχαγωγικών ζωνών.

Η παρουσία σημαντικών σταθμών όπως το Σύνταγμα και η Ακρόπολη στην Κοινότητα 1 αναδεικνύει τη σημασία τους ως κεντρικούς κόμβους εντός του δικτύου. Αυτοί οι σταθμοί διευκολύνουν τη μετεπιβίβαση και την πρόσβαση σε διάφορους τρόπους μετακίνησης, καθιστώντας τους κρίσιμους για τη συνολική λειτουργικότητα του δικτύου. Η βελτίωση των υποδομών και των υπηρεσιών σε αυτούς τους βασικούς κόμβους θα μπορούσε να βελτιώσει σημαντικά την εμπειρία των επιβατών.

Πίνακας 5: Κοινότητες για την Πράσινη Γραμμή

ΚΟΙΝΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΑΣΙΝΗ ΓΡΑΜΜΗ		
Κοινότητα 1	Περισσός, Πευκάκια, Ειρήνη, Ηράκλειο, Νέα Ιωνία	Συνδέει προαστιακές περιοχές με κεντρικούς κόμβους, διευκολύνοντας έντονη ροή μετακινούμενων προς το κέντρο της πόλης.
Κοινότητα 2	Πειραιάς, Μοσχάτο, Νέο Φάληρο, Καλλιθέα	Συνδυάζει κατοικημένες και εμπορικές περιοχές, προσφέροντας πρόσβαση σε τοπικές υπηρεσίες και συνδέσεις μεταφοράς.
Κοινότητα 3	Μαρούσι, Νερατζιώτισσα, ΚΑΤ, Κηφισιά	Εξυπηρετεί επιχειρηματικές και βιομηχανικές περιοχές, διευκολύνοντας τη μετακίνηση εργαζομένων και επαγγελματιών.
Κοινότητα 4	Πετράλωνα, Θησείο, Μοναστηράκι, Ταύρος	Σημείο ζωτικής σημασίας για μετακινούμενους, συνδέοντας διάφορους

		τρόπους μεταφοράς και πρόσβαση σε τοπικές αγορές.
<b>Κοινότητα 5</b>	Βικτώρια, Αττική, Άγιος Νικόλαος, Ομόνοια	Συγκεντρώνεται σε εμπορικές και διοικητικές περιοχές, λειτουργώντας ως κόμβος για επαγγελματικά ταξίδια.
<b>Κοινότητα 6</b>	Άγιος Ελευθέριος, Άνω Πατήσια, Κάτω Πατήσια	Βρίσκεται σε πιο κατοικημένες περιοχές, παρέχοντας τοπική πρόσβαση σε βασικές υπηρεσίες και μεγαλύτερες γραμμές μεταφοράς.

Οι κοινότητες που περιλαμβάνουν σημαντικούς σταθμούς, όπως το Μοναστηράκι και η Ομόνοια, διαδραματίζουν κρίσιμο ρόλο στην αποτελεσματικότητα του δικτύου. Αυτοί οι κόμβοι επιτρέπουν απρόσκοπτη μετεπιβίβαση και διευκολύνουν την πρόσβαση σε διάφορους τρόπους μετακίνησης, καθιστώντας τους απαραίτητους για τη συνολική λειτουργικότητα του δικτύου των επιβατών. Ειδικά, ο σταθμός Μοναστηράκι λειτουργεί ως σημαντικό σημείο μετεπιβίβασης, συνδέοντας πολλαπλές γραμμές και βελτιώνοντας την προσβασιμότητα για τους επιβάτες που ταξιδεύουν μέσω του δικτύου. Η Ομόνοια αποτελεί έναν σημαντικό εμπορικό κόμβο, ο οποίος όχι μόνο προσελκύει μεγάλο αριθμό επιβατών, αλλά παρέχει και συνδέσεις με σημαντικές περιοχές επιχειρήσεων και αγορών, ενισχύοντας έτσι τη σημασία της εντός του συστήματος μεταφορών. Επιπλέον, άλλοι βασικοί κόμβοι όπως η Νέα Ιωνία και το Μαρούσι εξυπηρετούν σημαντικές τοπικές και περιφερειακές ανάγκες μετακίνησης, συνδέοντας κατοίκους των προαστίων με κεντρικές εμπορικές περιοχές και βασικές υπηρεσίες. Η στρατηγική τοποθέτηση αυτών των σταθμών στις αντίστοιχες κοινότητές τους διασφαλίζει ότι λειτουργούν ως καίρια σημεία στο συνολικό δίκτυο, ενισχύοντας τη ροή των επιβατών και συμβάλλοντας στη λειτουργία της Πράσινης Γραμμής.

Πίνακας 6: Κοινότητες για το Πολυγραφικό Δίκτυο

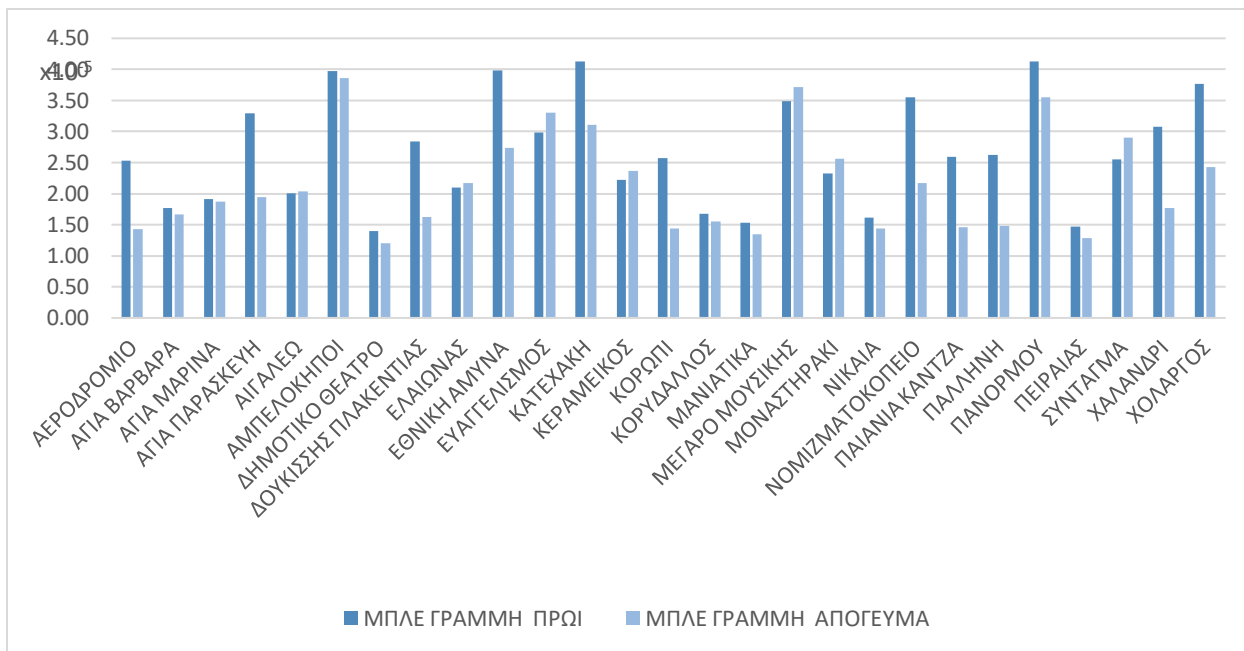
<b>ΚΟΙΝΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΟΛΥΓΡΑΦΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ</b>		
<b>Κοινότητα 1</b>	Κορωπί, Χαλάνδρι, Νομισματοκοπείο, Πανόρμου, Εθνική Άμυνα, Δουκίσσης Πλακεντίας, Παλλήνη, Αεροδρόμιο, Χολαργός, Αγία Παρασκευή, Παιανία-Κάντζα, Κατεχάκη	Αποτελείται από σταθμούς που φαίνεται να είναι πιο προαστιακοί, υποδεικνύοντας πιθανή έμφαση στη σύνδεση γειτονιών.
<b>Κοινότητα 2</b>	Περισσός, Κηφισιά, Άνω Πατήσια, Νερατζιώτισσα, Μαρούσι, Άγιος Ελευθέριος, Πευκάκια, Ειρήνη, ΚΑΤ, Ηράκλειο, Νέα Ιωνία	Περιλαμβάνει σταθμούς που βρίσκονται στο βόρειο τμήμα του δικτύου, υποδηλώνοντας συγκέντρωση μετακινούμενων από τα προάστια.
<b>Κοινότητα 3</b>	Αγία Βαρβάρα, Αιγάλεω, Κεραμεικός, Μανιάτικα, Δημοτικό Θέατρο,	Ομαδοποιεί σταθμούς που πιθανώς εξυπηρετούν τοπικές

	Κορυδαλλός, Πειραιάς, Ελαιώνας, Νίκαια, Αγία Μαρίνα	ανάγκες μετακίνησης, συνδέοντας μικρότερες γειτονιές με βασικές υπηρεσίες και κοντινούς σταθμούς.
<b>Κοινότητα 4</b>	Κάτω Πατήσια, Άγιος Νικόλαος, Μεταξουργείο, Βικτώρια, Ομόνοια, Σταθμός Λαρίσης, Αττική, Πανεπιστήμιο	Αποτελείται από σταθμούς που πιθανώς εξυπηρετούν εμπορικές και διοικητικές περιοχές, παρέχοντας βασικές συνδέσεις για επαγγελματικές μετακινήσεις.
<b>Κοινότητα 5</b>	Αργυρούπολη, Νέος Κόσμος, Δάφνη, Ηλιούπολη, Άλιμος, Ελληνικό, Άγιος Ιωάννης, Άγιος Δημήτριος	Περιλαμβάνει σταθμούς που φαίνεται να συνδέονται καλά με κατοικημένες περιοχές και μπορεί να λειτουργούν ως τροφοδότες κεντρικών γραμμών.
<b>Κοινότητα 6</b>	Νέο Φάληρο, Ταύρος, Καλλιθέα, Πετράλωνα, Θησείο, Μοσχάτο, Μοναστηράκι	Περιλαμβάνει σταθμούς που ίσως βρίσκονται σε πιο περιφερειακές περιοχές, προσφέροντας πρόσβαση σε τοπικές παροχές και γειτονιές.
<b>Κοινότητα 7</b>	Συγγρού-Φιξ, Ευαγγελισμός, Μέγαρο Μουσικής, Αμπελόκηποι, Σύνταγμα, Ακρόπολη	Σημαντική κοινότητα καθώς περιλαμβάνει κύριους σταθμούς ανταλλαγής όπως το Σύνταγμα και το Μέγαρο Μουσικής, κρίσιμους για μεταφορές και πρόσβαση σε σημαντικούς προορισμούς.
<b>Κοινότητα 8</b>	Ανθούπολη, Άγιος Αντώνιος, Περιστερί, Σεπόλια	Περιέχει σταθμούς που πιθανώς εξυπηρετούν συνδυαστικά οικιστικές και εμπορικές περιοχές.

Κοινότητες με σημαντικούς σταθμούς όπως το Σύνταγμα, Μέγαρο Μουσικής και Ευαγγελισμός είναι κρίσιμες για τη συνολική λειτουργικότητα του δικτύου. Αυτοί οι σταθμοί λειτουργούν ως κεντρικοί κόμβοι όπου συγκλίνουν πολλαπλές γραμμές, διευκολύνοντας τις εύκολες μετεπιβιβάσεις και την πρόσβαση σε άλλες μορφές μετακίνησης. Η συνδεσιμότητα μεταξύ αυτών των κοινοτήτων μπορεί να αποκαλύψει πιθανές βελτιώσεις στην παροχή υπηρεσιών. Για παράδειγμα, εάν η Κοινότητα 1 έχει χαμηλή συνδεσιμότητα με την Κοινότητα 7, μπορεί να υπάρχει ευκαιρία να βελτιωθεί η συχνότητα των δρομολογίων ή να εισαχθούν νέες διαδρομές για να ενισχυθεί η πρόσβαση των επιβατών.

#### 4.5.9 Κεντρικότητα Εγγύτητας

Η ανάλυση της κεντρικότητας εγγύτητας σε όλες τις γραμμές υπογραμμίζει τη σημασία της συνδεσιμότητας και της προσβασιμότητας για τη βελτιστοποίηση των λειτουργιών του δικτύου μεταφορών και τη βελτίωση της εμπειρίας των επιβατών.

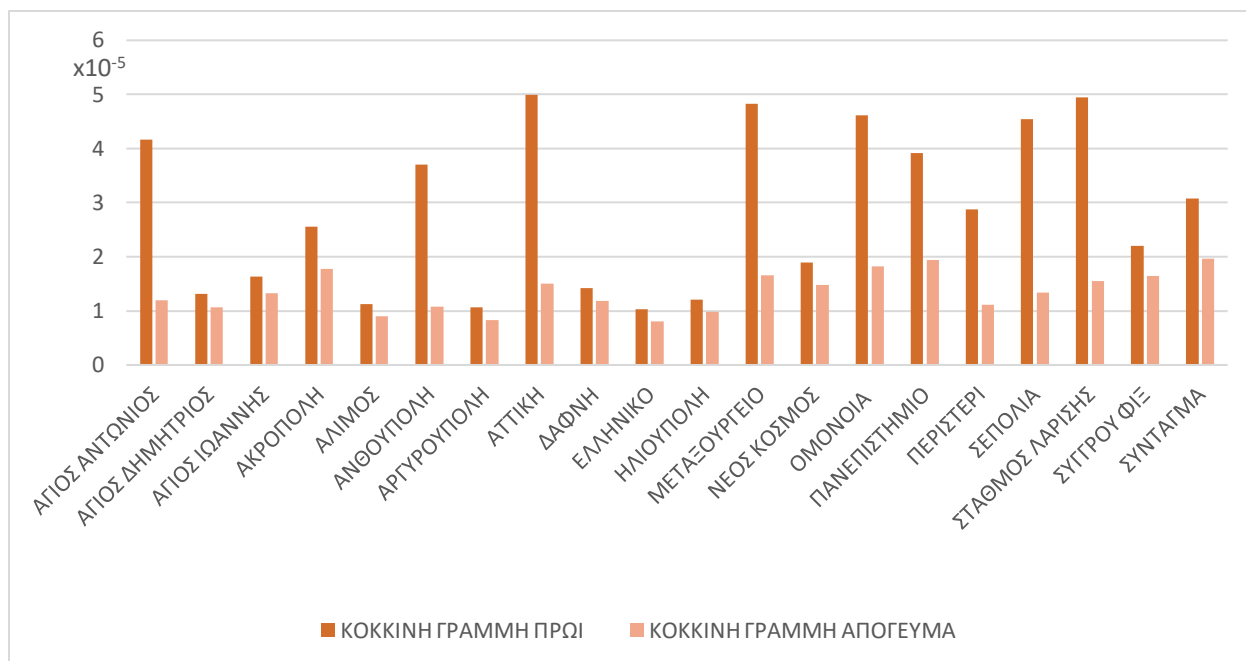


Διάγραμμα 19: Κεντρικότητα Εγγύτητας Μπλε Γραμμή

Οι σταθμοί Κατεχάκη, Πανόρμου, Αμπελόκητοι, Εθνική Άμυνα, Χολαργός, Νομισματοκοπέιο, Μέγαρο Μουσικής και Ευαγγελισμός εμφανίζουν υψηλές τιμές, κυρίως κατά τις πρωινές ώρες, γεγονός που υποδηλώνει ότι βρίσκονται κοντά σε μεγάλο αριθμό άλλων σταθμών, καθιστώντας τους στρατηγικά σημεία για γρήγορη πρόσβαση στο υπόλοιπο δίκτυο. Η κεντρικότητα των σταθμών γύρω από το κομμάτι της γραμμής που διατρέχει τον άξονα Αμπελόκητοι–Ευαγγελισμός φαίνεται να είναι ιδιαίτερα αυξημένη, ενισχύοντας την άποψη ότι το τμήμα αυτό αποτελεί έναν λειτουργικό πυρήνα του δικτύου, τόσο λόγω γεωγραφικής θέσης όσο και λόγω επιβατικής πυκνότητας. Οι τιμές κατά το απόγευμα μειώνονται ελαφρώς για κάποιους από αυτούς, αλλά παραμένουν σημαντικά υψηλές.

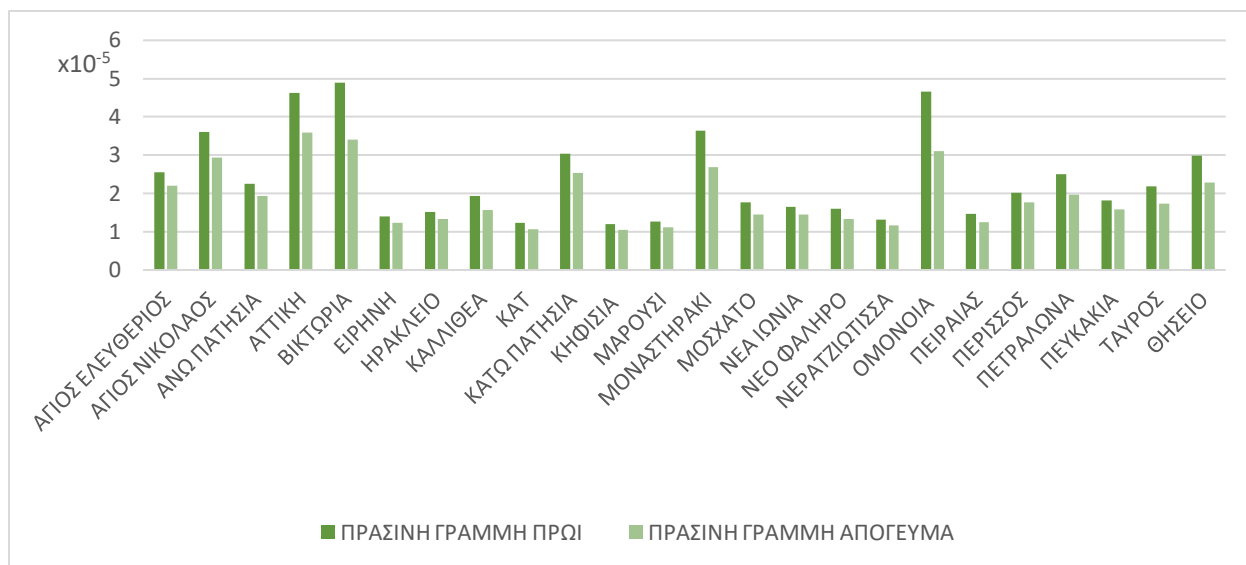
Αντιθέτως, οι τελικοί ή περιφερειακοί σταθμοί όπως το Αεροδρόμιο, το Δημοτικό Θέατρο, ο Πειραιάς, τα Μανιάτικα και ο Κορυδαλλός, παρουσιάζουν τις χαμηλότερες τιμές. Η θέση τους στα άκρα του δικτύου τους καθιστά λιγότερο προσβάσιμους από το σύνολο του συστήματος και περιορίζει τη δυνατότητα άμεσων συνδέσεων με μεγάλο αριθμό κόμβων. Αυτό είναι αναμενόμενο και ερμηνεύεται ως χαρακτηριστικό της περιφερειακής γεωγραφικής τους τοποθέτησης, καθώς η εγγύτητα επηρεάζεται έντονα από την απόσταση από το κέντρο του δικτύου.

Παράλληλα, η διαφορά των τιμών μεταξύ πρωινού και απογεύματος για ορισμένους σταθμούς (όπως η Δουκίσσης Πλακεντίας, η Αγία Παρασκευή και το Χαλάνδρι) δείχνει μια δυναμική στη ροή των μετακινήσεων, σταθμοί που είναι πιο κεντρικοί το πρωί ενδέχεται να σχετίζονται με περιοχές κατοικίας, από τις οποίες ξεκινά η μετακίνηση προς το κέντρο, ενώ το απόγευμα η σχετική τους σημασία μειώνεται καθώς οι μετακινήσεις αναστρέφονται.



Διάγραμμα 20: Κεντρικότητα Εγγύτητας Κόκκινη Γραμμή

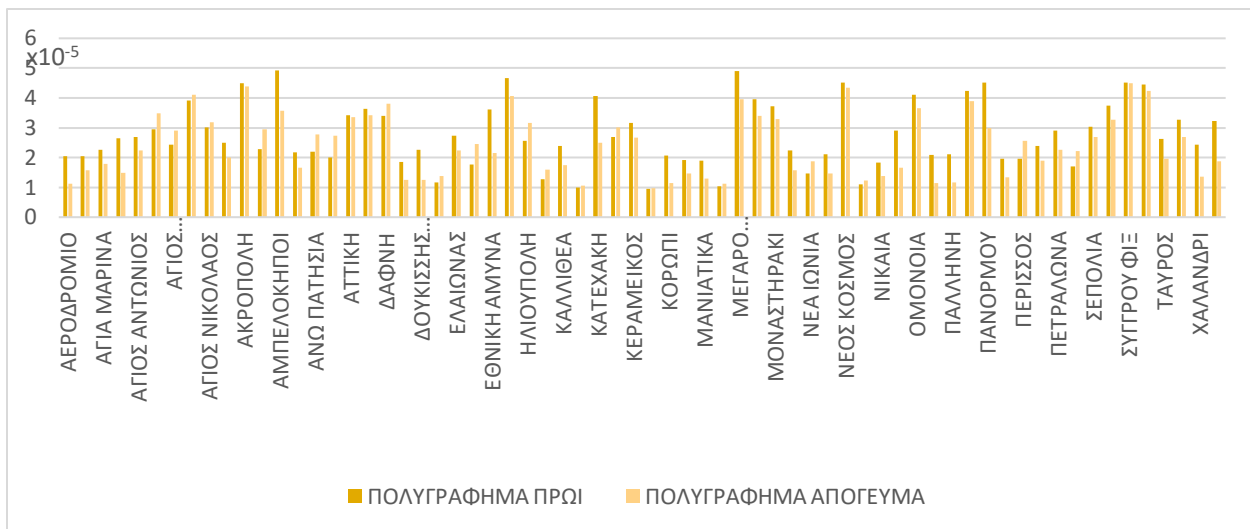
Σταθμοί όπως η Αττική, ο Σταθμός Λαρίσης, το Μεταξουργείο, η Ομόνοια, τα Σεπόλια και ο Άγιος Αντώνιος παρουσιάζουν ιδιαίτερα υψηλές τιμές τις πρωινές ώρες, υποδηλώνοντας την εγγύτητά τους προς το σύνολο του δικτύου και τον καθοριστικό τους ρόλο στην κυκλοφοριακή ροή. Η σημασία των παραπάνω σταθμών μειώνεται αισθητά κατά τις απογευματινές ώρες, γεγονός που ενδεχομένως συνδέεται με αλλαγές στις ροές επιβατών και διαφοροποίηση στους κυκλοφοριακούς προορισμούς. Η δραστική πτώση των τιμών στον απογευματινό κύκλο είναι ιδιαίτερα εμφανής στους περισσότερους σταθμούς με υψηλή πρωινή κεντρικότητα, όπως η Ανθούπολη, τα Σεπόλια, το Περιστέρι, αλλά και η Αττική, γεγονός που πιθανόν αντανακλά μια μετατόπιση του κέντρου βάρους των μετακινήσεων από τα σημεία εισόδου προς τα σημεία εξόδου του δικτύου. Αντίθετα, οι σταθμοί των νότιων προαστίων (όπως το Ελληνικό, η Αργυρούπολη, ο Άλιμος, η Ηλιούπολη και ο Άγιος Δημήτριος) παρουσιάζουν τις χαμηλότερες τιμές και τις δύο χρονικές στιγμές, με ακόμη πιο περιορισμένες τιμές το απόγευμα. Η περιφερειακή τους τοποθέτηση στο δίκτυο καθιστά φυσικά μικρότερη την εγγύτητά τους προς τον μέσο κόμβο, ενώ και η κυκλοφοριακή τους βαρύτητα φαίνεται μικρή σε σχέση με τους κεντρικούς σταθμούς. Οι σταθμοί Πανεπιστήμιο, Σύνταγμα, Ακρόπολη, Νέος Κόσμος και Συγγρού-Φιξ κινούνται σε ενδιάμεσες τιμές closeness centrality, με σταθερή ή ήπια πτωτική μεταβολή από το πρωί στο απόγευμα. Αυτό δείχνει ότι διατηρούν σταθερή συνδεσιμότητα με το υπόλοιπο δίκτυο, πιθανώς επειδή εξυπηρετούν τόσο επαγγελματικές όσο και τουριστικές ή οικιστικές ζώνες.



**Διάγραμμα 21: Κεντρικότητα Εγγύτητας Πράσινη Γραμμή**

Οι υψηλότερες τιμές τις πρωινές ώρες εμφανίζονται σε σταθμούς του ευρύτερου κέντρου της Αθήνας, όπως η Βικτώρια, η Ομόνοια, η Αττική, ο Άγιος Νικόλαος και το Μοναστηράκι, γεγονός που επιβεβαιώνει τη λειτουργία τους ως κόμβοι που συνδέουν αποτελεσματικά το σύνολο του δικτύου. Η Αττική και η Βικτώρια, ξεχωρίζουν για τη στρατηγική τους θέση, καθώς εξυπηρετούν διασυνδέσεις με άλλες γραμμές και περιοχές υψηλής επιβατικής κίνησης. Αντίστοιχα, η Ομόνοια και το Μοναστηράκι διατηρούν ισχυρές τιμές, υπογραμμίζοντας τον ρόλο τους ως κεντρικά σημεία μετακίνησης. Σταθμοί όπως τα Κάτω Πατήσια, το Θησείο και τα Πετράλωνα διατηρούν αξιοσημείωτες τιμές, επιβεβαιώνοντας την εγγύτητά τους σε αυτόν τον κεντρικό άξονα. Κατά την απογευματινή περίοδο, παρατηρείται μια γενικευμένη πτώση των τιμών σε όλο το δίκτυο, αν και σε μικρότερο βαθμό σε σύγκριση με τις άλλες γραμμές. Οι σταθμοί Αττική, Βικτώρια και Ομόνοια παραμένουν ισχυρά σημεία εγγύτητας, με τις τιμές τους να μειώνονται αλλά να εξακολουθούν να ξεχωρίζουν σε σχέση με τους υπόλοιπους. Αντίστοιχα, οι περιφερειακοί σταθμοί, όπως η Κηφισιά, το Μαρούσι, το Ηράκλειο, η Νερατζιώτισσα, η Ειρήνη και το ΚΑΤ, παρουσιάζουν σταθερά χαμηλές τιμές και τις δύο χρονικές στιγμές, υποδηλώνοντας την απόστασή τους από το κέντρο βάρους του δικτύου. Ιδιαίτερη μνεία αξίζει στο γεγονός ότι αρκετοί ενδιάμεσοι σταθμοί, όπως ο Άγιος Ελευθέριος, τα Άνω Πατήσια, ο Ταύρος, και ο Περισσός, διατηρούν μεσαίες τιμές, χωρίς σημαντικές μεταβολές ανάμεσα στις δύο περιόδους, γεγονός που δείχνει σχετική σταθερότητα στην εγγύτητά τους στο δίκτυο και ενδεχομένως έναν σταθερό ρόλο στις καθημερινές μετακινήσεις.

Συνολικά, η κεντρικότητα εγγύτητας στην πράσινη γραμμή παρουσιάζει πιο ήπιες διακυμάνσεις μεταξύ πρωινού και απογευματινού κύκλου συγκριτικά με τις άλλες γραμμές, υποδεικνύοντας μια περισσότερο ισορροπημένη χρήση του δικτύου κατά τη διάρκεια της ημέρας. Το κέντρο διατηρεί τον κυρίαρχο ρόλο του καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας, αλλά η μειωμένη ένταση των μεταβολών ενδέχεται να υποδεικνύει πιο σταθερές και επαναλαμβανόμενες ροές από και προς το κέντρο, χωρίς έντονες μετατοπίσεις στις διαδρομές.



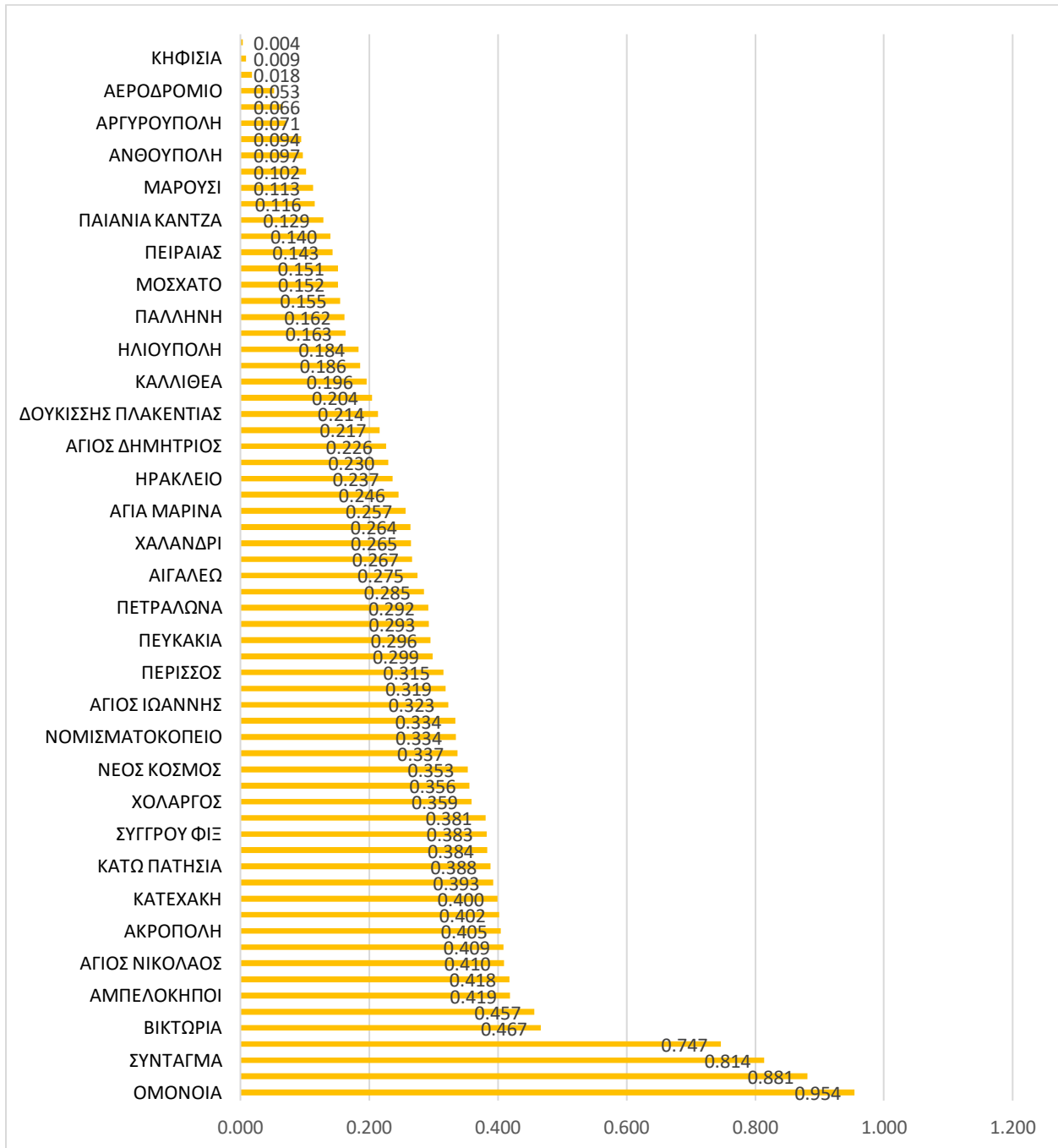
Διάγραμμα 22: Κεντρικότητα Εγγύτητας Πολυγράφημα

Η κατανομή των τιμών φανερώνει ότι οι σταθμοί του κέντρου της Αθήνας και εκείνοι με κόμβικό χαρακτήρα παρουσιάζουν τις υψηλότερες τιμές, επιβεβαιώνοντας την κεντρικότητά τους στο συνολικό δίκτυο. Σταθμοί όπως ο Αμπελόκηποι, ο Ευαγγελισμός, το Μέγαρο Μουσικής, το Πανεπιστήμιο, το Σύνταγμα, η Ομόνοια, η Συγγρού Φιξ, η Ακρόπολη, και ο Νέος Κόσμος καταγράφουν τις υψηλότερες τιμές το πρωί. Αυτοί οι σταθμοί βρίσκονται στον πυρήνα του συστήματος και επιτρέπουν ταχύτερη πρόσβαση σε όλα τα σημεία του δικτύου. Κατά τις απογευματινές ώρες, παρατηρείται πτώση στις τιμές για πολλούς σταθμούς, ειδικά σε περιφερειακούς όπως το Αεροδρόμιο, η Κηφισιά, το Κορωπί, η Παλλήνη, και το Νομισματοκοπείο, γεγονός που φανερώνει ότι ο δομικός ρόλος τους μειώνεται λόγω αλλαγής ροών κίνησης. Αντίθετα, σταθμοί όπως ο Άγιος Ιωάννης, η Δάφνη, ο Ευαγγελισμός, το Πανεπιστήμιο, η Συγγρού Φιξ και το Σύνταγμα διατηρούν πολύ υψηλές τιμές ακόμα και το απόγευμα, επιβεβαιώνοντας τη σταθερή σημασία τους ως κεντρικοί κόμβοι πρόσβασης. Αξιοσημείωτο είναι ότι αρκετοί σταθμοί εκτός του πυρήνα, όπως ο Άγιος Δημήτριος, η Ηλιούπολη, η Κατεχάκη, τα Σεπόλια, το Μεταξουργείο και ο Σταθμός Λαρίσης, παρουσιάζουν σχετικά υψηλές τιμές, υποδεικνύοντας τον ρόλο των περιφερειακών κόμβων ως συνδυαστικά σημεία ενδιάμεσα σε τοπικές και κεντρικές διαδρομές. Η απογευματινή μεταβολή δείχνει μια μετατόπιση του κέντρου βάρους σε ορισμένες περιπτώσεις, ενώ σταθερά υψηλές τιμές σε κόμβους του ιστορικού και διοικητικού κέντρου αποδεικνύουν την δομική ανθεκτικότητα και σταθερότητα του δικτύου.

Συνολικά, το πολυγράφημα αναδεικνύει ξεκάθαρα ότι η δομική κεντρικότητα δεν κατανέμεται ομοιόμορφα, αλλά εστιάζεται σε έναν πυρήνα σταθμών με ισχυρές διασυνδέσεις και εγγύτητα στο γεωγραφικό και συγκοινωνιακό κέντρο. Αυτοί οι κόμβοι λειτουργούν ως δομικοί επιταχυντές προσβασιμότητας, ιδιαίτερα σε ώρες αιχμής, διατηρώντας κομβική σημασία καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας.

#### 4.6 Κανονικοποίηση Δεδομένων Σταθμών

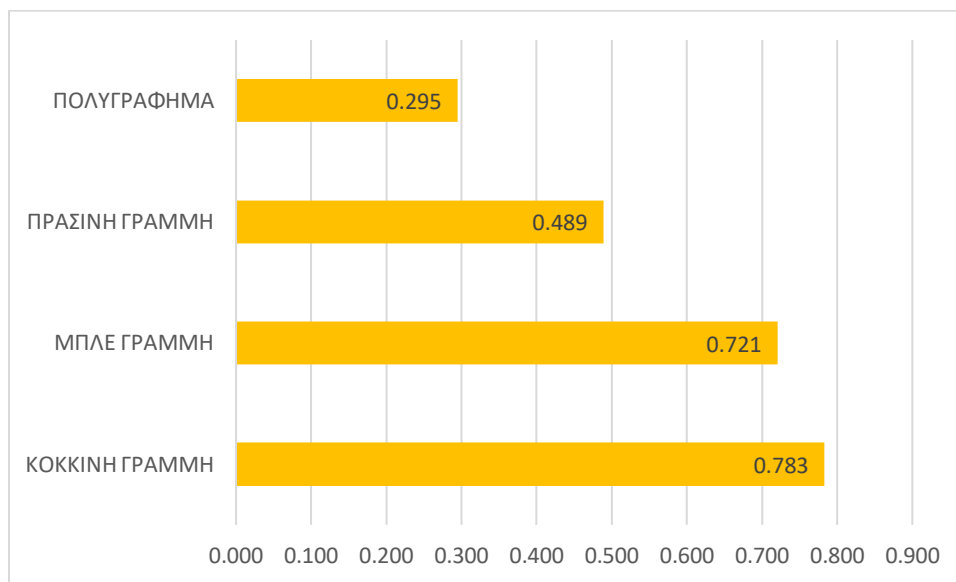
Η κανονικοποίηση των προηγούμενων αποτελεσμάτων για κάθε σταθμό πραγματοποιήθηκε με βάση τις τιμές "ενδιάμεσης κεντρικότητας", "κεντρικότητα εγγύτητας" και "κεντρικότητα ροής". Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα ταξινομήθηκαν από τη υψηλότερη προς τη χαμηλότερη τιμή, προκειμένου να διευκολυνθεί η συνολική σύγκριση. Τα τελικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα.



Διάγραμμα 23: Κανονικοποίηση Δεδομένων Σταθμών

#### 4.7 Κανονικοποίηση Δεδομένων Γραμμών

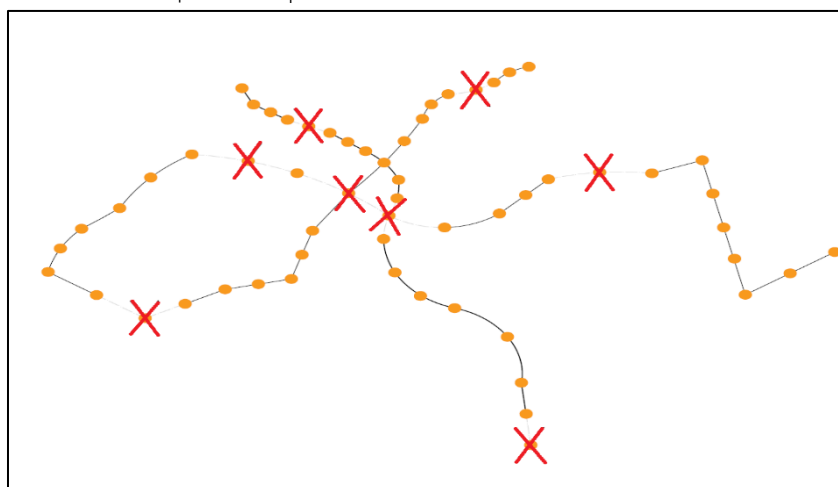
Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε κανονικοποίηση των δεδομένων για όλες τις γραμμές βάσει των ακόλουθων μετρικών: αποδοτικότητα, πυκνότητα και μέσο μήκος διαδρομής. Οι μετρήσεις αυτές υπολογίστηκαν και κανονικοποιήθηκαν, ώστε να διασφαλιστεί η συνέπεια και η συγκρισιμότητα σε όλο το δίκτυο.



Διάγραμμα 24: Κανονικοποίηση Δεδομένων Γραμμών

#### 4.8 Διαταραχές στο Δίκτυο

Έχοντας πλέον πλήρη εικόνα του δικτύου, βάση της κανονικοποίησης των αποτελεσμάτων, ακολούθησε η προσομοίωση τριών βασικών διαταραχών του δικτύου. (Εικόνα 19, ενδεικτικές διαταραχές στο δίκτυο), καταγράφοντας τις αλλαγές, στο μέσο μήκος διαδρομής και της συνδεσιμότητας του δικτύου, οι οποίες οδήγησαν στα βασικά συμπεράσματα για την γενική ανθεκτικότητα και αποτελεσματικότητα του δικτύου.



Εικόνα 19: Διαταραχές στο Δίκτυο

### 4.8.1 Αποτυχία Κόμβου

Διεξήχθη προσομοίωση αποτυχίας κόμβων, για τους σημαντικότερους κόμβους που προέκυψαν από την κανονικοποίηση, οι οποίοι ήταν το Σύνταγμα, η Ομόνοια, η Αττική και το Μοναστηράκι, καθώς και για τον λιγότερο σημαντικό κόμβο, το Ελληνικό. Οι κόμβοι αυτοί αφαιρέθηκαν από το γράφημα, και υπολογίστηκε εκ νέου το μέσο μήκος διαδρομής.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι μετά την αφαίρεση των σημαντικότερων κόμβων όπως το Σύνταγμα, η Ομόνοια, η Αττική και το Μοναστηράκι, το μέσο μήκος διαδρομής γίνεται άπειρο. Αυτό υποδηλώνει ότι η απομάκρυνση αυτών των κόμβων απομονώνει τμήματα του δικτύου, καθιστώντας αδύνατη τη σύνδεση ορισμένων κόμβων με άλλους. Πρόκειται για μία κρίσιμη παρατήρηση όσον αφορά την ανθεκτικότητα του δικτύου, καθώς η απώλεια κεντρικών κόμβων μπορεί να επηρεάσει δραστικά τη συνδεσιμότητα του συστήματος.

Αντίθετα, η αφαίρεση του Ελληνικού οδηγεί σε πεπερασμένο μέσο μήκος διαδρομής περίπου 42.334,34. Αυτό υποδηλώνει ότι, αν και η απομάκρυνση αυτού του κόμβου επηρεάζει το μήκος των διαδρομών, το δίκτυο παραμένει συνδεδεμένο. Ωστόσο, η σημαντική αύξηση του μέσου μήκους διαδρομής δείχνει ότι οι διαδρομές γίνονται πολύ μεγαλύτερες, πιθανώς λόγω της απομάκρυνσης ενός κόμβου που λειτουργούσε ως κρίσιμο σημείο σύνδεσης.

### 4.8.2 Αποτυχία Γραμμής

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε προσομοίωση διακοπής λειτουργίας γραμμών, όπου αφαιρέθηκαν οι συνδέσεις των τριών γραμμών, δηλαδή στην πρώτη προσομοίωση αφαιρέθηκε η κόκκινη γραμμή, ('Ελληνικό', 'Αργυρούπολη'), στην δεύτερη η μπλε γραμμή ('Δημοτικό Θέατρο', 'Πειραιάς') και τέλος η πράσινη γραμμή ('Κηφισιά', 'ΚΑΤ'). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η νέα τιμή του μέσου μήκους διαδρομής μετά την αφαίρεση των ακόλουθων ακμών έγινε άπειρη.

Αυτό σημαίνει ότι η απομάκρυνση αυτών των συνδέσεων απομονώνει τμήματα του δικτύου, καθιστώντας αδύνατη τη μετακίνηση μεταξύ ορισμένων σταθμών. Η αφαίρεση αυτών των ακμών υποδεικνύει ότι το δίκτυο εξαρτάται από ορισμένες κρίσιμες συνδέσεις, οι οποίες, αν αφαιρεθούν, δεν μπορούν εύκολα να παρακαμφθούν. Αυτή η εξάρτηση από συγκεκριμένες ακμές υποδεικνύει σημεία ευπάθειας που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε σημαντικές διαταραχές εάν αυτές οι ακμές τεθούν προσωρινά εκτός λειτουργίας.

### 4.8.3 Αποτυχία Πολλαπλών Σταθμών

Τέλος, πραγματοποιήθηκε μια προσομοίωση κλεισίματος πολλών σταθμών χρησιμοποιώντας τα εξής ζεύγη σταθμών: ['Σύνταγμα', 'Ομόνοια'], ['Αττική', 'Μοναστηράκι'], ['Πανεπιστήμιό', 'Ευαγγελισμός'], ['Κηφισιά', 'Ελληνικό'], και ['Ομόνοια', 'Ελληνικό'].

Το δίκτυο αποσυνδέθηκε μετά την αφαίρεση των τριών πρώτων ζευγών σταθμών, υποδεικνύοντας ότι αυτοί οι σταθμοί και οι συνδέσεις τους αποτελούν κρίσιμα σημεία για τη

συνδεσιμότητα του δικτύου. Η αποσύνδεση αυτών των ζευγών αναδεικνύει τη σημασία αυτών των κόμβων στη διατήρηση της δομής του δικτύου.

Στην περίπτωση του ζεύγους ['Κηφισιά', 'Ελληνικό'], το μέσο μήκος διαδρομής αυξήθηκε σημαντικά, φτάνοντας τις 48.821,75. Αυτό υποδηλώνει ότι η αφαίρεση αυτού του ζεύγους προκάλεσε σημαντική αύξηση στην απόσταση που απαιτείται για να ταξιδέψει κανείς μεταξύ των σταθμών στο δίκτυο. Παρόλο που το δίκτυο δεν αποσυνδέθηκε σε αυτή την περίπτωση, η αύξηση του μέσου μήκους διαδρομής δείχνει ότι η αφαίρεση αυτών των ζευγών σταθμών επηρεάζει την συνολική αποτελεσματικότητα του δικτύου.

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### 5.1 ΓΕΝΙΚΑ

Τα αποτελέσματα τονίζουν πόσο κρίσιμη είναι η επένδυση στην **Διασύνδεση και Εξίσωση Συνδέσεων**, διότι, παρά την ύπαρξη ισχυρών κόμβων, το δίκτυο χρειάζεται να βελτιώσει τη διασύνδεση μεταξύ λιγότερο συνδεδεμένων περιοχών και να επενδύσει στη βελτίωση της συνδεσιμότητας μεταξύ των γραμμών και σταθμών. Αυτό θα συμβάλει στη βελτίωση της αποτελεσματικότητας του συστήματος και στη μείωση των αρνητικών επιπτώσεων από την απομάκρυνση κρίσιμων στοιχείων του δικτύου.

Βασικό συμπέρασμα είναι και η ανάγκη για **Στρατηγική Ανθεκτικότητα**, δηλαδή, η στρατηγική ενίσχυση της ανθεκτικότητας του δικτύου μέσω της δημιουργίας εφεδρικών κόμβων, της αύξησης της συχνότητας των δρομολογίων σε κρίσιμους σταθμούς, και της βελτίωσης των διασυνδέσεων μεταξύ των γραμμών είναι επιτακτική. Αυτές οι ενέργειες θα εξασφαλίσουν ότι το δίκτυο θα παραμείνει λειτουργικό και αποδοτικό σε περιόδους διαταραχών ή έκτακτων περιστατικών.

Τέλος ζωτικής σημασίας κρίνεται και η **Βελτίωση της Συνολικής Αποτελεσματικότητας του Δικτύου**, η ανάλυση των μετρικών αποδεικνύει ότι η βελτίωση της συνολικής συνδεσιμότητας και της αποδοτικότητας του δικτύου απαιτεί την ενίσχυση της διασύνδεσης και τη μείωση των χρόνων αναμονής. Η αποδοτική σύνδεση των γραμμών, η στρατηγική διαχείριση των κόμβων, και η σωστή κατανομή της επιβατικής κίνησης αποτελούν κρίσιμους παράγοντες για τη βελτίωση της λειτουργίας του συστήματος.

### 5.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Σύμφωνα με τα γενικά συμπεράσματα της ανάλυσης, καθίσταται σαφές ότι είναι αναγκαία η ενίσχυση της ανθεκτικότητας και της συνολικής αποδοτικότητας του συστήματος μεταφορών. Η ανάγκη αυτή απορρέει από την ευπάθεια που παρουσιάζει το δίκτυο σε περιπτώσεις αστοχιών ή διαταραχών, οι οποίες μπορεί να έχουν σημαντικές επιπτώσεις στη λειτουργία του. Προς αυτήν την κατεύθυνση, διατυπώνονται μια σειρά από προτάσεις που αποσκοπούν στη βελτίωση των επιδόσεων του δικτύου, τόσο σε συνθήκες κανονικής λειτουργίας όσο και σε περιόδους κρίσεων.

Αρχικά, προτείνεται η ενίσχυση των υφιστάμενων εφεδρικών σταθμών ή, όπου αυτό δεν είναι εφικτό, η δημιουργία νέων συνδέσεων, οι οποίες θα είναι σε θέση να αναλάβουν τη μεταφορά επιβατών σε περίπτωση αποσύνδεσης ή αστοχίας κρίσιμων σταθμών. Παράλληλα, η διαμόρφωση εναλλακτικών διαδρομών σε περιοχές που εξαρτώνται από έναν και μόνο σταθμό ή γραμμή, αποτελεί κρίσιμη προτεραιότητα για τη μείωση της ευπάθειας του συστήματος.

Επιπλέον, η αύξηση της συχνότητας των δρομολογίων σε σταθμούς και γραμμές υψηλής σημασίας μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στη μείωση των χρόνων αναμονής και στην ενίσχυση της αποτελεσματικότητας του δικτύου. Ιδιαίτερη έμφαση θα πρέπει να δοθεί στους κεντρικούς

σταθμούς, όπου η αυξημένη διαθεσιμότητα δρομολογίων μπορεί να συμβάλει στην αποφυγή φαινομένων συμφόρησης, ειδικά κατά τις ώρες αιχμής ή σε περιόδους διαταραχών.

Η ενίσχυση των διασυνδέσεων μεταξύ διαφορετικών γραμμών, είτε μέσω της δημιουργίας νέων σταθμών ανταπόκρισης είτε μέσω πιο άμεσων και λειτουργικών συνδέσμων, αποτελεί έναν ακόμη σημαντικό άξονα βελτίωσης. Παράλληλα, η ανάπτυξη περιφερειακών συνδέσεων και η βελτίωση της προσβασιμότητας προς γειτονικές περιοχές, σε συνδυασμό με τη διαλειτουργικότητα με άλλες μορφές δημόσιας συγκοινωνίας (όπως λεωφορεία, τραμ και ποδήλατα), συμβάλλουν στη συνολική ενίσχυση του δικτύου.

Εξίσου σημαντική είναι η αναβάθμιση των υποδομών σε κεντρικούς και πολυσύχναστους σταθμούς. Οι επεμβάσεις αυτές θα πρέπει να στοχεύουν τόσο στη βελτίωση της χωρητικότητας και της ασφάλειας, όσο και στην αύξηση της φιλικότητας προς τους χρήστες, με έμφαση στην προσβασιμότητα για άτομα με μειωμένη κινητικότητα.

Η προώθηση της ψηφιοποίησης των υπηρεσιών, ιδίως μέσω της ανάπτυξης εφαρμογών που παρέχουν πληροφορίες σε πραγματικό χρόνο, αναμένεται να ενισχύσει τη δυνατότητα των επιβατών να προσαρμόζονται άμεσα στις συνθήκες του δικτύου, ενισχύοντας την ευελιξία και τη λειτουργικότητα του συστήματος.

Η διαρκής διεξαγωγή αναλύσεων κινδύνου αποτελεί βασικό εργαλείο για τον εντοπισμό και την αξιολόγηση της ευπάθειας του δικτύου και των κρίσιμων στοιχείων του. Σε συνδυασμό με την ανάπτυξη στρατηγικών πρόληψης και απόκρισης, όπως η ενίσχυση των εφεδρικών συστημάτων και των υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης, διαμορφώνεται ένα συνεκτικό πλαίσιο διαχείρισης κρίσεων.

Αναγκαία θεωρείται και η συστηματική εκπαίδευση των χρηστών του συστήματος για την αντιμετώπιση καταστάσεων έκτακτης ανάγκης και για τη χρήση εναλλακτικών διαδρομών, ώστε να ενισχυθεί η κοινωνική ανθεκτικότητα και η αυτονομία των επιβατών.

Τέλος, η αξιοποίηση τεχνολογιών έξυπνου δικτύου (smart grid) για τη διαχείριση της κυκλοφορίας, τη δυναμική προσαρμογή της χωρητικότητας και τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας του συστήματος, καθώς και η συνεχής παρακολούθηση της απόδοσης μέσω συστημάτων τηλεμετρίας και ανάλυσης δεδομένων, συνθέτουν τη βάση για ένα σύγχρονο, ευφυές και ανθεκτικό δίκτυο μεταφορών.

### **5.3 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ**

Για τη βαθύτερη διερεύνηση του αντικειμένου της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, τα παρακάτω αποτελούν σημαντικά σημεία για περαιτέρω διερεύνηση.

**Ενσωμάτωση άλλων μέσων σταθερής και ευέλικτης τροχιάς (Multilayer/Multiplex Networks)**

Μια άμεση επέκταση της παρούσας ανάλυσης θα μπορούσε να αφορά την ενσωμάτωση των συνδέσεων με άλλα μέσα μαζικής μεταφοράς, όπως ο Προαστιακός Σιδηρόδρομος, τα τραμ και τα αστικά λεωφορεία. Η δημιουργία ενός πολυτροπικού δικτύου (multimodal network) θα επέτρεπε την εκτίμηση της συνολικής διασυνδεσιμότητας και της συνεκτικότητας του συστήματος δημόσιων μεταφορών της Αθήνας. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούν να αναδειχθούν κόμβοι υψηλής σημασίας σε επίπεδο διατροπικότητας (intermodality), καθώς και αδύναμοι κρίκοι στην αλληλεπίδραση μεταξύ διαφορετικών μέσων.

### **Σύγκριση με άλλα μητροπολιτικά συστήματα**

Η συγκριτική ανάλυση με συστήματα δημόσιων μεταφορών άλλων ευρωπαϊκών ή διεθνών μητροπόλεων (π.χ. Βαρκελώνη, Βιέννη, Παρίσι) μπορεί να προσφέρει πολύτιμες πληροφορίες ως προς τη σχετική απόδοση του αθηναϊκού μετρό, με τη χρήση ομοιογενών δεικτών με έμφαση στην συνολική αποδοτικότητα (global efficiency), τον μέσο βαθμό (average degree) και την κεντρικότητα μεταξύ των στοιχείων (betweenness centrality).

### **Συμπερίληψη Δεδομένων Συμπεριφοράς Επιβατών (Behavioral Modeling)**

Η ενσωμάτωση δεδομένων που αφορούν τη συμπεριφορά και τις προτιμήσεις των χρηστών, μέσω ερωτηματολογίων, εφαρμογών κινητών ή αισθητήρων σε σταθμούς, μπορεί να εμπλουτίσει σημαντικά το υφιστάμενο μοντέλο. Η ανάλυση στοιχείων όπως η αντίληψη του χρόνου αναμονής, η επιλογή μέσου ή η ευαισθησία σε παραμέτρους άνεσης και ασφάλειας, καθιστά δυνατή τη μετάβαση από μία καθαρά τοπολογική ή λειτουργική προσέγγιση, σε μία γνωστική και συμπεριφορική μοντελοποίηση του δικτύου. Με τον τρόπο αυτό, το δίκτυο μπορεί να αναλυθεί όχι μόνο ως φυσική υποδομή αλλά και ως δυναμικό σύστημα λήψης αποφάσεων.

### **Εκτίμηση Περιβαλλοντικού Αποτυπώματος του Δικτύου**

Η σύνδεση της λειτουργίας του συγκοινωνιακού δικτύου με δείκτες περιβαλλοντικής βιωσιμότητας αποτελεί κρίσιμη ερευνητική κατεύθυνση, ειδικά υπό το πρίσμα των σύγχρονων στόχων για πράσινη κινητικότητα. Η αξιολόγηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων, όπως οι εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα ή η ενεργειακή κατανάλωση, σε σχέση με διαφορετικά σενάρια ροής, δρομολόγησης ή εκτροπής κίνησης, μπορεί να οδηγήσει σε προτάσεις βελτιστοποίησης που ενσωματώνουν το περιβαλλοντικό κόστος ως παράμετρο σχεδιασμού.

### **Αξιοποίηση Αλγορίθμων Μηχανικής Μάθησης για Ανίχνευση Ανωμαλιών**

Η εφαρμογή τεχνικών μηχανικής μάθησης σε ιστορικά δεδομένα επιβατικής κίνησης επιτρέπει την αυτόματη ανίχνευση αποκλίσεων από το αναμενόμενο πρότυπο λειτουργίας του δικτύου. Μέσα από την αναγνώριση ανωμαλιών που ενδέχεται να οφείλονται σε απεργίες, τεχνικές βλάβες, έκτακτα γεγονότα ή εποχιακές μεταβολές, δύναται να ενισχυθεί η ικανότητα έγκαιρης απόκρισης και διαχείρισης κρίσεων. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να αποτελέσει τη βάση για την

ανάπτυξη ευφυών συστημάτων επιτήρησης και υποστήριξης λήψης αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο.

### **Προσομοίωση Υποδομών υπό Μελλοντική Επέκταση (What-if Analysis)**

Η διερεύνηση της επίδρασης μελλοντικών παρεμβάσεων, όπως η κατασκευή νέων γραμμών ή σταθμών (π.χ. Γραμμή 4 του μετρό), μέσω τεχνικών προσομοίωσης, αποτελεί ένα εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο για τον σχεδιασμό πολιτικών υποδομής. Μέσω της ενσωμάτωσης των προτεινόμενων αλλαγών στη δομή του υπάρχοντος γράφου, μπορούν να αναλυθούν οι αναμενόμενες επιπτώσεις σε δείκτες απόδοσης, κεντρικότητας και προσβασιμότητας, επιτρέποντας τεκμηριωμένες αποφάσεις εκ των προτέρων.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall.

Anderson, I. (2001) 'Graph Theory (2nd Edn.), by Reinhard Diestel. Pp. 312. £24. 2000. ISBN 0 387 98976 5 (Springer-Verlag).', *The Mathematical Gazette*, 85(502), Pp. 176–177. [Doi:10.2307/3620535](https://doi.org/10.2307/3620535)

Arulselvan, A., et al. (2008). Detecting critical nodes in sparse graphs. *Optimization Online*.  
<https://optimization-online.org/2008/09/2097/>

Aydin, N. Y., Duzgun, S., & Wenzel, F. (2018). Integration of graph theory and GIS for the assessment of transport network resilience. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 67, 449–463.

Barabási, A.-L. (2016). *Network Science*. Cambridge University Press.

Battiston, S., et al. (2012). DebtRank: Too Central to Fail? Financial Networks, the FED and Systemic Risk. *Scientific Reports*.

Berche, B., et al. (2017). Multi-criteria robustness assessment of worldwide metro networks. *Physica A*, 479, 53–62. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.03.067>

Berdica, K. (2002). An introduction to road vulnerability: What has been done, is done and should be done. *Transport Policy*, 9(2), 117–127.

Berners-Lee, T., Hendler, J., & Lassila, O. (2001). The Semantic Web. *Scientific American*.

Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., & Hwang, D.-U. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4–5), 175–308. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.009>

Boeing, Geoff. "OSMnx: New methods for acquiring, constructing, analyzing, and visualizing complex street networks." *Computers, environment and urban systems* 65 (2017): 126-139.

Bonchev, D., & Rouvray, D. H. (1991). *Chemical Graph Theory*. Gordon and Breach.

Brin, S., & Page, L. (1998). The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine. *Computer Networks and ISDN Systems*.

Buro, M. (2003). Real-time strategy games: A new AI research challenge. In: *IJCAI Workshop on Reasoning, Representation, and Learning in Computer Games*.

Chen, A., Kim, J., Lee, S., & Kim, Y. (2012). Stochastic capacity modeling of transportation networks under link capacity uncertainty. *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(10), 1461–1476.

Chen, Y., & Wang, L. (2024). Resilience optimization in bus–metro multilayer networks. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 130, 104537. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2024.104537>

- Chen, Y., Yang, D., Lian, P., Wan, Z., & Yang, Y. (2020). Will structure-environment-fit result in better port performance—An empirical test on the validity of Matching Framework Theory. *Transport Policy*, 86, 23-33.
- Christodorescu, M., & Jha, S. (2003). Static analysis of executables to detect malicious patterns. In: *USENIX Security Symposium*.
- Crucitti, Paolo, Vito Latora, and Sergio Porta. "Centrality measures in spatial networks of urban streets." *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 73.3 (2006): 036125.
- Delling, D., Pajor, T., Sanders, P., & Wagner, D. (2014). Route planning in transportation networks. In *Algorithm engineering* (pp. 117–139). Springer.
- Demir, A., et al. (2021). A unified graph-theoretic framework for modeling metro traffic dynamics. *IEEE Xplore*.
- Derrible, S., & Kennedy, C. (2010). The complexity and robustness of metro networks. *Physica A*, 389(17), 3678–3691. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.04.010>
- D'Este, G. M., & Taylor, M. A. P. (2003). Network vulnerability: An approach to reliability analysis at the level of national strategic transport networks. *Transportation Research Record*, 1857(1), 23–30.
- Ducruet, C., & Rodrigue, J.-P. (2014). A.6 – Graph theory: Measures and indices. In *Networks in transportation – theory* (pp. 1–16). Canadian Transportation Research Forum. <https://ctrf.ca/wp-content/uploads/2014/07/33MonteiroRobertsonAtkinsonNETWORKSINTRANSPORTTHEORY.pdf>
- Dui, H., Zhang, L., & Wang, X. (2025). Resilience analysis and emergency maintenance of urban transportation networks. *Safety Science*, 145, 105520. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2021.105520>
- Feily, M., Shahrestani, A., & Ramadass, S. (2009). A survey of botnet and botnet detection. In: *Emerging Security Information, Systems and Technologies*, IEEE.
- Fey, Matthias, and Jan Eric Lenssen. "Fast graph representation learning with PyTorch Geometric." *arXiv preprint arXiv:1903.02428* (2019).
- Freeman, Linton C. "Centrality in social networks: Conceptual clarification." *Social network: critical concepts in sociology*. Londres: Routledge 1.3 (2002): 238-263.
- Freeman, Linton C., Stephen P. Borgatti, and Douglas R. White. "Centrality in valued graphs: A measure of betweenness based on network flow." *Social networks* 13.2 (1991): 141-154.
- Gama Desilva, M., & Costa, A. (2021). Resilience assessment of public transport networks: A critical review and research agenda. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 93, 102770.
- Geetha, K.; Balasubramanie, P., "Graph Theory and Its Applications in Computer Science," *Procedia Computer Science* 172 (2020), <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.03.180>, 2020

Gonçalves, L., & Ferreira, J. (2020). Resilience of urban transportation systems: Concept, indicators, and assessment methods. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 134, 1-17.  
<https://doi.org/10.1016/j.tra.2020.01.004>

Gorji, M. A., et al. (2022). A novel graph connectivity-based criteria for assessing the resilience of urban transportation networks. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 96, 102938. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2022.102938>

Gross, Jonathan L., Jay Yellen, and Mark Anderson. *Graph theory and its applications*. Chapman and Hall/CRC, 2018

Guze, Sambor. "Graph theory approach to transportation systems design and optimization." *TransNav: International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation* 8 (2014).

Hagberg, Aric, Pieter J. Swart, and Daniel A. Schult. *Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX*. No. LA-UR-08-05495; LA-UR-08-5495. Los Alamos National Laboratory (LANL), Los Alamos, NM (United States), 2008.

<https://data.gov.gr/>

<https://www.google.com/maps/d/u/0/edit?mid=1HvwxH8XNntsZnoLnTh15GJRtaglQWY&ll=37.99226953434072%2C23.746287750976574&z=12>

<https://www.oasa.gr/en/oasa-network/>

<https://www.stasy.gr/>

Hu, X., et al. (2025). Spatiotemporal evolution and redundancy growth of metro topologies. *Physica A*, 652, 130492. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2025.130492>

Iliofotou, M., Dimitropoulos, X., Kreibich, C., & Paxson, V. (2009). Graph-based P2P traffic classification at the internet backbone. In: *ACM SIGCOMM Internet Measurement Conference*.

Kopsidas, A. (2022). Identification of critical stations in a metro system. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 158, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2022.04.003>

Kumar, J. S. (2025). *Graph theory: Fundamental and applications in mathematics*. PhilArchive.  
<https://philarchive.org/archive/SATGTF-2>

LaValle, S. M. (2006). *Planning Algorithms*. Cambridge University Press.

Leite, D., et al. (2022). Community detection in networks by dynamical optimal transport. *Scientific Reports*, 12(1), 20721. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-20986-y>

Li, T., & Zhang, X. (2023). Predictive resilience modeling of metro networks using hybrid spatio-temporal analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 236, 110422.  
<https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.110422>

Lin, Pengfei, et al. "Study on the topology and dynamics of the rail transit network based on automatic fare collection data." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 545 (2020): 123538.

Liu, F., et al. (2024). Metro network vulnerability analysis considering turn-back operations. *Physica A*, 633, 129213. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2024.129213>

Lokenath Debnath, "A Brief Historical Introduction to Euler's Formula for Polyhedra, Topology, Graph Theory and Networks," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 41, no. 6 (September 15, 2010): 769–85, <https://doi.org/10.1080/00207391003675166.2010>

Lordan, O., Alarcón, F., & Arcos, J. L. (2020). Vulnerability and resilience of transport networks in the face of disruptions. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 136, 101891.

Martínez, J., & Ortega, D. (2017). Quantifying urban cohesion using spectral graph theory. *Procedia Computer Science*, 112, 226–234. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.09.843>

Massobrio, R., Loose, D., Cats, O., & Cools, M. (2024). Measuring the robustness and resilience of public transport networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 161, 104489.

Massobrio, Renzo, and Oded Cats. "Topological assessment of recoverability in public transport networks." *Communications Physics* 7.1 (2024): 108.

Mattsson, L. G., & Jenelius, E. (2015). Vulnerability and resilience of transport systems – A discussion of recent research. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 81, 16–34.

McKinney, Wes. "Data structures for statistical computing in Python." *SciPy* 445.1 (2010): 51-56.

Mihalcea, R., & Tarau, P. (2004). TextRank: Bringing Order into Texts. *EMNLP*.

Newman, Mark EJ. "Modularity and community structure in networks." *Proceedings of the national academy of sciences* 103.23 (2006): 8577-8582.

Newman, MARK EJ. "Networks: an introduction." Oxford university press (2010)

Newman, Mark EJ. "The structure and function of complex networks." *SIAM review* 45.2 (2003): 167-256.

Pósfai, Márton, and Albert-László Barabási. *Network science*. Vol. 3. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2016.

Qi, Q., Zhang, L., & Wang, X. (2022). Resilience assessment of an urban metro complex network. *Sustainability*, 14(18), 11555. <https://doi.org/10.3390/su141811555>

Rocco, C. M., Barker, K., Radhakrishnan, S., & Moronta, J. (2025). Sensitivity, criticality, and optimization in bipartite networks: Application in urban transit infrastructure. *Environment Systems and Decisions*, 45(2), 1-22. <https://doi.org/10.1007/s10669-025-10009-2>

- Rodrigue, J.-P., Comtois, C., & Slack, B. (2020). *The geography of transport systems* (5th ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780429346323>
- Russell, S., & Norvig, P. (2021). *Artificial Intelligence: A Modern Approach* (4th ed.). Pearson.
- Scott, D. M., Novak, D. C., Aultman-Hall, L., & Guo, F. (2006). Network robustness index: A new method for identifying critical links and evaluating the performance of transportation networks. *Journal of Transport Geography*, 14(3), 215–227.
- Serdar, M. Z., Koç, M., & Al-Ghamdi, S. G. (2022). Urban transportation networks resilience: Indicators, disturbances, and assessment methods. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 101, 103067. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2021.103067>
- Sporns, O. (2011). *Networks of the Brain*. MIT Press.
- Sun, H., & Zhao, L. (2012). Linking graph-theoretic indicators with transit safety performance. *Accident Analysis & Prevention*, 45, 343–350. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2012.06.012>
- Sun, L., et al. (2015). Operational configuration–based vulnerability analysis of metro lines. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 82, 121–135. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2015.11.001>
- Tang, J., Heinemann, H. R., & Han, K. (2019). Quantitative resilience assessment for urban transport systems: A Bayesian network approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 104, 58–78.
- Tarapata, Z., & Kasprzyk, R. (2015). Modelling and analysis of transportation networks using graph theory. *Archives of Transport*, 33(1), 37–50. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0015.1733>
- Thrun, S., Burgard, W., & Fox, D. (2005). *Probabilistic Robotics*. MIT Press.
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. SIAM.
- Vlahogianni, E. I., Karlaftis, M. G., & Golias, J. C. (2014). Short-term traffic forecasting: Where we are and where we're going. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 43, 3–19. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2014.01.005>
- von Ferber, C., Berche, B., Holovatch, T., & Holovatch, Y. (2012). A tale of two cities: Vulnerabilities of the London and Paris transit networks. *Journal of Transportation Security*, 5(3), 199–216.
- Wang, Huijuan, Javier Martin Hernandez, and Piet Van Mieghem. "Betweenness centrality in a weighted network." *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 77.4 (2008): 046105.
- Wang, K., & Stolfo, S. J. (2004). Anomalous payload-based network intrusion detection. In: *Recent Advances in Intrusion Detection (RAID)*. Springer.

- Wang, L., & Zhang, J. (2024). Identification of critical nodes in multi-modal transportation networks. *Journal of Transport Geography*, 94, 103–114. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2024.103114>
- West, Douglas Brent. *Introduction to graph theory*. Vol. 2. Upper Saddle River: Prentice hall, 2001
- Wi, Yunita Nury. "Graph Theory: Application of Graphs in Determining the Most Efficient Highway Routes."(2024)
- Winston, Wayne L. *Operations research: applications and algorithm*. Thomson Learning, Inc., 2004.
- Xue, Y., et al. (2023). Measuring uncertainty in metro transit vulnerability. *Journal of Transport Geography*, 112, 103648. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2023.103648>
- Yadav, N., & Wang, Z. (2020). Resilience of urban transport network-of-networks under compound natural-targeted disruptions. *Scientific Reports*, 10(1), 1-12. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-66049-y>
- Yang, Y., et al. (2025). A systematic review of resilience assessment and improvement strategies for urban multimodal transportation networks. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 85, 102503. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2025.102503>
- Yannakakis, G. N., & Togelius, J. (2018). *Artificial Intelligence and Games*. Springer.
- Yoon, Jeongah, Anselm Blumer, and Kyongbum Lee. "An algorithm for modularity analysis of directed and weighted biological networks based on edge-betweenness centrality." *Bioinformatics* 22.24 (2006): 3106-3108.
- Zang, D., et al. (2024). Predictive resilience assessment of road networks based on temporal decomposition and graph neural networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 148, 103984. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2024.103984>
- Zhang, D., & Wang, J. (2022). Measuring urban rail transit network resilience under extreme weather events. *Sustainable Cities and Society*, 76, 103453.
- Zhang, H., Wang, Y., & Liu, J. (2019). Structural heterogeneity and vulnerability of metro systems: A complex network perspective. *Physica A*, 534, 122887. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122887>
- Zhang, N., Horcher, D., Bansal, P., & Graham, D. J. (2023). Causal inference for disruption management in urban metro networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 174, 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2023.07.004>
- Zhang, Q., Lu, Q., & Zhang, J. (2015). Resilience analysis of transportation networks: A review and future directions. *Transport Reviews*, 35(6), 701–719.\*
- Zhang, R., et al. (2024). Knowledge coupling mechanisms in subway construction safety: A complex network approach. *Reliability Engineering & System Safety*, 247, 110281. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110281>

Zhou, P, et al. (2025). Assessing resilience of multimodal bus–rail networks under crises. *Reliability Engineering & System Safety*, 258, 110789. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2025.110>