



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΙΔΗΡΟΔΡΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης με διαμετακομιστικό
κέντρο (crossdock)**

Γκαράνης Ιωάννης

Επιβλέπων: Δρ. Κωνσταντίνος Γκιτσιαλίτης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ
Εργαστήριο Σιδηροδρομικής και Μεταφορών
Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής,
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2025

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες προς τον επιβλέποντα Επίκουρο Καθηγητή της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών (Σ.Π.Μ.) Ε.Μ.Π., κ. Κωνσταντίνο Γκιοτσαλίτη, για την επιστημονική καθοδήγηση και την εμπιστοσύνη που έδειξε, αναθέτοντάς μου την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Ξεχωριστά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Υποψήφιο Διδάκτορα Σ.Π.Μ., Εμμανουήλ Νισύριο, για την αδιάλειπτη στήριξη, την ουσιαστική συμβολή του και τη συνεχή παρουσία του καθ' όλη τη διάρκεια της προσπάθειας αυτής.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με στήριξαν καθ' όλη την διάρκεια των προπτυχιακών σπουδών μου και με βοήθησαν να εκπληρώσω τον στόχο μου.

ΣΥΝΟΨΗ

Η διπλωματική εργασία εξετάζει διεξοδικά το Δυναμικό Πρόβλημα Παραλαβής και Παράδοσης με Cross-Docking (DPDP-CD), το οποίο εντάσσεται στο πλαίσιο των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων και αφορά τη βελτιστοποίηση μεταφορών υπό συνθήκες αβεβαιότητας και χρονικής πίεσης. Η μελέτη ξεκινά με ανάλυση του στατικού PDP και την εξέλιξή του στο δυναμικό περιβάλλον, όπου οι απαιτήσεις παραλαβής και παράδοσης δεν είναι εκ των προτέρων γνωστές αλλά μεταβάλλονται συνεχώς λόγω εξωτερικών παραγόντων, όπως καθυστερήσεις, νέες παραγγελίες ή κυκλοφοριακές συνθήκες. Στο πλαίσιο αυτό, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες προσεγγίσεις που έχουν αναπτυχθεί στη διεθνή βιβλιογραφία, από τις πρώιμες εργασίες των Psaraftis, (1980) και M. Savelsbergh & Sol (1996) έως τις πρόσφατες μελέτες Gkiotsalitis & Nikolopoulou, (2023.) Bagherinezhad et al., (2024), οι οποίες ενσωματώνουν τεχνικές κυλιόμενου ορίζοντα, μεταερευτικούς αλγορίθμους, καθώς και στοιχεία τεχνητής νοημοσύνης.

Η εργασία αναδεικνύει ότι το cross-docking προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα ως προς τη μείωση του κόστους αποθήκευσης και του συνολικού χρόνου διανομής, επιτρέποντας τη ροή των προϊόντων από τις παραλαβές προς τις παραδόσεις χωρίς ενδιάμεση αποθήκευση. Ωστόσο, η ενσωμάτωσή του σε δυναμικά περιβάλλοντα αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα, καθώς απαιτεί συνεχή αναπροσαρμογή των. Για την αντιμετώπιση των προκλήσεων αυτών, εξετάζονται διάφορες μεθοδολογικές κατηγορίες: οι στοχαστικές μέθοδοι, που ενσωματώνουν την αβεβαιότητα με πιθανολογικά μοντέλα, οι ευρετικές, που προσφέρουν γρήγορες και ικανοποιητικές λύσεις σε περιορισμένο χρόνο, οι μεταερευτικές, που επεκτείνουν τις πρώτες με εξελιγμένους μηχανισμούς αναζήτησης, οι υβριδικές, που συνδυάζουν ακριβείς και προσεγγιστικές τεχνικές για αυξημένη αποδοτικότητα και τέλος οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης, που χρησιμοποιούν αλγορίθμους πρόβλεψης και ενισχυτικής μάθησης για την αυτοματοποίηση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων.

Η ανάλυση καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μετάβαση από στατικά σε δυναμικά σχήματα επίλυσης δεν αποτελεί απλή επέκταση των υφιστάμενων μεθόδων, αλλά επαναπροσδιορισμό της ίδιας της φιλοσοφίας της δρομολόγησης. Η προσέγγιση με μοντέλα κυλιόμενου ορίζοντα (rolling horizon), σε συνδυασμό με μεικτά ακέραια γραμμικά μοντέλα (MILP) προσφέρει μια ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και ταχύτητας. Επιπλέον, η ενσωμάτωση του crossdock ως κόμβου συντονισμού μεταφορών επιτρέπει τον αποδοτικότερο συγχρονισμό οχημάτων και τη βελτίωση του συνολικού χρόνου εξυπηρέτησης.

Συνολικά, η παρούσα εργασία συμβάλλει στη διεύρυνση της επιστημονικής γνώσης γύρω από τα δυναμικά προβλήματα παραλαβής και παράδοσης με ενσωμάτωση crossdock αφού η συγκεκριμένη δομή επιτρέπει την προοδευτική αναπροσαρμογή των δρομολογίων με βάση τα επικαιροποιημένα δεδομένα, εξασφαλίζοντας υψηλό βαθμό προσαρμοστικότητας και επιχειρησιακής συνέπειας. Η συνδυαστική αυτή θεώρηση αποδεικνύεται κρίσιμη για τη διαχείριση σύγχρονων εφοδιαστικών συστημάτων, στα οποία η χρονική αβεβαιότητα, οι μεταβαλλόμενες απαιτήσεις και ο συγχρονισμός των οχημάτων στο crossdock καθιστούν αναγκαία την εφαρμογή ευέλικτων αλλά ακριβών μεθόδων βελτιστοποίησης.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Διαμετακομιστικό κέντρο, MILP, Κυλιόμενος ορίζοντας, Βελτιστοποίηση, Χρονικά Παράθυρα, Δυναμικό πρόβλημα

ABSTRACT

The thesis examines the Dynamic Problem of Delivery and Pickup with Cross-Docking (DPDP-CD) in detail. DPDP-CD is part of the field of vehicle routing problems and concerns the optimization of transportation under conditions of uncertainty and time pressure. The study begins with an analysis of the static PDP and its evolution in a dynamic environment, where the requirements for receiving and delivering are not known in advance but constantly change due to external factors, such as delays, new orders, or traffic conditions. Within this context, the most significant approaches developed in international literature are presented, from the early works of Psaraftis (1980) and M. Savelsbergh & Sol (1996) to the recent studies of Gkiotsalitis & Nikolopoulou (2023) and Bagherinezhad et al. (2024), which incorporate rolling horizon techniques, metaheuristic algorithms, and artificial intelligence elements.

The study shows that cross-docking offers significant advantages in terms of reducing storage costs and the total delivery time, allowing products to flow from receiving to delivery without intermediate storage. However, integrating it into dynamic environments significantly increases complexity, as it requires continuous adaptation. To address these challenges, various methodological categories are examined: stochastic methods, which incorporate uncertainty with probabilistic models; heuristic methods, which offer quick and satisfactory solutions in limited time; metaheuristic methods, which extend the former with advanced search mechanisms; hybrid methods, which combine precise and approximate techniques for increased efficiency; and finally, machine learning methods, which use predictive and reinforcement learning algorithms to automate the decision-making process.

The analysis concludes that the transition from static to dynamic scheduling models is not merely an extension of existing methods, but a redefinition of the very philosophy of scheduling. The approach using rolling horizon models, combined with mixed integer linear programming (MILP), offers a balance between accuracy and speed. Additionally, incorporating the crossdock as a transportation coordination hub allows for more efficient vehicle synchronization and improves overall service time.

Overall, this study contributes to the expansion of scientific knowledge regarding dynamic problems of receiving and delivering goods with cross-dock integration, as this structure allows for the progressive adjustment of routes based on updated data, ensuring a high degree of adaptability and operational consistency. This combined approach is critical for managing modern supply systems, where time uncertainty, changing demands, and vehicle synchronization at the crossdock necessitate the implementation of flexible yet precise optimization methods.

KEYWORDS

Crossdock, MILP, Rolling horizon, optimization, Time windows, Dynamic problem

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	13
1.1	Στόχοι και Συνεισφορά	14
1.2	Δομή Διπλωματικής.....	14
2.	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	15
2.1	Εισαγωγή στο Στατικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης.....	17
2.2	Δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης (DPDP)	20
2.2.1	Στοχαστικές μέθοδοι.....	21
2.2.2	Ευρετικές	23
2.2.3	Μεταευρετικές	27
2.2.4	Υβριδικές	28
2.2.5	Μηχανική Μάθηση και Μελλοντική Προσέγγιση Προβλήματος.....	30
2.3	Συμπεράσματα Βιβλιογραφικής Ανασκόπησης	35
3.	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ	39
3.1	Διατύπωση προβλήματος	40
3.2	Μετασχηματισμός σε MILP.....	49
3.3	Θεωρήσεις του δυναμικού μοντέλου PDPCDPG	51
4.	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ PDPCDPG	55
4.1	Λειτουργία μοντέλου δρομολόγησης.....	55
4.2	Παράμετροι και δεδομένα	56
4.3	Πειράματα και αποτελέσματα	59
4.4	Ανάλυση ευαισθησίας μοντέλου	64
5.	ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	70
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	72

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1. Βασικά στοιχεία βιβλιογραφίας	32
Πίνακας 2. Ονοματολογία.....	43
Πίνακας 3. Ακολουθία και χρόνοι εξυπηρέτησης κόμβων για 4 αιτήματα	58
Πίνακας 4. Λειτουργική ταχύτητα ανα ημίωρο	58
Πίνακας 5. Δρομολόγηση για 4 αιτήματα	60
Πίνακας 6. Δρομολόγηση για 5 αιτήματα	60
Πίνακας 7. Δρομολόγηση για 6 αιτήματα	61
Πίνακας 8. Δρομολόγηση για 7 αιτήματα	62
Πίνακας 9. Δρομολόγηση για 8 αιτήματα	62
Πίνακας 10. Δρομολόγηση για 9 αιτήματα	63
Πίνακας 11. Δρομολόγηση για 10 αιτήματα	64
Πίνακας 12. Αύξηση ταχύτητας κατά 10%	65
Πίνακας 13. Αύξηση ταχύτητας κατά 15%	66
Πίνακας 14. Αύξηση ταχύτητας κατά 20%	66
Πίνακας 15. Αύξηση ταχύτητας κατά 25%	67
Πίνακας 16. Μείωση ταχύτητας κατά 10%	68
Πίνακας 17. Μείωση ταχύτητας κατά 15%	68
Πίνακας 18. Μείωση ταχύτητας κατά 20%	69
Πίνακας 19. Μείωση ταχύτητας κατά 25%	69
Πίνακας 20. Σύγκριση κόστους	71

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1. Διαγραμματική απεικόνιση προσέγγισης Nearest Neighbors (δημιουργήθηκε με βάση (<i>Nearest Neighbour Analysis</i> , 2025))	25
Εικόνα 2. Επίδραση της δυναμικότητας και της χρονικής επείγουσας ανάγκης στην ποιότητα της λύσης (Van Lon et al., 2015)	29
Εικόνα 3. Τυπική απεικόνιση εγκατάσταση διαμετακομιστικού κέντρου (crossdock) (What Is Cross-Docking? Definition, Types & Advantages NetSuite, 2025.)	37
Εικόνα 4. Παράδειγμα αναμενόμενης ταχύτητας διαδρομής (Προσαρμοσμένο από Çimen & Soysal, 2017).....	53
Εικόνα 5. Χρονικά παράθυρα για παραλαβές και παραδόσεις 4 αιτημάτων.....	57

1. Εισαγωγή

Η βελτιστοποίηση αποτελεί μία διαδικασία η οποία περιλαμβάνει την ανάλυση και την βελτίωση συστημάτων και διαδικασιών με σκοπό την εύρεση των βέλτιστων λύσεων σε ένα πρόβλημα. Οι εφαρμογές της εκτείνονται από την οικονομία και τη βιομηχανία μέχρι τη μηχανική και την επιστήμη, επιλύοντας προβλήματα που περιλαμβάνουν περιορισμούς και πολυπλοκότητες. Η πρόοδος της τεχνολογίας και της υπολογιστικής ισχύος έχει επιτρέψει την ανάπτυξη πιο σύνθετων μοντέλων και αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης όπως το πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης (PDP). Ο στόχος του PDP είναι να καθορίσει αποδοτικές διαδρομές για τα οχήματα ώστε να μεταφέρουν αγαθά μεταξύ των τοποθεσιών παραλαβής και παράδοσης, ενώ ικανοποιούνται διάφοροι περιορισμοί όπως η χωρητικότητα των οχημάτων, τα χρονικά παράθυρα και οι σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των εργασιών. Η χρήση κατάλληλων μαθηματικών προτύπων επιτρέπει την αντικατάσταση των πραγματικών χαρακτηριστικών των συστημάτων με αντίστοιχες μαθηματικές σχέσεις, προσφέροντας τη δυνατότητα για ακριβείς και αποδοτικές λύσεις.

Το στατικό Πρόβλημα Παραλαβής και Παράδοσης (PDP) αποτελεί κεντρικό ζήτημα στη βελτιστοποίηση δρομολογίων και στη διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Στόχος του είναι ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών για οχήματα που μεταφέρουν αγαθά από σημεία παραλαβής σε σημεία παράδοσης, λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς όπως η χωρητικότητα των οχημάτων και τα χρονικά όρια. Οι Κάντε κλικ ή πατήστε εδώ για να εισαγάγετε κείμενο. ήταν από τους πρώτους που ανέπτυξαν μια ολοκληρωμένη προσέγγιση για την επίλυση του PDP, χρησιμοποιώντας ευρετικούς αλγορίθμους για να ξεπεράσουν τους περιορισμούς και τις πολυπλοκότητες του προβλήματος. Η εργασία τους ήταν καθοριστική για την αντιμετώπιση μεγάλων και σύνθετων προβλημάτων, όπου οι παραδοσιακές μέθοδοι δεν απέδιδαν, και έθεσε τα θεμέλια για την ανάπτυξη πιο εξελιγμένων τεχνικών στον τομέα της βελτιστοποίησης μεταφορών.

Αργότερα, παρουσιάστηκε το Πρόβλημα Παραλαβής και Παράδοσης με Χρονικά Παράθυρα (PDPTW), μια πιο εξειδικευμένη και απαιτητική εκδοχή του PDP. Το PDPTW περιλαμβάνει χρονικούς περιορισμούς που καθορίζουν πότε πρέπει να πραγματοποιούνται οι παραλαβές και οι παραδόσεις, προσθέτοντας ένα επιπλέον επίπεδο πολυπλοκότητας.

Στο PDP, οι απαιτήσεις παραλαβής και παράδοσης είναι γνωστές εκ των προτέρων και παραμένουν σταθερές κατά τον προγραμματισμό. Ωστόσο, στον πραγματικό κόσμο, οι απαιτήσεις συχνά μεταβάλλονται δυναμικά λόγω απρόβλεπτων παραγόντων, όπως η καθυστέρηση στη φόρτωση, οι αλλαγές στις παραγγελίες, ή οι κυκλοφοριακές συνθήκες. Η μετάβαση από το στατικό στο δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης είναι κρίσιμη για την προσαρμογή των εφοδιαστικών αλυσίδων στις σύγχρονες ανάγκες, όπου η ευελιξία και η ταχύτητα ανταπόκρισης καθίστανται καθοριστικοί παράγοντες επιτυχίας.

Η έρευνά μου εστιάζει στο δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης, σε συνδυασμό με τη χρήση της στρατηγικής εγκατάστασης ενός διαμετακομιστικού κέντρου (cross-docking). Το cross-docking είναι μια σύγχρονη μέθοδος που αποφεύγει τη μακροχρόνια αποθήκευση προϊόντων, διευκολύνοντας την άμεση μεταφορά από το σημείο παραλαβής στο σημείο παράδοσης μέσω ενός ενδιάμεσου κέντρου διαλογής. Αυτή η διαδικασία προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα, όπως η μείωση του κόστους αποθήκευσης, η επιτάχυνση της διανομής και η αύξηση της λειτουργικής αποδοτικότητας. Παρόλα αυτά, η εφαρμογή του διαμετακομιστικού κέντρου σε δυναμικά περιβάλλοντα προσθέτει πολυπλοκότητα, καθώς απαιτεί διαρκή προσαρμογή των δρομολογίων και των διαδικασιών στις μεταβαλλόμενες συνθήκες.

1.1 Στόχοι και Συνεισφορά

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση και βελτιστοποίηση του Δυναμικού Προβλήματος Παραλαβών και Παραδόσεων με κέντρο διαμετακόμισης (Dynamic Pickup and Delivery Problem with Crossdock – DPDP-CD), με κύριο στόχο τη μείωση του συνολικού χρόνου και κόστους εξυπηρέτησης σε συνθήκες αβεβαιότητας και χρονικών περιορισμών. Αναπτύχθηκε ένα δυναμικό μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης βασισμένο στη λογική του κυλιόμενου ορίζοντα (rolling horizon), το οποίο επιτρέπει την επαναπροσαρμογή των δρομολογίων σε πραγματικό χρόνο καθώς νέα αιτήματα καθίστανται διαθέσιμα, ενσωματώνοντας παράλληλα τον μηχανισμό συγχρονισμού του cross dock. Η μεθοδολογία που προτείνεται συγκρίνεται άμεσα με το αντίστοιχο στατικό μοντέλο, προκειμένου να αποτυπωθεί ποσοτικά η βελτίωση που επιτυγχάνεται στη συνολική αποδοτικότητα και στον απαιτούμενο στόλο οχημάτων. Επιπλέον, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) ως προς την ταχύτητα των οχημάτων και τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης, με στόχο την αξιολόγηση της σταθερότητας και της προσαρμοστικότητας του συστήματος σε διαφορετικά επίπεδα κυκλοφοριακού φόρτου. Συνολικά, η εργασία συμβάλλει στην κατανόηση και ποσοτικοποίηση των πλεονεκτημάτων της δυναμικής βελτιστοποίησης έναντι της στατικής, προτείνοντας ένα ολοκληρωμένο υπολογιστικό πλαίσιο που μπορεί να υποστηρίξει την επιχειρησιακή λήψη αποφάσεων σε περιβάλλοντα cross dock με μεταβαλλόμενη ζήτηση και ταχύτητες.

1.2 Δομή Διπλωματικής

Στο παρόν **εισαγωγικό κεφάλαιο** αναδεικνύεται η σημαντικότητα και η αναγκαιότητα μελέτης του Δυναμικού Προβλήματος Παραλαβής και Παράδοσης με Cross-Docking (DPDP-CD), μέσα στο πλαίσιο της σύγχρονης εφοδιαστικής αλυσίδας. Παρουσιάζονται τα βασικά θεωρητικά στοιχεία της βελτιστοποίησης και ο ρόλος τους στη διαχείριση και τον

προγραμματισμό μεταφορών, ενώ παράλληλα αναλύεται η μετάβαση από τα στατικά στα δυναμικά μοντέλα λήψης αποφάσεων.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** αποτελεί τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, όπου παρουσιάζονται οι σημαντικότερες προσεγγίσεις για την επίλυση των στατικών και δυναμικών προβλημάτων. Εξετάζονται οι μεθοδολογικές κατηγορίες που έχουν αναπτυχθεί στη διεθνή βιβλιογραφία που στοχεύουν μέσω της βελτιστοποίησης στην ελαχιστοποίηση του κόστους.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** περιγράφεται αναλυτικά η μεθοδολογία της παρούσας έρευνας, δηλαδή το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) σε συνδυασμό με τη στρατηγική κυλιόμενου ορίζοντα. Αναλύεται η διαμόρφωση του μοντέλου, οι περιορισμοί του, τα σύνολα, οι μεταβλητές και οι συναρτήσεις κόστους που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και η διαδικασία επαναβελτιστοποίησης των δρομολογίων κατά τη δυναμική εξέλιξη του προβλήματος.

Το **τέταρτο κεφάλαιο** περιλαμβάνει την παρουσίαση και ανάλυση των αριθμητικών αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου. Αναλύεται η λειτουργία του μοντέλου δρομολόγησης, οι παράμετροι και τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και τα αριθμητικά πειράματα και αποτελέσματα αυτών.

Τέλος, στο **πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα βασικά ευρήματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας σχετικά με την αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας και τη συμβολή του crossdock στα προβλήματα αυξημένης πολυπλοκότητας.

2. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η στατική ανάλυση του προβλήματος παραλαβής και παράδοσης αποτελεί τη βάση για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι διαδικασίες ενδέχεται να εξελιχθούν όταν επηρεάζονται από δυναμικούς παράγοντες, όπως ο χρόνος και οι μεταβαλλόμενες συνθήκες. Οι αρχές που προκύπτουν από τη στατική ανάλυση χρησιμοποιούνται ως αφετηρία για την κατανόηση και το σχεδιασμό της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος, λαμβάνοντας υπόψη τις αλλαγές και τις αλληλεπιδράσεις που προκύπτουν από την προσθήκη αβεβαιότητας. Μέσω του στατικού προβλήματος, μπορούν να αναλυθούν και να βελτιστοποιηθούν οι βασικές πτυχές, όπως οι αποστάσεις, οι χρόνοι και οι περιορισμοί, παρέχοντας ένα πρότυπο για την αποδοτική κατανομή πόρων και τη διαχείριση δρομολογίων. Η μετάβαση στο δυναμικό πρόβλημα απαιτεί την ενσωμάτωση πρόσθετων παραμέτρων, όπως η αβεβαιότητα και οι δυναμικές αλλαγές στα δεδομένα εισόδου. Για τον λόγο αυτό, στο δυναμικό πρόβλημα ακολουθείται διαφορετική προσέγγιση στον τρόπο επίλυσης. Παρακάτω αναλύονται αυτοί οι τρόποι επίλυσης με τεχνικές όπως, ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις, υβριδικές, μοντελοποίηση κυλιόμενου ορίζοντα, ενσωμάτωση τεχνητής νοημοσύνης και μηχανικής εκμάθησης κ.α. Οι τεχνικές αυτές ανταποκρίνονται καλύτερα στην δυναμική φύση των προβλημάτων με περιορισμένο ορίζοντα πληροφόρησης και ανάγκη για άμεση απόκριση καθιστώντας τις παραδοσιακές ακριβείς μεθόδους ανεπαρκείς. Οι ευρετικές προσφέρουν αποδοτικές λύσεις σε

περιορισμένο χρόνο, ενώ οι μεταερευνητικές ενισχύουν τη διερεύνηση του χώρου λύσεων με μεγαλύτερη ανθεκτικότητα σε τοπικά βέλτιστα. Οι υβριδικές τεχνικές συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα διαφορετικών μεθόδων για να διαχειριστούν την πολυπλοκότητα και τη χρονική πίεση, ενώ το μοντέλο rolling horizon επιτρέπει την επανεκτίμηση αποφάσεων σε χρονικά διαστήματα με επικαιροποιημένα δεδομένα. Τέλος, η ενσωμάτωση τεχνητής νοημοσύνης και μηχανικής μάθησης επιτρέπει την πρόβλεψη ζήτησης, την εκμάθηση πολιτικών απόφασης και την ευφυή διαχείριση αβεβαιότητας.

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης περιλαμβάνουν μεταβλητές σχεδιασμού που μπορεί να είναι συνεχείς ή διακριτές και χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Οι περιορισμοί καθορίζουν το εύρος εντός του οποίου κινούνται αυτές οι παράμετροι, διασφαλίζοντας ότι οι λύσεις που προκύπτουν είναι εφικτές και πρακτικές. Πιο συγκεκριμένα, οι περιορισμοί αποτελούν φυσικά όρια για την επίτευξη των στόχων του συστήματος. Στο πλαίσιο των προβλημάτων βελτιστοποίησης, ένα σύστημα μπορεί να αναφέρεται σε ένα μαθηματικό μοντέλο που προσομοιώνει τις δυναμικές σχέσεις μεταξύ των στοιχείων ενός πραγματικού προβλήματος. Υπάρχουν διάφοροι τύποι μαθηματικού προγραμματισμού και βελτιστοποίησης, όπως ο γραμμικός προγραμματισμός, ο μη-γραμμικός προγραμματισμός, ο ακέραιος προγραμματισμός, ο γεωμετρικός σχεδιασμός και ο δυναμικός προγραμματισμός. Κάθε μέθοδος έχει τις δικές της ιδιαιτερότητες και είναι κατάλληλη για διαφορετικά είδη προβλημάτων. Η βελτιστοποίηση βρίσκει εκτενή εφαρμογή στον τομέα της παραγωγής, όπου χρησιμοποιείται για τη βελτίωση της αποδοτικότητας των διαδικασιών και την ελαχιστοποίηση του κόστους, εξασφαλίζοντας ταυτόχρονα την ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων και την αποδοτική χρήση των πόρων.

Ανάλογα, στον τομέα των μεταφορών, η βελτιστοποίηση είναι κρίσιμη για την αποδοτική οργάνωση των δικτύων μεταφορών, καθώς και για την αποτελεσματική διαχείριση δρομολογίων, με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου παράδοσης και την αποδοτικότητα του συστήματος μεταφορών.

Πέρα από τις μαθηματικές, χρησιμοποιούνται και οι μεταερευνητικές μέθοδοι καθώς έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικές στην επίλυση του προβλήματος παραλαβής και παράδοσης (PDP), κυρίως λόγω της πολυπλοκότητάς του και των πολλών περιορισμών που το συνοδεύουν. Αυτές οι μέθοδοι περιλαμβάνουν τεχνικές που συνδυάζουν ευρετικές στρατηγικές, επιτρέποντας την εύρεση καλών λύσεων σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας και πολύπλοκων περιορισμών. Τέτοιες μέθοδοι είναι οι Γενετικοί Αλγόριθμοι, οι Άπληστοι Μεταερευνητικοί και οι Υβριδικές Μέθοδοι.

Επιπλέον, στον τομέα της υγειονομικής διαχείρισης, η βελτιστοποίηση έχει εφαρμογή στην κατανομή πόρων και την αποδοτική οργάνωση των διαδικασιών διάγνωσης και θεραπείας, συμβάλλοντας στη βελτίωση της λειτουργικότητας των νοσοκομείων και της συνολικής ποιότητας του συστήματος υγειονομικής περίθαλψης.

2.1 Εισαγωγή στο Στατικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης

Το στατικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP) και αφορά τη βέλτιστη διαχείριση ενός στόλου οχημάτων για την εξυπηρέτηση ζεύγους αιτημάτων παραλαβής και παράδοσης. Σε αυτό το πρόβλημα, δεδομένα είναι οι θέσεις παραλαβής και παράδοσης, οι ποσότητες φορτίου, και οι περιορισμοί δυναμικότητας των οχημάτων. Ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς, είτε σε όρους χρόνου, απόστασης, είτε κατανάλωσης καυσίμου.

Το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως στατικό, καθώς όλα τα δεδομένα είναι γνωστά εκ των προτέρων και δεν μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού (δυναμικό πρόβλημα).

Αρχικά η μελέτη των Gendreau & Laporte, (1996) παρουσιάζει μια ευρετική μέθοδο βασισμένη στην Tabu Search για την επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων με χρονικά παράθυρα και διαχωρισμένες παραδόσεις (VRPWSD). Στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων και της συνολικής απόστασης που διανύονται, λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς όπως τα χρονικά παράθυρα και η δυνατότητα διαχωρισμού των παραδόσεων. Η μέθοδος Tabu Search που χρησιμοποιείται στην εργασία είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για προβλήματα μεγάλου μεγέθους, καθώς επιτρέπει την αποτελεσματική αναζήτηση λύσεων χωρίς την ανάγκη πλήρους εξερεύνησης του χώρου λύσεων, κάτι που την καθιστά ιδανική για προβλήματα όπως το VRPWSD. Η χρήση της λίστας απαγορευμένων κινήσεων (tabu list) περιορίζει την επαναφορά σε προηγούμενες λύσεις, ενισχύοντας την εξερεύνηση νέων περιοχών του χώρου λύσεων και αποφεύγοντας τις ανακυκλώσεις. Η εργασία περιλαμβάνει επίσης την εφαρμογή τεχνικών συγχώνευσης παραδόσεων, οι οποίες επιτρέπουν την ομαδοποίηση παραδόσεων που πληρούν τα χρονικά παράθυρα, μειώνοντας τον αριθμό των απαιτούμενων οχημάτων. Η μέθοδος Tabu Search αποδεικνύεται ικανή να χειριστεί αποτελεσματικά τις απαιτήσεις του προβλήματος VRPWSD, ενώ τα πειράματα που περιλαμβάνονται, δείχνουν ότι η στρατηγική αυτή μειώνει σημαντικά το κόστος και τον αριθμό των οχημάτων που απαιτούνται, προσφέροντας ανταγωνιστικά αποτελέσματα σε σχέση με άλλες υπάρχουσες μεθόδους.

Οι (H. Xu et al., 2003) ασχολούνται με ένα πρακτικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης (PPDP), εξετάζοντας περιορισμούς όπως χρονικά παράθυρα, συμβατότητα φορτίων και τύπων οχημάτων, και κανόνες DOT (κανόνες για ώρες εργασίας οδηγών). Προτείνουν μια προσέγγιση τύπου διαμέρισης συνόλων (set partitioning), χρησιμοποιώντας γεννήτρια στηλών (column generation) για γραμμικό προγραμματισμό και ευρετικές μεθόδους για υποπροβλήματα. Η μέθοδος Set Partitioning είναι κατάλληλη για το πρόβλημα αυτό διότι επιτρέπει την ενσωμάτωση σύνθετων περιορισμών, όπως πολλαπλά χρονικά παράθυρα, περιορισμούς συμβατότητας και κανόνες DOT (κανόνες για τον περιορισμό ωρών εργασίας των επαγγελματιών οδηγών), απευθείας στις εφικτές διαδρομές (στήλες) που δημιουργούνται, αντί να περιπλέκει το μαθηματικό μοντέλο με επιπλέον περιορισμούς. Η μέθοδος αποδεικνύεται αποτελεσματική για σχεδόν βέλτιστες λύσεις σε σύνολα δεδομένων έως 500 παραγγελίες.

Οι Mitrović-Minić & Laporte, (2006) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης με χρονικά παράθυρα (PDPTW) και εισήγαγαν την έννοια της διαμετακόμισης (transshipment) όπου ένα φορτίο μπορεί να αλλάζει όχημα σε ένα ενδιάμεσο σταθμό. Η μέθοδος αυτή βελτιώνει την αποδοτικότητα των αλγορίθμων βελτιστοποίησης επιτρέποντας τη διάσπαση των αιτημάτων και την εξυπηρέτησή τους από πολλαπλά οχήματα, μειώνοντας τη συνολική απόσταση και βελτιώνοντας την ισορροπία φόρτου. Ακόμα ανέπτυξαν μία ευρετική μέθοδο (cheapest insertion) για να κατασκευάσουν αρχικές λύσεις και στη συνέχεια, εφαρμόζουν μια βελτιωτική διαδικασία, όπου αφαιρούν και εισάγουν αιτήματα με στόχο τη βελτιστοποίηση των δρομολογίων. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων τους δείχνουν ότι η χρήση των σημείων διαμετακόμισης μπορεί να είναι αρκετά ωφέλιμη, ειδικά όταν τα αιτήματα είναι ομαδοποιημένα (clustered) και όταν το πρόβλημα έχει μεγάλο μέγεθος αντιθέτως σε μικρότερα ή πιο ομοιόμορφα κατανεμημένα προβλήματα, η βελτίωση είναι πιο περιορισμένη.

Το 2010, η εργασία των Nagata & Kobayashi, (2010.) επικεντρώθηκε στην επίλυση του προβλήματος, παρουσιάζοντας έναν υβριδικό αλγόριθμο που συνδυάζει ευρετικές και μεταευρετικές μεθόδους, αξιοποιώντας έναν καινοτόμο μηχανισμό διασταυρώσεων για τη βελτιστοποίηση των λύσεων. Στην εργασία πραγματοποιήθηκαν δοκιμές σε δεδομένα benchmarks (H. Li & Lim, 2001) για προβλήματα παραλαβής και παράδοσης με χρονικά παράθυρα (PDPTW), με στόχο τη σύγκριση της απόδοσης του προτεινόμενου αλγορίθμου Memetic Algorithm (MA) με άλλες μεθόδους. Η χρήση του MA είναι σημαντική επειδή συνδυάζει την παγκόσμια εξερεύνηση (global exploration) των Γενετικών Αλγορίθμων με την τοπική βελτιστοποίηση, επιτρέποντας την εύρεση καλύτερων λύσεων για το Pickup and Delivery Problem with Time Windows (PDPTW). Ο αλγόριθμος διατηρεί και βελτιώνει εφικτές διαδρομές μέσω έξυπνων μηχανισμών ανασυνδυασμού (SREX), εξασφαλίζοντας γρήγορη σύγκλιση σε αποδοτικές λύσεις. Ο SREX είναι ένας μηχανισμός διασταύρωσης με διπλό ρόλο, την ανταλλαγή διαδρομών αρχικών λύσεων με καινούριες που προκύπτουν από αυτές και την διατήρηση των περιορισμών χρόνου και χώρου μειώνοντας την ανάγκη για διορθώσεις (repair mechanism). Οι δοκιμές έδειξαν ότι αυτή η προσέγγιση είναι αποδοτική, προσφέρει λύσεις ποιοτικές, σε σύντομο χρονικό διάστημα αλλά όχι πάντα βέλτιστες.

Η εργασία των Beraldi et al., (2021) ασχολείται με το πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων για μια πλατφόρμα μεταφορών, όπου πρέπει να συνδυαστούν υποχρεωτικές παραδόσεις με επιπλέον αιτήματα παραλαβής και παράδοσης. Το πρόβλημα επιλύεται μέσω ενός μαθηματικού μοντέλου που βασίζεται στο κλασικό Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) με παραλαβές και παραδόσεις, με επιλογή αιτημάτων βάσει κέρδους. Η συνεισφορά της εργασίας έγκειται στην ενσωμάτωση ενός δυναμικού μηχανισμού επιλογής αιτημάτων, ο οποίος επιτρέπει την προσαρμογή των δρομολογίων σε πραγματικό χρόνο με στόχο τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους της πλατφόρμας. Σε αντίθεση με κλασικές προσεγγίσεις όπου όλα τα αιτήματα θεωρούνται δεδομένα, η παρούσα μεθοδολογία προσφέρει έναν ευέλικτο τρόπο ενσωμάτωσης επιπλέον παραδόσεων και παραλαβών, βελτιώνοντας έτσι την αποδοτικότητα των δρομολογίων και τη συνολική απόδοση του συστήματος. Το μοντέλο ενσωματώνει περιορισμούς για τη χωρητικότητα των οχημάτων, τα χρονικά παράθυρα

εξυπηρέτησης και επιλύεται μέσω ενός μαθηματικού αλγορίθμου 2 φάσεων πρώτον, ευρετική φάση προεπιλογής των πιο συμφέρουσων αιτημάτων και δεύτερον, βελτιστοποίηση των τελικών δρομολογίων μέσω ακριβούς μαθηματικής επίλυσης.»

Μία πρόσφατη έρευνα των Gkiotsalitis & Nikolopoulou (2023) και με γνώμονα την βελτίωση της διαχείρισης ευπαθών αγαθών με την ενσωμάτωσή ενός crossdock, χρησιμοποιεί ένα μοντέλο με μεγαλύτερη ακρίβεια για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Το μοντέλο τους, που χρησιμοποιεί ένα μικτό ακέραιο γραμμικό πρόγραμμα (Mixed Integer Linear Program, MILP) και τη μέθοδο branch and cut, επιλύει προβλήματα παραλαβής και παράδοσης με έως και 10 αιτήματα εντός λογικών χρονικών πλαισίων. Το MILP αναπαριστά το πρόβλημα ως ένα δίκτυο διαδρομών, όπου τα οχήματα εκτελούν παραλαβές και παραδόσεις υπό χρονικούς και χωρικούς περιορισμούς, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τη συνολική διάρκεια των διαδρομών όσο και τις απαιτήσεις συγχρονισμού στο crossdock για την ανταλλαγή φορτίων. Η μέθοδος Branch and Cut επιτρέπει την εύρεση βέλτιστων λύσεων με διακλάδωση και εισαγωγή έγκυρων ανισοτήτων, όπως η εξάλειψη ανεφικτών τόξων και υπο-δρομολογίων, αποκλείοντας ανεφικτές λύσεις και μειώνοντας τον χώρο αναζήτησης.

Για να αξιολογηθεί η προσέγγιση, πραγματοποιήθηκαν πειράματα με δεδομένα από benchmarks της βιβλιογραφίας, συγκεκριμένα από τα σύνολα δεδομένων του Wen et al., (2009) για το πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων με crossdock (Vehicle Routing Problem with Crossdock, VRPCD). Η μελέτη δείχνει ότι η προσέγγιση είναι αποτελεσματική και προτείνει μια αξιολογη βάση για τη μελλοντική ανάπτυξη δυναμικών συστημάτων.

Τέλος, οι Wu et al., (2024) προτείνουν μια εκδοχή του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (VRP), όπου κάθε όχημα μπορεί να εκτελεί περισσότερα από ένα δρομολόγια μέσα στην ίδια ημέρα (multi trip), και κάθε πελάτης έχει περισσότερες από μία χρονικές επιλογές εξυπηρέτησης (multiple time windows).

Για την επίλυση του προβλήματος, διατυπώνουν ένα ακέραιο γραμμικό μοντέλο (MILP) που στοχεύει στη μείωση της συνολικής απόστασης. Στη συνέχεια, σχεδιάζουν έναν ευρετικό αλγόριθμο επαναληπτικής τοπικής αναζήτησης (ILS), ο οποίος κατασκευάζει αρχικές λύσεις και εφαρμόζει τεχνικές τοπικής βελτίωσης, όπως Or-opt, Relocate και τυχαία ανταλλαγή (random exchange).

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων δείχνουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος πετυχαίνει καλύτερη αξιοποίηση του στόλου και σημαντική μείωση της συνολικής διανυόμενης απόστασης, σε σύγκριση με πιο απλές στρατηγικές δρομολόγησης.

Αν και οι στατικές διατυπώσεις προσφέρουν σημαντικά πλεονεκτήματα ως προς την καθολική βελτιστοποίηση και τη δυνατότητα ενσωμάτωσης ποικίλων περιορισμών (όπως πολλαπλές διαδρομές, χρονικά παράθυρα, ετερογενείς στόλοι κ.ά.), η εφαρμοσιμότητά τους σε πραγματικά επιχειρησιακά περιβάλλοντα παρουσιάζει περιορισμούς. Επιπλέον, οι δυναμικές

μεταβολές στο δίκτυο (όπως αλλαγές στη ζήτηση, καθυστερήσεις ή τροποποιήσεις στον διαθέσιμο στόλο) απαιτούν ένα διαφορετικό πλαίσιο λήψης αποφάσεων, το οποίο να επιτρέπει την εκ νέου προσαρμογή των διαδρομών εντός της χρονικής εξέλιξης του προβλήματος.

Η μετάβαση από το στατικό στο δυναμικό σχήμα επίλυσης συνεπάγεται τόσο αλγοριθμικές όσο και εννοιολογικές αναδιατυπώσεις. Σε επίπεδο μεθοδολογίας, πέρα από τα σχήματα κυλιόμενου ορίζοντα (rolling horizon), τα οποία βασίζονται σε διαδοχικές τοπικές επιλύσεις βάσει επικαιροποιημένων δεδομένων, έχουν αναπτυχθεί και άλλες προσεγγίσεις όπως η ενσωμάτωση online επαναπρογραμματισμού (online rescheduling), οι ευρετικές αναπροσαρμογές σε γεγονότα (event-driven heuristics), καθώς και η χρήση ενισχυτικής μάθησης (reinforcement learning) για την αυτόνομη μάθηση στρατηγικών απόφασης υπό αβεβαιότητα. Επίσης, αξιοποιούνται προβλεπτικά μοντέλα (predictive models) που επιτρέπουν την εκτίμηση μελλοντικής ζήτησης, καθιστώντας δυνατή την πρόωπη προετοιμασία του συστήματος απέναντι σε αιφνίδιες μεταβολές.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η ενσωμάτωση της χρονικά κατανεμημένης πληροφορίας δεν επηρεάζει μόνο το πώς λύνεται το πρόβλημα, αλλά και το πώς αυτό διατυπώνεται. Η δυναμική φύση απαιτεί διαφορετικό τρόπο μοντελοποίησης της ζήτησης, επαναπροσδιορισμό της έννοιας του κόστους και επανεξέταση των περιορισμών που σχετίζονται με τη χρονική αλληλουχία και την προσβασιμότητα. Επιπλέον, το ζήτημα της υπολογιστικής αποδοτικότητας καθίσταται κρίσιμο, καθώς η επίλυση πρέπει να πραγματοποιείται εντός αυστηρών χρονικών περιορισμών, χωρίς να θυσιάζεται σημαντικά η ποιότητα της λύσης. Έτσι, η μετάβαση προς τα δυναμικά σχήματα δεν αποτελεί απλή επέκταση των στατικών προσεγγίσεων, αλλά διαμορφώνει ένα νέο, πιο σύνθετο και απαιτητικό πεδίο, στο οποίο η προσαρμοστικότητα, η πρόβλεψη και η ταχύτητα ανταπόκρισης αποκτούν κυρίαρχο ρόλο.

2.2 Δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης (DPDP)

Στις μέρες μας, η σημασία του δυναμικού προβλήματος παραλαβής και παράδοσης (Dynamic Pickup and Delivery Problem, DPDP) έχει αυξηθεί κατακόρυφα λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης υπηρεσιών ηλεκτρονικού εμπορίου και ταχυμεταφορών. Σύμφωνα με την έκθεση (EUROPEAN E-COMMERCE REPORT 2022.), ο τζίρος του ηλεκτρονικού εμπορίου στην Ευρωπαϊκή Ένωση έφτασε τα 718 δισ. ευρώ το 2021, σημειώνοντας αύξηση 13% σε σχέση με το 2020, ενώ η ζήτηση για παραδόσεις κατ' οίκον συνεχίζει να ακολουθεί ανοδική πορεία. Αυτή η αύξηση αντικατοπτρίζεται άμεσα στον όγκο των μεταφορών τελευταίου μιλίου (last-mile logistics), εντείνοντας την ανάγκη για αποτελεσματικές λύσεις δρομολόγησης. Οι καταναλωτές αναμένουν γρήγορες και αξιόπιστες παραδόσεις, ενώ οι εταιρείες καλούνται να διαχειριστούν την πολυπλοκότητα των αναδυόμενων αιτημάτων και να μειώσουν τα λειτουργικά τους κόστη. Επιπλέον, η αποτελεσματική επίλυση του DPDP συμβάλλει στη μείωση των εκπομπών ρύπων και επομένως στην προώθηση βιώσιμων μεταφορών,

καθιστώντας το ιδιαίτερα σημαντικό τόσο για τις επιχειρήσεις όσο και για την κοινωνία συνολικά.

Οι σύγχρονες ερευνητικές τάσεις για το DPDP μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες μεθοδολογιών: στοχαστικές μέθοδοι που λαμβάνουν υπόψη αβεβαιότητες, ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις που παρέχουν γρήγορες ποιοτικές λύσεις, υβριδικές τεχνικές που συνδυάζουν πλεονεκτήματα διαφόρων μεθόδων, μοντέλα κυλιόμενου ορίζοντα για συνεχόμενη αναπροσαρμογή των λύσεων, καθώς και ενσωμάτωση τεχνητής νοημοσύνης και μηχανικής εκμάθησης για πρόβλεψη και αυτοματοποίηση. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι σημαντικότερες τεχνικές ανά κατηγορία και τα ευρήματα που έχουν αναφερθεί στη βιβλιογραφία.

2.2.1 Στοχαστικές μέθοδοι

Η κατανόηση του δυναμικού προβλήματος παραλαβής και παράδοσης (DPDP) αποτελεί κρίσιμο σημείο στην επιστήμη των μεταφορών και της επιχειρησιακής έρευνας. Τα δυναμικά προβλήματα παραλαβής και παράδοσης ενσωματώνουν την αβεβαιότητα και τις συνεχείς αλλαγές στις παραγγελίες και τις συνθήκες μεταφοράς, απαιτώντας την ανάπτυξη ευέλικτων και αποδοτικών μεθόδων δρομολόγησης. Η στοχαστική φύση του DPDP μπορεί να διατυπωθεί ως μία στοχαστική διαδικασία Markov, όπου η κατάσταση του συστήματος S_t εξελίσσεται δυναμικά με βάση την απόφαση X_t και μία τυχαία μεταβολή, δηλαδή:

$$S_{t+1} = f(S_t, X_t, \xi_t),$$

με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού αναμενόμενου κόστους:

$$\min E \left[\sum_{t=0}^T C(S_t, X_t) \right]$$

Οι στοχαστικές μέθοδοι λαμβάνουν υπόψη την αβεβαιότητα και την τυχαιότητα, ενσωματώνοντας τυχαία γεγονότα, πιθανολογικές κατανομές και δυναμικές μεταβολές των παραμέτρων στο χρόνο. Παράλληλα, εξετάζουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ παραμέτρων, το κόστος, τις αποκλίσεις, και χρησιμοποιούν ιστορικά και προβλεπτικά δεδομένα για τη βελτιστοποίηση συστημάτων και διαδικασιών. Η χρήση τους στα δυναμικά μοντέλα είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση αυτών των προκλήσεων, εξασφαλίζοντας την έγκαιρη και αποδοτική εξυπηρέτηση των πελατών, ενώ ταυτόχρονα βελτιστοποιούν τους διαθέσιμους πόρους και μειώνουν το λειτουργικό κόστος.

Αρχικά, η μελέτη του (Psaraftis, 1980a) είναι θεμελιώδης στην κατανόηση των δυναμικών προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων, θέτοντας τις βάσεις για την ανάλυση και επίλυση αυτών των σύνθετων προβλημάτων. Η μεθοδολογία του βασίστηκε στη δημιουργία ενός αλγοριθμικού μοντέλου δρομολόγησης και προγραμματισμού που λαμβάνει υπόψη τους

περιορισμούς της απόστασης και του χρόνου, καθώς και τη βέλτιστη δρομολόγηση για την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς και του χρόνου αναμονής των επιβατών. Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στην αρχή της δυναμικής προσαρμογής, όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται σταδιακά καθώς εξελίσσεται η διαδρομή. Κάθε νέα πληροφορία που εισέρχεται στο σύστημα (όπως μια νέα κλήση μεταφοράς) ενσωματώνεται άμεσα, επιτρέποντας την τροποποίηση του δρομολογίου σε πραγματικό χρόνο. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω μιας αναδρομικής συνάρτησης κόστους, η οποία ενημερώνεται δυναμικά σε κάθε βήμα. Έτσι, το σύστημα μπορεί να συγκρίνει εναλλακτικές επιλογές και να καταλήγει στη βέλτιστη λύση, όχι μόνο με βάση τα τρέχοντα δεδομένα αλλά και με προβλεπτική ανάλυση μελλοντικών σεναρίων. Ακόμα, η μέθοδος λαμβάνει υπόψη περιορισμούς όπως η χωρητικότητα του οχήματος και χρονικούς περιορισμούς των επιβατών με σκοπό την βελτιστοποίηση του συνολικού λειτουργικού κόστους.

Η εργασία των (Savelsbergh & Sol, 1995) , επικεντρώνεται στη διαχείριση του στόλου για την άμεση μεταφορά φορτίων σε πραγματικό χρόνο, λαμβάνοντας υπόψη νέες παραγγελίες που προστίθενται δυναμικά καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας. Ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο branch-and-price που συνδυάζει τεχνικές προσέγγισης και μερικής βελτιστοποίησης με ένα σύστημα διαχείρισης στηλών, ώστε να επιτυγχάνεται ισορροπία μεταξύ ταχύτητας και ποιότητας λύσεων. Το DRIVE: Dynamic Routing of Independent Vehicles (M. Savelsbergh & Sol, 1996), αναπτύχθηκε για την εταιρεία Van Gend and Loos BV, και οι δοκιμές σε πραγματικά δεδομένα έδειξαν πως το σύστημα μπορεί να προσαρμόζεται αποτελεσματικά σε πραγματικές συνθήκες. Ο αλγόριθμος branch-and-price βασίζεται σε έναν συνδυασμό δύο κύριων τεχνικών: την αναζήτηση δένδρου (branching) και την τιμολόγηση υποπροβλημάτων (pricing). Το branching επιτρέπει τη διαίρεση του προβλήματος σε μικρότερα υποπροβλήματα, βελτιώνοντας έτσι τη δυνατότητα διαχείρισης της πολυπλοκότητας. Το pricing, από την άλλη, βασίζεται στην προσθήκη μόνο των πιο υποσχόμενων διαδρομών στη λύση, μειώνοντας δραστικά το μέγεθος του υπολογιστικού χώρου και αυξάνοντας την αποδοτικότητα. Μέσω αυτής της στρατηγικής, το DRIVE μπορεί να επεξεργάζεται δυναμικά νέες παραγγελίες, ανακατανέμοντας τους διαθέσιμους πόρους και εξασφαλίζοντας τη βέλτιστη χρήση του στόλου σε πραγματικό χρόνο.

Ενώ η εργασία των Savelsbergh & Sol (1995) κάνει διαχείριση του υπάρχοντος στόλου, η εργασία των Arslan et al. (2016) εξετάζει το DPDP προσαρμοσμένο για παραδόσεις μέσω crowdsourcing, όπου ad-hoc drivers, δηλαδή οδηγοί που δεν ανήκουν στο σταθερό δυναμικό μιας εταιρίας μεταφορών, συμμετέχουν σε παραδόσεις αυθιμερόν. Αυτό σημαίνει ότι οι οδηγοί δεν χρειάζεται να είναι επαγγελματίες μεταφορείς αλλά μπορούν να συμμετέχουν ευκαιριακά, χρησιμοποιώντας τα δικά τους οχήματα. Το σύστημα μπορεί να αντλεί οδηγούς από διάφορες πηγές, όπως πλατφόρμες διαμοιρασμού μεταφορών (ridesharing) ή ακόμα και εφαρμογές παραδόσεων, εξασφαλίζοντας έτσι μια ευέλικτη και δυναμική προσφορά υπηρεσιών. Σε ένα δυναμικό περιβάλλον, νέες παραγγελίες και οδηγοί προστίθενται συνεχώς στο σύστημα, δημιουργώντας προκλήσεις για άμεση αντιστοίχιση και βελτιστοποίηση διαδρομών σε πραγματικό χρόνο. Οι συγγραφείς προτείνουν ένα πλαίσιο κυλιόμενου ορίζοντα, στο οποίο εισάγονται νέες πληροφορίες για παραγγελίες ή οδηγούς, και το σύστημα

υπολογίζει ξανά τις διαδρομές και τις αντιστοιχίσεις οχημάτων, χωρίς να σχεδιάζει τα πάντα από την αρχή. Ουσιαστικά το σύστημα αυτό εκμεταλλεύεται την υπερπροσφορά των διαθέσιμων οδηγών με αποτέλεσμα μια πιο ευέλικτη και βιώσιμη προσέγγιση στη διαχείριση των παραδόσεων σε αστικά περιβάλλοντα. Ωστόσο, η εφαρμογή του crowdsourcing στις παραδόσεις συνεπάγεται με σημαντικές προκλήσεις. Ο συντονισμός των οδηγών σε πραγματικό χρόνο αποτελεί βασική δυσκολία καθώς η διαθεσιμότητα μπορεί να αλλάξει απρόβλεπτα, ενώ καταστάσεις όπως καθυστερήσεις, ακυρώσεις παραγγελιών ή οδηγοί που αποχωρούν χωρίς ειδοποίηση δυσχεραίνουν την διαδικασία οργάνωσης. Σε συμέρασμα οι αστάθειες της μεθόδου αυτής απαιτούν εξελιγμένους αλγόριθμους πρόβλεψης και επαναπρογραμματισμό ώστε να εξασφαλίζεται η ομαλή λειτουργία της εξυπηρέτησης των πελατών.

Οι Bent & Van Hentenryck (2004) ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο σχεδίασης βάσει σεναρίων ειδικά προσαρμοσμένο για προβλήματα μερικώς δυναμικής δρομολόγησης με στοχαστικές παραγγελίες. Ο αλγόριθμος αυτός ονομάζεται Προσέγγιση Πολλαπλών Σεναρίων (MSA) και αξιοποιεί μια συνδυαστική μέθοδο η οποία αρχικά κατασκευάζει πολλαπλά σενάρια έπειτα για κάθε σενάριο σχεδιάζει βέλτιστες διαδρομές και τέλος αφού αξιολογηθούν όλες αυτές επιλέγεται η λύση με την καλύτερη απόδοση. Ειδικότερα Σε κάθε χρονική στιγμή, δημιουργούνται πολλαπλά εναλλακτικά σενάρια, καθένα από τα οποία ενσωματώνει διαφορετικούς πιθανούς πελάτες που μπορεί να εμφανιστούν. Ο αλγόριθμος στη συνέχεια επιλύει το πρόβλημα δρομολόγησης για κάθε σενάριο ξεχωριστά, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τους στατικούς όσο και τους δυναμικούς πελάτες. Για την επιλογή της τελικής διαδρομής, εφαρμόζεται μια “συνάρτηση συναίνεσης” (consensus function), η οποία συγκρίνει τα αποτελέσματα των σεναρίων και επιλέγει εκείνο που διατηρεί τη μεγαλύτερη συνοχή με τις αποφάσεις που έχουν ληφθεί ήδη.

Παρόμοια, οι (Pureza & Laporte, 2008) εισήγαγαν στρατηγικές αναμονής και καθυστέρησης (waiting & buffering) για το δυναμικό PDPTW, όπου αντί να εξυπηρετείται αμέσως κάθε νέο αίτημα, το σύστημα μπορεί να καθυστερεί την εξυπηρέτηση λιγότερο επειγόντων αιτημάτων (buffering) ώστε να συνδυαστούν με μελλοντικά και να μειωθούν τα άδεια δρομολόγια.

Τέτοιες στρατηγικές προσπαθούν να βρουν ισορροπία ανάμεσα στο κόστος καθυστέρησης παράδοσης και στο όφελος της καλύτερης ομαδοποίησης. Συνολικά, οι στοχαστικές μέθοδοι επιτρέπουν την αξιοποίηση ιστορικών και πραγματικών δεδομένων για την πιο αποδοτική λήψη αποφάσεων σε ένα περιβάλλον αβεβαιότητας, εξασφαλίζοντας τόσο την έγκαιρη εξυπηρέτηση των πελατών όσο και τη βελτιστοποίηση των διαθέσιμων πόρων.

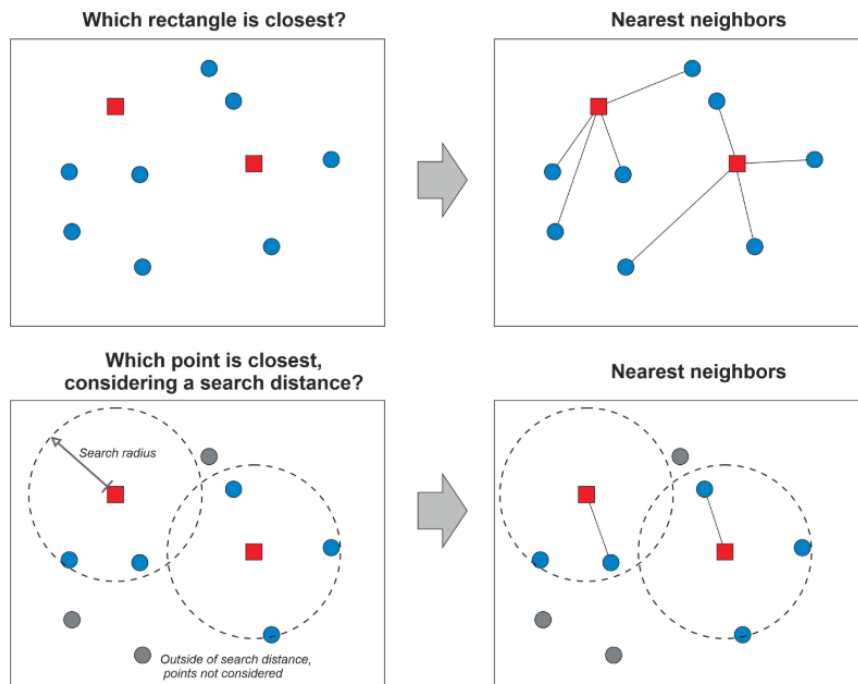
2.2.2 Ευρετικές

Οι ευρετικές μέθοδοι είναι πρακτικές τεχνικές για την εύρεση καλών λύσεων σε πολύπλοκα προβλήματα, όταν η εξαντλητική αναζήτηση είναι μη ρεαλιστική λόγω μεγάλου

υπολογιστικού κόστους. Με χρήση απλών κανόνων και βελτιωτικών στρατηγικών, επιτυγχάνουν αποδεκτά αποτελέσματα σε σύντομο χρόνο, χωρίς εγγύηση για τη βέλτιστη λύση, αλλά με έμφαση στην αποδοτικότητα. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμες σε προβλήματα πραγματικού χρόνου, όπου απαιτούνται γρήγορες αποφάσεις, και συχνά λειτουργούν ως βάση για πιο προηγμένες τεχνικές βελτιστοποίησης, όπως οι μεταερευτικές μέθοδοι. Παρά τη σχετική τους απλότητα, μπορούν να προσαρμοστούν στις ανάγκες διαφορετικών εφαρμογών, καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων. Κύρια χαρακτηριστικά τους είναι πως βασίζονται σε προκαθορισμένους κανόνες, εξειδικεύονται στο πρόβλημα που επιλύουν και οι αποφάσεις που λαμβάνονται σε αυτές, βασίζονται σε σταθερά κριτήρια και όχι σε τυχαία στοιχεία.

Ο Horn (2002) ανέπτυξε λογισμικό για υπηρεσίες ταξί και λεωφορείων με ευέλικτες διαδρομές. Το πρόβλημα περιλάμβανε χρονικά παράθυρα, περιορισμούς χωρητικότητας και ακυρώσεις κρατήσεων. Νέα αιτήματα εισάγονταν με σύστημα ελάχιστου κόστους και συμπληρώνονταν με τοπική αναζήτηση. Ανέπτυξε επίσης ευρετική μέθοδο για στρατηγική μετακίνηση αδρανών οχημάτων, λαμβάνοντας υπόψη μελλοντικά αιτήματα. Η προσέγγισή του, αν και υπολογιστικά απαιτητική λόγω της ανάγκης συνεχούς αναπροσαρμογής των διαδρομών, απέδωσε καλά σε πραγματικά δεδομένα, διαχειριζόμενη 4.200 αιτήματα και 220 ταξί σε 24 ώρες.

Από την άλλη, οι Larsen et al., (2002) πρότειναν ένα γενικότερο θεωρητικό πλαίσιο για μερικώς δυναμική δρομολόγηση, εισάγοντας το PDTRP με αποτέλεσμα η προσέγγισή τους να είναι υπολογιστικά πιο ευέλικτη, καθώς ταξινομεί τις λύσεις ανάλογα με τον βαθμό δυναμικότητας και τη φύση του προβλήματος, επιβεβαιώνοντας ότι η αύξηση των δυναμικών αιτημάτων επηρεάζει γραμμικά το κόστος δρομολόγησης. Η μελέτη των τους, επιλύει το πρόβλημα με τεχνικές όπως του Πλησιέστερου Γείτονα (Nearest Neighbour) και του Κατακερματισμού (Partitioning). Ουσιαστικά το όχημα εξυπηρετεί τον πλησιέστερο διαθέσιμο πελάτη ενώ ορίζονται γεωγραφικές περιοχές, και κάθε όχημα εξυπηρετεί πελάτες εντός της περιοχής του. Μέσω υπολογιστικών πειραμάτων, διαπιστώνουν ότι η αύξηση του βαθμού δυναμισμού οδηγεί σε γραμμική αύξηση του μήκους της διαδρομής για όλες τις πολιτικές. Επιπλέον, η πολιτική του Πλησιέστερου Γείτονα αποδεικνύεται, κατά μέσο όρο, πιο αποδοτική από τις άλλες εξεταζόμενες πολιτικές.



Εικόνα 1. Διαγραμματική απεικόνιση προσέγγισης Nearest Neighbors (δημιουργήθηκε με βάση (Nearest Neighbour Analysis, 2025))

Συγκριτικά, το μοντέλο του (Horn, 2002.) είναι πιο απαιτητικό αλλά λειτουργικά αποδοτικό σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, ενώ η μελέτη των (Larsen et al., 2002) προσφέρει μια πιο γενικεύσιμη αλλά θεωρητική ανάλυση της σχέσης μεταξύ πολυπλοκότητας και απόδοσης σε δυναμικά περιβάλλοντα.

Η εργασία του Gendreau et al., (2006) πραγματεύεται το δυναμικό πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (DVRP) με παραλαβές και παραδόσεις, ένα NP-hard πρόβλημα όπου οι απαιτήσεις των πελατών, όπως η εμφάνιση νέων αιτημάτων ή η τροποποίηση υφιστάμενων, εξελίσσονται χρονικά. Εστιάζει στην ανάπτυξη ευριστικών μεθόδων αναζήτησης γειτονιάς για την αντιμετώπιση του DVRP. Προτείνονται και αξιολογούνται διάφορες στρατηγικές γειτονιάς, όπως η ανταλλαγή θέσεων (swap), η εισαγωγή/αφαίρεση πελατών (insertion/removal) και η μεταβολή της σειράς εξυπηρέτησης (reordering). Οι μέθοδοι ενσωματώνουν μηχανισμούς δυναμικής προσαρμογής, όπως η επαναδρομολόγηση (re-optimization) ή η χρήση παραθύρων χρόνου (time windows), για την αντιμετώπιση των χρονικών αλλαγών. Η αξιολόγηση γίνεται μέσω υπολογιστικών πειραμάτων, ενδεχομένως χρησιμοποιώντας benchmarks όπως τα Solomon benchmarks ή άλλα ειδικά για DVRP, παρέχοντας εμπειρικά δεδομένα για την αποτελεσματικότητα των στρατηγικών. Το συμπέρασμα της εργασίας πιθανόν να τονίζει την αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθόδων για την αντιμετώπιση του DVRP σε πραγματικό χρόνο, αναδεικνύοντας τις καλύτερες στρατηγικές γειτονιάς και τις παραμέτρους που επηρεάζουν την απόδοση.

Ενσωματώνοντας ποδήλατα-cargo (cargo-bikes) για τη μεταφορά παραγγελιών σε δύσκολα προσβάσιμα σημεία, η εργασία των Fikar et al. (2018) επιλύει το πρόβλημα της δυναμικής διανομής τελευταίου μιλίου σε αστικές περιοχές. Η μελέτη αυτή αναπτύσσει ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, ένα λογισμικό δηλαδή που βοηθά στη βελτιστοποίηση των διαδρομών σε πραγματικό χρόνο, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τα συμβατικά οχήματα όσο και τα ποδήλατα-cargo, τα οποία παρέχουν μεγαλύτερη ευελιξία στις αστικές διανομές. Γίνεται χρήση της μεθόδου Βέλτιστη Εισαγωγή (Best Insertion) για την αρχική τοποθέτηση των παραγγελιών και έπειτα εφαρμόζεται τοπική αναζήτηση (local search) για τη βελτίωση των διαδρομών. Τελικά, η εργασία συμβάλλει στην βιώσιμη και αποτελεσματική διαχείριση των διανομών, αξιοποιώντας τους πόρους με φιλικό προς το περιβάλλον τρόπο.

Το επόμενο έτος η εργασία των Ayu Novia Andini et al. (2019) εξετάζει την διαχείριση διαδρομών για υπηρεσίες κοινής χρήσης ή διαμοιρασμού διαδρομών (ridesharing) σε περιβάλλοντα με υψηλή κυκλοφορία. Στο Πρόβλημα Παραλαβής και Παράδοσης με Μεταφορτώσεις (Pickup and delivery problem with Transfers - PDPT) οι επιβάτες μπορούν να αλλάζουν όχημα σε συγκεκριμένα σημεία μεταφοράς κατά τη διάρκεια της διαδρομής, μειώνοντας έτσι τη συνολική απόσταση και τον χρόνο διαδρομής. Η ευρετική μέθοδος εισαγωγής (insertion heuristic) επιλέγει την εισαγωγή νέων αιτημάτων με βάση κριτήρια απόστασης και χρόνου εξυπηρέτησης, και επιδιώκει τη μείωση του λειτουργικού κόστους και του χρόνου παραμονής των επιβατών. Οι συγγραφείς υιοθέτησαν την φόρμουλα υπολογισμού κόστους του (Sol, 1987.)προσαρμόζοντας την σε δυναμικό περιβάλλον και παρατήρησαν αύξηση 16,7% στην ικανότητα εξυπηρέτησης αιτημάτων με ταυτόχρονη αύξηση της αποδοτικότητας της υπηρεσίας ridesharing.

Χαρακτηριστική είναι η μελέτη των Bagherinezhad et al., (2024) η οποία προχωρά πέραν του κλασικού DPDP και εξετάζει ένα ολοκληρωμένο σχήμα επίλυσης για την αποδοτική δρομολόγηση και φόρτιση αυτόνομων ηλεκτρικών οχημάτων (AEVs) σε περιβάλλοντα παροχής υπηρεσιών κατ' απαίτηση (ride-hailing), συνεκτιμώντας τις επιχειρησιακές απαιτήσεις τόσο του μεταφορικού όσο και του ηλεκτρικού δικτύου. Η καινοτομία της έγκειται στην ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της χωροχρονικής κατανομής της ενέργειας και των διαδρομών, με χρήση ενός πολυεπίπεδου μοντέλου κυλιόμενου ορίζοντα (rolling horizon) που ενσωματώνει σε πραγματικό χρόνο δεδομένα κυκλοφορίας, διαθέσιμων φορτιστών, κατάστασης φόρτισης (SOC) και αναμενόμενης ζήτησης. Σε αντίθεση με άλλες μελέτες που αγνοούν τα περιορισμένα όρια των δικτύων διανομής, η εν λόγω προσέγγιση μοντελοποιεί πλήρως την αλληλεπίδραση μεταξύ μεταφορικών και ηλεκτρικών συστημάτων, διασφαλίζοντας την τροφοδοσία με ενέργεια σε σταθμούς φόρτισης χωρίς παραβίαση των λειτουργικών περιορισμών. Η εφαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου σε ρεαλιστικό δίκτυο της Salt Lake City έδειξε σημαντική βελτίωση στην αξιοποίηση των πόρων του στόλου και στην αποφυγή υπερφόρτωσης των ενεργειακών κόμβων. Η εργασία αποδεικνύει τη δυνατότητα των δυναμικών, συντονισμένων στρατηγικών να ανταποκριθούν σε δίκτυα υψηλής πολυπλοκότητας, προσφέροντας χρήσιμα συμπεράσματα για μελλοντικές επεκτάσεις του DPDP σε πολυσυστημικά περιβάλλοντα.

Συνοψίζοντας, οι ευρετικές μέθοδοι παρέχουν απλές αλλά αποτελεσματικές λύσεις για το DPDP, ιδιαίτερα χρήσιμες όταν απαιτούνται ταχύτατες αποφάσεις. Αποτελούν συχνά τη βάση πάνω στην οποία χτίζονται πιο σύνθετες προσεγγίσεις είτε ως αρχικές λύσεις για μεταγενέστερη βελτιστοποίηση είτε ως μέρος υβριδικών συστημάτων.

2.2.3 Μεταευρετικές

Οι μεταευρετικές μέθοδοι αποτελούν εξελιγμένες τεχνικές βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, συνδυάζοντας στοιχεία ευρετικών με πιο γενικές στρατηγικές αναζήτησης. Σε αντίθεση με τις κλασικές ευρετικές, οι οποίες βασίζονται σε απλούς κανόνες και είναι συχνά εξειδικευμένες για συγκεκριμένα προβλήματα, οι μεταευρετικές είναι σχεδιασμένες να είναι πιο ευέλικτες και ισχυρές, επιτρέποντας την εφαρμογή τους σε ένα ευρύτερο φάσμα προβλημάτων. Η βασική διαφορά έγκειται στη φιλοσοφία τους. Ενώ οι ευρετικές εστιάζουν στη γρήγορη εύρεση αποδεκτών λύσεων, οι μεταευρετικές στοχεύουν στη βελτίωση της ποιότητας της λύσης, ενσωματώνοντας μηχανισμούς που αποτρέπουν τον εγκλωβισμό σε τοπικά βέλτιστα. Παραδείγματα μεταευρετικών περιλαμβάνουν τη Tabu Search, το Simulated Annealing, και τους Γενετικούς Αλγόριθμους, τα οποία συνδυάζουν στοιχεία τυχαιότητας, μνήμης, και επαναληπτικών διαδικασιών για την εξερεύνηση του χώρου λύσεων με συστηματικό τρόπο.

Η εργασία των Schilde et al. (2011) ασχολείται με το δυναμικό πρόβλημα Dial-a-Ride (DSDARP) και η εφαρμογή αφορά τις καθημερινές λειτουργίες του Αυστριακού Ερυθρού Σταυρού για τη μεταφορά ασθενών. Η εργασία αξιοποιεί μεταευρετικές μεθόδους, συμπεριλαμβανομένων των Δυναμική Αναζήτηση Μεταβλητής Γειτονιάς (Dynamic Variable Neighborhood Search - VNS), Στοχαστική Αναζήτηση Μεταβλητής Γειτονιάς (Stochastic VNS, S-VNS), καθώς και των προσεγγίσεων Πολλαπλής Σχεδίασης (Multiple Plan Approach - MPA) και Πολλαπλών Σεναρίων (Multiple Scenario Approach - MSA). Οι μέθοδοι αυτές συνδυάζουν δυναμικά δεδομένα για να βελτιστοποιήσουν τη δρομολόγηση οχημάτων. Η ανάλυση εστιάζει στη χρήση ιστορικών δεδομένων για τη βελτίωση της ποιότητας της λύσης, ενσωματώνοντας πιθανές επιστροφές ασθενών.

Η εργασία των Erdoğan et al. (2012) ασχολείται με το πρόβλημα του περιεδύοντος πωλητή με παραλαβές, παραδόσεις και κόστος χειρισμού. Στόχος της είναι να βελτιστοποιήσει τη δρομολόγηση ενός οχήματος που εκτελεί παραλαβές και παραδόσεις, λαμβάνοντας υπόψη το κόστος δρομολόγησης και το κόστος χειρισμού των εμπορευμάτων στο όχημα. Βασίζεται σε τρεις μεταευρετικές προσεγγίσεις: Tabu Search (TS), Iterated Local Search (ILS), και Iterated Tabu Search (ITS), οι οποίες συνδυάζουν τοπικές αναζητήσεις και στρατηγικές αποτροπής εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η Tabu Search που χρησιμοποιεί ακριβή επίλυση με δυναμικό προγραμματισμό παρέχει τις καλύτερες λύσεις, ενώ η χρήση του προσεγγιστικού αλγορίθμου

μειώνει σημαντικά τον χρόνο υπολογισμού με μικρή επίπτωση στην ποιότητα των λύσεων. Η εργασία αποτελεί σημαντική συνεισφορά στη βελτιστοποίηση προβλημάτων με πολλαπλές και περίπλοκες απαιτήσεις.

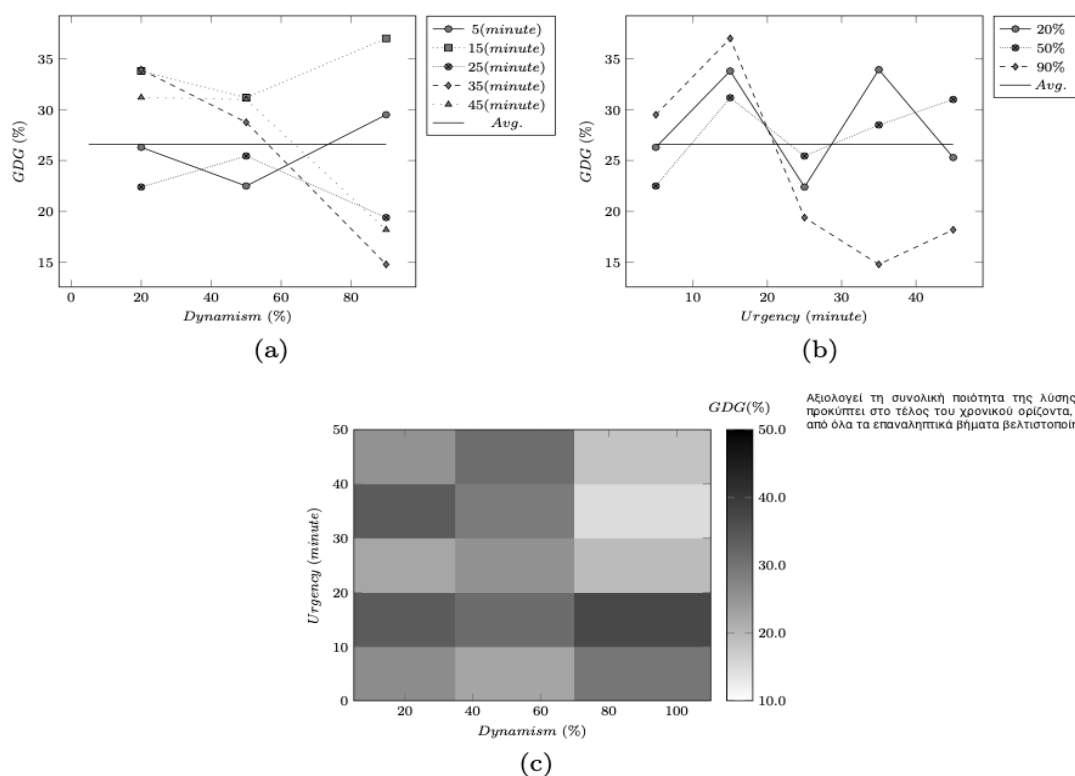
Τέλος, η εργασία των Sabar et al. (2019) εστιάζει στη μελέτη και επίλυση του Δυναμικού Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με έμφαση στην αντιμετώπιση της κυκλοφοριακής συμφόρησης που προκαλεί μεταβολές στους χρόνους μετακίνησης. Προτείνει έναν εξελικτικό αλγόριθμο (self-adaptive evolutionary algorithm - SAEA) ο οποίος βελτιστοποιεί δυναμικά τις παραμέτρους και τους τελεστές του αλγορίθμου κατά τη διάρκεια της αναζήτησης. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει την προσαρμογή του αλγορίθμου στις αλλαγές του περιβάλλοντος, ενώ ταυτόχρονα βελτιώνει την ποιότητα των λύσεων, ελαχιστοποιώντας το κόστος δρομολόγησης. Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος SAEA πέτυχε κόστος δρομολόγησης 1097.24 έναντι 1126.69 των ανταγωνιστών (μείωση ~2.6%), πολύ χαμηλή τυπική απόκλιση (3.68 έναντι 32.07), είχε την καλύτερη απόδοση σε 41 από 48 σενάρια του Dynamic TSP και παρουσίασε μείωση κόστους άνω του 10% σε σύγκριση με άλλους αλγόριθμους που εξετάστηκαν.

Οι μεταερευτικές μέθοδοι αποτελούν ισχυρά εργαλεία για την επίλυση δυναμικών προβλημάτων δρομολόγησης, προσφέροντας ποιοτικές λύσεις μέσω έξυπνης και ευέλικτης αναζήτησης. Καθώς όμως η πολυπλοκότητα αυξάνεται, ιδιαίτερα με την εισαγωγή στοιχείων όπως το cross-docking ή την κυκλοφοριακή συμφόρηση, οι υβριδικές προσεγγίσεις αναδεικνύονται ως απαραίτητες. Συνδυάζοντας μεταερευτικές τεχνικές με ευρετικές κατασκευής, τοπική βελτιστοποίηση ή ακόμα και μηχανική μάθηση, οι υβριδικοί αλγόριθμοι επιτυγχάνουν μεγαλύτερη προσαρμοστικότητα και σταθερότητα σε δυναμικά περιβάλλοντα.

2.2.4 Υβριδικές

Μια αξιοσημείωτη έρευνα από τους Karami et al. (2018) προτείνει τη χρήση αλγορίθμων περιοδικής βελτιστοποίησης για την αντιμετώπιση των δυναμικών προβλημάτων παραλαβής και παράδοσης με χρονικά παράθυρα (Dynamic Pickup and Delivery problem with Time Windows, DPDPTW). Η περιοδική βελτιστοποίηση βασίζεται στην ιδέα ότι οι αποφάσεις δεν λαμβάνονται στιγμιαία μετά από κάθε νέα άφιξη αιτήματος, αλλά σε τακτά χρονικά διαστήματα. Αυτό επιτρέπει τη συσσώρευση δεδομένων πριν από την εκ νέου προσαρμογή των διαδρομών, μειώνοντας την υπολογιστική επιβάρυνση και αποφεύγοντας τοπικά βέλτιστες αλλά μη αποδοτικές λύσεις. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος συνδυάζει μεικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό (MILP) με δύο ευρετικές μεθόδους, αξιοποιώντας στρατηγικές αποθήκευσης δεδομένων για βελτιωμένη υπολογιστική απόδοση. Η Εισαγωγή Ελαχίστου Κόστους (Cheapest Insertion) δημιουργεί μια αρχική λύση ενσωματώνοντας νέα αιτήματα με το ελάχιστο επιπλέον κόστος, ενώ η Local Search τη βελτιώνει αναδιατάσσοντας αιτήματα και ανταλλάσσοντας διαδρομές. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται σε τακτά χρονικά διαστήματα, επιτρέποντας στο σύστημα να προσαρμόζεται δυναμικά χωρίς να απαιτείται

πλήρης ανακατασκευή των διαδρομών. Συγκεκριμένα η εργασία εξέτασε την περιοδική βελτιστοποίηση σε δυναμικά προβλήματα μέσω πειραμάτων σε 125 σενάρια με διαφορετικά επίπεδα δυναμικότητας (20%-90%) και χρονικής απαίτησης (5-45 λεπτά), όπως φαίνεται στην Εικόνα 2. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η προτεινόμενη μέθοδος, συνδυάζοντας μεικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό (MILP) με ευρετικές τεχνικές, προσφέρει λύσεις κοντά στη βέλτιστη, μειώνοντας σημαντικά τον χρόνο υπολογισμού. Αυτή η προσέγγιση αντιστοιχεί σε μια βάση χρόνου κυλιόμενου ορίζοντα (Time Based Rolling Horizon) στρατηγική, η οποία επιτρέπει στο σύστημα να προσαρμόζεται δυναμικά στις νέες αφίξεις. Παρατηρήθηκε ότι η αύξηση της δυναμικότητας βελτίωσε την αποδοτικότητα του συστήματος, ενώ η αύξηση της επείγουσας φύσης των αιτημάτων αύξησε το κόστος δρομολόγησης.



Εικόνα 2. Επίδραση της δυναμικότητας και της χρονικής επείγουσας ανάγκης στην ποιότητα της λύσης (Van Lon et al., 2015)

Μια αντιπροσωπευτική υβριδική προσέγγιση στο πλαίσιο του πλήρως δυναμικού προβλήματος παραλαβών και παραδόσεων (Dynamic PDP) αποτελεί η μελέτη των (Sun et al., 2019), όπου προτείνεται ένα πολυεπίπεδο αλγοριθμικό σχήμα που στοχεύει στην ευέλικτη και αποδοτική διαχείριση πολλαπλών δυναμικών συμβάντων σε ρεαλιστικό περιβάλλον διανομής.

Οι συγγραφείς αντιμετωπίζουν την παραλλαγή DPDP-MDE (Multiple Dynamic Events), η οποία δεν περιορίζεται μόνο στην εμφάνιση νέων αιτημάτων, αλλά ενσωματώνει και απρόβλεπτα περιστατικά όπως αλλαγές δρομολογίων, καθυστερήσεις ή αιτήματα ακύρωσης. Η επίλυση ακολουθεί μια υβριδική αρχιτεκτονική που συνδυάζει τεχνικές Tabu Search (TS) και Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS), πλαισιωμένες από ευρετικές διαδικασίες δυναμικής εισαγωγής (dynamic insertion) που προσαρμόζουν τις λύσεις σε πραγματικό χρόνο. Συγκεκριμένα, η TS εφαρμόζεται για την αρχική βελτίωση των δρομολογίων σε βάση rolling horizon, ενώ η ALNS ενεργοποιείται σε στιγμές με έντονη αναδιοργάνωση για να εξασφαλίσει την επανασταθεροποίηση της λύσης. Από τα πειραματικά αποτελέσματα σε σύνολα δεδομένων ρεαλιστικής κλίμακας (50–120 πελάτες), παρατηρήθηκε ότι η υβριδική ALNS συνέβαλε σε μέση βελτίωση της τελικής λύσης κατά 9,98% σε σχέση με το αρχικό πλάνο, ενώ το συνολικό κόστος μεταφοράς μειώθηκε κατά 13,1% σε σχέση με παραδοσιακά greedy σχήματα, διατηρώντας τον χρόνο υπολογισμού εντός αποδεκτών ορίων.

Η έρευνα του Andersson (2021) εστιάζει στη δυναμική δρομολόγηση οχημάτων με χρονικούς περιορισμούς, όπως χρονικά παράθυρα και μέγιστος χρόνος παραμονής των αντικειμένων εντός των οχημάτων, συγκρίνοντας δύο προσεγγίσεις: την Large Neighborhood Search (LNS) και την Heuristic Destroy and Repair (HDR). Η Large Neighborhood Search (LNS), χρησιμοποιεί μεταευρετική στρατηγική καταστροφής και αποκατάστασης τμημάτων της λύσης, και η Heuristic Destroy and Repair (HDR), η οποία προσφέρει ταχύτερη εισαγωγή νέων αιτημάτων σε πραγματικό χρόνο. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η LNS υπερέχει σε μικρά προβλήματα λόγω υψηλής ακρίβειας, ενώ η HDR είναι αποτελεσματικότερη σε μεγαλύτερα προβλήματα χάρη στους χαμηλούς χρόνους εύρεσης αποδεκτών λύσεων. Αυτό συμβαίνει διότι η HDR έχει ταχύτερους χρόνους εκτέλεσης αφού επανεκκινεί πάντα από την ίδια αρχική λύση και βελτιστοποιεί μόνο το τελευταίο εισαχθέν αίτημα, μειώνοντας τον υπολογιστικό φόρτο. Αυτό την καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμη σε πραγματικά δυναμικά προβλήματα όπου απαιτούνται γρήγορες αποφάσεις σε περιορισμένο χρόνο.

2.2.5 Μηχανική Μάθηση και Μελλοντική Προσέγγιση Προβλήματος

Η Μηχανική Μάθηση (Machine Learning) και η Τεχνητή Νοημοσύνη (Artificial Intelligence) έχουν αποκτήσει αυξημένη σημασία στη βελτιστοποίηση σύνθετων συστημάτων, συμπεριλαμβανομένων των δυναμικών προβλημάτων παραλαβής και παράδοσης (DPDP). Η τεχνητή νοημοσύνη έχει συμβάλει ουσιαστικά στις μεταφορές, επιτρέποντας την έξυπνη διαχείριση στόλου μέσω αλγορίθμων που αναλύουν δεδομένα όπως κυκλοφοριακές συνθήκες, τοποθεσία οχημάτων και χρόνο παράδοσης σε πραγματικό χρόνο. Με βάση αυτές τις πληροφορίες, το σύστημα μπορεί να καταναείμει δυναμικά παραγγελίες στα κατάλληλα οχήματα, να προτείνει βελτιστοποιημένες διαδρομές και να επαναπρογραμματίζει τα δρομολόγια, μειώνοντας καθυστερήσεις και αυξάνοντας τη χρήση των διαθέσιμων πόρων. Συγκεκριμένα χρησιμοποιεί αλγορίθμους βελτιστοποίησης, όπως το LNS και το HDR, για να εξετάζει διαφορετικά πιθανά σενάρια διαδρομών και να επιλέγει την καλύτερη με βάση το

κόστος, τον χρόνο και τους περιορισμούς. Παράλληλα, με την ανάλυση δεδομένων από GPS και ιστορικών μοτίβων ζήτησης μπορεί να προβλέψει την διαθεσιμότητα οχημάτων, την τοποθεσία αυτών και να κατανείμει παραγγελίες εξοικονομώντας χρόνο και χιλιόμετρα. Στόχος είναι η επίτευξη της «βαθιάς μάθησης» (deep learning) η οποία επιτυγχάνεται από την τροφοδότηση της μηχανικής μάθησης με μεγάλους όγκους πληροφοριών. Η επεξεργασία αυτή, διαμορφώνει το μοντέλο που όπως φαίνεται θα αποτελέσει ορόσημο στην ανθρώπινη κοινωνία.

Αρχικά, οι Ma et al. (2021) πρότειναν ένα ιεραρχικό πλαίσιο βελτιστοποίησης για το DPDP, το οποίο βασίζεται σε δύο επίπεδα πράκτορα: έναν ανώτερο πράκτορα (upper level agent και έναν κατώτερο (lower level agent). Ο ανώτερος πράκτορας χωρίζει το DPDP σε υποπροβλήματα διαφορετικών κλιμάκων και ο κατώτερος συνδυάζει μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας με «ενισχυτική μάθηση» (reinforcement learning) για την βελτιστοποίηση των διαδρομών. Για να επαληθευτεί η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου πλαισίου συλλέχθηκαν πραγματικά δεδομένα από την εφοδιαστική αλυσίδα της Huawei και με την κατασκευή ενός λειτουργικού προσομοιωτή αποδείχθηκε ότι αυτή η μέθοδος είναι βέλτιστη σε σχέση με τις υπάρχουσες.

Το ίδιο έτος παρουσιάστηκε μία διαφορετική αντιμετώπιση από Li et al. (2021) οι οποίοι πρότειναν ένα μοντέλο που βασίζεται σε Νευρωνικά Δίκτυα (Neural Networks, NN) με ενσωμάτωση χωρικής και χρονικής πρόβλεψης της ζήτησης. Συγκεκριμένα, το μοντέλο αξιοποιεί χωρικά δεδομένα (όπως γεωγραφική κατανομή παραγγελιών και τοποθεσία αποθηκών) και χρονικά δεδομένα (όπως ώρες αιχμής ή εποχικές τάσεις) επιτρέποντας στο σύστημα να προσαρμόζει δυναμικά τα δεδομένα πριν ακόμα φτάσει η ζήτηση, κατανέμοντας τους πόρους εξυπνότερα και αποφεύγοντας συμφορήσεις. Χρησιμοποιώντας την ίδια βάση δεδομένων και σε αυτήν την έρευνα τα δεδομένα της εφοδιαστικής αλυσίδας της Huawei, το άρθρο καταλήγει πως οι πειραματικές δοκιμές έδειξαν μείωση κατά 11,2% των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και 13,1% του συνολικού κόστους μεταφοράς σε σχέση με υπάρχουσες μεθόδους. Παρότι ιδιαίτερα αποτελεσματικό σε σταθερά και προβλέψιμα περιβάλλοντα, ενδέχεται να εμφανίσει μειωμένη αξιοπιστία σε ορισμένες συνθήκες. Σε περιπτώσεις όπου παρατηρούνται ασυνήθιστες ή μη επαναλαμβανόμενες μεταβολές στη ζήτηση όπως απρόβλεπτα γεγονότα, εποχιακές διακυμάνσεις ή αλλαγές στη λειτουργία της εφοδιαστικής αλυσίδας, η πρόβλεψη που βασίζεται σε ιστορικά χωροχρονικά δεδομένα μπορεί να μην αποτυπώνει με ακρίβεια την πραγματικότητα. Ως αποτέλεσμα, το μοντέλο που στηρίζεται σε αυτές τις προβλέψεις, ενδέχεται να προτείνει μη βέλτιστες ή και λανθασμένες κατανομές διαδρομών και πόρων.

Συμπερασματικά, καθώς οι δύο έρευνες έγιναν το ίδιο έτος αλλά και χρησιμοποίησαν την ίδια βάση δεδομένων προκύπτει πως η έρευνα των Li et al. (2021) προσφέρει καλύτερη απόδοση σε πραγματικά σενάρια εμπορευματικών μεταφορών (logistics) και γενικότερα σε πολυπλοκότερα συστήματα. Υπερτερεί έναντι του μοντέλου των Ma et al (2021) σε περιβάλλοντα με επαναλαμβανόμενα χωροχρονικά πρότυπα ζήτησης και υψηλής ποιότητας

ιστορικά δεδομένα, καθώς αξιοποιεί τη δύναμη των νευρωνικών δικτύων για να προβλέπει με ακρίβεια μελλοντικές ανάγκες και να βελτιστοποιεί προληπτικά τη διαχείριση στόλου. Αν η επιχείρηση στοχεύει στην βελτιστοποίηση τους κόστους και των πόρων, θα ήταν προτιμότερο να προτιμήσει αυτή την μέθοδο. Όμως, αν η ακρίβεια των προβλέψεων καθίσταται δύσκολη, η μεθοδολογία Ma et al (2021) μπορεί να είναι πιο αξιόπιστη καθώς η μέθοδος αυτή αντί να προσπαθεί να επιλύσει ολόκληρο το δυναμικό πρόβλημα με μία πολύπλοκη προσέγγιση που βασίζεται σε αβέβαιες προβλέψεις, διαιρεί το πρόβλημα σε επιμέρους στατικά υποπροβλήματα, τα οποία είναι ευκολότερο να λυθούν. Συγκριτικά παρέχει πιο σταθερές και αξιόπιστες λύσεις σε περιβάλλοντα με υψηλή αβεβαιότητα ή απρόβλεπτη ζήτηση και είναι πιο ακριβές σε σενάρια όπου δεν είναι εφικτή η αξιόπιστη πρόβλεψη της ζήτησης.

Το επόμενο έτος, με στόχο την μείωση της απόστασης οδήγησης και την αύξηση της ικανοποίησης των πελατών, οι X. Xu & Wei (2023) πρότειναν ένα διαφορετικό μοντέλο επίλυσης. Οι συγγραφείς ανέπτυξαν ένα μοντέλο πολλαπλών στόχων που εμπλέκει τυχαίες παραγγελίες, επιλογές θέσεων μεταφόρτωσης και περιορισμούς LIFO (Last in First out). Πρότειναν ένα βελτιωμένο ευρετικό αλγόριθμο που συνδυάζει τον αλγόριθμο Clarke_Wright με την προσαρμοστική αναζήτηση μεγάλων γειτονιών (ALNS) και τη χρήση Q-learning (reinforcement learning) για την προσαρμογή των πιθανοτήτων των αλγορίθμων (operator weights). Συμπερασματικά τα πειράματα επιβεβαιώνουν πως αν η μεγαλύτερη απόσταση οδηγεί σε υψηλότερη ικανοποίηση των πελατών, η χρήση της μεταφόρτωσης βελτιώνει την αποδοτικότητα της διανομής.

Οι παραπάνω έρευνες παρέχουν μια εκτενή επισκόπηση των μεθοδολογιών και αλγορίθμων για την επίλυση του DPDP. Η συνεχής πρόοδος στην τεχνολογία και στις μεθοδολογίες βελτιστοποίησης επιτρέπει την ανάπτυξη πιο αποδοτικών και ευέλικτων λύσεων για την αντιμετώπιση των προκλήσεων που προκύπτουν από τις δυναμικές συνθήκες των σύγχρονων συστημάτων μεταφορών. Όλες οι μελέτες της βιβλιογραφικής ανασκόπησης περιλαμβάνονται στην παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1), συμπεριλαμβανομένου βασικά στοιχεία σχετικά με τον τύπο του προβλήματος, τον στόχο/αντικειμενική συνάρτηση, το μαθηματικό μοντέλο, καθώς και τη μέθοδο επίλυσης του προβλήματος.

Πίνακας 1. Βασικά στοιχεία βιβλιογραφίας

Συγγραφείς	Αντικειμενική συνάρτηση	Πρόβλημα	Μαθηματικό μοντέλο	Μέθοδος επίλυσης
(Psaraftis, 1980)	Waiting time minimization	Dial a ride problem	Sequential state-based dynamic formulation	Dynamic programming
(Gendreau & Laporte, 1996)	Vehicle minimization	Vehicle Routing Problem with Time Windows	Integer Programming	Tabu search algorithm

(M. Savelsbergh & Sol, 1996)	Minimize the number of vehicles used and the total distance traveled	General Pickup and Delivery Problem	Integer programming	Branch-and-Price Algorithm with Set Partitioning Formulation
(Horn, 2002)	Minimize passenger waiting time	Dynamic dial a ride	Integer Programming	Tabu search algorithm
(Larsen et al., 2002)	IDistance minimization	Partially Dynamic Travelling Repairment Problem	Simulation based stochastic	Simulation based heuristics (NN, FCFS, PART, SQM)
(H. Xu et al., 2003)	Cost minimization	Practical Pick Up and Delivery Problem	Set partitioning	Column generation with set partitioning formulation
(Bent & Van Hentenryck, 2004)	Optimization of customer arrival times	Partially DVRPTW	Scenario based stochastic	Multiple Scenario Approach
(Mitrović-Minić & Laporte, 2006)	Optimization of routes	Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Transshipment	Heuristic rule based	Insertion heuristic
(Pureza & Laporte, 2008)	Total travel time minimization	Dynamic Pickup and Delivery with Time Windows	Dynamic Programming / Mixed-Integer Formulation	Heuristic Waiting and Buffering Strategies
(Nagata & Kobayashi, 2008)	Improvement of initial solutions using selective crossover	Pickup and Delivery Problem with Time Windows	Heuristic rule based	Memetic algorithm with crossover and local search
(Alpan et al., 2011)	Transshipment cost minimization	Crossdocking truck scheduling problem (CDTSP)	Dynamic programming (DP)	Bounded dynamic programming
(Schilde et al., 2011)	Tardiness minimization	Dynamic stochastic dial-a-ride problem (DSDARP)	Dynamic stochastic model	Stochastic and dynamic metaheuristics
(Erdoğan et al., 2012)	Routing and handling cost minimization	Traveling Salesman with Pickups, deliveries and Handling costs	Mixed integer linear programming (MILP)	Metaheuristics (Tabu Search, Iterated Local Search, Iterated Tabu Search)
(Arslan et al., 2016)	Minimize total travel costs and driver workload imbalance	Dynamic Pickup and Delivery Problem with Crowdsourced Drivers	Integer programming	Rolling Horizon Framework
(Karami et al., 2018.)	Periodic route optimization	Dynamic Pickup and Delivery Problem with Time Windows	Mixed Integer Linear Programming (MILP) model	Buffering strategy with Cheapest Insertion and Local Search
(Fikar et al., 2018)	Minimize total delay of shipments and travel distance	Dynamic Pickup and Delivery Problem with Micro-hubs and Cargo-bikes	Dynamic Routing and Scheduling	Agent based simulation with Best insertion and Local Search

(Beraldi et al., 2021)	Profit maximization	Multi-vehicle Pick Up and Delivery Vehicle Routing Problem with Profits	Mixed integer linear programming (MILP)	MILP based on Preselection and Routing
(Ayu Novia Andini et al., 2019)	Minimize operational costs by reducing vehicle travel distance and time	Dynamic Pickup and Delivery Problem with Transfer	Mixed integer linear programming (MILP)	Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)
(Sabar et al., 2019)	Total travel time minimization	Dynamic Vehicle Routing Problem with Traffic Congestion	Mixed Integer Linear Programming (MILP)	Self-Adaptive Evolutionary Algorithm (SAEA)
(Andersson, 2021)	Travel time minimization	Dynamic pickup and delivery problem	Integer Programming	Large Neighborhood Search (LNS), Heuristic Destroy and Repair (HDR)
(Ma et al., 2021.)	Travel distance and overtime minimization	Dynamic Pickup and Delivery problem with Time Windows (DPDPTW)	Rolling Horizon and Stochastics	Hierarchical Reinforcement Learning
(X. Li et al., 2021)	Transportation cost minimization	Dynamic Pickup and Delivery Problem with Demand Forecasting	Mixed Integer Programming (MIP)	Spatial-Temporal Aided Double, Deep Graph Network (ST-DDGN)
(X. Xu & Wei, 2023)	Minimization of driving distance and maximization of customer satisfaction	Multi-objective dynamic pickup and delivery model with LIFO constraints and transshipments	Mixed Integer Linear Programming (MILP)	Clarke-Wright savings algorithm combined with Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) and Q-learning for operator weight adjustment
(Gkiotsalitis & Nikolopoulou, 2023.)	Vehicle travel cost minimization	Pickup and Delivery Problem with Crossdock for Perishable Goods (PDPCDPG)	Mixed-integer linear programming (MILP)	Branch-and-Cut algorithm
(Bagherinezhad et al., 2024)	Cost minimization	Vehicle routing and charging	Mixed-Integer Linear Programming (MILP)	Rolling Horizon Algorithm
(Wu et al., 2024)	Total distance minimization	Multi-Trip Vehicle Routing with Multiple Time Windows	Mixed-Integer Linear Programming (MILP)	Iterated Local Search Heuristic

2.3 Συμπεράσματα Βιβλιογραφικής Ανασκόπησης

Μια πρόσφατη καινοτομία στη μοντελοποίηση προβλημάτων παραλαβών και παραδόσεων υπό αυστηρούς χρονικούς περιορισμούς παρουσιάζεται στην εργασία των Gkiotsalitis & Nikolopoulou (2024), όπου εισάγεται η διατύπωση του Pickup and Delivery Problem with Crossdock for Perishable Goods (PDPCDPG). Η συνεισφορά της μελέτης έγκειται στην ενσωμάτωση ενός σταθμού διαμετακόμισης (crossdock), το οποίο επιτρέπει την ανταλλαγή φορτίων μεταξύ οχημάτων, μειώνοντας το συνολικό κόστος δρομολόγησης και τους χρόνους διαδρομής. Κεντρική πτυχή της προσέγγισης αποτελεί η διαχείριση ευπαθών αγαθών (perishable goods), μέσω χρονικών περιορισμών παραμονής τους εντός του οχήματος (ride time constraints). Το πρόβλημα διατυπώνεται ως ένα μικτό ακέραιο γραμμικό πρόγραμμα (MILP) και επιλύεται επακριβώς με χρήση του αλγορίθμου branch-and-cut, αξιοποιώντας γραμμικοποιήσεις και έγκυρες ανισότητες που ενισχύουν τη μαθηματική διατύπωση. Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τη δυνατότητα του προτεινόμενου μοντέλου να επιλύει μικρού και μεσαίου μεγέθους προβλήματα σε λογικό υπολογιστικό χρόνο, με πλήρη συμμόρφωση στους επιχειρησιακούς περιορισμούς. Σε αντίθεση με προσεγγίσεις rolling horizon ή προγνωστικών μοντέλων, η εν λόγω εργασία εντάσσεται στην κατηγορία των ακριβών στατικών μεθόδων βελτιστοποίησης, με ιδιαίτερη εφαρμογή σε περιβάλλοντα όπου απαιτείται υψηλή ακρίβεια και η δυναμικότητα είναι περιορισμένη ή ανεπιθύμητη λόγω της φύσης του φορτίου.

Σε γενικές γραμμές, η πρόσφατη βιβλιογραφία τείνει να ενισχύει τη θέση ότι τα δυναμικά προβλήματα μεταφορών απαιτούν προσαρμοστικούς αλγορίθμους με συνεχή επανεκτίμηση της κατάστασης του δικτύου, κάτι που δεν επιτυγχάνεται επαρκώς με τις παραδοσιακές ακριβείς μεθόδους (exact methods) επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης. Για τον λόγο αυτό, η βιβλιογραφία τείνει να αξιοποιεί ευρετικές ή μεταευρετικές προσεγγίσεις σε περιβάλλοντα μεγάλης κλίμακας, εξασφαλίζοντας αποδεκτές λύσεις με σημαντικά χαμηλότερη υπολογιστική απαίτηση, με έμφαση σε προσεγγίσεις τύπου rolling horizon, adaptive large neighborhood search (ALNS) και επαναπρογραμματισμού σε πραγματικό χρόνο (online rescheduling).

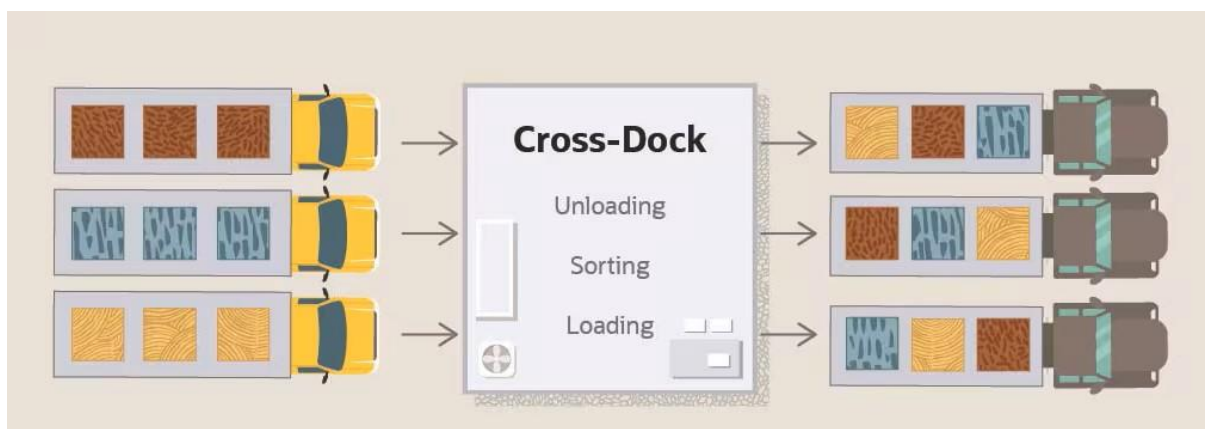
Ωστόσο, η ανασκόπηση ανέδειξε συγκεκριμένα μεθοδολογικά κενά και θεματικούς περιορισμούς. Καταρχάς, οι περισσότερες εργασίες δεν προχωρούν πέρα από στατικά ή ημί-δυναμικά σενάρια, με αποτέλεσμα να μην εκπροσωπείται η πλήρως δυναμική συνθήκη. Πιο συγκεκριμένα, πολλές μελέτες υιοθετούν απλώς μια σταδιακή αποκάλυψη αιτημάτων, χωρίς να ενσωματώνουν πλήρως τις βασικές παραμέτρους που συνθέτουν ένα καθαρά δυναμικό περιβάλλον: αιτήματα που εμφανίζονται απρόβλεπτα σε άγνωστες χρονικές στιγμές, ένα σύστημα που δεν γνωρίζει εκ των προτέρων τον συνολικό αριθμό των αιτημάτων, και έναν αλγόριθμο που καλείται να λάβει αποφάσεις σε πραγματικό χρόνο με περιορισμένο ορίζοντα πληροφόρησης. Η απουσία αυτών των στοιχείων καθιστά πολλές από τις προτεινόμενες μεθοδολογίες μερικώς δυναμικές, γεγονός που περιορίζει τη μεταφερσιμότητά τους σε πραγματικές επιχειρησιακές συνθήκες.

Επιπλέον, οι περισσότερες μελέτες που εξετάστηκαν στην παραπάνω βιβλιογραφική ανασκόπηση χρησιμοποιηθούν διαφορετικά σύνολα δεδομένων (benchmark datasets), κάτι το οποίο δυσχεραίνει τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των διάφορων προσεγγίσεων. Σημαντικός περιορισμός αποτελεί και η επιφανειακή μοντελοποίηση της αβεβαιότητας. Συγκεκριμένα, σε πολλές μελέτες η στοχαστική φύση του προβλήματος, δηλαδή η αβεβαιότητα ως προς τον χρόνο άφιξης των αιτημάτων και τον αριθμό των πελατών, δηλαδή την εξέλιξη της ζήτησης κατά τη διάρκεια της ημέρας, είτε αγνοείται πλήρως είτε προσεγγίζεται με απλοϊκές παραδοχές. Για παράδειγμα, αντί να χρησιμοποιούνται κατανομές πιθανότητας (Poisson ή Exponential) για την πρόβλεψη των χρονικών στιγμών όπου φτάνουν νέα αιτήματα, πολλές εργασίες βασίζονται σε προσχεδιασμένα ή απολύτως γνωστά χρονικά σενάρια, αγνοώντας τις μεταβαλλόμενες κυκλοφοριακές συνθήκες κατά τη διάρκεια της ημέρας, για παράδειγμα τις μειωμένες ταχύτητες σε ώρες αιχμής. Αυτό περιορίζει σημαντικά τη ρεαλιστικότητα των μοντέλων, καθώς σε πραγματικές εφαρμογές η ζήτηση είναι συχνά ασταθής και απρόβλεπτη. Τέλος, η συντριπτική πλειονότητα των μελετών αγνοεί λειτουργικά χαρακτηριστικά όπως ελαστικά χρονικά παράθυρα, πολλαπλούς στόχους κόστους ή δυναμική διαχείριση προτεραιοτήτων, τα οποία μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά την επιχειρησιακή απόδοση ενός πραγματικού συστήματος.

Η βιβλιογραφική ανασκόπηση δείχνει ότι το DPDP είναι περισσότερο πολύπλοκο από το στατικό πρόβλημα, καθώς λαμβάνει υπόψη μεταβαλλόμενες παραμέτρους σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα σε έναν ορίζοντα σχεδιασμού, όμως μέσα από τον συνδυασμό διαφορετικών τεχνικών μπορούν να προκύψουν ακριβείς και αποτελεσματικές λύσεις. Οι στοχαστικές μέθοδοι προσφέρουν ένα βασικό θεωρητικό υπόβαθρο για να αντιμετωπιστεί η αβεβαιότητα, αν και συχνά χρειάζεται να απλοποιήσουμε το πρόβλημα μέσω σεναρίων λόγω της υπολογιστικής του πολυπλοκότητας. Αντίθετα, οι ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις αποτελούν πιο άμεσα και πρακτικά εργαλεία, με εφαρμογή σε πραγματικό χρόνο και μεγάλης-κλίμακας προβλήματα, προσφέροντας σημαντικές μειώσεις στο υπολογιστικό κόστος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι προσεγγίσεις/μέθοδοι κυλιόμενου ορίζοντα, οι οποίες επιτρέπουν την συνεχή προσαρμογή του σχεδιασμού, κάτι που φαίνεται να είναι καθοριστικό για την επιτυχία σε πολλές δυναμικές εφαρμογές, όπως στις ταχυμεταφορές, τις πλατφόρμες ride-hailing (uber, κ.α) ή τη διανομή τροφίμων (Bertsimas et al., 2018). Σε αρκετές περιπτώσεις, η εφαρμογή τέτοιων μοντέλων συνοδεύτηκε από αισθητή μείωση λειτουργικού κόστους και βελτίωση του χρόνου εξυπηρέτησης. Ειδικά όταν συνδυάζονται με τεχνικές όπως το cross-docking, τα οφέλη μπορούν να ενισχυθούν ακόμη περισσότερο, αρκεί να ξεπεραστούν προκλήσεις όπως ο συγχρονισμός των οχημάτων στην εγκατάσταση και η ανάγκη για λειτουργία τύπου LIFO (Last In, First Out).

Η ενσωμάτωση του διαμετακομιστικού κέντρου αποτελεί ένα πεδίο που έχει ορισμένες σημαντικές μελέτες, όπως των (X. Xu & Wei, 2023) και (Gkiotsalitis & Nikolopoulou, n.d.), παραμένει όμως στα αρχικά στάδια της διεθνής βιβλιογραφίας με περιορισμένο αριθμό συνδυαστικών μελετών. Ένα από τα βασικά προβλήματα έχει να κάνει με τον συγχρονισμό άφιξης των οχημάτων στο διαμετακομιστικό κέντρο προκειμένου να εξασφαλιστεί ότι τα

οχήματα θα φτάσουν στον κατάλληλο χρόνο για να μεταφορτώσουν τα εμπορεύματα χωρίς σημαντικές καθυστερήσεις. Ο περιορισμός τύπου LIFO, που συχνά υιοθετείται λόγω του περιορισμένου χώρου και της ταχείας ροής σε μία εγκατάσταση μεταφόρτωσης, δυσκολεύει ακόμα περισσότερο την ευελιξία του συστήματος. Σε περιπτώσεις όπου πρέπει να δοθεί προτεραιότητα σε φορτία που έχουν εισέλθει νωρίτερα, η LIFO προσέγγιση μπορεί να οδηγήσει σε άσκοπες αναμονές ή σε ανασχεδιασμό των διαδρομών. Για το λόγο αυτό, μία εγκατάσταση μεταφόρτωσης, όπως το διαμετακομιστικό κέντρο (crossdock), λειτουργεί με μεγαλύτερη απόδοση, μειώνοντας τους χρόνους παραμονής των οχημάτων εντός της εγκατάστασης. Η παρακάτω εικόνα (Εικόνα 2) δείχνει μία τυπική εγκατάσταση ενός διαμετακομιστικού κέντρου, τις βασικές διεργασίες που υλοποιούνται μέσα σε αυτό (εκφόρτωση, ταξινόμηση, επαναφόρτωση), και την έξοδο των οχημάτων μετά την ανακατανομή των εμπορευμάτων βάσει των αιτημάτων παραλαβής-παράδοσης. Αυτές οι πρακτικές δυσκολίες δείχνουν ότι υπάρχει ακόμα μεγάλο περιθώριο για μελέτη και βελτιστοποίηση τέτοιων συστημάτων, ειδικά σε δυναμικά περιβάλλοντα.



Εικόνα 3. Τυπική απεικόνιση εγκατάσταση διαμετακομιστικού κέντρου (crossdock)
(What Is Cross-Docking? Definition, Types & Advantages | NetSuite, 2025.)

Το πρόβλημα αυτό εντείνεται ακόμη περισσότερο από τις απρόβλεπτες κυκλοφοριακές συνθήκες σε πραγματικό χρόνο, καθώς οι ταχύτητες των οχημάτων μεταβάλλονται σημαντικά εντός της ημέρας λόγω ωρών αιχμής ή τοπικών συμφορήσεων. Έτσι, η αβεβαιότητα του χρόνου άφιξης δεν οφείλεται μόνο στη δυναμική φύση των αιτημάτων, αλλά και στη μεταβλητότητα των χρόνων ταξιδιού, γεγονός που απαιτεί τη μοντελοποίηση τους μέσω των διαφορετικών ταχυτήτων σε διάφορες περιόδους μιάς ημέρας.

Για αυτό το λόγο δημιουργούμε το δυναμικό μοντέλο παραλαβής και παράδοσης με χρήση ενός διαμετακομιστικού κέντρου (Dynamic Pickup and Delivery Problem with Crossdock, DPDPD) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο κυλιόμενου ορίζοντα βάσει γεγονότων προκειμένου

να ανανεώνουμε της ταχύτητες των οχημάτων, και επομένως τους χρόνους μετακίνησης, σε κάθε ορίζοντα (βήμα βελτιστοποίησης), ενός ορίζοντα σχεδιασμού της υπηρεσίας παραλαβής-παράδοσης των εμπορευμάτων.

3. Μαθηματικό Μοντέλο - Μεθοδολογική προσέγγιση

Το μοντέλο που αναπτύχθηκε σε αυτή τη μελέτη βασίζεται στην εκτεταμένη διατύπωση του προβλήματος παραλαβής και παράδοσης με crossdock για ευπαθή προϊόντα (PDPCDPG) που εισήγαγαν οι Gkiotsalitis & Nikolopoulou, (2023), το οποίο ενσωμάτωσε βασικούς λειτουργικούς περιορισμούς όπως συγχρονισμός οχημάτων, χρονικά παράθυρα, όρια χωρητικότητας και λειτουργίες crossdock. Επεκτείνοντας αυτό το θεμελιώδες πλαίσιο, εισάγουμε μια δυναμική, βασισμένη σε γεγονότα επέκταση, σχεδιασμένη για να αντιμετωπίσει τις προκλήσεις της αστικής εφοδιαστικής σε πραγματικό χρόνο, ιδιαίτερα για τα ευπαθή προϊόντα. Η προκύπτουσα διατύπωση, που αναφέρεται ως Dynamic PDPCDPG (δυναμικό πρόβλημα παραλαβής και παράδοσης με μεταφόρτωση για ευπαθή προϊόντα), ενσωματώνει μια προσέγγιση κυλιόμενου ορίζοντα βασισμένη σε γεγονότα, η οποία προσαρμόζει δυναμικά τις αποφάσεις δρομολόγησης στις μεταβαλλόμενες συνθήκες κυκλοφορίας.

Σε αυτό το δυναμικό πλαίσιο, οι χρόνοι ταξιδιού και τα σχετικά κόστη δεν είναι στατικά, αλλά μεταβάλλονται δυναμικά ανάλογα με την ώρα της ημέρας, καταγράφοντας την κυκλοφοριακή συμφόρηση στις ώρες αιχμής σε σύγκριση με τις ώρες εκτός αιχμής. Αυτές οι δυναμικές παράμετροι, οι οποίες διαφοροποιούνται για κάθε τόξο, συμβολίζονται ως $t_{ij}^{k,h}$ και $c_{ij}^{k,h}$, και υπολογίζονται εκ νέου σε κάθε επαναληπτικό βήμα βελτιστοποίησης h , που ενεργοποιείται από συγκεκριμένα γεγονότα, όπως η άφιξη ενός οχήματος σε έναν κόμβο. Επιπλέον, αντί ένα όχημα να ξεκινάει εκ νέου από το αμαξοστάσιο σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης, συνεχίζει από την πιο πρόσφατη θέση του, διατηρώντας τη συνέχεια των λειτουργιών του σε όλο το ορίζοντα σχεδιασμού. Έτσι, οι κόμβοι που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί σε προηγούμενα βήματα εξαιρούνται από τις επόμενες επαναλήψεις, εξασφαλίζοντας αποδοτικότητα και αποτρέποντας τις περιττές επισκέψεις σε κόμβους που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί από κάποιο άλλο όχημα.

Τα δομικά στοιχεία του μοντέλου, συμπεριλαμβανομένων των συνόλων οχημάτων, των κόμβων παραλαβής και παράδοσης, των εφικτών τόξων, των αμαξοστασίων (depots) και των διαμετακομιστικών κέντρων (crossdocks), παραμένουν συνεπή με την αρχική διατύπωση του PDPCDPG. Για την μοντελοποίηση της χρονικής εξέλιξης του δυναμικού συστήματος, εισάγεται ένα επιπλέον σύνολο $H = \{0, 1, 2, \dots, h\}$, το οποίο αντιπροσωπεύει την ακολουθία των βημάτων βελτιστοποίησης κυλιόμενου ορίζοντα. Η βασική αντικειμενική συνάρτηση και οι μεταβλητές απόφασης διατηρούνται, με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους δρομολόγησης, ικανοποιώντας παράλληλα όλους τους περιορισμούς παραλαβής/παράδοσης και τις απαιτήσεις εξυπηρέτησης.

Η κύρια καινοτομία του μοντέλου έγκειται στην ενσωμάτωση των χρονικών δυναμικών χαρακτηριστικών της κυκλοφορίας και στην επαναληπτική, βασισμένη σε γεγονότα στρατηγική επίλυσή του. Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου παρουσιάζεται η λεπτομερής διατύπωση του προτεινόμενου δυναμικού μοντέλου, συμπεριλαμβανομένου του ορισμού όλων των σχετικών συνόλων, παραμέτρων, μεταβλητών απόφασης, περιορισμών και της

αντικειμενικής συνάρτησης, μαζί με τους δυναμικούς μηχανισμούς που διέπουν τη διαδικασία κυλιόμενου ορίζοντα βασισμένη σε γεγονότα.

3.1 Διατύπωση προβλήματος

Με βάση το δυναμικό πλαίσιο που περιγράφεται παραπάνω, το Δυναμικό PDPCDPG μοντέλο ορίζεται τυπικά σε έναν κατευθυνόμενο γράφημα $G = (V, A)$, όπου το σύνολο κορυφών/κόμβων V χωρίζεται σε τρία διακριτά υποσύνολα: $O \cup P \cup D$.

Το σύνολο O περιλαμβάνει τέσσερα λογικά αντίγραφα του χώρου του αμαξοστασίου (depot) ή διαμετακομιστικού κέντρου (crossdock), που συμβολίζονται ως $\langle o_1, o_2, o_3, o_4 \rangle$, το καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει ένα συγκεκριμένο στάδιο της διαδρομής ενός οχήματος. Συγκεκριμένα, το o_1 σηματοδοτεί την αρχική αναχώρηση από το αμαξοστάσιο για τις εργασίες παραλαβής, το o_2 αντιστοιχεί στην επιστροφή του οχήματος στο crossdock (που βρίσκεται στην ίδια τοποθεσία με το αμαξοστάσιο), το o_3 σηματοδοτεί την αναχώρηση του οχήματος από το crossdock για την παράδοση των εμπορευμάτων και το o_4 υποδηλώνει την τελική επιστροφή του μετά την ολοκλήρωση όλων των παραδόσεων. Αν και αυτοί οι κόμβοι είναι λογικά διακριτοί, μοιράζονται την ίδια γεωγραφική θέση, ενισχύοντας τον διπλό ρόλο της εγκατάστασης ως αμαξοστάσιο (depot) και διαμετακομιστικό κέντρο (crossdock).

Το σύνολο $P = \langle 1, \dots, n \rangle$ περιέχει όλους τους κόμβους παραλαβής, ενώ το σύνολο $D = \langle n + 1, \dots, 2n \rangle$ περιλαμβάνει τους αντίστοιχους κόμβους παράδοσης. Κάθε ζεύγος παραλαβής και παράδοσης αντιπροσωπεύει ένα μοναδικό αίτημα μεταφοράς αγαθών για ένα συγκεκριμένο ζεύγος προέλευσης-προορισμού. Σε περιπτώσεις όπου διαφορετικά αιτήματα παράδοσης μοιράζονται την ίδια θέση παραλαβής ή παράδοσης, αλλά έχουν διαφορετικούς προορισμούς ή προέλευση, εισάγονται αντίγραφα κόμβων για να εξασφαλιστεί η αντιστοιχία ένα-προς-ένα (one-to-one) μεταξύ των κόμβων παραλαβής και παράδοσης. Έτσι, το μοντέλο υποστηρίζει n διαφορετικά αιτήματα, με κάθε αίτημα να ορίζεται από το ζεύγος $(i, n + 1)$, όπου $i \in P$ και $n + 1 \in D$.

Το σύνολο των εφικτών τόξων A του κατευθυνόμενου γράφου ορίζεται έτσι ώστε να αντικατοπτρίζει τους λειτουργικούς περιορισμούς της διακίνησης στο διαμετακομιστικό κέντρο (crossdock): $A = \{ \{ (o_1, j) : j \in P \} \cup \{ (i, j) : i \in P, j \in P, i \neq j \} \cup \{ (i, o_2) : i \in P \} \cup \{ (o_3, j) : j \in D \} \cup \{ (i, j) : i \in D, j \in D, i \neq j \} \cup \{ (i, o_4) : i \in D \} \}$. Σημειώνεται ότι δεν επιτρέπονται οι απευθείας συνδέσεις από τους κόμβους παραλαβής στους κόμβους παράδοσης. Αντίθετα, όλα τα οχήματα με τα αιτήματα πρέπει να περνούν από το διαμετακομιστικό κέντρο μέσω των κόμβων o_2 και o_3 . Αυτός ο δομικός περιορισμός διαφοροποιεί το πλαίσιο του PDPCD (Pickup and Delivery Problem with Crossdock) από τα προβλήματα παραλαβής και παράδοσης με πολλαπλές μεταφορτώσεις PDPT (Pickup and Delivery Problem with Transfers).

Σε λειτουργικό επίπεδο, κάθε διαδρομή οχήματος ξεκινά από το o_1 , προχωρά στην εξυπηρέτηση ενός υποσυνόλου κορυφών παραλαβής στο P , επιστρέφει στο crossdock στο o_2 για να εκφορτώσει τα συλλεχθέντα εμπορεύματα, επαναφορτώνει τις ανατεθείσες παραδόσεις στο o_3 , εξυπηρετεί τους κόμβους παράδοσης στο D και, τέλος, ολοκληρώνει τη διαδρομή στο o_4 . Κάθε κορυφή $i \in V$ συνδέεται με μια μη αρνητική ποσότητα q_i , που αντιπροσωπεύει τη ζήτηση της αντίστοιχης παραλαβής ή παράδοσης. Για όλους τους κόμβους παραλαβής $i \in P$, $q_i \geq 0$, και για τους κόμβους παράδοσης $i \in D$, η σχετική ζήτηση ορίζεται ως $q_i = q_{i-n}$. Επίσης, τα οχήματα ξεκινούν και τελειώνουν τα ταξίδια τους άδεια, δηλαδή ισχύει ότι $q_{o_1} = q_{o_4} = 0$.

Οι εργασίες διαχείρισης στο διαμετακομιστικό κέντρο συνεπάγονται χρόνους εξυπηρέτησης που είναι τόσο σταθεροί όσο και ανάλογοι με τον αριθμό των μεταφερόμενων εμπορευμάτων/αγαθών. Έστω ότι $\beta \in R_+$ είναι ο χρόνος χειρισμού ενός εμπορεύματος και $\alpha \in R_+$ είναι μια επιπλέον σταθερή διάρκεια για τις δραστηριότητες εκφόρτωσης και επαναφόρτωσης στο διαμετακομιστικό κέντρο. Επομένως, ο συνολικός χρόνος χειρισμού στο διαμετακομιστικό κέντρο περιλαμβάνει τόσο τη διαχείριση κάθε προϊόντος ξεχωριστά όσο και τις συστημικές καθυστερήσεις επαναφόρτωσης.

Έστω επίσης ότι K είναι το σύνολο των διαθέσιμων οχημάτων. Κάθε όχημα $k \in K$ χαρακτηρίζεται από χωρητικότητα $Q_k \in R_+$ και μέγιστη επιτρεπόμενη διάρκεια διαδρομής (για παραλαβή ή παράδοση) $T_k \in R_+$. Το κόστος και ο χρόνος μετακίνησης για τη διαδρομή ενός τόξου (i, j) $i \in A$ χωρίς ενδιάμεσες στάσεις δίνονται ως $c_{ij} \in R_+$ και $t_{ij} \in R_+$, αντίστοιχα, και ικανοποιούν την τριγωνική ανισότητα λόγω της μη-αρνητικότητας των κοστών και των διαρκειών. Επιπλέον, για να ληφθεί υπόψη η ευπαθής φύση των αγαθών, επιβάλλεται μέγιστος χρόνος μεταφοράς $L \in R_+$ για κάθε μεταφερόμενο αγαθό. Προσδιορίζονται επίσης χρονικά παράθυρα $[e_i, l_i]$ για κάθε κόμβο εξυπηρέτησης i , τα οποία υποδεικνύουν το επιτρεπόμενο διάστημα εντός του οποίου πρέπει να πραγματοποιηθεί η εξυπηρέτηση (παραλαβή ή παράδοση).

Επιπλέον, εισάγονται διάφορες μεταβλητές απόφασης ώστε να αποτυπωθεί η δυναμική του συστήματος. Η μεταβλητή $u_i^k \in R_+$ αντιπροσωπεύει τον χρόνο που το όχημα k αρχίζει την εξυπηρέτηση στον κόμβο $i \in P \cup D$, ενώ $r_i \in R_+$ δηλώνει τον χρόνο μεταφοράς του εμπορεύματος i που αντιστοιχεί στο αίτημα $(i, n + 1)$. Η δυαδική μεταβλητή $x_{ij}^k = 1$, εάν το όχημα k εξυπηρετεί τον κόμβο j αμέσως μετά τον i , διαφορετικά λαμβάνει τη τιμή 0. Οι πρόσθετες δυαδικές μεταβλητές η_i^k και θ_i^k ισούνται με 1 εάν το όχημα k εκφορτώνει ή επαναφορτώνει το αίτημα $i \in P$ στο crossdock, αντίστοιχα. Οι δυαδικές μεταβλητές η_k και $\tilde{\theta}_k$ καταγράφουν εάν το όχημα k εκτελεί οποιαδήποτε εργασία εκφόρτωσης ή επαναφόρτωσης στο crossdock κατά τη διάρκεια της διαδρομής του. Επιπλέον, το μοντέλο περιλαμβάνει συνεχείς μη αρνητικές μεταβλητές, τ_k , w_k και z_i , για την παρακολούθηση των χρονικών χαρακτηριστικών των λειτουργιών στο διαμετακομιστικό κέντρο.

Στη δυναμική επέκταση της προτεινόμενης διατύπωσης του μοντέλου για χρήση με μια προσέγγιση κυλιόμενου ορίζοντα βάσει γεγονότων, εισάγονται δύο επιπλέον παράμετροι για να αντιμετωπιστεί η ανάγκη για συνέχεια της δρομολόγησης και ενημερώσεις σε πραγματικό χρόνο. Η πρώτη είναι ένας δείκτης θέσης οχήματος, ο οποίος παρακολουθεί τον τελευταίο κόμβο που επισκέφθηκε κάθε όχημα σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης. Η δεύτερη είναι μια δυαδική παράμετρος που υποδεικνύει εάν ένας κόμβος έχει επισκεφθεί σε ένα δεδομένο βήμα. Αυτές οι προσθήκες είναι κρίσιμες για να διασφαλίζεται ότι τα οχήματα δεν ξεκινούν εκ νέου τις διαδρομές τους από το αμαξοστάσιο σε κάθε επανάληψη, αλλά αντίθετα συνεχίζουν από την τελευταία γνωστή θέση τους, διατηρώντας τη λειτουργική συνέπεια σε όλα τα βήματα του κυλιόμενου ορίζοντα.

Ας υποδηλώσουμε με $c_{ij}^{k,h}$ και $t_{ij}^{k,h}$ το δυναμικά ενημερωμένο κόστος ταξιδιού και τον χρόνο ταξιδιού, αντίστοιχα, μεταξύ των κόμβων i και j για το όχημα k στο βήμα βελτιστοποίησης h . Έστω ότι v_k^h είναι μια δυαδική παράμετρος που υποδεικνύει τη θέση του οχήματος k στο βήμα h :

$$v_k^h = \begin{cases} 1, & \text{εάν το όχημα } k \text{ βρίσκεται σε συγκεκριμένο κόμβο στο βήμα } h \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad \forall k \in K$$

Αρχικά, όλα τα οχήματα ξεκινούν από το αμαξοστάσιο, επομένως $v_k^0 = 0, \forall k \in K$. Πριν από την επίλυση κάθε βήματος βελτιστοποίησης $h + 1$, η τιμή του v_k^{h+1} ενημερώνεται ώστε να αντιπροσωπεύει τον τελευταίο κόμβο που επισκέφθηκε το όχημα k στο βήμα h . Αυτό εξασφαλίζει ότι το ιστορικό δρομολόγησης του οχήματος διατηρείται μεταξύ των βημάτων.

Για την παρακολούθηση της κάλυψης των κόμβων, εισάγεται μια δεύτερη δυαδική παράμετρος ρ_i^h :

$$\rho_i^h = \begin{cases} 1, & \text{εάν ο κόμβος } i \text{ έχει επισκεφθεί στο βήμα βελτιστοποίησης } h \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}, \quad \forall i \in V$$

Αυτές οι παράμετροι ενισχύουν την προσαρμοστικότητα του μοντέλου, επιτρέποντας δυναμικές αποφάσεις δρομολόγησης που λαμβάνουν υπόψη τις διακυμάνσεις της κυκλοφορίας, τα ευπαθή στο χρόνο εμπορεύματα και την κατάσταση σε πραγματικό χρόνο των οχημάτων και των εξυπηρετούμενων τοποθεσιών. Ο Πίνακας 1 παρουσιάζει όλα τα σύνολα, τις παραμέτρους και τις μεταβλητές της διατύπωσης του δυναμικού μοντέλου.

Τα παραπάνω στοιχεία από κοινού καθορίζουν τη λειτουργική και χρονική δομή του Δυναμικού μοντέλου PDPCDPG. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε την πλήρη μαθηματική διατύπωση, συμπεριλαμβανομένης της αντικειμενικής συνάρτησης και όλων των περιορισμών που διέπουν τη δρομολόγηση των οχημάτων, τις μεταφορές φορτίου, το χρονοδιάγραμμα των

υπηρεσιών και τη βιωσιμότητα των παραδόσεων στο πλαίσιο του κυλιόμενου ορίζοντα βάσει γεγονότων.

Πίνακας 2. Ονοματολογία

Σύνολα	
$P = \langle 1, \dots, n \rangle$	το σύνολο των κόμβων παραλαβής
$D = \langle n + 1, \dots, 2n \rangle$	το σύνολο των κόμβων παράδοσης
$O = \langle o_1, o_2, o_3, o_4 \rangle$	τέσσερα αντίγραφα του κόμβου του αμαξοστασίου/ κέντρου διαμετακόμισης
V	σύνολο όλων των κόμβων
A	το σύνολο των εφικτών τόξων
K	το σύνολο του στόλου των οχημάτων
$H = \{0, 1, 2, \dots, h\}$	το σύνολο των βημάτων βελτιστοποίησης του κυλιόμενου ορίζοντα
Παράμετροι	
q_i	ζήτηση παραλαβής ή παράδοσης της κορυφής/κόμβου i
β	σταθερή χρονική απαίτηση για τη διαχείριση ενός μεμονωμένου εμπορεύματος
a	σταθερός χρόνος εκφόρτωσης και επαναφόρτωσης στο διαμετακομιστικό κέντρο
Q_k	χωρητικότητα του οχήματος k
T_k	μέγιστη επιτρεπόμενη διάρκεια διαδρομής του οχήματος k
L	μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος μεταφοράς οποιουδήποτε εμπορεύματος
$[e_i, l_i]$	χρονικό παράθυρο με ελάχιστο και μέγιστο χρόνο εξυπηρέτησης, εντός του οποίου πρέπει να εξυπηρετηθεί ο κόμβος i
$c_{ij}^{k,h}$	κόστος διέλευσης ενός εφικτού τόξου $(i, j) \in A$ χωρίς ενδιάμεσες στάσεις, που ενημερώνεται δυναμικά για το όχημα k σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης h
$t_{ij}^{k,h}$	χρόνος διαδρομής για τη διέλευση ενός εφικτού τόξου $(i, j) \in A$ χωρίς ενδιάμεσες στάσεις, που ενημερώνεται δυναμικά για το όχημα k σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης h
v_k^h	η θέση του οχήματος k στο βήμα h , που αντιπροσωπεύει τον τελευταίο κόμβο που επισκέφθηκε
ρ_i^h	δείκτης για την παρακολούθηση των κόμβων i που έχουν εξυπηρετηθεί στο βήμα h
Μεταβλητές	
x_{ij}^k	δυαδική μεταβλητή που δηλώνει αν το τόξο $(i, j) \in A$ διασχίζεται από το όχημα k
u_i^k	ο χρόνος κατά τον οποίο το όχημα k ξεκινά να εξυπηρετεί τον κόμβο $i \in V$
η_i^k	δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το όχημα k εκφορτώνει το αίτημα $i \in P$ στο διαμετακομιστικό κέντρο
θ_i^k	δυαδική μεταβλητή ίση με 1 αν το όχημα k επαναφορτώνει το αίτημα $i \in P$ από το διαμετακομιστικό κέντρο
$\tilde{\eta}_k$	δυαδική μεταβλητή που υποδεικνύει αν το όχημα k πραγματοποιεί εκφόρτωση στο διαμετακομιστικό κέντρο
$\tilde{\theta}_k$	δυαδική μεταβλητή που υποδεικνύει αν το όχημα k πραγματοποιεί επαναφόρτωση στο διαμετακομιστικό κέντρο

r_i	ο χρόνος μεταφοράς του εμπορεύματος i που αντιστοιχεί στο αίτημα $(i, n + i)$, όπου $i \in P$
τ_k	ο χρόνος κατά τον οποίο το όχημα k ολοκληρώνει την εκφόρτωση στο διαμετακομιστικό κέντρο
w_k	ο χρόνος κατά τον οποίο το όχημα k ξεκινά την επαναφόρτωση στο διαμετακομιστικό κέντρο
z_i	ο χρόνος κατά τον οποίο το αίτημα $i \in P$ εκφορτώνεται στο διαμετακομιστικό κέντρο

Η συμπαγής διατύπωση τριών δεικτών του δυναμικού μοντέλου PDPCDPG παρουσιάζεται παρακάτω. Χρησιμοποιείται επίσης μια επαρκώς μεγάλη θετική σταθερά $M \rightarrow +\infty$ όπου είναι απαραίτητο για να διευκολυνθεί η μοντελοποίηση λογικών περιορισμών.

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^{k,h} x_{ij}^k \quad (1)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j: (i,j) \in A} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in P \cup D \quad (2)$$

$$\sum_{i \in P} \sum_{j: (i,j) \in A} q_i x_{ij}^k \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{j: (i,j) \in A} q_i x_{ij}^k \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j: (o_1,j) \in A} x_{o_1j}^k = \sum_{j: (o_3,j) \in A} x_{o_3j}^k \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j: (j,o_2) \in A} x_{j,o_2}^k = \sum_{j: (j,o_4) \in A} x_{j,o_4}^k \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i: (i,g) \in A} x_{ig}^k - \sum_{j: (g,j) \in A} x_{gj}^k = 0 \quad \forall g \in P \cup D, k \in K \quad (7)$$

$$u_j^k \geq u_i^k + t_{ij}^{k,h} - M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall (i,j) \in A, k \in K, h \in H \quad (8)$$

$$e_i \leq u_i^k \leq l_i \quad \forall i \in V, k \in K \quad (9)$$

$$\eta_i^k - \theta_i^k = \sum_{j \in P \cup \{o_2\}: j \neq i} x_{ij}^k - \sum_{j \in D \cup \{o_4\}: j \neq i+n} x_{i+n,j}^k \quad \forall i \in P, k \in K \quad (10)$$

$$\eta_i^k + \theta_i^k \leq 1 \quad \forall i \in P, k \in K \quad (11)$$

$$\frac{1}{M} \sum_{i \in P} \eta_i^k \leq \tilde{\eta}_k \leq \sum_{i \in P} \eta_i^k \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\frac{1}{M} \sum_{i \in P} \theta_i^k \leq \tilde{\theta}_k \leq \sum_{i \in P} \theta_i^k \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$\tau_k = u_{o_2}^k + a\tilde{\eta}_k + \beta \sum_{i \in P} q_i \eta_i^k \quad \forall k \in K \quad (14)$$

$$w_k \geq \tau_k \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$u_{o_3}^k = w_k + a\tilde{\theta}_k + \beta \sum_{i \in P} q_i \theta_i^k \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$w_k \geq z_i - M(1 - \theta_i^k) \quad \forall i \in P, k \in K \quad (17)$$

$$z_i \geq \tau_k - M(1 - \eta_i^k) \quad \forall i \in P, k \in K \quad (18)$$

$$u_{o_2}^k - u_{o_1}^k \leq T_k \quad \forall k \in K \quad (19)$$

$$u_{o_4}^k - u_{o_3}^k \leq T_k \quad \forall k \in K \quad (20)$$

$$r_i = \sum_{k \in K} \sum_{j: (j, n+i) \in A} x_{j, n+i}^k u_{n+i}^k - \sum_{k \in K} \sum_{j: (j, i) \in A} x_{j, i}^k u_i^k \quad \forall i \in P \quad (21)$$

$$r_i \leq L \quad \forall i \in P \quad (22)$$

Η επέκταση του μοντέλου εισάγει πρόσθετους περιορισμούς για την αντιμετώπιση της δυναμικής συμπεριφοράς των οχημάτων στο PDPCDPG, εστιάζοντας ιδιαίτερα στη λογική διατήρησης της ροής. Αυτοί οι περιορισμοί διασφαλίζουν ότι τα οχήματα μεταβαίνουν ορθά μεταξύ βασικών κόμβων, όπως κόμβοι παραλαβής/παράδοσης και κόμβοι αμαξοστασίου ή κέντρου διαμετακόμισης, και διατηρούν μια εφικτή και συνεκτική δομή διαδρομών καθ' όλη τη διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού των βημάτων βελτιστοποίησης.

Για την επιβολή συνεπούς και λογικής δρομολόγησης οχημάτων, εισάγεται ένα σύνολο περιορισμών διατήρησης ροής. Οι περιορισμοί αυτοί εξασφαλίζουν ότι τα οχήματα συνεχίζουν από τον τελευταίο κόμβο που επισκέφτηκαν στον επόμενο έγκυρο κόμβο, βάσει της τρέχουσας κατάστασης της διαδρομής και της λογικής του μοντέλου σχετικά με επισκεφθέντες και μη επισκεφθέντες κόμβους:

$$\sum_{\substack{j \in V \\ (v_k, j) \in A \mid \rho_j=0}} x_{v_k j}^k = 1, \forall k \in K \text{ where } v_k \notin \{2n+1, 2n+2, 2n+3\} \quad (23)$$

$$x_{2n+1, 2n+2}^k = 1, \forall k \in K \quad (24)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ (v_k, j) \in A \mid \rho_j=0}} x_{v_k j}^k = 1, \forall k \in K \text{ where } v_k = 2n+2 \quad (25)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ (v_k, j) \in A \mid \rho_j=0}} x_{2n+3, j}^k = 0, \forall k \in K \quad (26)$$

$$x_{ij}^{k, h} = 1, \quad \forall (i, j, k) \in \mathcal{F}^{h-1} \quad (27)$$

Όπου $\mathcal{F}^{h-1} \subseteq A \times K$: το σύνολο των τόξων (i, j, k) που επιλέχθηκαν σε οποιαδήποτε προηγούμενη επανάληψη $< h$ (δηλαδή, $x_{ij}^{k, h'} = 1$ για κάποιο $h' < h$). $\mathcal{F}$ είναι η εφικτή περιοχή του προβλήματος μας.

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού λειτουργικού κόστους που προκύπτει από τον στόλο των οχημάτων. Οι περιορισμοί (2) διασφαλίζουν ότι κάθε κόμβος που σχετίζεται με ένα αίτημα, είτε πρόκειται για παραλαβή είτε για παράδοση, επισκέπτεται ακριβώς μία φορά. Οι περιορισμοί (3) και (4) ενσωματώνονται ώστε να αποτρέπονται παραβιάσεις των ορίων χωρητικότητας των οχημάτων κατά τις φάσεις παραλαβής και παράδοσης. Για να διατηρείται συνεκτική δομή διαδρομών, οι περιορισμοί (5) απαιτούν οι διαδρομές παραλαβής όλων των οχημάτων να ξεκινούν από τον κόμβο o_1 , ενώ οι διαδρομές παράδοσης να ξεκινούν από τον κόμβο o_3 . Αντίστοιχα, οι περιορισμοί (6) εξασφαλίζουν ότι οι διαδρομές παραλαβής καταλήγουν στον κόμβο o_2 (το σημείο εισόδου στο διαμετακομιστικό κέντρο) και οι διαδρομές παράδοσης τερματίζουν στον κόμβο o_4 (την τελική στάση στο αμαξοστάσιο). Η διατήρηση της ροής επιβάλλεται μέσω των περιορισμών (7), οι οποίοι ορίζουν ότι κάθε όχημα που φθάνει σε έναν κόμβο παραλαβής ή παράδοσης πρέπει επίσης να αναχωρεί από αυτόν. Η χρονική συνέπεια διασφαλίζεται με τους περιορισμούς (8), οι οποίοι επιβάλλουν τη σωστή ακολουθία εξυπηρέτησης: εάν το όχημα k ταξιδεύει απευθείας από τον κόμβο i στον κόμβο j , τότε ο χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης στον κόμβο j δεν μπορεί να είναι νωρίτερα από τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης στον κόμβο i συν τον αντίστοιχο χρόνο μετακίνησης. Οι περιορισμοί (9) εγγυώνται ότι κάθε εξυπηρέτηση στον κόμβο $i \in V$ πραγματοποιείται εντός του προκαθορισμένου χρονικού παραθύρου $[e_i, l_i]$. Οι περιορισμοί (10) καθορίζουν αν ένα αίτημα παραλαμβάνεται ή παραδίδεται από το όχημα k , βάσει της χρήσης τόξων. Συγκεκριμένα, όταν:

$$\sum_{j \in P \cup \{o_2\}: j \neq i} x_{ij}^k = 1$$

τότε το όχημα k παραλαμβάνει το αίτημα i . Αντίστοιχα, όταν:

$$\sum_{j \in D \cup \{o_a\}: j \neq i+n} x_{i+n,j}^k = 1$$

τότε το όχημα k παραδίδει το αίτημα i . Οι συνθήκες αυτές οδηγούν σε τέσσερις πιθανές περιπτώσεις:

1. αν το αίτημα i παραλαμβάνεται αλλά δεν παραδίδεται από το όχημα k , τότε $\eta_i^k - \theta_i^k = 1$, και αφού $\eta_i^k + \theta_i^k \leq 1$, προκύπτει ότι $\eta_i^k = 1$ και $\theta_i^k = 0$.
2. αν το αίτημα i δεν παραλαμβάνεται αλλά παραδίδεται από το όχημα k , τότε $\eta_i^k - \theta_i^k = -1$, και αφού $\eta_i^k + \theta_i^k \leq 1$, προκύπτει ότι $\eta_i^k = 0$ και $\theta_i^k = 1$.
3. αν το αίτημα i δεν παραλαμβάνεται ούτε παραδίδεται από το όχημα k , τότε $\eta_i^k - \theta_i^k = 0$, και αφού $\eta_i^k + \theta_i^k \leq 1$, προκύπτει ότι $\eta_i^k = 0$ και $\theta_i^k = 0$.
4. αν το αίτημα i παραλαμβάνεται και παραδίδεται από το όχημα k , τότε $\eta_i^k - \theta_i^k = 0$, και αφού $\eta_i^k + \theta_i^k \leq 1$, και πάλι έχουμε ότι $\eta_i^k = 0$ και $\theta_i^k = 0$, γεγονός που υποδηλώνει απευθείας παράδοση χωρίς μεταφόρτωση στο διαμετακομιστικό κέντρο.

Οι περιορισμοί (11) ενισχύουν περαιτέρω αυτές τις λογικές συνθήκες, περιορίζοντας το άθροισμα των η_i^k και θ_i^k σε ένα το πολύ. Οι περιορισμοί (12) και (13) είναι απαραίτητοι για τη μοντελοποίηση των λειτουργιών του οχήματος k στο διαμετακομιστικό κέντρο, καθορίζοντας συγκεκριμένα εάν το όχημα πραγματοποιεί εκφόρτωση, επαναφόρτωση ή και τα δύο. Η δυαδική μεταβλητή $\bar{\eta}_k$ αποτυπώνει την κατάσταση εκφόρτωσης, ενώ η συνολική ποσότητα εκφόρτωσης δίνεται από $\sum_{i \in P} q_i \eta_i^k$. Αυτά τα στοιχεία χρησιμοποιούνται στους περιορισμούς (14) για τον καθορισμό του χρόνου ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων εκφόρτωσης για κάθε όχημα k στη διαμετακομιστική εγκατάσταση.

Για να διασφαλιστεί η λειτουργική ακολουθία, οι περιορισμοί (15) επιβάλλουν ότι η επαναφόρτωση για το όχημα k μπορεί να ξεκινήσει μόνο αφού ολοκληρωθούν οι εργασίες εκφόρτωσής του. Οι περιορισμοί (16) καθορίζουν τον συνολικό χρόνο που απαιτείται ώστε το όχημα k να ολοκληρώσει τόσο την εκφόρτωση όσο και την επαναφόρτωση, προσδιορίζοντας ουσιαστικά τη χρονική στιγμή κατά την οποία είναι έτοιμο να αναχωρήσει από το διαμετακομιστικό κέντρο. Περαιτέρω συντονισμός των λειτουργιών στο διαμετακομιστικό κέντρο επιτυγχάνεται μέσω των περιορισμών (17), οι οποίοι απαιτούν ότι ένα αίτημα i μπορεί να επαναφορτωθεί μόνο αφού πρώτα εκφορτωθεί. Οι περιορισμοί (18) ορίζουν ότι αν το όχημα k εκφορτώνει το αίτημα i , τότε η εκφόρτωση αυτή πρέπει να έχει ολοκληρωθεί πριν το όχημα ολοκληρώσει συνολικά την εκφόρτωση. Μαζί, οι περιορισμοί (17) και (18) επιβάλλουν συγχρονισμό μεταξύ των οχημάτων: αν ένα αίτημα διαχειρίζεται από δύο διαφορετικά

οχήματα, το ένα για εκφόρτωση και το άλλο για επαναφόρτωση, τότε η εκφόρτωση πρέπει να προηγείται της επαναφόρτωσης στο διαμετακομιστικό κέντρο. Οι περιορισμοί (19) και (20) επιβάλλουν χρονικούς περιορισμούς στις διαδρομές των οχημάτων. Συγκεκριμένα, διασφαλίζουν ότι η διάρκεια της διαδρομής παραλαβής, από τον αρχικό κόμβο o_1 έως τον κόμβο o_2 του διαμετακομιστικού κέντρου, και η διαδρομή παράδοσης, από τον κόμβο o_3 έως τον τελικό κόμβο o_4 , δεν υπερβαίνουν τη μέγιστη επιτρεπόμενη διάρκεια T_k για το όχημα k . Επιπλέον, οι περιορισμοί (21) και (22) υπολογίζουν τον χρόνο μεταφοράς για κάθε αίτημα i , ο οποίος ορίζεται ως ο χρόνος που μεσολαβεί από την παραλαβή έως την παράδοση, και διασφαλίζουν ότι αυτή η τιμή παραμένει εντός του μέγιστου επιτρεπόμενου χρόνου μεταφοράς L , διατηρώντας έτσι την ποιότητα και ακεραιότητα των ευπαθών προϊόντων.

Οι περιορισμοί (23) έως (26) είναι απαραίτητοι για τη διατήρηση της συνέχειας των διαδρομών και των λογικών μεταβάσεων των οχημάτων εντός του δυναμικού PDPCDPG, ιδίως κατά την εφαρμογή κυλιόμενου ορίζοντα. Ο περιορισμός (23) επιβάλλει ότι κάθε όχημα $k \in K$, όταν βρίσκεται σε έναν κανονικό κόμβο $v_k \notin \{2n+1, 2n+2, 2n+3\}$, εξαιρώντας κόμβους που συνδέονται με το διαμετακομιστικό κέντρο/αμαξοστάσιο, πρέπει να μεταβεί σε έναν μη επισκεφθέντα κόμβο $j \in V$ για τον οποίο $\rho_j = 0$. Αυτή η απαίτηση διασφαλίζει ότι τα οχήματα συνεχίζουν ενεργά την εξυπηρέτησή τους, επισκεπτόμενα εκκρεμή αιτήματα ή λειτουργικούς κόμβους, εκτός αν βρίσκονται σε ειδικό κόμβο του διαμετακομιστικού κέντρου/αμαξοστασίου. Ο περιορισμός (24) ρυθμίζει τη μετάβαση από την άφιξη (κόμβος $2n+1$) προς την αναχώρηση (κόμβος $2n+2$) εντός του διαμετακομιστικού κέντρου, απαιτώντας άμεση ροή ανάμεσα σε αυτούς τους δύο εσωτερικούς κόμβους του διαμετακομιστικού κέντρου. Με αυτόν τον τρόπο επιβάλλεται δομημένη κίνηση οχημάτων εντός της εγκατάστασης, αποφεύγοντας περιττές παρεκκλίσεις στη δρομολόγηση. Στη συνέχεια, ο περιορισμός (25) ορίζει ότι με την έξοδο από το διαμετακομιστικό κέντρο μέσω του κόμβου $2n+2$, κάθε όχημα πρέπει να συνεχίσει τη λειτουργία παράδοσης μεταβαίνοντας σε έναν κόμβο παράδοσης που δεν έχει επισκεφτεί. Αυτός ο περιορισμός είναι κρίσιμος για την ομαλή επανένταξη των οχημάτων στη διαδικασία παράδοσης μετά τις δραστηριότητες στο διαμετακομιστικό κέντρο, διατηρώντας έτσι τη συνέχεια της διαδρομής και την αποδοτικότητα της εξυπηρέτησης. Ο περιορισμός (26) λειτουργεί ως συνθήκη τερματισμού: όταν ένα όχημα φτάσει στο τελικό αμαξοστάσιο μετά τις παραδόσεις (κόμβος $2n+3$), πρέπει να διακόψει οποιαδήποτε περαιτέρω κίνηση. Αυτός ο κανόνας διασφαλίζει ότι οι λειτουργίες του οχήματος ολοκληρώνονται ορθά στο καθορισμένο τελικό σημείο, χωρίς επανενεργοποίηση ή κυκλικές διαδρομές.

Τέλος, ο περιορισμός (27) ορίζει τη μεταβλητή απόφασης x_{ij}^k ίση με 1, εάν το τόξο (i, j) έχει ήδη διασχιστεί από το όχημα k σε προηγούμενα βήματα. Αυτό διασφαλίζει συνέπεια στη λύση δρομολόγησης και διατηρεί τη σωστή ακολουθία των επισκεφθέντων κόμβων μεταξύ των επαναλήψεων. Οι περιορισμοί αυτοί προστίθενται δυναμικά σε κάθε επανάληψη. Μαθηματικά, επιλύουμε μία ακολουθία προβλημάτων M^h , όπου η εφικτή περιοχή συρρικνώνεται καθώς περισσότερες αποφάσεις παγιώνονται.

Συνολικά, οι παραπάνω περιορισμοί υποστηρίζουν συνεπή ροή οχημάτων στα διαφορετικά στάδια λειτουργίας (αρχική παραλαβή, διαχείριση στο διαμετακομιστικό κέντρο και τελική παράδοση) στο δυναμικό περιβάλλον δρομολόγησης. Διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στη διασφάλιση της εφικτότητας και της λειτουργικής συνοχής, ιδιαίτερα όταν οι διαδρομές των οχημάτων ενημερώνονται δυναμικά ως απόκριση στις μεταβολές της κυκλοφορίας σε πραγματικό χρόνο. Το μοντέλο ενισχύει περαιτέρω τον ρεαλισμό, ενσωματώνοντας χρόνους και κόστη μετακίνησης που εξαρτώνται από το χρόνο, επιτρέποντας τη λήψη αποφάσεων δρομολόγησης που λαμβάνουν υπόψη την κυκλοφοριακή συμφόρηση και αντανακλούν τη μεταβλητή φύση της αστικής κυκλοφορίας. Η προσέγγιση αυτή καθιστά δυνατή τη δημιουργία πρακτικών λύσεων δρομολόγησης με μεγαλύτερη ακρίβεια, προσαρμοσμένων στα χρονικά χαρακτηριστικά των σύγχρονων μεταφορικών δικτύων.

3.2 Μετασχηματισμός σε MILP

Για τον μετασχηματισμό του PDPCDPG σε Μικτό Ακέραιο Γραμμικό Πρόγραμμα (MILP), είναι απαραίτητο να γραμμικοποιηθούν ορισμένοι μη γραμμικοί περιορισμοί, ιδίως το σύνολο περιορισμών (21), το οποίο αφορά τον χρόνο μεταφοράς των ευπαθών αγαθών. Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή μιας βοηθητικής συνεχούς μεταβλητής $\tilde{u}_i$, η οποία αναπαριστά τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης στον κόμβο $i \in P \cup D$. Δεδομένου ότι κάθε αίτημα ανατίθεται σε ακριβώς ένα όχημα, η $\tilde{u}_i$ μπορεί να εξισωθεί με τον χρόνο εξυπηρέτησης u_i^{k*} του οχήματος k^* που εξυπηρετεί τον κόμβο i .

Για την επιβολή αυτής της ισοδυναμίας, εισάγουμε συνεχείς μεταβλητές σ_{ij}^k και εκφράζουμε τη σχέση με τους ακόλουθους γραμμικούς περιορισμούς (28):

$$\begin{aligned}\tilde{u}_i + \sigma_{j,i}^k &= u_i^k & \forall (j,i) \in A: i \in P \cup D, \forall k \in K \\ \sigma_{ji}^k &\leq M(1 - x_{j,i}^k) & \forall (j,i) \in A: i \in P \cup D, k \in K \\ \sigma_{ji}^k &\geq -M(1 - x_{j,i}^k) & \forall (j,i) \in A: i \in P \cup D, k \in K\end{aligned}\tag{28}$$

Οι περιορισμοί αυτοί διασφαλίζουν ότι $\tilde{u}_i = u_i^k$ μόνο όταν $x_{j,i}^k = 1$, δηλαδή όταν το όχημα k ταξιδεύει από τον κόμβο j στον κόμβο i . Χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή $\tilde{u}_i$, οι μη γραμμικοί περιορισμοί του χρόνου μεταφοράς (21) μπορούν πλέον να αναδιατυπωθούν ως:

$$r_i = \tilde{u}_{n+i} - \tilde{u}_i \quad \forall i \in P\tag{29}$$

Αυτή η γραμμικοποίηση (29) διατηρεί την εγκυρότητα του μοντέλου, επιτρέποντας παράλληλα τη χρήση επιλυτών MILP για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Στη λύση του μοντέλου, κάθε όχημα παραλαμβάνει εμπορεύματα στους αντίστοιχους κόμβους παραλαβής, επιστρέφει στο διαμετακομιστικό κέντρο για δραστηριότητες μεταφόρτωσης και στη συνέχεια

παραδίδει τα εμπορεύματα στους αντίστοιχους κόμβους παράδοσης, προτού επιστρέψει στο αμαξοστάσιο.

Για να ενισχυθεί η ισχύς της διατύπωσης MILP και να βελτιωθεί η υπολογιστική απόδοση, ενσωματώνεται ένα σύνολο έγκυρων ανισοτήτων (valid inequalities). Αυτές οι ανισότητες δεν αποκλείουν καμία εφικτή λύση από τον χώρο εφικτών λύσεων $\mathcal{F}$ του προβλήματος, αλλά περιορίζουν τον αριθμό των υποβέλτιστων ή μη εφικτών περιοχών που εξερευνώνται κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης.

1. Σύσφιξη Χρόνου Εξυπηρέτησης (Serve Time Tightening):

Βασισμένοι σε προηγούμενη εργασία σχετικά με το ασύμμετρο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (TSP) με χρονικά παράθυρα (Ascheuer et al., 2001), οι ακόλουθοι περιορισμοί (30-31) επιβάλλουν αυστηρότερα όρια στις ώρες έναρξης της εξυπηρέτησης:

$$u_i^k \geq e_i + \sum_{j:(j,i) \in A} \max\{0, e_j - e_i + t_{ij}\} x_{ji} \quad \forall i \in P \cup D, k \in K \quad (30)$$

$$u_i^k \leq l_i + \sum_{j:(i,j) \in A} \max\{0, l_i - l_j + t_{ij}\} x_{ij} \quad \forall i \in P \cup D, k \in K \quad (31)$$

Αυτές οι ανισότητες συμβάλλουν στο να διασφαλιστεί ότι η υπηρεσία ξεκινά εντός των επιτρεπόμενων χρονικών παραθύρων, προσαρμοσμένη βάσει των αποφάσεων δρομολόγησης και των χρόνων ταξιδιού.

2. Εξάλειψη τόξων (Arc Elimination):

Για να εξαλειφθούν εκ των προτέρων οι ανέφικτες μεταβάσεις και να μειωθεί ο χώρος αναζήτησης, αφαιρούνται τα τόξα που παραβιάζουν είτε τη χρονική είτε τη μεταφορική εφικτότητα της διαδρομής:

- Ένα τόξο $(i, j) \in A$ είναι μη εφικτό αν $e_i + t_{ij} > l_j$, δηλαδή η μετάβαση από τον κόμβο i στον j δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί εντός του απαιτούμενου χρονικού παραθύρου.
- Ζεύγη τόξων (i, j) και $(j', n + i)$ είναι επίσης μη εφικτά αν ο σωρευτικός χρόνος μετακίνησης $t_{ij} + t_{j,o_2} + t_{o_3,j'} + t_{j',(n+i)} > L$, για $i \in P, j \in P, j' \in D$, ο οποίος παραβιάζει τον μέγιστο επιτρεπόμενο χρόνο μεταφοράς L για τα ευπαθή αγαθά.

3. Εξάλειψη υποπεριηγήσεων (Sub-tour Elimination):

Για να αποφευχθούν κυκλικές ή απομονωμένες διαδρομές που δεν περιλαμβάνουν μετάβαση στο αμαξοστάσιο ή επίσκεψη στο διαμετακομιστικό κέντρο, ενσωματώνονται οι ακόλουθοι περιορισμοί εξάλειψης υποπεριηγήσεων:

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k + \sum_{k \in K} x_{ji}^k \leq 1 \quad \forall i \in P, j \in P \quad (32)$$

$$\sum_{k \in K} x_{n+i, n+j}^k + \sum_{k \in K} x_{n+j, n+i}^k \leq 1 \quad \forall i \in P, j \in P \quad (33)$$

4. Κατώτατο όριο χρόνου μεταφοράς (Ride Time Lower Bound):

Για περαιτέρω σύσφιξη του μοντέλου και απομάκρυνση μη εφικτών ρυθμίσεων χρόνου μεταφοράς, η ακόλουθη έγκυρη ανισότητα θέτει ένα κατώτατο όριο στον συνολικό χρόνο μεταφοράς κάθε αιτήματος:

$$r_i^k \geq t_{i, o_2} + \left(a\tilde{\theta}_k + \beta \sum_{i \in P} q_i \theta_i^k \right) + t_{o_3, n+i} \quad \forall i \in P, k \in K \quad (34)$$

Ο περιορισμός αυτός λαμβάνει υπόψη τον ελάχιστο χρόνο διαδρομής με βάση: τη μεταφορά προς το διαμετακομιστικό κέντρο, τον χρόνο διαχείρισης στο διαμετακομιστικό κέντρο (ως συνάρτηση της ζήτησης), και τη διαδρομή προς τον κόμβο παράδοσης.

Συνολικά, αυτές οι τεχνικές γραμμικοποίησης και οι έγκυρες ανισότητες ενισχύουν σημαντικά τη διατύπωση MILP του PDPCDPG, επιτρέποντας πιο αποδοτική και ακριβή παραγωγή λύσεων, τόσο σε στατικά όσο και σε δυναμικά περιβάλλοντα δρομολόγησης.

3.3 Θεωρήσεις του δυναμικού μοντέλου PDPCDPG

Για να αντιμετωπιστεί η δυναμική φύση του PDPCDPG, το πρόβλημα επιλύεται επαναληπτικά χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση κυλιόμενου ορίζοντα, όπου κάθε βήμα βελτιστοποίησης h ενεργοποιείται όταν ένα όχημα k φτάνει σε έναν κόμβο $i \in V$. Σε αντίθεση με στατικές διατυπώσεις, όπου τα οχήματα συνήθως επιστρέφουν στο αμαξοστάσιο πριν από κάθε στάδιο σχεδιασμού, σε αυτή τη δυναμική εφαρμογή, τα οχήματα συνεχίζουν τις λειτουργίες τους από τον τελευταίο κόμβο που επισκέφτηκαν. Σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης, οι χρόνοι $t_{ij}^{k,h}$ και τα κόστη $c_{ij}^{k,h}$ μετακινούνται δυναμικά χρησιμοποιώντας νέα δεδομένα που αντικατοπτρίζουν τις τρέχουσες κυκλοφοριακές συνθήκες. Το αναθεωρημένο πρόβλημα επιλύεται στη συνέχεια για τους εναπομείναντες κόμβους που δεν έχουν εξυπηρετηθεί, διασφαλίζοντας ότι οποιοσδήποτε κόμβος έχει ήδη εξυπηρετηθεί εξαιρείται από τα επόμενα βήματα. Αυτή η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται έως ότου εξυπηρετηθούν όλοι οι κόμβοι

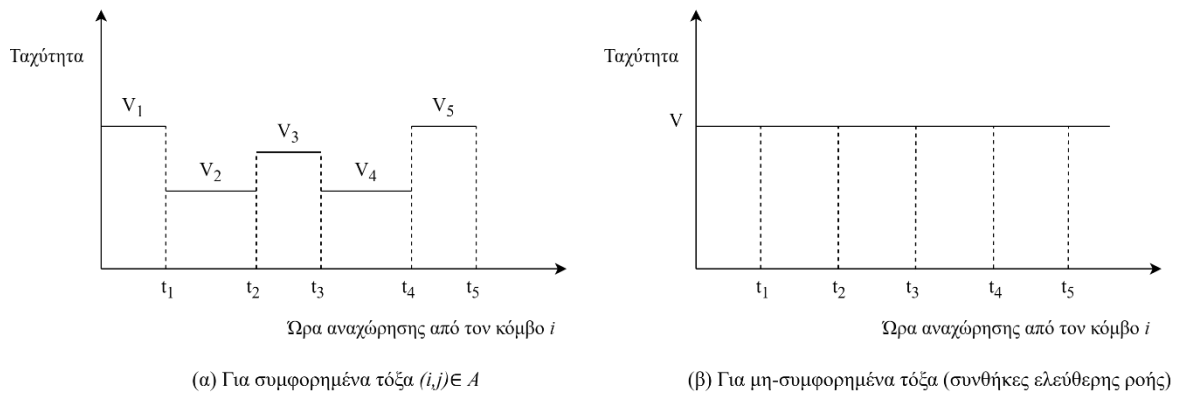
και όλα τα οχήματα επιστρέψουν στο αμαξοστάσιο μετά την ολοκλήρωση των παραδόσεων τους. Η εφαρμογή πραγματοποιείται μέσω προγραμματιστικού κώδικα σε Python, όπου το αναθεωρημένο πρόβλημα επιλύεται σε κάθε βήμα χρησιμοποιώντας το λογισμικό βελτιστοποίησης Gurobi, λαμβάνοντας υπόψη τις πιο πρόσφατες πληροφορίες ταξιδιού και διασφαλίζοντας ότι τα οχήματα ξεκινούν κάθε νέο βήμα από την τελευταία τους τοποθεσία.

Δυναμική ενημέρωση των χρόνων ταξιδιού

Για να αποτυπωθεί ρεαλιστικά η χρονική δυναμική της αστικής κυκλοφορίας, οι χρόνοι ταξιδιού ενημερώνονται δυναμικά σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης $h + 1$, με βάση τις πιο πρόσφατες διαθέσιμες πληροφορίες κυκλοφορίας. Ο χρόνος μετακίνησης $t_{ij}^{k,h+1}$ για το όχημα k στο τόξο (i, j) αντικατοπτρίζει τις συνθήκες κατά την αναχώρηση από τον κόμβο i , οι οποίες επηρεάζουν άμεσα την ταχύτητα του οχήματος λόγω των διακυμάνσεων της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη τις διακυμάνσεις μεταξύ των περιόδων αιχμής και εκτός αιχμής. Για παράδειγμα, κατά τις πρωινές και απογευματινές ώρες αιχμής, οι μέσες ταχύτητες των οχημάτων μειώνονται σημαντικά (π.χ. 30 km/h), ενώ κατά τις ώρες χαμηλής κίνησης (εκτός αιχμής) παρατηρούνται υψηλότερες ταχύτητες (π.χ. 70 km/h). Για να αποτυπωθεί αυτό, κάθε τόξο $(i, j) \in A$ ταξινομείται ως «συμφορημένο» ή «μη συμφορημένο» ανάλογα με την ώρα της ημέρας.

Επιπλέον, η ταχύτητα του οχήματος V_{ij} μοντελοποιείται ως μια τυχαία μεταβλητή με λογαριθμοκανονική κατανομή, η οποία αντικατοπτρίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την ασύμμετρη κατανομή των πραγματικών ταχυτήτων κυκλοφορίας. Σε αντίθεση με την κανονική κατανομή, η λογαριθμοκανονική κατανομή αποτυπώνει την τάση για συχνότερη εμφάνιση χαμηλότερων ταχυτήτων, ενώ παράλληλα επιτρέπει την περιστασιακή εμφάνιση υψηλότερων ταχυτήτων. Αυτό παρέχει μια πιο ρεαλιστική απεικόνιση της δυναμικής της αστικής κυκλοφορίας. Το μοντέλο επιτρέπει επίσης κατανομές ταχύτητας που εξαρτώνται από την κατεύθυνση, αναγνωρίζοντας ότι οι ταχύτητες ταξιδιού μπορεί να ποικίλλουν ανάλογα με την κατεύθυνση κατά μήκος του ίδιου τόξου. Για να διατηρηθεί η λειτουργική εφικτότητα, επιβάλλεται ένα ανώτατο όριο ταχύτητας σύμφωνα με τους νομικούς περιορισμούς ή τα όρια απόδοσης των οχημάτων.

Με βάση αυτές τις παραμέτρους, το μοντέλο επανυπολογίζει δυναμικά τους χρόνους ταξιδιού καθώς τα οχήματα αναχωρούν από κάθε κόμβο εξυπηρέτησης i , επιτρέποντας τη λήψη αποφάσεων δρομολόγησης με βάση το χρόνο σε ένα ορίζοντα προγραμματισμού μίας ημέρας που αντικατοπτρίζει τις επιπτώσεις των τυπικών προτύπων κυκλοφοριακής συμφόρησης πρωί-απόγευμα (Εικόνα 4).



Εικόνα 4. Παράδειγμα αναμενόμενης ταχύτητας διαδρομής (Προσαρμοσμένο από Çimen & Soysal, 2017)

Δυναμική ενημέρωση του κόστους ταξιδιού

Παράλληλα με τις ενημερώσεις του χρόνου ταξιδιού, το κόστος ταξιδιού αναθεωρείται επίσης δυναμικά σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης $h + 1$. Το ενημερωμένο κόστος $c_{ij}^{k,h+1}$ για το όχημα k στο τόξο (i,j) διατηρεί τη συνέπεια με το βασικό μοντέλο, όπου το κόστος μετακίνησης ορίζεται ίσο με τον χρόνο μετακίνησης. Αυτή η διατύπωση δίνει έμφαση στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ως κύριο στόχο βελτιστοποίησης, με το σκεπτικό ότι η ελαχιστοποίηση του χρόνου μετακίνησης όχι μόνο μειώνει τα λειτουργικά κόστη, αλλά και εξασφαλίζει την έγκαιρη παράδοση των ευπαθών προϊόντων, διατηρώντας την ποιότητά τους.

Η ενσωμάτωση αυτών των δυναμικών στοιχείων επιτρέπει στο μοντέλο να προσαρμόζει τις αποφάσεις δρομολόγησης βάσει πραγματικών ή προβλεπόμενων κυκλοφοριακών συνθηκών. Ως αποτέλεσμα, η λύση επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει το συνολικό αναμενόμενο κόστος δρομολόγησης, ικανοποιώντας παράλληλα όλους τους περιορισμούς της ζήτησης και διασφαλίζοντας ότι κάθε κόμβος παραλαβής και παράδοσης εξυπηρετείται ακριβώς μία φορά. Αυτός ο προσαρμοστικός μηχανισμός ενισχύει σημαντικά την εφαρμοσιμότητα του μοντέλου σε πραγματικά αστικά περιβάλλοντα μεταφορών της εφοδιαστικής, και ιδιαίτερα σε σενάρια όπου ο χρόνος είναι κρίσιμος παράγοντας.

Ενημερώσεις θέσης οχημάτων

Για να υποστηριχθούν οι δυναμικές αποφάσεις δρομολόγησης στα διαδοχικά βήματα βελτιστοποίησης, το μοντέλο ενημερώνει συνεχώς τις θέσεις των οχημάτων. Σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης h , η τρέχουσα θέση v_k^h κάθε οχήματος $k \in K$ χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της επόμενης εφικτής κίνησης. Ένα όχημα επιτρέπεται να μετακινηθεί από τον τρέχοντα κόμβο του $i = v_k^h$ σε έναν κόμβο j μόνο εάν ο κόμβος αυτός δεν έχει ακόμη εξυπηρετηθεί (τυπικά, η συνθήκη αυτή εκφράζεται ως $x_{ij}^k = 1$ όπου $\rho_j = 0$). Με αυτόν τον

τρόπο εξασφαλίζεται ότι τα οχήματα συνεχίζουν από την τελευταία τους θέση μόνο προς μη εξυπηρετημένους κόμβους.

Εάν δεν υπάρχει καμία τέτοια έγκυρη κίνηση για ένα όχημα, αυτό επισημαίνεται ως ανενεργό για το τρέχον βήμα. Μόλις βρεθεί μια επιτρεπτή κίνηση, η θέση του οχήματος ενημερώνεται αναλόγως για το επόμενο βήμα $v_k^{h+1} = j$, εφόσον $j \neq \{2n + 1, 2n + 2\}$, δηλαδή δεν είναι κόμβος διαμετακομιστικού κέντρου. Οποιοσδήποτε κόμβος εκτός του κέντρου μεταφόρτωσης που έχει επισκεφθεί επισημαίνεται αμέσως ως εξυπηρετημένος, με $\rho_j = 1$, ενώ οι κόμβοι του κέντρου μεταφόρτωσης παραμένουν προσβάσιμοι σε πολλά οχήματα σε διαδοχικά βήματα.

Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται στη λειτουργία του διαμετακομιστικού κέντρου. Όταν ένα όχημα φτάνει στη θέση εισόδου του διαμετακομιστικού κέντρου (κόμβος $2n + 1$), μεταφέρεται αυτόματα στη θέση εξόδου (κόμβος $2n + 2$) στο επόμενο βήμα, έτσι ώστε $v_k^{h+1} = 2n + 2$, όταν $v_k^h = 2n + 1$. Αυτή η μετάβαση εξασφαλίζει τη συνέχεια στη ροή των οχημάτων εντός της εγκατάστασης του κέντρου μεταφόρτωσης πριν από την επανέναρξη των εργασιών παράδοσης.

Συνθήκες ελέγχου και τερματισμού

Σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης, το μοντέλο ενεργοποιείται όταν εντοπίζεται μια διαθέσιμη επόμενη κίνηση, λαμβάνοντας υπόψη τους κόμβους που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί στα προηγούμενα βήματα.

Αρχικά, η διαδικασία εμφανίζει μια προειδοποίηση εάν δεν υπάρχει καμία έγκυρη κίνηση για κανένα όχημα, δηλαδή όταν $\sum_{(i,j) \in A, k \in K} x_{ij}^k = 0$, σηματοδοτώντας ότι ο χώρος λύσεων έχει εξαντληθεί ή ότι ένα όχημα έχει φτάσει στον τερματικό σταθμό.

Δεύτερον, η διαδικασία εμφανίζει προειδοποίηση όταν όλοι οι κόμβοι παραλαβής και παράδοσης έχουν επισκεφθεί ακριβώς μία φορά, εκφραζόμενη ως $\sum_{i \in P \cup D} \rho_i = |P \cup D|$, υποδεικνύοντας ότι όλα τα αιτήματα των πελατών έχουν εξυπηρετηθεί. Με αυτόν τον τρόπο παρακολουθείται σε κάθε επανάληψη ποιοι κόμβοι έχουν επισκεφθεί και ποιοι όχι.

Τέλος, η επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης συνεχίζεται και τερματίζεται όταν όλα τα οχήματα έχουν επιστρέψει στο τελικό τερματικό σταθμό (αμαξοστάσιο), δηλαδή $v_k = 2n + 3$ για όλα τα οχήματα $k \in K$ μετά τις εργασίες παράδοσης, υποδηλώνοντας ότι κάθε διαδρομή έχει ολοκληρωθεί.

Αυτός ο δυναμικός και προσαρμοστικός βρόχος βελτιστοποίησης επιτρέπει τη συνεχή προσαρμογή των διαδρομών σε σχέση με τις δυναμικά μεταβαλλόμενες κυκλοφοριακές συνθήκες, υποστηρίζοντας τον αποτελεσματικό και ρεαλιστικό σχεδιασμό για τη διανομή ευπαθών αγαθών σε περιβάλλοντα αστικής συμφόρησης.

4. Εφαρμογή του δυναμικού μοντέλου PDPCDPG

Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει παράδειγμα εφαρμογής του μοντέλου Δυναμικού Προβλήματος Παραλαβής και Παράδοσης με Διαμετακομιστικό Κέντρο για Ευπαθή Αγαθά (Dynamic PDPCDPG), καθώς και τα αριθμητικά αποτελέσματα των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν. Αρχικά περιγράφεται ο τρόπος λειτουργίας του μοντέλου δρομολόγησης σε δυναμικό περιβάλλον, με έμφαση στη διαδικασία παραλαβών, διαμετακόμισης και παραδόσεων. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι βασικές παράμετροι του μοντέλου και τα χαρακτηριστικά του συνόλου δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για τα αριθμητικά πειράματα. Τέλος, παρατίθενται αναλυτικά τα αποτελέσματα για διαφορετικά σενάρια (από 4 έως 10 αιτήματα παραλαβής-παράδοσης) και συγκρίνονται οι επιδόσεις της δυναμικής προσέγγισης κυλιόμενου ορίζοντα με εκείνες της αντίστοιχης στατικής, αναφορικά με κρίσιμες μετρικές απόδοσης. Για την επίλυση του δυναμικού προβλήματος παραλαβής-παράδοσης με ενδιάμεσο σταθμό σε διαμετακομιστικό κέντρο, το ανεπτυγμένο μαθηματικό μοντέλο υλοποιήθηκε σε Python 3.10 ως μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και επιλύθηκε χρησιμοποιώντας το λογισμικό βελτιστοποίησης Gurobi. Το μοντέλο δοκιμάστηκε σε διάφορα σενάρια (benchmark instances), και αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω.

4.1 Λειτουργία μοντέλου δρομολόγησης

Η λειτουργία του μοντέλου δρομολόγησης στο πλαίσιο του δυναμικού προβλήματος PDPCDPG βασίζεται στην επίλυση διαδοχικών βημάτων βελτιστοποίησης που αποσκοπούν στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (χρόνου) μεταφοράς, λαμβάνοντας υπόψη χρονικούς περιορισμούς, χωρητικότητες οχημάτων και τη δομή του κέντρου διαμετακόμισης.

Στο υπό εξέταση σύστημα, κάθε όχημα εκκινεί από το σημείο αφετηρίας και εξυπηρετεί ένα υποσύνολο αιτημάτων παραλαβής. Μετά την ολοκλήρωση των αντίστοιχων παραλαβών, επιστρέφει στο διαμετακομιστικό κέντρο όπου πραγματοποιείται η εκφόρτωση, ταξινόμηση και επαναφόρτωση των εμπορευμάτων που προορίζονται για παράδοση. Ακολουθεί η φάση των παραδόσεων, κατά την οποία κάθε όχημα μεταφέρει τα πλέον ανακαταναεμημένα φορτία στους προορισμούς τους και στη συνέχεια επιστρέφει στο τερματικό σταθμό/ αμαξοστάσιο ολοκληρώνοντας τον κύκλο λειτουργίας του.

Η διαδικασία αυτή μοντελοποιείται μέσω ενός συνόλου μεταβλητών και περιορισμών που περιγράφουν τη ροή των οχημάτων, τη χρονική ακολουθία εξυπηρέτησης και την αλληλεπίδραση μεταξύ παραλαβών και παραδόσεων. Ο βασικός στόχος του μοντέλου είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των χρόνων μετακίνησης σε όλα τα τόξα του δικτύου από τα οποία διέρχεται ένα όχημα.

Σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης (h) επιλύεται ένα διαφορετικό στατικό πρόβλημα, το οποίο προκύπτει από την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος και το σύνολο των διαθέσιμων αιτημάτων αλλά και την δεδομένη ταχύτητα τη δεδομένη χρονική στιγμή. Οι παράμετροι του προβλήματος, όπως οι χρονικοί περιορισμοί, τα σύνολα μη εξυπηρετημένων κόμβων και οι χρονικές μεταβλητές $u(i, v)$, ενημερώνονται δυναμικά μετά από κάθε βήμα, ώστε το νέο στατικό πρόβλημα να αντικατοπτρίζει την πραγματική εξέλιξη του συστήματος. Με τον τρόπο αυτό, το μοντέλο διατηρεί τη δομή του προβλήματος παραλαβών-παραδόσεων με cross dock, ενώ παράλληλα επιτρέπει τη σταδιακή και προσαρμοστική βελτιστοποίηση μέσω της μεθοδολογίας κυλιόμενου ορίζοντα (rolling horizon).

Η δυναμική λειτουργία του μοντέλου αποτυπώνεται με τη χρήση δύο βασικών παραμέτρων:

- Τη παράμετρο για τη θέση του οχήματος k στο τέλος του βήματος h , που καθορίζει τον κόμβο από τον οποίο θα ξεκινήσει το επόμενο βήμα.
- Τη δυαδική παράμετρο που δηλώνει αν ο κόμβος i έχει ήδη εξυπηρετηθεί στο βήμα h , εξασφαλίζοντας ότι οι κόμβοι που έχουν ήδη εξυπηρετηθεί δεν περιλαμβάνονται εκ νέου σε επόμενες επαναλήψεις.

Η υιοθέτηση της παραπάνω λογικής επιτρέπει τη διατήρηση της συνέχειας των διαδρομών και την αποφυγή λανθασμένων ή αχρείαστων μετακινήσεων οχημάτων, χαρακτηριστικό που αποτελεί κρίσιμο πλεονέκτημα της δυναμικής μεθόδου.

4.2 Παράμετροι και δεδομένα

Η ανάπτυξη και αξιολόγηση του προτεινόμενου δυναμικού μοντέλου παραλαβής και παράδοσης με κέντρο διαμετακόμισης (Dynamic PDPCDPG) βασίστηκε σε ένα σύνολο συγκεκριμένων παραμέτρων και συνόλων δεδομένων (benchmark instances), τα οποία καθορίζουν τη λειτουργία του συστήματος και τις συνθήκες των πειραματικών σεναρίων.

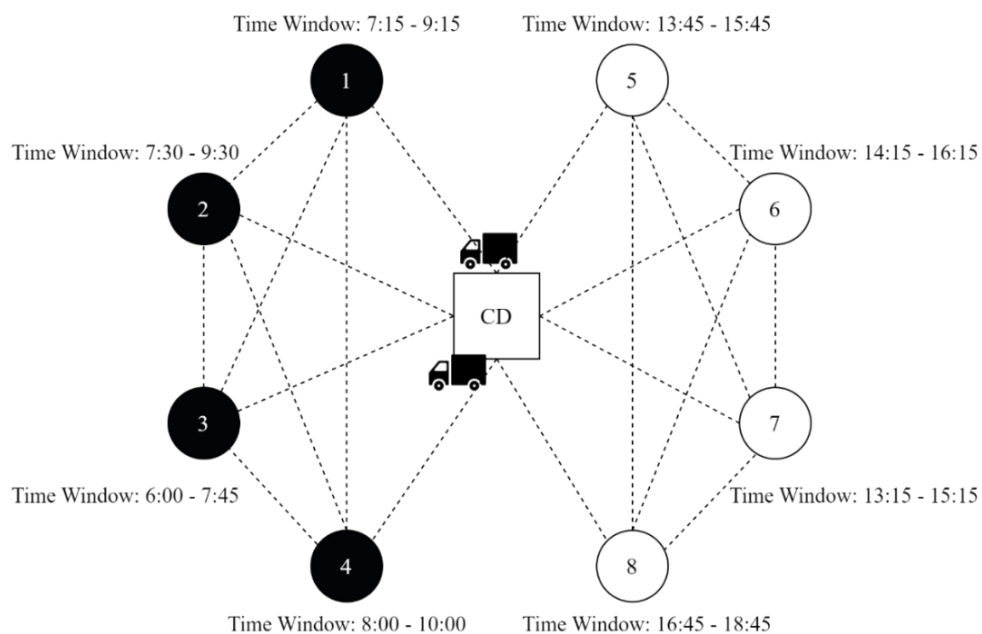
Ο αριθμός των αιτημάτων (n) αντιπροσωπεύει το πλήθος των ζευγών παραλαβής-παράδοσης που πρέπει να εξυπηρετηθούν. Στην παρούσα εργασία εξετάζονται επτά σενάρια με 4 έως 10 ζεύγη αιτημάτων, ώστε να αξιολογηθεί η απόδοση του δυναμικού μοντέλου με χρήση κυλιόμενου ορίζοντα σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας.

Ο στόλος των οχημάτων (K) αποτελείται από 2 έως 9 οχήματα, ανά σύνολο δεδομένων, τα οποία ενεργοποιούνται δυναμικά σε κάθε σενάριο ανάλογα με τον αριθμό και τη χρονική κάλυψη των αιτημάτων. Ο στόλος οχημάτων ανά σύνολο δεδομένων θεωρείται ομοιογενής, με ίδια χωρητικότητα.

Η χωρητικότητα κάθε οχήματος (Q_k) έχει οριστεί από 20 μέχρι 30 μονάδες φορτίου, ώστε να καλύπτει ρεαλιστικά τη μεταφορική ικανότητα ενός μεσαίου μεγέθους φορτηγού διανομής.

Η λειτουργική ταχύτητα των οχημάτων μεταβάλλεται ανά ημίωρο και κυμαίνεται από 39 km/h (για τις ώρες αιχμής) έως 65 km/h (για τις ώρες εκτός αιχμής), ανάλογα με το χρονικό διάστημα του δρομολογίου.

Το χρονικό εύρος λειτουργίας του συστήματος εκτείνεται από τις 06:00 έως τις 22:00, αντιστοιχώντας στα όρια [360, 1320] λεπτά. Εντός αυτού του χρονικού ορίζοντα επιλύονται όλες οι φάσεις δρομολόγησης, ενώ ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος ανά διαδρομή (T_k) έχει οριστεί στα 480 λεπτά (8 ώρες) και μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος οδήγησης (ride time) για κάθε μεταφερόμενο εμπόρευμα έχει οριστεί στα $L=550$ λεπτά. Τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης παραμένουν αμετάβλητα και συνήθως διαρκούν περίπου δύο ώρες ανά αίτημα, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 4 για την περίπτωση των τεσσάρων αιτημάτων.



Εικόνα 5. Χρονικά παράθυρα για παραλαβές και παραδόσεις 4 αιτημάτων

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, κάθε όχημα συνεχίζει τη διαδρομή του από τον κόμβο που επισκέφθηκε πιο πρόσφατα, σύμφωνα με τους περιορισμούς που επιβάλλει η δυναμική διατύπωση PDPCDPG. Η εξελισσόμενη ακολουθία των εξυπηρετούμενων κόμβων στα τέσσερα βήματα βελτιστοποίησης καταδεικνύει την προσαρμοστικότητα και την αποτελεσματικότητα της στρατηγικής κυλιόμενου ορίζοντα υπό δυναμικές συνθήκες κυκλοφορίας. Ο Πίνακας 3 παρουσιάζει την ακολουθία και τον χρόνο εξυπηρέτησης των κόμβων για 4 αιτήματα.

Πίνακας 3. Ακολουθία και χρόνοι εξυπηρέτησης κόμβων για 4 αιτήματα

Όχημα	Βήμα βελτιστοποίησης	Βέλτιστη διαδρομή	Εξυπηρετούμενος κόμβος βήματος	Τύπος διαδρομής	Χρόνος εξυπηρέτησης κόμβου
1	1	ο1 → 3 → 1 → 2 → ο2	ο1 → 3	Παραλαβή	394.859
	2	ο1 → 3 → 1 → 2 → ο2	3 → 1	Παραλαβή	442
	3	ο1 → 3 → 1 → 2 → ο2	1 → 2	Παραλαβή	478.096
	4	ο1 → 3 → 1 → 2 → ο2	2 → ο2	Επιστροφή στο crossdock	666.82
	1	ο3 → 5 → 7 → 6 → ο4	ο3 → 5	Παράδοση	823
	2	ο3 → 5 → 7 → 6 → ο4	5 → 7	Παράδοση	910.151
	3	ο3 → 5 → 7 → 6 → ο4	7 → 6	Παράδοση	972
	4	ο3 → 5 → 7 → 6 → ο4	6 → ο4	Επιστροφή στο crossdock	1146.82
2	1	ο1 → 4 → ο2	ο1 → 4	Παραλαβή	595
	2	ο1 → 4 → ο2	4 → ο2	Επιστροφή στο crossdock	672.728
	1	ο3 → 8 → ο4	ο3 → 8	Παράδοση	1007
	2	ο3 → 8 → ο4	8 → ο4	Επιστροφή στο crossdock	1232.55

Η λειτουργική ταχύτητα των οχημάτων $v(t)$ εναλλάσσεται δυναμικά σε διαστήματα διάρκειας $\Delta t=30$ λεπτών για τον κυλιόμενο ορίζοντα, ώστε να αποτυπώνεται πιο ρεαλιστικά η χρονική μεταβολή των συνθηκών της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας. Κάθε χρονικό διάστημα αντιστοιχεί σε ένα ημίωρο του ημερήσιου ορίζοντα σχεδιασμού, για το οποίο ορίζεται μία συγκεκριμένη ταχύτητα λειτουργίας, όπως παρουσιάζεται αναλυτικά στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4. Λειτουργική ταχύτητα ανα ημίωρο

Χρονικό διάστημα	Ταχύτητα (km/h)	Χρονικό διάστημα	Ταχύτητα (km/h)
05:00-05:30	65	14:00-14:30	58
05:30-06:00	65	14:30-15:00	59
06:00-06:30	65	15:00-15:30	59
06:30-07:00	62	15:30-16:00	58

07:00-07:30	56		16:00-16:30	58	
07:30-08:00	40		16:30-17:00	54	
08:00-08:30	39	Πρωινή αιχμή	17:00-17:30	53	Απογευματινή αιχμή
08:30-09:00	40		17:30-18:00	54	
09:00-09:30	56		18:00-18:30	57	
09:30-10:00	57		18:30-19:00	58	
10:00-10:30	58		19:00-19:30	58	
10:30-11:00	58		19:30-20:00	61	
11:00-11:30	59		20:00-20:30	63	
11:30-12:00	60		20:30-21:00	64	
12:00-12:30	54		21:00-21:30	64	
12:30-13:00	54	Ενδιάμεση αιχμή	21:30-22:00	64	
13:00-13:30	56		22:00-22:30	65	
13:30-14:00	57		22:30-23:00	65	

Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα τόσο του βασικού μοντέλου όσο και του διευρυμένου μοντέλου, μαζί με μια συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων τους.

4.3 Πειράματα και αποτελέσματα

Η πειραματική διαδικασία ακολούθησε τη μεθοδολογία που περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, κάνοντας χρήση των συνόλων δεδομένων διαφορετικού μεγέθους και πολυπλοκότητας, τα οποία περιλαμβάνουν από τέσσερα έως δέκα αιτήματα παραλαβής–παράδοσης. Κάθε αίτημα αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος κόμβων παραλαβής και παράδοσης, ενώ το διαμετακομιστικό κέντρο (crossdock) λειτουργεί ως ενδιάμεσος κόμβος μεταφόρτωσης των εμπορευμάτων, επιτρέποντας την απευθείας ανταλλαγή φορτίων μεταξύ εισερχόμενων και εξερχόμενων οχημάτων χωρίς αποθήκευση. Το δυναμικό μοντέλο διαμορφώθηκε ως ένα πρόβλημα Μεικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP) και επιλύθηκε με τη χρήση του Gurobi σε περιβάλλον Python 3.10. Οι υπολογιστικές δοκιμές πραγματοποιήθηκαν σε σύστημα H/Y με επεξεργαστή AMD Ryzen 7 6800H (3,2 GHz) και 16 GB μνήμη RAM.

Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, για το σενάριο με τέσσερα αιτήματα (Data 4), δύο οχήματα επαρκούν για την πλήρη εξυπηρέτηση του δικτύου. Κάθε όχημα αναχωρεί από το αμαξοστάσιο, εξυπηρετεί τα αντίστοιχα σημεία παραλαβής, επιστρέφει στο διαμετακομιστικό κέντρο για την πιθανή μεταφόρτωση εμπορευμάτων και στη συνέχεια πραγματοποιεί τις παραδόσεις στους προορισμούς των αιτημάτων του. Ο συνολικός χρόνος διαδρομής για την περίπτωση αυτή ανέρχεται σε 1054,98 μονάδες κόστους για το βασικό στατικό μοντέλο, ενώ για το δυναμικό μοντέλο με κυλιόμενο ορίζοντα σε 1135,04 αποτελώντας τη βασική αναφορά

για τις επόμενες δοκιμές. Παρατηρούμε επίσης πως οι διαδρομές τόσο για το στατικό όσο και για το δυναμικό διατηρούνται όμοιες.

Πίνακας 5. Δρομολόγηση για 4 αιτήματα

	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow o_2$	1135.04	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 4 \rightarrow o_2$		
1	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow o_4$		
2	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 8 \rightarrow o_4$		
1	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow o_2$	1054.98	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 4 \rightarrow o_2$		
1	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 8 \rightarrow o_4$		
2	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow o_4$		

Η στατική προσέγγιση για το σύνολο δεδομένων με πέντα αιτήματα (Data 5) παρήγαγε βέλτιστο συνολικό κόστος ίσο με 1105.80, αξιοποιώντας δύο οχήματα. Κάθε όχημα εκτελεί πλήρη διαδρομή παραλαβής–παράδοσης μέσω του crossdock, εξυπηρετώντας το σύνολο των αιτημάτων χωρίς παραβίαση χρονικών περιορισμών. Η δυναμική προσέγγιση παρήγαγε βέλτιστη λύση ξανά με μεγαλύτερο κόστος ίσο με 1437.45 χρησιμοποιώντας επίσης ένα επιπλέον όχημα σε σχέση με την στατική προσέγγιση.

Πίνακας 6. Δρομολόγηση για 5 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 4 \rightarrow o_2$	1437.45	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow o_2$		
3	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 3 \rightarrow o_2$		
1	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow o_4$		
2	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 9 \rightarrow o_4$		
3	Παράδοση	$o_3 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow o_4$		
1	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 4 \rightarrow o_2$	1105.84	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o_1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow o_2$		

1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow o4$
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow o4$

Τα αποτελέσματα του Πίνακα 7, που παρουσιάζουν τις διαδρομές παραλαβής και παράδοσης, δείχνουν ότι στο δυναμικό μοντέλο το συνολικό κόστος ανέρχεται σε 2046,88, σημαντικά υψηλότερο σε σχέση με το 1355,23 του στατικού μοντέλου. Για να επιτευχθεί η βέλτιστη λύση, το δυναμικό μοντέλο, λόγω των χαμηλότερων ταχυτήτων που το διέπουν, ενεργοποιεί συνολικά 5 οχήματα, γεγονός που οδηγεί σε αυξημένο συνολικό κόστος.

Πίνακας 7. Δρομολόγηση για 6 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 6 \rightarrow o2$	2046.88	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
4	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow o2$		
5	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 10 \rightarrow o4$		
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 8 \rightarrow o4$		
3	Παράδοση	$o3 \rightarrow 11 \rightarrow o4$		
4	Παράδοση	$o3 \rightarrow 12 \rightarrow o4$		
5	Παράδοση	$o3 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow o4$		
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$	1355.23	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 12 \rightarrow 10 \rightarrow o4$		
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow o4$		
3	Παράδοση	$o3 \rightarrow 8 \rightarrow o4$		

Για τα επτά αιτήματα (Data 7), η βέλτιστη λύση του στατικού μοντέλου απέδωσε συνολικό κόστος 1393.95, με τρία οχήματα να χρειάζονται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Στην ενημερωμένη εκδοχή του ίδιου προβλήματος, το συνολικό κόστος για το δυναμικό ανήλθε σε 1549.28.

Ενώ στο σύνολο δεδομένων με έξι αιτήματα απαίτησε τη χρήση πέντε, στα δεδομένα με επτά αιτήματα η ανάγκη αυτή εξαλείφεται και η διαφορά του συνολικού κόστους των 2 μεθόδων επίλυσης συγκλίνει. Ακόμα παρατηρούμε ότι για ίδιο αριθμό οχημάτων οι διαδρομές των παραλαβών παραμένουν ίδιες ενώ οι διαδρομές των παραδόσεων αλλάζουν.

Πίνακας 8. Δρομολόγηση για 7 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$	1549.28	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 9 \rightarrow o4$		
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 11 \rightarrow o4$		
3	Παράδοση	$o3 \rightarrow 11 \rightarrow o4$		
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow o2$	1393.95	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 14 \rightarrow o4$		
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 9 \rightarrow 13 \rightarrow 11 \rightarrow o4$		
3	Παράδοση	$o3 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow o4$		

Το πρόβλημα που περιλαμβάνει οκτώ αιτήματα (Data 8) διατηρεί τον στόλο των τριών οχημάτων, και η τελική τιμή του δυναμικού 1663.15, συγκρίνεται με την αντίστοιχη στατική λύση (1464.4 μονάδες), αποκαλύπτοντας μια περιορισμένη απόκλιση της τάξης του 14.7%. Σε αυτό το στάδιο η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται σε 11 optimization steps.

Πίνακας 9. Δρομολόγηση για 8 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow o2$	1663.15	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 9 \rightarrow o4$		
2	Παράδοση	$o3 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow 16 \rightarrow 14 \rightarrow o4$		
3	Παράδοση	$o3 \rightarrow 12 \rightarrow o4$		
1	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 4 \rightarrow o2$	1464.4	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow o2$		
3	Παραλαβή	$o1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow o2$		
1	Παράδοση	$o3 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow o4$		

2	Παράδοση	ο3 → 10 → 13 → 11 → 14 → ο4
3	Παράδοση	ο3 → 16 → 12 → ο4

Παρά την αύξηση της πολυπλοκότητας, για εννιά αιτήματα, το δυναμικό μοντέλο διατηρεί σταθερή δομή στόλου με τρία οχήματα, επιτυγχάνοντας τελική τιμή δυναμικού 1684.0, ελαφρώς αυξημένη σε σχέση με το 1663.1 του συνόλου δεδομένων με οκτώ αιτήματα. Η αύξηση αυτή, αν και μικρή, είναι ενδεικτική της προοδευτικής επιβάρυνσης που δημιουργούν τα επιπλέον αιτήματα στο δίκτυο, χωρίς ωστόσο να διαταράσσεται η ισορροπία του συστήματος. Το παραπάνω συμπέρασμα ενισχύεται αφού, στο στατικό μοντέλο, το συνολικό κόστος των 1506.16, τείνει να μειώνει και αυτό την διαφορά του από το δυναμικό φανερώνοντας ότι σε αύξηση αιτημάτων το δυναμικό μοντέλο ανταποκρίνεται συνεχώς αποδοτικότερα. Παρατηρούμε ακόμα ότι και εδώ, οι διαδρομές των οχημάτων είναι φανερά τροποποιημένες σε σχέση με το στατικό πρόβλημα, τόσο για τις παραλαβές όσο και για τις παραδόσεις.

Πίνακας 10. Δρομολόγηση για 9 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	ο1 → 4 → ο2	1684.04	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	ο1 → 3 → 1 → 9 → 8 → ο2		
3	Παραλαβή	ο1 → 5 → 2 → 6 → 7 → ο2		
1	Παράδοση	ο3 → 16 → 18 → 10 → ο4		
2	Παράδοση	ο3 → 15 → 13 → ο4		
3	Παράδοση	ο3 → 17 → 12 → 14 → 11 → ο4		
1	Παραλαβή	ο1 → 2 → 5 → ο2	1505.16	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	ο1 → 4 → ο2		
3	Παραλαβή	ο1 → 3 → 8 → 9 → 6 → 7 → 1 → ο2		
1	Παράδοση	ο3 → 11 → 14 → 12 → 15 → ο4		
2	Παράδοση	ο3 → 16 → 18 → 10 → ο4		
3	Παράδοση	ο3 → 17 → 13 → ο4		

Το σύνολο δεδομένων με τα δέκα αιτήματα σηματοδοτεί το ανώτερο στάδιο φόρτου που εξετάστηκε στη μελέτη της παρούσας διπλωματικής εργασίας και λειτουργεί ως τελική δοκιμασία αντοχής για το δυναμικό μοντέλο δρομολόγησης. Η αύξηση του αριθμού των

αιτημάτων σε δέκα επιβαρύνει ουσιαστικά το δίκτυο, όχι μόνο ως προς το πλήθος των κόμβων η οποία αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα του χρονικού προγραμματισμού.

Παρά τη διεύρυνση αυτή, το σύστημα διατηρεί τέσσερα ενεργά οχήματα, όπως και στη στατική επίλυση και ολοκληρώνει τη δυναμική διαδικασία σε εννέα διαδοχικές επαναλήψεις βελτιστοποίησης, επιτυγχάνοντας τελική τιμή κόστους 1927.0 έναντι 1795.7 του στατικού προβλήματος. Η αύξηση κατά περίπου 7 % αποτυπώνει το αναμενόμενο λειτουργικό κόστος προσαρμογής σε συνθήκες αβεβαιότητας και δείχνει ότι το μοντέλο παραμένει εξαιρετικά αποδοτικό.

Πίνακας 11. Δρομολόγηση για 10 αιτήματα

Όχημα	Τύπος διαδρομής	Εξυπηρετούμενοι Κόμβοι	Συνολικό κόστος	
1	Παραλαβή	ο1 → 3 → ο2	1927.01	Δυναμικό μοντέλο
2	Παραλαβή	ο1 → 4 → ο2		
3	Παραλαβή	ο1 → 2 → 5 → 10 → ο2		
4	Παραλαβή	ο1 → 8 → 9 → 6 → 7 → 1 → ο2		
1	Παράδοση	ο3 → 13 → 18 → 16 → ο4		
2	Παράδοση	ο3 → 15 → 12 → ο4		
3	Παράδοση	ο3 → 17 → 19 → 11 → ο4		
4	Παράδοση	ο3 → 14 → 20 → ο4		
1	Παραλαβή	ο1 → 3 → ο2	1795.71	Στατικό μοντέλο
2	Παραλαβή	ο1 → 8 → 9 → 6 → 7 → 1 → ο2		
3	Παραλαβή	ο1 → 4 → ο2		
4	Παραλαβή	ο1 → 2 → 5 → 10 → ο2		
1	Παράδοση	ο3 → 12 → 15 → ο4		
2	Παράδοση	ο3 → 13 → 18 → 16 → ο4		
3	Παράδοση	ο3 → 14 → 20 → ο4		
4	Παράδοση	ο3 → 17 → 19 → 11 → ο4		

4.4 Ανάλυση ευαισθησίας μοντέλου

Στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) με σκοπό τη διερεύνηση της επίδρασης της ταχύτητας των οχημάτων στα αποτελέσματα του δυναμικού προβλήματος παραλαβών-παραδόσεων με crossdock (DPDPCD). Η ανάλυση αυτή αποσκοπεί στο να αξιολογήσει τη σταθερότητα και την προσαρμοστικότητα του μοντέλου σε διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας, προσομοιώνοντας σενάρια αυξημένου ή μειωμένου κυκλοφοριακού φόρτου.

Συγκεκριμένα, εξετάστηκαν εννέα σενάρια, στα οποία η μέση ταχύτητα των οχημάτων μεταβάλλεται κατά $\pm 25\%$ γύρω από τις αρχικές τιμές (-25% , -20% , -15% , -10% , 0% , $+10\%$, $+15\%$, $+20\%$, $+25\%$).

Για κάθε σενάριο εκτελέστηκαν δοκιμές στο σύνολο των δεδομένων (Data 4 – Data 10), και καταγράφηκαν τα εξής βασικά μεγέθη:

- ο αριθμός οχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στη βέλτιστη λύση,
- ο αριθμός των βημάτων βελτιστοποίησης (optimization steps) που απαιτήθηκαν για τη σύγκλιση, και
- το συνολικό κόστος της βέλτιστης λύσης.

Τα αποτελέσματα κάθε σεναρίου συγκρίνονται με εκείνα των αρχικών ταχυτήτων (0%), ώστε να αποτυπωθεί η μεταβολή της απόδοσης του συστήματος υπό διαφορετικές κυκλοφοριακές συνθήκες. Με αυτόν τον τρόπο αξιολογείται η ευαισθησία του μοντέλου ως προς τις ταχύτητες και, κατ'επέκταση, η ανθεκτικότητά του σε ρεαλιστικές διακυμάνσεις του χρόνου μετακίνησης. Η συγκεντρωτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων αναμένεται να επιτρέψει την εξαγωγή ποσοτικών και ποιοτικών συμπερασμάτων σχετικά με το:

- 1) πώς η μεταβολή της ταχύτητας επηρεάζει τη δυναμική κατανομή και αξιοποίηση του στόλου,
- 2) κατά πόσο μεταβάλλεται ο αριθμός οχημάτων που απαιτούνται για την επίτευξη εφικτής και βέλτιστης λύσης, και
- 3) πώς επηρεάζεται το συνολικό κόστος σε σχέση με την αποδοτικότητα του συστήματος.

Η ανάλυση αυτή επιτρέπει την κατανόηση του βαθμού ευαισθησίας του μοντέλου σε ρεαλιστικές αλλαγές λειτουργικών παραμέτρων και συμβάλλει στη βελτιστοποίηση της διαχείρισης στόλου υπό μεταβαλλόμενες συνθήκες κυκλοφορίας.

Για αύξηση της ταχύτητας κατά $+10\%$, το συνολικό κόστος εμφανίζει περιορισμένη μείωση, ενώ ο αριθμός οχημάτων παραμένει σταθερός. Η μεταβολή αυτή δείχνει ότι το μοντέλο ανταποκρίνεται ομαλά σε μικρές αυξήσεις ταχύτητας, βελτιώνοντας ελαφρώς τον συνολικό χρόνο εξυπηρέτησης χωρίς να επηρεάζεται η κατανομή των οχημάτων.

Πίνακας 12. Αύξηση ταχύτητας κατά 10%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες $+10\%$		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	9	1105.84
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	9	1105.84
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1355.23
7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	9	1393.95

8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	9	1464.4
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	10	1505.16
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	10	1795.71

Για αύξηση της ταχύτητας κατά +15%, το συνολικό κόστος παρουσιάζει αισθητή μείωση σε σχέση με τις αρχικές ταχύτητες, ενώ ο αριθμός οχημάτων παραμένει σταθερός. Η συμπεριφορά αυτή δείχνει ότι το σύστημα επωφελείται ουσιαστικά από τη βελτίωση της ταχύτητας, επιτυγχάνοντας πιο αποδοτική δρομολόγηση και μικρότερους χρόνους εξυπηρέτησης χωρίς αλλαγή στη δομή του στόλου.

Πίνακας 13. Αύξηση ταχύτητας κατά 15%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες +15%		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	6	1054.98
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	9	1105.84
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1355.23
7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	9	1393.95
8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	9	1464.4
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	10	1505.16
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	10	1795.71

Για αύξηση της ταχύτητας κατά +20%, το συνολικό κόστος συνεχίζει να μειώνεται ελαφρώς, διατηρώντας σταθερό τον αριθμό οχημάτων. Η τάση αυτή δείχνει ότι το σύστημα έχει πλέον προσεγγίσει ένα σημείο κορεσμού βελτίωσης, όπου η περαιτέρω αύξηση της ταχύτητας δεν επιφέρει ουσιαστικά οφέλη στη συνολική απόδοση, υποδηλώνοντας ότι η λειτουργία του στόλου είναι ήδη πλήρως βελτιστοποιημένη.

Πίνακας 14. Αύξηση ταχύτητας κατά 20%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες +20%		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	6	1054.98
5 αιτήματα	2	8	1437.45	3	9	1393.95
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1355.23

7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	9	1393.95
8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	9	1464.4
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	10	1505.16
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	10	1795.71

Για αύξηση της ταχύτητας κατά +25%, το συνολικό κόστος παραμένει σχεδόν αμετάβλητο σε σχέση με τα προηγούμενα σενάρια, ενώ ο αριθμός οχημάτων παραμένει επίσης σταθερός. Η συμπεριφορά αυτή υποδηλώνει ότι το σύστημα έχει φτάσει σε οριακό σημείο αποδοτικότητας, όπου περαιτέρω αύξηση της ταχύτητας δεν αποδίδει ουσιαστικά οφέλη, καθώς οι διαδρομές έχουν ήδη βελτιστοποιηθεί χρονικά και επιχειρησιακά.

Πίνακας 15. Αύξηση ταχύτητας κατά 25%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες +25%		
	Οχήματ α	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματ α	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	6	1054.98
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	8	1105.84
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1355.23
7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	9	1393.95
8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	9	1464.4
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	10	1505.16
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	10	1795.71

Για τις συνθήκες μειωμένης ταχύτητας κυκλοφορίας των οχημάτων, παρατηρήσαμε πως το μοντέλο αδυνατούσε να δώσει αποτελέσματα ακόμα και αν αυξανόταν ο αριθμός των οχημάτων. Για τον λόγο αυτό, για τη διεξαγωγή της ανάλυσης ευαισθησίας, αφαιρέθηκαν οι περιορισμοί (21),(22),(23),(24) που σχετίζονται με τον μέγιστο επιτρεπτό χρόνο μεταφοράς κάθε αιτήματος (ride time). Η αφαίρεση αυτή επέτρεψε στο μοντέλο να παραμένει εφικτό υπό χαμηλότερες ταχύτητες, όπου διαφορετικά οι χρόνοι διαδρομής θα υπερέβαιναν το ανώτατο όριο L_i . Παράλληλα, επεκτάθηκαν τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης κατά ± 30 λεπτά (συνολική επέκταση 1 ώρα), ώστε να αξιολογηθεί η ευαισθησία του συστήματος χωρίς να περιορίζεται υπερβολικά από χρονικούς περιορισμούς. Για μείωση της ταχύτητας κατά -10%, το συνολικό κόστος αυξάνεται σε όλα τα datasets, ενώ ο αριθμός οχημάτων παραμένει σταθερός. Η αύξηση αυτή οφείλεται στη μεγαλύτερη διάρκεια των δρομολογίων και στις καθυστερήσεις που συσσωρεύονται στα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης, οι οποίες οδηγούν σε μειωμένη αποδοτικότητα του στόλου. Το αποτέλεσμα δείχνει ότι ακόμη και μικρές μειώσεις ταχύτητας επηρεάζουν σημαντικά το συνολικό χρόνο λειτουργίας του συστήματος, χωρίς ωστόσο να απαιτούνται επιπλέον οχήματα για τη διατήρηση της εφικτότητας της λύσης.

Πίνακας 16. Μείωση ταχύτητας κατά 10%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες -10%		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	7	1272.81
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	9	1245.59
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1619.62
7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	8	1688.39
8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	10	1698.14
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	10	1783.17
10 αιτήματα	4	9	1927.01	5	8	1783.17

Για μείωση της ταχύτητας κατά –15%, το συνολικό κόστος αυξάνεται αισθητά, διατηρώντας σταθερό τον αριθμό οχημάτων. Η επιβράδυνση των μετακινήσεων προκαλεί μεγαλύτερους χρόνους ολοκλήρωσης της κάθε διαδρομής, γεγονός που αυξάνει τη συνολική διάρκεια δρομολόγησης. Η συμπεριφορά αυτή δείχνει ότι το σύστημα αρχίζει να παρουσιάζει εντονότερη απώλεια αποδοτικότητας, καθώς οι χρονικοί περιορισμοί γίνονται πιο δεσμευτικοί και το μοντέλο χρειάζεται περισσότερα βήματα βελτιστοποίησης για να συγκλίνει.

Πίνακας 17. Μείωση ταχύτητας κατά 15%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες -15%		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	7	1347.51
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	9	1372.58
6 αιτήματα	3	5	2046.88	3	7	1805.11
7 αιτήματα	3	7	1549.28	3	8	1756.33
8 αιτήματα	3	11	1663.15	3	8	1795.54
9 αιτήματα	3	10	1684.04	3	9	1942.7
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	10	2138.34

Η μείωση της ταχύτητας κατά –20%, έδειξε ότι το συνολικό κόστος αυξάνεται σημαντικά, ενώ σε ορισμένα datasets απαιτούνται περισσότερα οχήματα για την επίτευξη της βέλτιστης λύσης. Η πτώση της ταχύτητας οδηγεί σε μεγαλύτερους χρόνους διαδρομών με αποτέλεσμα το μοντέλο να ενεργοποιεί επιπλέον οχήματα ώστε να εξυπηρετήσει τα αιτήματα έγκαιρα. Η συμπεριφορά αυτή δείχνει ότι το σύστημα γίνεται ευαίσθητο σε χαμηλές ταχύτητες,

παρουσιάζοντας σαφή μείωση της λειτουργικής αποδοτικότητας και αύξηση του συνολικού χρόνου δρομολόγησης.

Πίνακας 18. Μείωση ταχύτητας κατά 20%

	Αρχικές ταχύτητες			Ταχύτητες -20%		
	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	2	7	1438.32
5 αιτήματα	2	8	1437.45	2	9	1465.47
6 αιτήματα	3	5	2046.88	4	7	2453.59
7 αιτήματα	3	7	1549.28	4	7	2247.01
8 αιτήματα	3	11	1663.15	4	7	2247.01
9 αιτήματα	3	10	1684.04	4	7	2247.01
10 αιτήματα	4	9	1927.01	4	7	2247.01

Παρά τη σημαντική αύξηση του συνολικού κόστους για ταχύτητες -25%, ο αριθμός των βημάτων βελτιστοποίησης παραμένει χαμηλός. Αυτό συμβαίνει επειδή, με τη χρήση περισσότερων οχημάτων, το πρόβλημα γίνεται πιο εφικτό, επιτρέποντας στο μοντέλο να βρίσκει ταχύτερα λύση. Ωστόσο, η λύση αυτή είναι λιγότερο αποδοτική, καθώς το μοντέλο καταλήγει σε υψηλότερο συνολικό κόστος, αντανakλώντας τη δυσχέρεια του συστήματος να διατηρήσει την αποδοτικότητα σε χαμηλές ταχύτητες. Πιο συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι για τα 8 και 9 αιτήματα χρησιμοποιούνται αντίστοιχα 8 και 9 οχήματα. Συνεπάγεται πως εκεί για κάθε παραλαβή και παράδοση κάθε όχημα πραγματοποιεί μόνο μία διαδρομή για την επίτευξη της βέλτιστης λύσης.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση των 10 αιτημάτων, όπου το μοντέλο επιτυγχάνει εφικτή λύση με μόλις 7 οχήματα, (ενώ στα σενάρια των 8 και 9 αιτημάτων απαιτούνται 8 και 9 οχήματα αντίστοιχα). Η συμπεριφορά αυτή αποδίδεται στη χωρική και χρονική συσχέτιση των αιτημάτων, καθώς και στη χαλάρωση των περιορισμών ride time, που επιτρέπει σε κάθε όχημα να εξυπηρετεί περισσότερα αιτήματα στο ίδιο δρομολόγιο. Συνεπώς αυτό δείχνει την μη γραμμική συμπεριφορά του μοντέλου, αλλά την εξάρτηση του από τη δομή του προβλήματος και τις συνθήκες συγχρονισμού στο cross-dock.

Πίνακας 19. Μείωση ταχύτητας κατά 25%

	Αρχικές ταχύτητες	Ταχύτητες -25%
--	-------------------	----------------

	Οχήματα	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολικ ό κόστος	Οχήματ α	Αρ. βημάτων βελτιστοποίησης	Συνολι κό κόστος
4 αιτήματα	2	7	1135.04	3	5	1834.13
5 αιτήματα	2	8	1437.45	5	4	2749.76
6 αιτήματα	3	5	2046.88	4	5	2319.7
7 αιτήματα	3	7	1549.28	6	5	3079.12
8 αιτήματα	3	11	1663.15	8	4	4944.39
9 αιτήματα	3	10	1684.04	9	4	5661.04
10 αιτήματα	4	9	1927.01	7	6	3660.39

5. Συνολικά Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά συμπεράσματα από τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στα σύνολα δεδομένων με τέσσερα έως δέκα αιτήματα (Data 4–Data 10). Η ανάλυση επικεντρώνεται σε ποσοτικούς δείκτες, όπως το συνολικό κόστος, ο αριθμός των οχημάτων και ο αριθμός των βημάτων βελτιστοποίησης καθώς και στη συγκριτική αξιολόγηση του δυναμικού μοντέλου με κυλιόμενο ορίζοντα (rolling horizon) έναντι της στατικής επίλυσης. Τα αποτελέσματα επιτρέπουν την εκτίμηση της αποδοτικότητας, της σταθερότητας και της προσαρμοστικότητας του δυναμικού μοντέλου σε ρεαλιστικές συνθήκες. Επίσης, συζητούνται οι περιορισμοί της δυναμικής προσέγγισης και η δυνατότητα γενίκευσης των ευρημάτων.

Η στατική επίλυση αποδίδει σταθερά χαμηλότερο συνολικό κόστος σε όλα τα εξεταζόμενα σενάρια. Η πλήρης γνώση των αιτημάτων εκ των προτέρων επιτρέπει τη βέλτιστη διαμόρφωση των δρομολογίων, τη μείωση των μεταφορικών αποστάσεων και των χρόνων αναμονής, καθώς και την αποτελεσματικότερη κατανομή των αποστολών στα διαθέσιμα οχήματα.

Αντιθέτως, η δυναμική επίλυση με κυλιόμενο ορίζοντα (rolling horizon) προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία, αποτυπώνει ρεαλιστικότερα τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας και εμφανίζει ελαφρώς αυξημένο συνολικό κόστος. Η διαφορά αυτή θεωρείται αναμενόμενη, καθώς το δυναμικό μοντέλο δεν γνωρίζει της ταχύτητες από την αρχή αλλά τις ανανεώνει σε κάθε βήμα βελτιστοποίησης, αλλά και καθώς λαμβάνονται μειωμένες ταχύτητες οι οποίες είναι χαρακτηριστικά μικρότερες από αυτή των 60 km/h που λαμβάνεται σταθερή στο στατικό μοντέλο.

Αυτός είναι και ο κύριος λόγος που παρατηρούμε μεγαλύτερο αριθμό οχημάτων στο δυναμικό μοντέλο σε σχέση με το στατικό, για την ανάγκη εύρεσης βέλτιστης λύσης. Ωστόσο, η απόκλιση παραμένει μικρή, γεγονός που αποδεικνύει ότι το δυναμικό μοντέλο προσαρμόζεται χωρίς μεγάλη δυσκολία στις δυσμενέστερες συνθήκες λειτουργίας που το διέπουν.

Στον παρακάτω εικόνα (Εικόνα 5) παρουσιάζεται συνοπτικά η σύγκριση των δύο κρίσιμων παραμέτρων, αριθμού οχημάτων και συνολικού κόστους δρομολόγησης, για τα σύνολα δεδομένων με 4 έως 10 αιτήματα.

Πίνακας 20. Σύγκριση κόστους

Στατικό Μοντέλο			Δυναμικό Μοντέλο	
Αριθμός Αιτημάτων	Αριθμός Οχημάτων	Κόστος	Αριθμός Οχημάτων	Κόστος
4	2	1054.98	2	1135
5	2	1105.84	5	1437.5
6	3	1105.84	5	2046.9
7	3	1393.95	3	1549.3
8	3	1464.4	3	1663.2
9	3	1505.16	3	1684
10	4	1795.71	4	1927

Συνολικά, η σύγκριση καταδεικνύει ότι η δυναμική προσέγγιση αποτελεί μια αξιόπιστη και ανταγωνιστική εναλλακτική λύση, με ουσιαστικά επιχειρησιακά πλεονεκτήματα σε περιβάλλοντα αβεβαιότητας. Παρότι παρουσιάζει ελαφρώς υψηλότερο κόστος, το μειονέκτημα αυτό αντισταθμίζεται από την αυξημένη προσαρμοστικότητα της και τη σταθερή απόδοση υπό χρονικούς και λειτουργικούς περιορισμούς. Η συνολική ανάλυση επιβεβαιώνει ότι το μοντέλο με κυλιόμενο ορίζοντα επιτυγχάνει μια ισορροπία μεταξύ ευελιξίας και αποδοτικότητας, παρέχοντας επιχειρησιακά βιώσιμες λύσεις σε σύνθετα δυναμικά προβλήματα δρομολόγησης.

Βιβλιογραφία

- Alpan, G., Larbi, R., & Penz, B. (2011). A bounded dynamic programming approach to schedule operations in a cross docking platform. *Computers and Industrial Engineering*, 60(3), 385–396. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.08.012>
- Andersson, T. (2021). A Comparative Study on a Dynamic Pickup and Delivery Problem Improving routing and order assignment in same-day courier operations. In *DEGREE PROJECT COMPUTER SCIENCE AND ENGINEERING*.
- Arslan, A. M., Agatz, N., Kroon, L., & Zuidwijk, R. (2016). *Electronic copy available*. <http://ssrn.com/abstract=2726731>at:<https://ssrn.com/abstract=2726731> Electroniccopyavailableat:<http://ssrn.com/abstract=2726731>
- Ascheuer, N., Fischetti, M., & Grötschel, M. (2001). Solving the Asymmetric Travelling Salesman Problem with Time Windows by branch-and-cut. *Mathematical Programming, Series B*, 90(3), 475–506. <https://doi.org/10.1007/PL00011432>
- Ayu Novia Andini, M., Satria, Y., & Burhan, H. (2019). Dynamic pickup and delivery problem with transfer in ridesharing to reduce congestion. *Journal of Physics: Conference Series*, 1218(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1218/1/012010>
- Bagherinezhad, A., Alizadeh, M., & Parvania, M. (2024). Rolling Horizon Approach for Real-Time Charging and Routing of Autonomous Electric Vehicles. *IEEE Open Access Journal of Power and Energy*, 11, 94–103. <https://doi.org/10.1109/OAJPE.2023.3347972>
- Bent, R. W., & Van Hentenryck, P. (2004). Scenario-based planning for partially dynamic vehicle routing with stochastic customers. *Operations Research*, 52(6), 977–987. <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0124>
- Beraldi, P., De Maio, A., Laganà, D., & Violi, A. (2021). A pick-up and delivery problem for logistics e-marketplace services. *Optimization Letters*, 15(5), 1565–1577. <https://doi.org/10.1007/s11590-019-01472-3>
- Bertsimas, D., Jaillet, P., & Martin, S. (2018). *Online Vehicle Routing: The Edge of Optimization in Large-Scale Applications*.
- Çimen, M., & Soysal, M. (2017). Time-dependent green vehicle routing problem with stochastic vehicle speeds: An approximate dynamic programming algorithm. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 54, 82–98. <https://doi.org/10.1016/J.TRD.2017.04.016>

- Erdoğan, G., Battarra, M., Laporte, G., & Vigo, D. (2012). Metaheuristics for the traveling salesman problem with pickups, deliveries and handling costs. *Computers and Operations Research*, 39(5), 1074–1086. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.07.013>
- EUROPEAN E-COMMERCE REPORT 2022. (n.d.). www.ecommerce-europe.eu
- Fikar, C., Hirsch, P., & Gronalt, M. (2018). A decision support system to investigate dynamic last-mile distribution facilitating cargo-bikes. *International Journal of Logistics Research and Applications*, 21(3), 300–317. <https://doi.org/10.1080/13675567.2017.1395830>
- Gendreau, M., Guertin, F., Potvin, J. Y., & Séguin, R. (2006). Neighborhood search heuristics for a dynamic vehicle dispatching problem with pick-ups and deliveries. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 14(3), 157–174. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2006.03.002>
- Gendreau, M., & Laporte, G. (1996). EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH Stochastic vehicle routing. In *European Journal of Operational Research* (Vol. 88).
- Gkiotsalitis, K., & Nikolopoulou, A. (n.d.). *The Pickup and Delivery Problem with Crossdock for Perishable Goods*.
- Horn, M. E. T. (n.d.). *Fleet scheduling and dispatching for demand-responsive passenger services*. www.elsevier.com/locate/trc
- Karami, F., Wim, ., Greet, V. ., & Berghe, V. (n.d.). *A buffering-strategy-based re-optimization approach to dynamic pickup and delivery problems with time windows*.
- Larsen, A., Madsen, O., & Solomon, M. (2002). Partially dynamic vehicle routing - Models and algorithms. *Journal of the Operational Research Society*, 53(6), 637–646. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601352>
- Li, H., & Lim, A. (2001). A metaheuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Proceedings 13th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence. ICTAI 2001*, 160–167.
- Li, X., Luo, W., Yuan, M., Wang, J., Lu, J., Wang, J., Lu, J., & Zeng, J. (2021). *Learning to Optimize Industry-Scale Dynamic Pickup and Delivery Problems*. <http://arxiv.org/abs/2105.12899>
- Ma, Y., Hao, X., Hao, J., Lu, J., Liu, X., Tong, X., Yuan, M., Li, Z., Tang, J., & Meng, Z. (n.d.). *A Hierarchical Reinforcement Learning Based Optimization Framework for Large-scale Dynamic Pickup and Delivery Problems*.

- Mitrović-Minić, S., & Laporte, G. (2006). The pickup and delivery problem with time windows and transshipment. *INFOR*, 44(3), 217–227. <https://doi.org/10.1080/03155986.2006.11732749>
- Nagata, Y., & Kobayashi, S. (n.d.). *LNCS 6238 - A Memetic Algorithm for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows Using Selective Route Exchange Crossover*.
- Nearest neighbour analysis. (2025). <https://pythongis.org/part2/chapter-06/nb/07-nearest-neighbour.html>
- Psaraftis, H. N. (1980a). A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, 14(2), 130–154.
- Psaraftis, H. N. (1980b). DYNAMIC PROGRAMMING SOLUTION TO THE SINGLE VEHICLE MANY-TO-MANY IMMEDIATE REQUEST DIAL-A-RIDE PROBLEM. *Transportation Science*, 14(2), 130–154. <https://doi.org/10.1287/trsc.14.2.130>
- Pureza, V., & Laporte, G. (2008). Waiting and buffering strategies for the dynamic pickup and delivery problem with time windows. *INFOR*, 46(3), 165–175. <https://doi.org/10.3138/infor.46.3.165>
- Sabar, N. R., Bhaskar, A., Chung, E., Turkey, A., & Song, A. (2019). A self-adaptive evolutionary algorithm for dynamic vehicle routing problems with traffic congestion. *Swarm and Evolutionary Computation*, 44, 1018–1027. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.10.015>
- Savelsbergh, M., & Sol, M. (1996). *DRIVE: Dynamic Routing of Independent VEHICLES*.
- Savelsbergh, M. W. P., & Sol, M. (1995a). The general pickup and delivery problem. *Transportation Science*.
- Savelsbergh, M. W. P., & Sol, M. (1995b). The General Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, 29(1), 17–29. <https://doi.org/10.1287/trsc.29.1.17>
- Savelsbergh, M. W. P., & Sol, M. (1995c). The General Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, 29(1), 17–29. <https://doi.org/10.1287/trsc.29.1.17>
- Schilde, M., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2011). Metaheuristics for the dynamic stochastic dial-a-ride problem with expected return transports. *Computers and Operations Research*, 38(12), 1719–1730. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.02.006>
- Sol, M. (n.d.). *The General Pickup and Delivery Problem*.
- Sun, B., Yang, Y., Shi, J., & Zheng, L. (2019). Dynamic Pick-Up and Delivery Optimization with Multiple Dynamic Events in Real-World

- Environment. *IEEE Access*, 7, 146209–146220.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2944739>
- Van Lon, R. R. S., Ferrante, E., Tom, A. E. T., Greet, W., Berghe, V., Holvoet, T., Leuven, K. U., Turgut, A. E., & Wenseleers, T. (2015). *Measures of dynamism and urgency in logistics Measures of dynamism and urgency in logistics Measures of dynamism and urgency in logistics*.
- Wen, M., Larsen, J., Clausen, J., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2009). Vehicle routing with cross-docking. *Journal of the Operational Research Society*, 60(12), 1708–1718.
<https://doi.org/10.1057/jors.2008.108>
- What is Cross-Docking?* | *Brimich Logistics*. (n.d.). Retrieved November 5, 2025, from <https://www.thebrimichgroup.com/what-is-cross-docking/>
- Wu, Y., Du, H., & Song, H. (2024). An Iterated Local Search Heuristic for the Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows. *Mathematics*, 12(11).
<https://doi.org/10.3390/math12111712>
- Xu, H., Chen, Z. L., Rajagopal, S., & Arunapuram, S. (2003). Solving a practical pickup and delivery problem. *Transportation Science*, 37(3), 347–364. <https://doi.org/10.1287/trsc.37.3.347.16044>
- Xu, X., & Wei, Z. (2023). Dynamic pickup and delivery problem with transshipments and LIFO constraints. *Computers and Industrial Engineering*, 175. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108835>