



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

Μελέτη προβλήματος χρονοπρογραμματισμού
οχημάτων για αποσπώμενα ηλεκτρικά λεωφορεία

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Στέφανου Βιώνη

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Γχιουσαλίτης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΙΔΗΡΟΔΡΟΜΙΚΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ
Αθήνα, Οκτώβριος 2024



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Μεταφορών και Συγκοινωνιακής Υποδομής
Εργαστήριο Σιδηροδρομικής Τεχνικής και Μεταφορών

Μελέτη προβλήματος χρονοπρογραμματισμού οχημάτων για αποσπώμενα ηλεκτρικά λεωφορεία

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Στέφανου Βιώνη

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Γχιουσαλίτης
Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2024

Copyright © – All rights reserved Στέφανος Βιώνης, 2024.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Perthl hyh

H paro0sa mel èth aposkope0 sthn enswm^twsh thc qr shc tou sqediasmo0 aposp, menwn lewfore0wn sthn up^rqousa diat0pwsh tou probl matoc programmatismo0 oqhm^tw n hl ektrik, n lewfore0wn pol l apl, n stj m, n me qronik^ par^j ura (EB-MDVSPTW). K^j e meroç thc arqik c diat0pwshc epekte0hetai l amb^nantac upi yh to neo s0sthma aposp, menwn lewfore0wn. H diat0pws mac l amb^nei upi yh tic kaino0rgiec j èseic gia tic ergastec ze0xhc/apoze0xhc pou prèpei na ektel esto0n, thn ikani tht^ touc na ektel o0ntai me b^sh tic apait seic tou taxi-dio0, ton ant0ktupo pou èqoun sthn katanal iski menh energeia tou oq matoc kai to ki stoc leitourg0ac. Eis^goume pol l apl o0c periorismo0c kai touc grammikopoio0me i tan grei^zetai prokeimènou na diathr soume th diat0pwsh tou mikto0 akèraiou grammiko0 programmatismo0 (MILP). H antikeimenik sun^rthsh epekte0hetai eplshc gia na enswmat, sei touc pri sj etouc par^gontec tw n aposp, menwn mon^dwn kai katal gei se mia diat0pwsh pol l apl, n sti qwn. Parousi^zetai èna d0ktuo me ideat^ dedomèna (Toy-Network) gia na parousiast0n l eptomer, c ta apotel èsmata tw n al lag, n mac. Tèl oc, pragmatopoio0ntai arij mhtik^ peir^mata me th qr sh tou logismiko0 bel tistopo0hshc Gurobi, prokeimènou na exetast0n ta apotel èsmata thc diat0pws c mac stouc upol ogistiko0c qri nouc kai to ki stoc api doshc. Katafèrnouµe na epit0qouµe µe0wsh tou ki stouc èwc kai 19,85% sto kal 0tero sen^rio. Sunist^tai, wsti so, prosoq, dii ti en, epitugq^netai µe0wsh tou ki stouc mpore0 na parathrhj e0 kai to ant0j eto apotel esma se orismè nec peript, seic.

Lèxeic KI eidi^ Sqediasmì c aposp, menwn lewfore0wn, pri bl hma qronoprogrammatismo0 lewfore0wn, miktì c akèraioc grammikì c programmatisµì c, hl ektrik^ lewfore0a, stj mo0 fi rtishc, qronik^ par^j ura, Branch and cut, Dual simplex, Gurobi, Python,

Abstract

This study aims to incorporate the use of modular bus design into the existing formulation of electric bus multi-depot vehicle scheduling problem with time windows (EB-MDVSPTW). Every part of the original formulation is extended take into account the newly modular bus system. Our formulation considers the newly added locations for the coupling/ uncoupling tasks to be performed, their ability to be performed based on the trip requirements and also the impact they have on vehicle consumed energy and cost of operation. We introduce multiple constraints and linearize them when needed in order to maintain the Mixed Integer Linear Programming (MILP) formulation. The objective function is also extended to incorporate the additional factors of the modular units and ending in a multi-objective formulation. A toy-network is presented to show in detail the effects of our changes. Lastly, numerical experiments using Gurobi, are performed in order to examine the results of our formulation to computational times and performance costs. We manage to achieve a cost reduction of up to 19.85% at the best case scenario. Caution, though is advised because while achieving cost reduction the opposite effect can also be observed in certain cases.

Keywords Mixed Integer Linear Programming, Modular Bus Design, Modular units, Modular units storage, Electric vehicle scheduling problem, time windows, charging stations, Vehicle Scheduling Problem, Branch and cut, Dual simplex, Gurobi, Python, Time Windows

Euqaristðec

Me thn ol okl ñr wsh thc dipl wmatik c mou ergastðac ja j el a na euqarist sw ta ^toma pou sunetèl esan sto taxðdi autì kai thn tel ik ol okl ñr wsh tw n proptuqiak, n spoud, n mou sth Sqol ñ tw n Pol itik, n Mhqanik, n tou Ej nikoÔ Metsi biou Pol uteqneðlou.

Arqik^, ja j el a na euqarist sw ton ton epibl èponta kaj hght mou Kw nstantino Gkiot-sal ðth, Epðkouro Kaj hght thc Sqol c Pol itik, n Mhqanik, n E.M.P., gia thn eukairða pou mou èdwse na ekpon sw thn dipl wmatik mou ergastða upo thn epðbleyh tou, kaj, c kai thn kaj od ghsh pou mou èdwse kaj 'ì l h thn di^rkeia thc ekpì nhshc thc.

Epðshc ja j el a na euqarist sw j erm^ ton Gi^nnh KampoÔrh, upoy fio did^kto ra EMP, gia th bo j eia kai to qri no pou afièrwse.

Ja j el a na euqarist sw thn oikogèneia mou, touc goneðc mou kai idiaðtera thn aderf^ mou Al èxandra, gia ì l h thn upost rixh pou mou èdwsan kat^ thn di^rkeia thc ekpì nhshc thc dipl wmatik c mou ergastðac all^ kai ì l a ta qri ñia tw n spoud, n mou. Tèl oc, ja j el a na euqarist sw touc fìl ouc pou èkana kat^ thn di^rkeia tw n foithtik, n mou qri ñwn, mazð me touc opoðouc kat^ fera na ol okl hr, sw ton taxðdi autì .

Bi, nhc Stèfanoc
Okt, brioc 2024

Perieqì mena

Περιεχόμενα	xī
Λίστα Σχημάτων	xīīī
Κατάλογος Πινάκων	xv
1 Εισαγωγή	1
1.1 Eisagwg	2
2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	5
2.1 Pri bl hma qronoprogrammatismoŃ oqhm^twñ	6
2.1.1 Montèl o el ^qisthc di^spashc	6
2.1.2 Montèl o an^j eshc	7
2.1.3 Montèl o metafor^c	7
2.1.4 Montèl o ro c diktŃou	8
2.1.5 Montèl a enì c emporeŃmatoc	9
2.1.5.1 Montèl o enì c emporeŃmatoc me periorismoŃc diakop c upo- diadrom, n	9
2.1.5.2 Montèl o enì c emporeŃmatoc me metabl htèc an^j eshc	10
2.1.6 Montèl a pol l apl, n emporeum^twñ	10
2.1.6.1 Montèl a basismèna se sundèseic	10
2.1.6.2 Montèl a Qwroqronik, n DiktŃwn	11
2.1.7 Montèl a diamerismoŃ sunì l wn	11
2.2 Qronoprogrammatismì c oqhm^twñ gia hl ektrik^ l ewforeŃa	11
2.3 Qronoprogrammatismì c oqhm^twñ gia aposp, mena l ewforeŃa	14
3 Διατύπωση μοντέλου	17
3.1 Eisagwg	18
3.2 SŃnol a	22
3.3 Par^metroi	23
3.4 Metabl htèc	24
3.5 PeriorismoŃ	24
3.5.1 PeriorismoŃ programmatismoŃ oqhm^twñ	25
3.5.2 PeriorismoŃ hl ektrik c fì rtishc	26

3.5.3	Periorismo θ aposp $_{\text{,}}$ menwn mon \hat{d} wn	27
3.6	Antikeimenik sun \hat{r} thsh	27
3.7	Grammik metatrop tou EB-MDVSP TW me aposp $_{\text{,}}$ mena lewfore θ a	28
3.8	'Egkurec anis \hat{i} thtec	34
3.8.1	Anagwg \hat{e} c sun \hat{i} l wn t \hat{i} xwn	35
3.8.2	Anagwg \hat{e} c SOC	35
3.8.3	Mei $_{\text{,}}$ seic gegon \hat{i} tw n f \hat{i} rtishc	36
3.8.4	Mei $_{\text{,}}$ seic tou qr \hat{i} nou \hat{e} narxhc tw n uphresi $_{\text{,}}$ n	36
3.8.5	Antifatik \hat{e} c anagwg \hat{e} c t \hat{i} xwn	37
3.8.5.1	Orism \hat{i} c	37
4	Εφαρμογή σε ιδεατό δίκτυο	39
4.1	Epe \hat{x} ghsh Probl matoc	40
4.2	Parous \hat{l} ash Apotel esm \hat{t} wn	43
5	Υπολογιστικά αποτελέσματα	47
5.1	Epe \hat{x} ghsh Kat \hat{s} trwshc probl matoc	48
5.2	Apotel \hat{e} smata probl matoc	48
5.2.1	1h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	49
5.2.2	2h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	49
5.2.3	3h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	50
5.2.4	4h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	50
5.2.5	5h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	51
5.2.6	6h Peri $\hat{\theta}$ ptwsh	51
5.2.7	S \hat{O} gkrish Apotel esm \hat{t} wn Diaforetik $_{\text{,}}$ n peript $_{\text{,}}$ sewn	53
5.3	Periorismo θ \hat{e} reunac	54
6	Συμπεράσματα	55
	Βιβλιογραφία	57
	Παράρτημα: Κώδικας Python	61

Λίστα Σχημάτων

1.1.1 Παράδειγμα απορροής μενού λεωφορείου	3
2.1.1 Κατεύθυνση μόνο γραμμή μοντέλου ροής δικτύου (Network flow model directed graph)	9
2.1.2 Γραμμή μοντέλου βασισμένο σε συνδέσεις	11
3.1.1 Φυσική αναπαράσταση του δικτύου $G^k = (N^k, A^k)$ ενήλικα οχήματα k	20
3.1.2 Μοντέλο οποιονδήποτε αναπαράσταση του δικτύου $G^k = (N^k, A^k)$ ενήλικα οχήματα k	21
3.1.3 Παράδειγμα γραμμών ταξιδιού διάρκειας μεταφορά/ενήλικα οχήματα k και χρονική παράδοση	22

Kat̂ I ogoc Pin̂ kwn

2.1	P̂nakac mont̂l ou an̂j eshc $n \times n$	7
2.2	P̂nakac mont̂l ou metafor̂c $n \times n$	8
2.3	Ŝnoyh mel et̂, n programmatismô hl ektrik̂, n oghm̂twn.	16
4.1	Suntetagm̂nec Gegon̂i tŵn	41
4.2	Qr̂i noc taxidiô, katanalisk̂i menh en̂ergeia gia ì qhma qwr̂lc aposp̂, menec mon̂dec kai aposp̂, menec mon̂dec pou apaitôntai kat̂ tĥn ekt̂l esh $k̂j$ e diadrom $c_i \ 2 \ V$	42
4.3	Qronik̂i periĵ, rio gia $k̂j$ e gegon̂i c.	42
4.4	Qr̂i noc T_j^k pou arq̂lzei $k̂j$ e gegon̂i c, en̂ergeia e_j^k, \bar{e}_j^k kai apal̂thsh aposp̂, menhc mon̂dac w_j, \bar{k}_j^k gia $k̂j$ e k̂i mbo $i \ 2 \ N$ pou episk̂eptetai to ì qhma $k = 1$	44
4.5	Qr̂i noc T_j^k pou arq̂lzei $k̂j$ e gegon̂i c, en̂ergeia e_j^k, \bar{e}_j^k kai apal̂thsh aposp̂, menhc mon̂dac w_j, \bar{k}_j^k gia $k̂j$ e k̂i mbo $i \ 2 \ N$ pou episk̂eptetai to ì qhma $k = 2$	45
5.1	Peript̂, seic(instances) tou probl̂matoc EB-MDVSPTW.	48
5.2	Apal̂thsh aposp̂, menwn mon̂dwn gia to tax̂l̂di $i \ 2 \ V$	49
5.3	Apotel̂ èsmata gia per̂lptwsh(instance) me 8 dromol̂ ì gia(trips). CNS: Perioris- mol̂, NE: B&B Diereunôntec K̂i mboi, SI: Prosegĝl̂seic Simplex, CT: Qr̂i noc upol̂ ogismô se l̂ept̂, SP: Ap̂i dosh l̂òshc, OG: Q̂sma bèl̂ tisthc leitourĝlac.	49
5.4	Apal̂thsh aposp̂, menwn mon̂dwn gia to tax̂l̂di $i \ 2 \ V$	49
5.5	Apotel̂ èsmata gia per̂lptwsh(instance) me 8 dromol̂ ì gia(trips). CNS: Perioris- mol̂, NE: B&B Diereunôntec K̂i mboi, SI: Prosegĝl̂seic Simplex, CT: Qr̂i noc upol̂ ogismô se l̂ept̂, SP: Ap̂i dosh l̂òshc, OG: Q̂sma bèl̂ tisthc leitourĝlac.	50
5.6	Apal̂thsh aposp̂, menwn mon̂dwn gia to tax̂l̂di $i \ 2 \ V$	50
5.7	Apotel̂ èsmata gia per̂lptwsh(instance) me 8 dromol̂ ì gia(trips). CNS: Perioris- mol̂, NE: B&B Diereunôntec K̂i mboi, SI: Prosegĝl̂seic Simplex, CT: Qr̂i noc upol̂ ogismô se l̂ept̂, SP: Ap̂i dosh l̂òshc, OG: Q̂sma bèl̂ tisthc leitourĝlac.	50
5.8	Apal̂thsh aposp̂, menwn mon̂dwn gia to tax̂l̂di $i \ 2 \ V$	50
5.9	Apotel̂ èsmata gia per̂lptwsh(instance) me 8 dromol̂ ì gia(trips). CNS: Perioris- mol̂, NE: B&B Diereunôntec K̂i mboi, SI: Prosegĝl̂seic Simplex, CT: Qr̂i noc upol̂ ogismô se l̂ept̂, SP: Ap̂i dosh l̂òshc, OG: Q̂sma bèl̂ tisthc leitourĝlac.	51
5.10	Apal̂thsh aposp̂, menwn mon̂dwn gia to tax̂l̂di $i \ 2 \ V$	51

5.11	Apotel èsmata gia perìptwsh(instance) me 8 dromol ì gia(trips). CNS: Periorismol, NE: B&B Diereunoòntec Kì mboi, SI: Proseggl̥seic Simplex, CT: Qrì noc upol ogismoò se lept̃, SP: Apì dosh l̥shc, OG: Q̃sma bèl tisthc leitourg̥lac.	51
5.12	Apal̥thsh aposp̃, menwn moñdwn gia to tax̥idi <i>i 2 V</i>	51
5.13	Apotel èsmata gia perìptwsh(instance) me 8 dromol ì gia(trips). CNS: Periorismol, NE: B&B Diereunoòntec Kì mboi, SI: Proseggl̥seic Simplex, CT: Qrì noc upol ogismoò se lept̃, SP: Apì dosh l̥shc, OG: Q̃sma bèl tisthc leitourg̥lac.	52
5.14	Sugkritiki c pl̥nakac apotel esm̃^tw n k̃^j e perìptwshc(instance). CNS: Periorismol, NE: B&B Diereunoòntec Kì mboi, SI: Proseggl̥seic Simplex, CT: Qrì noc upol ogismoò se lept̃, SP: Apì dosh l̥shc, OG: Q̃sma bèl tisthc leitourg̥lac.	53

Kef^l aio 1

Eisagwg

1.1	Eisagwg	2
-----	---------------	---

1.1 Eisagwg

O tomèac tw n metafor , n kai h shmantik an^ptux tou tic tel eutaðec dekaetðec diadramatizoun ter^stio rì lo sthn an^ptuxh kai thn apasqì l hsh thc shmerin c koinwnìac, en , par^l l h a èqoun ter^stio antìktupo sto perib^l l on me tic apait seic tou gia katan^l wsh enèrgeiac kai tic ekpompèc aerìwn tou j ermokhþou (Abraham et al. (2012)). H pagkì smia ast^j eia kai abebaiì thta pou dhmiourg j hke ta teleutaða qrì nia eðqe baj i^ eþðrash stouc pì rouc kausðmw n kaj ist , ntac thn an^gkh gia uphresðec astik , n metafor , n akì mh pio anagkaða. H paroq bèl tistou sqediasmoð me par^l l h h axiopothsh tw n nèwn teqnoì ogi , n eðnai aparal thth gia thn eþðteuxh peribal l ontik , n sti qwn ì pwc h Sumfwnða tou Parisioð (Paris Agreement) pou uiog et j hke to 2015 sth Di^skeyh tw n Hnwmèwn Ej n , n gia thn Kl imatik All ag (COP21) (Paris-Agreement). 'Eqeì upografèl apì 195 q , rec kai eðnai s mera se isqð. Epipl èon, h Eurwpaðk 'Enwsh èqeì katal xeì se sumfwnða gia thn apagi reush ì l wn tw n mh hl ektrik , n oqhm^tw n èwc to 2035, kaj ist , ntac th stadiak met^bash tw n dhmì siwn metafor , n se l Òseic qwrðc ^nj raka exairetik^ shmantik .

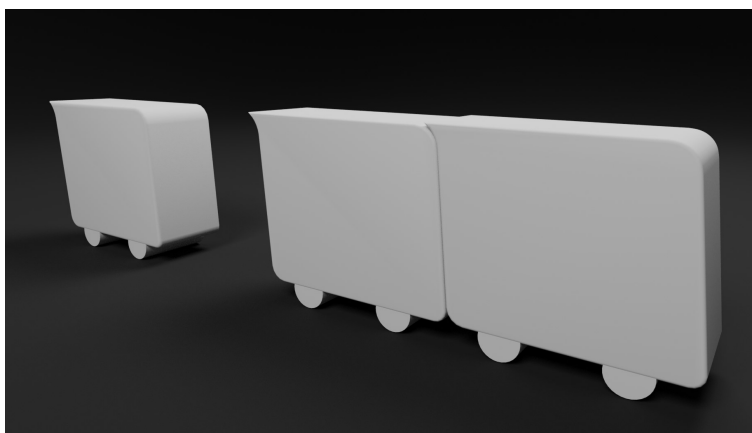
Ta hlektrik^ oq mata (EVs), mèra me th mèra gðnontai ì lo kai pio prosit^ kai prì keitai na apotel èsoun anagkaiì thta gia thn pleionì thta tw n metafor , n (Falchetta and Noussan (2021)). Sthn pr^xh, h met^bash aut apotel èl shmantik prì kl hsh gia touc mhqanikoðc, touc sqedias tèc kai tic kubern seic pou prèpei na exasfal ðsoun th qrhmatodì thsh prokeimènou na diexaqj èl h kat^l l h h èreuna kai na kataskeuastoðn oi kat^l l h ec upodomèc (Paris-Agreement). Periorismoð ì pwc h periorismèn h embèl eia od ghshc, oi meg^l oi qrì noi fì rtishc, h diaj esimì thta thc upodom c fì rtishc kai to uyhl ì kì stoc agor^c apoj arrònoun arqik^ kai epomènwc k^j e b ma thc metabatik c diadikasìac prèpei na sunodeðetai apì arket èreuna kai èna realistikì montèl o programmatismoð prokeimènou na ul opoihj èl.

Up^rqoun poll èc metabl htèc pou prèpei na l hfj oðn upì yh kat^ th diadikasìa enì c probl matoc programmatismoð hlektrik , n oqhm^tw n (Electric Vehicle Scheduling Problem - E-VSP), oi opoðec eis^goun èna nèo eþðpedo pol uplokì thtac sto prì bl hma programmatismoð (Reuer et al. (2015), Wen et al. (2016)). H poikil ða tw n diaforetik , n teqnoì ogi , n fì rtishc oqhm^tw n eis^gei diakritèc mej odol ogikèc periopl okèc sto Prì bl hma Qronoprogrammatismoð Oqhm^tw n (Vehicle Scheduling Problem - VSP). H an^gkh enswm^twshc tw n taxidi , n fì rtishc oqhm^tw n sth diadikasìa programmatismoð me tautì qronh diat rhsh tou ufist^menou epiðèdou exuphrèthshc periopl èkei eþðshc to prì bl hma peraitèrw. Oi drasthrii thtec fì rtishc an^l oga me thn epil egmèn h mèj odo apotel oðn èna epipl èon empì dio. H pl hj , ra tw n trì pwn fì rtishc, apì th fì rtish kat^ th di^rkeia thc nòqtac èwc th fì rtish eukairìac, j a mporoðsan endeqomènwc na prosj èsoun epipl èon stoiqèl a eisì dou (inputs) gia to VSP kai na aux soun eþðshc tic anhsuqðec gia thn axiopistìa tou diktòou. Epomènwc, oi all agèc pou prèpei na gðn noun prokeimènou h an^ptuxh enì c hl ektrikoð sti l ou l ewforeðwn na eðnai epituq c j a prèpei na èqoun p^nta sto eþðkentro thn ikanopothsh tw n pel at , n tou.

H paroðsa mel èth aposkopeð sthn enswm^twsh enì c sust matoc aposp , menou l ewforeðwn (Modular Bus System) sto prì bl hma programmatismoð hlektrik , n oqhm^tw n (E-VSP), prokeimènou na auxhj èl h apotel esmatikì thta kai h poiì thta tw n uphresi , n metafor^c. Lì gw tou kainotì mou qarakt ra tou, ta prosarmozì mena l ewforeðl a (Customized Buses - CB) èqoun

εφαρμοστέο με επιτυχία σε πολλές πειραματικές δοκιμές, όπως στο Lisabona, στο San Francisco (Eiró et al. (2011)) και στην Κίνα σε περιπτώσεις με απόσταση 30 πηλίκων (Liu and Ceder (2015)). Παρά την αυξανόμενη αποδοτικότητα των CBs, οι μελέτες σχετικά με τον λειτουργικό σχεδιασμό των δικτύων του εθνικού προορισμού. Ουσιαστικά όμως, αποτελεί ορόσημο για τον παραδοσιακό προβληματισμό στον οριζόντιο χώρο. Οι υποθέσεις σχετικά με το εύρος των επιπέδων είναι "ή όλα ή τίποτα" (all-or-nothing assumption) μια μέθοδος διασποράς (Decomposition Method). Αυτές οι μέθοδοι συνήθως δεν παράγουν τα βέλτιστα αποτελέσματα, με αποτέλεσμα να απαιτούνται πρόσθετοι περιορισμοί στον προγραμματισμό των ηλεκτρικών οχημάτων, δεδομένου ότι η εμπειρία των μεταφορών και οι περιορισμοί φέρνουν στην επιφάνεια από τις κοινές ανησυχίες. Αυτή η συνδυαστική προσέγγιση να προσφέρει πιο αποτελεσματικές λύσεις μεταφορών με καλύτερη προσάρμοσή της στα χαρακτηριστικά των επιβατικών οχημάτων διαρκεία συγκεκριμένων χρονικών περιόδων.

Τα παραδοσιακά συστήματα δημόσιων συγκοινωνιών ορίζονται ως συστήματα με σταθερή χωρητικότητα, τα οποία, αφού δρομολογηθούν, δεν μπορούν να μεταβληθούν χωρητικότητας του αντίλογου με τη χρονική διάρκεια της ταξιδιού, με αποτέλεσμα (Modular Vehicles - MVs) που έχουν τη δυνατότητα να αλλάξουν το μέγεθος τους, μπορούν να βελτιστοποιηθούν σύμφωνα με τη χωρητικότητα των επιβατικών οχημάτων, και μπορούν να προσάρμοστον χωρητικότητας του αντίλογου με τα χαρακτηριστικά των οχημάτων. Ζητάται όμως η εφαρμογή της κατασκευής και οι μέθοδοι για την ανάλυση της κατασκευής των οχημάτων να καταπολεμήσουν με την αξιοπιστία αναδυόμενων τεχνολογιών όπως τα οχήματα με αποτέλεσμα. Όπως φαίνεται στην (1.1.1), τα οχήματα αυτά μπορούν να επεκταθούν δυναμικά το μέγεθος τους μέσω της φυσικής σύνδεσης και αποσύνδεσης οχημάτων, ενώ παράλληλα επιτρέπουν στους επιβάτες να μετακινούνται και να αναδιανεμηθούν μεταξύ των συνάρμοστων οχημάτων με τη χρήση των ενσωματωμένων μηχανισμών και πλυσίμων. Για να γίνει αυτό, είναι σημαντικό να ανιχνεύονται και να αποσπώνται οχήματα που βρίσκονται στο δίκτυο με τη χρήση των επιβατικών οχημάτων, ειδικά για την περίπτωση του VSP. Για να γίνει αυτό, είναι σημαντικό να ανιχνεύονται και να αποσπώνται οχήματα που βρίσκονται στο δίκτυο με τη χρήση των επιβατικών οχημάτων, ειδικά για την περίπτωση του VSP. Για να γίνει αυτό, είναι σημαντικό να ανιχνεύονται και να αποσπώνται οχήματα που βρίσκονται στο δίκτυο με τη χρήση των επιβατικών οχημάτων, ειδικά για την περίπτωση του VSP.



Σχήμα 1.1.1: Παράδειγμα αποσπώμενου λεωφορείου

Kef^l aio 2

Bibl iografik anaski phsh

2.1	Prì bli hma qronogrammatismoŃ oqhm^twn	6
2.1.1	Montèlo el ^qisthc di^spashc	6
2.1.2	Montèlo an^j eshc	7
2.1.3	Montèlo metafor^c	7
2.1.4	Montèlo ro c diktŃou	8
2.1.5	Montèla eni c emporeŃmatoc	9
2.1.5.1	Montèlo eni c emporeŃmatoc me periorismoŃc diakop c upo-diadrom_n	9
2.1.5.2	Montèlo eni c emporeŃmatoc me metabl htèc an^j eshc	10
2.1.6	Montèla pol l apl_n emporeum^twn	10
2.1.6.1	Montèla basismèna se sundèseic	10
2.1.6.2	Montèla Qwroqronik_n DiktŃwn	11
2.1.7	Montèla diamerismoŃ suni l wn	11
2.2	Qronogrammatismi c oqhm^twn gia hl ektrik^ l ewforela	11
2.3	Qronogrammatismi c oqhm^twn gia aposp_n mena l ewforela	14

2.1 Πρίβλημα χρονοπρογραμματισμού οχημάτων

Το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού οχημάτων (VSP) είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που αποτελεί μέρος του επιχειρησιακού σχεδιασμού των συστημάτων δμίσων μεταφορών. Στο VSP, ανατίθεται καθήκοντα σε λεωφορεία για την κλήση ενός δεδομένου συνόλου δρομολογίων που υπαίχεται σε λειτουργικούς περιορισμούς. Οι δύο κύριες κατηγορίες VSP είναι, το VSP μιας αποθήκης (Single Depot - Vehicle Scheduling Problem - SD-VSP) και το VSP πολλών αποθηκών (Multiple Depot - Vehicle Scheduling Problem - MD-VSP) [Bunte and Klier \(2009\)](#). Η διαδικασία ξεκινά με τη συλλογή των πρώτων δεδομένων της ζήτησης επιβατών. Με βάση τους πρώτους αυτούς, πρέπει να οριζείται η ύψωση του δικτύου δμίσων συγκαίνων και με βάση αυτό καθορίζονται οι διαδρομές και τα σημεία στάσης για διαφορετικές γραμμές. Στη συνέχεια ορίζονται συγκεκριμένες διαδρομές για συγκεκριμένες γραμμές. Για κάθε ταξίδι καθορίζεται ένα χρονοδιάγραμμα ή, αντιστοίχως, και η διάρκεια και οι στάσεις αφέρσεων και τερματισμού. Κάθε πρώτο διαδικασία χρονοπρογραμματισμού επικεντρώνεται στην αποτελεσματική οργάνωση των δμίσων και διασφαλίζει ότι τα οχήματα και οι οδηγοί εκπληρώνουν όλα τα χρονοπρογράμματα δρομολογίων. Οι δύο βασικοί στόχοι είναι η ελαχιστοποίηση των οχημάτων που λειτουργούν και των μη παραγωγικών χρόνων, ήτοι οι νεκροί χρόνοι δρομολογίων (*deadhead times*), οι οποίες κ.λπ. Αυτά οι δύο στόχοι δεν είναι πάντα συμπληρωματικά.

Μετά τον επιτύχοντα ορισμό του προβλήματος, η προσοχή πρέπει να στραφεί στη χρήση κατάλληλων μεθόδων ανάλυσης με το VSP. Σε αυτή τη μέθοδο, παρέχεται μια επισκόπηση των μεθόδων που χρησιμοποιούνται συνήθως. Ξεκινώντας από το SD-VSP υπάρχουν τρεις βασικές μοντέλα που χρησιμοποιούνται κυρίως, αυτό είναι το μοντέλο ελαχιστοποίησης (Minimal Decomposition Model), το μοντέλο ανάθεσης (Assignment Model), το μοντέλο μεταφορών (Transportation Model) και το μοντέλο ροής δικτύου (Network Flow Model). Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται μια σύντομη επεξεργασία των μοντέλων.

2.1.1 Μοντέλο ελάχιστης διάσπασης

Το μοντέλο αυτό διαφέρει από το πρόβλημα σε μικρή τεράστια ενίσχυση που μπορούν να επιτευχθούν χρονοπρογραμματισμού, με κάθε τιμά να αντιπροσωπεύει μια χρονοπρογραμματιστική του προβλήματος. Στον χρονοπρογραμματισμό οχημάτων τα χρονοπρογράμματα ήτοι τα δρομολογία των οχημάτων ανάλυσης με τη διαχρονική ήτοι των δμίσων του συγκεκριμένου προβλήματος και τη δημιουργία χρονοδιαγράμματος ανάλυσης με τους περιορισμούς. Αφού καθοριστούν οι πρώτοι και οι δεύτεροι μεταξύ των δρομολογίων στο [Saha \(1970\)](#), το μοντέλο υπολογίζει τη διάρκεια των δμίσων με τους χρόνους αναχώρησης και η διάρκεια. Η ιδέα του μοντέλου βασίζεται στο γεγονός ότι [Dilworth](#) για μερικές διατάξεις σύνολα [\(Dilworth \(1950\)\)](#). Ανατίθεται, οπότε, το πρόβλημα με το πρόβλημα ροής δικτύου οι ερευνητές καταφέρνουν να βρουν λύση. Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι η λύση του *deadheading* απαιτούνται οι πρώτοι ευρετικοί (heuristic) προσεγγιστικοί προκειμένου να επιτευχθούν αποτελεσματικά. Τέλος, το μοντέλο ελαχιστοποίησης διασπάσης έχει ορισμένα μειονεκτήματα, ήτοι η αδυναμία εφαρμογής ενός τέτοιου ορίου για το μέγεθος του συνόλου και ο σεβασμός του λειτουργικού κόστους, ενώ, παράλληλα είναι πραγματικά ευαίσθητο σε αλλαγές λόγω της πολυπλοκότητας της διαχρονικής του προβλήματος σε

ενή τηtec.

2.1.2 Μοντέλο ανάθεσης

Το μοντέλο ανάθεσης (Assignment Model) είναι ένα κλασικό μοντέλο ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού 0-1. Συχνά αναπαριστάται ως πίνακας όπου οι γραμμές αντιπροσωπεύουν τους πράκτορες (agents) και οι στήλες τις εργασίες (tasks). Συγκεκριμένα, στον προγραμματισμό οχημάτων οι πράκτορες (agents) αναπαριστούνται συνήθως ως οχήματα και οι εργασίες (tasks) ως στάσεις διαδρομής τους. Επιπλέον, οι καταχωρήσεις του πίνακα αντιπροσωπεύουν το χρόνο που απαιτείται για να συνδεθεί με την ανάθεση ενός οχήματος σε μια συγκεκριμένη διαδρομή. Ένα παράδειγμα πίνακα φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

		<i>Routes</i>						
		1	2	3	j	n
<i>Vehicles</i>	1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{1j}	X_{1n}
	2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{2j}	X_{2n}
	3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{3j}	X_{3n}
	i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{ij}	X_{in}
	n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	X_{nj}	X_{nn}

Πίνακας 2.1: Πίνακας μοντέλου ανάθεσης $n \times n$

Στο (Orlo (1976)) οι ερευνητές διατύπωσαν το SD-VSP ως πρόβλημα ανάθεσης υπό περιορισμούς ημερομηνίας. Δυστυχώς, εντός του λειτουργικού κόστους λαμβάνεται υπόψη η αυτοκίνητη προσέγγιση, δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί ένας σταθμός μεγίστου αριθμού οχημάτων.

2.1.3 Μοντέλο μεταφοράς

Η προσέγγιση του Μοντέλου Μεταφοράς δημοσιεύθηκε στο (Gavish and Shlifer (1979)). Συχνά αποκαλείται και ως μοντέλο Quasi-Assignment και διατύπωση, είναι ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Ομοίως με το Μοντέλο Ανάθεσης (Assignment Model) μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένας πίνακας όπου οι γραμμές αντιπροσωπεύουν τους σταθμούς και οι στήλες τον προορισμό, ενώ οι καταχωρήσεις υποδηλώνουν τον απαιτούμενο χρόνο για τα ταξίδια που πραγματοποιούνται από τους προαναφερθέντες σταθμούς προς τους προορισμούς, ή πώς φαίνεται παρακάτω:

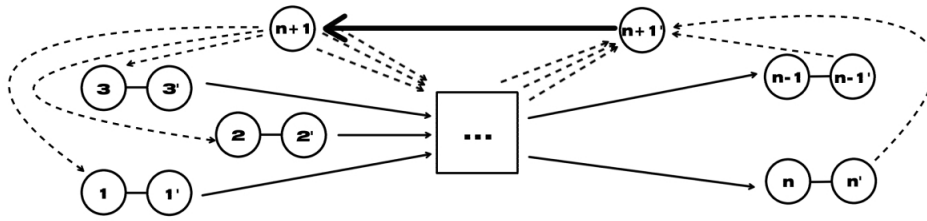
		<i>Destinations</i>						
		1	2	3	j	n
<i>Stations</i>	1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{1j}	X_{1n}
	2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{2j}	X_{2n}
	3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{3j}	X_{3n}
	i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{ij}	X_{in}
	n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	X_{nj}	X_{nn}

Πίνακας 2.2: Πίνακας μοντέλου μεταφοράς $n \times n$

Λίγω των μοναδικών χαρακτηριστικών του μοντέλου έχουν προσαρμόσει στο πρόβλημα αυτό ειδικό αλγόριθμο ανήσχυρικό (Freling et al. (2001)).

2.1.4 Μοντέλο ροής δικτύου

Το μοντέλο ροής δικτύου (Network Flow Model) μπορεί να διατυπωθεί και να επιλυθεί ως ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού. Αναπαρίσταται εύκολα με τη γραφή ενήσχυρικών κειμένων ενός γραμμογράμμου (Directed Graph), όπου φαίνεται στο (2.1.1). Ο στόχος του μοντέλου είναι ο υπολογισμός της βέλτιστης ροής φόρτου μέσω του δικτύου με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους υπό τους συγκεκριμένους περιορισμούς του προβλήματος. Δεδομένης της φύσης τους μπορούν να επιλυθούν ταχύτερα με τη γραφή ειδικών αλγορίθμων δικτύου. Η προσέγγιση της ροής δικτύου που παρουσιάζεται (Bodin and Golden (1981)), παρακινείται από την αρχική εργασία του Dantzig σχετικά με τον προγραμματισμό δειγματοληπτικό (Dantzig and Fulkerson (1954)). Από το σχήμα (2.1.1), κάθε ταξίδι αναπαρίσταται από δύο κόμβους (nodes) που συνδέονται μέσω ενός τμήματος ταξιδιού (arcs). Τα τμήματα αποθήκευσης (depot arcs) παρέχονται με λειτουργική κίνηση για την απόδοση από/προς την αποθήκη. Το τμήμα (arc) από τον κόμβο $(n + 1)$ στον $(n + 1)$ αντιπροσωπεύει μια βύρση διαδρομής για ένα όχημα. Ο ελάχιστος αριθμός των διατεταγμένων οχημάτων μπορεί να οριστεί ως το κατάλληλο ή το παρόμοιο τμήμα ροής (flow arc) και έτσι, γίνεται το κατάλληλο ή το αντίστοιχο ή το παρόμοιο, μπορεί να μοντελοποιηθεί με επιτυχία ένας σταθμός αριθμού οχημάτων. Το τμήμα ροής κυκλικόφωτο για κωδικοποίηση ή τα οχημάτων που παρουσιάζονται εδώ δημοσιεύθηκε από (Daduna and Pinto Paixão (1995)).



Σχήμα 2.1.1: Κατευθυνόμενο γράφημα μοντέλου ροής δικτύου (Network flow model directed graph)

Suneq̄izontac, gia ta MD-VSPs eḡnai dunatì n na up̄rqoun pol l apl èc j èseic ekk̄nhsch (origin depots) gia ta dromolìgia lewforeḡwn. Epipl èon, ta oq mata prèpei na epistrèfoun stic afethrèc touc afoḡ ol okl hr̄, soun th diadrom̄ touc. To VSP prèpei na epektaj eḡ me paramètrouc gia na fil oxen sei ton prì sj eto arij mì apoj hk̄, n. Parak̄tw parousīzontai oi kōriec prosegḡseic montel opothshc gia to MD-VSP.

2.1.5 Μοντέλα ενός εμπορεύματος

Sta Montèla enìc emporeḡmatoc (Single Commodity Model) to MD-VSP montel opoiètai sun j wc se èna gr̄fhma me ènan kì mbo an̄ tax̄idi kai prì sj etouc kì mbouc gia tic apoj̄ kec ta oq mata (an̄l oga me tic dīforec peript̄, seic). O stīqoc eḡnai h elaqistopolhsh tou kì stouc gia ta stoiqeī, dh kukl̄, mata (elementary circuits), en̄, par̄ll̄hl̄a exasfal̄zetai ì ti k̄j e kì mboc kal Òptetai apì akrib̄, c èna kōkl̄wma kai ant̄stioiq̄a k̄j e kōkl̄wma perièqei akrib̄, c ènan kì mbo apoj̄ khc̄ oq matoc, en̄, par̄ll̄hl̄a thrōntai ta ì ria qwrhtikī thtac pou tēj hkan. Sto mèroc pou akol ouj eḡ perigr̄fontai sunoptik̄ orismènec paral̄lagèc twn montèl wn enìc emporeḡmatoc.

2.1.5.1 Montèlo enìc emporeḡmatoc me periorismoḡc diakop̄c upo-diadrom̄, n

Autì to montèlo qrhsimopoi j hke sto (Carpaneto et al. (1989)) gia na parousiastèl ènac alḡrij moc diakl̄dwsch kai orioj èthshc (Branch and Bound Algorithm), kaj ist̄ntac to pr̄, to pou èl use to MD-VSP me akrib̄ trì po. Aut̄ h èreunhtik̄ ergas̄la kataskeūzei èna d̄ktuo me ènan kì mbo pou antistoiqèl se k̄j e diaj èsimo ì qhma an̄ apoj̄ kh. Gia k̄j e ènan apì autoḡc touc kì mbouc kataskeūzontai tì xa gia kai apì k̄j e kì mbo taxidioḡ p̄sw ston prohgōmeno. Epipl èon, probl èpontai stj er̄ kì sth gia k̄j e tì xo kai ta leitourgik̄ kì sth gia ta nekr̄ tax̄idia (deadhead trips), en̄, up̄rqoun kai tì xa mhdenikoḡ kì stouc gia thn an̄qneush aqrhsimopothtw̄n oqhm̄tw̄n. Autì to d̄ktuo èqei exairetik̄ meḡl̄o arij mì stoiqèlwn l̄i gw thc sqèshc tw̄n tì xwn kai tw̄n kì mbwn me k̄j e memonwmèno ì qhma. H adunam̄la aut̄ epektènetai kai stouc periorismoḡc ex̄l̄ei yhc̄ tw̄n upo-dromol̄ oḡlwn prokal̄ntac ekj etik̄ aḡxsh tou arij moḡ touc.

2.1.5.2 Montèl o enì c emporeòmatoc me metabl htèc an^j eshc

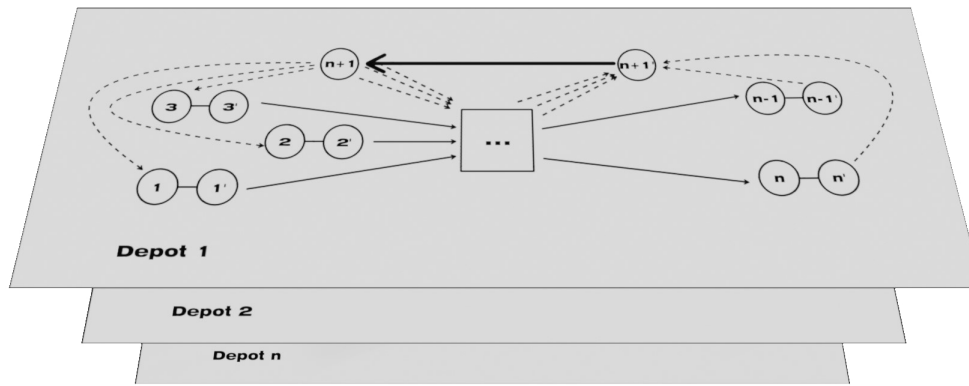
Mia diaforetik prosèggish montèl ou enì c emporeòmatoc (Single-commodity) parousi^sthke gia pr_ th for^ apì touc (Mesquita and Paixão (1992)). Se autì to montèl o oi kìmboi tw n oqhm^tw n antè na parousi^zontai memonwmèna sundu^zontai se ènan eniaðo kìmbo gia k^j e apoj kh. O periorismì c pou eis^getai diasfal ðzei ì ti k^j e epib^thc anatðj etai se èna mì no ì qhma, en_ par^llhl a bel tistopoieðtai h dianuì menh apì stash tou oq matoc. Epiprosj ètwc, mporoðn na prostej oðn nèec metabl htèc gia thn an^j esh tw n taxidi_ n stic apoj kec (depots), meì_ nontac peraitèrw thn pol upl okì thta tou diktòou.

2.1.6 Μοντέλα πολλαπλών εμπορευμάτων

Oi diatup_ seic pol l apl_ n emporeum^tw n (Multi-commodity models) apotel oðn epekt^seic thc prosèggishc ro c diktòou pou perigr^fhke prohgomènwc sta montèl a SD-VSP. Se antðj esh me ta montèl a enì c emporeòmatoc (Single-Commodity Models), ed_ kataskeu^zontai pol l apl^ anex^rthta dðktua. Sugkekrimèna èna gia k^j e apoj kh (depot) kai sth sunèqeia sundu^zontai gia na dhmiourg soun èna pol u-gr^fhma (multi-graph) gia to montèl o pol l apl_ n emporeum^tw n (Multi-commodity models). Parak^tw parousi^zontai dðo diaforetikèc pros-eggðseic.

2.1.6.1 Montèl a basismèna se sundèseic

Sto montèl o me b^sh th sòndesh (Connection-based Model), oi sundèseic metaxò tw n diadrom_ n kataskeu^zontai l amb^nontac upì yh th sumbatì thta me ì l ec tic pij anèc diadromèc. Gia k^j e sòndesh eis^getai èna tì xo sto dðktuo. To pl_ j oc tw n tì xwn sòndeshc aux^netai an^l oga me to tetr^gwno tou pl hj ouc tw n taxidi_ n. Ta upodðktua (sub-networks) dhmiourgoðntai me ton ðdio trì po ì pwc sto montèl o ro c diktòou gia ta SD-VSPs. 'Ena par^deigma parousi^zetai sto sq ma (2.1.2). Omoìwc me to montèl o ro c diktòou, oi periorismoð diat rhshc ro c eis^gontai gia k^j e kìmbo tou graf^ matoc. All^ se antðj esh me to SD-VSP k^j e taxðdi sto montèl o sqetðzetai me perissì tera apì èna tì xa, apaitoðntai nèoi periorismoð, suqn^ apokal oðmenoi periorismoð k^l uyhc (cover constraints), prokeimènou na exasfal istèl h exuphrèthsh ì l wn tw n taxidi_ n. H prosj kh tw n nèwn periorism_ n exasfal ðzei thn exuphrèthsh ì l wn tw n taxidi_ n sthn efikt_ l Òsh, epitràpontac thn epil og_ akrib_ c enì c tì xou apì to sònolo tw n tì xwn taxidioð enì c eidikoð taxidioð. Tèl oc, oi qwrhtikì thtec tw n apoj hk_ n mporoðn na exetasoðn j ètontac èna an_ tero ì rio gia to tì xo ro c kukl oforðtac miac apoj khc. 'Ena par^deigma mporel na parathrhj eð ed_ (Bertossi et al. (1987)) sto opolo oi ereunhtèc qrhsimopoioðn aut_ thn prosèggish. Mia diatòpwsh an^j eshc epektèl netai sto montèl o pol l apl_ n emporeum^tw n kai epil òetai euretikh^ mèswh thc mej ì dou qal ar_ sewc kat^ Lagrange (Lagrangian relaxation) tw n proanaferj èntwn periorism_ n se sunduasmì me mia diadikasða epidìi rj wshc.



Σχήμα 2.1.2: Γράφημα μοντέλου βασισμένο σε συνδέσεις

2.1.6.2 Μοντέλο αλγοριθμικών δικτύων

Η διατύπωση που περιλαμβάνει με διαφορετικές υποθέσεις τον δικτύου δημοσίου ήκστα (Kliewer et al. (2002)) και (Kliewer et al. (2006)). Κατασκευάζεται ένα δίκτυο, που αποτελείται από ορισμένα σύνδεσμοι μεταξύ των σταθμών ταξιδιού. Έτσι, ο αριθμός των τιμών συνδυασμού στο δίκτυο μειώνεται δραματικά σε σύγκριση με το προαναφερθέν μοντέλο, καθώς η αναζήτηση γίνεται πιο αποτελεσματική.

2.1.7 Μοντέλα διαμερισμού συνόλων

Η ιδέα των μοντέλων καταμερισμού συνόλων (Set Partitioning Model) είναι η συστηματική επίλυση των αποτελεσμάτων για τα οχήματα και η επίλυση μιας ομάδας από αυτά που περιλαμβάνονται στο πρόβλημα. Η πρώτη προσέγγιση μοντέλου καταμερισμού συνόλων δημοσιεύθηκε στο (Ribeiro and Soumis (1994)) με έναν αλγόριθμο γενεής στήλης (column generation algorithm). Αυτό το μοντέλο μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή της διάσπασης (decomposition) Dantzig-Wolfe στο μοντέλο που περιλαμβάνει τα αποτελέσματα στο (Hadjar and Soumis (2009)), έτσι ώστε να χρησιμοποιείται η ίδια υποθέτηση για τον γραμμικό πρόγραμμα στο (2.1.2). Το μαθηματικό μοντέλο που επιτυγχάνεται, το οποίο έχει τη μορφή ενός προγράμματος αλγοριθμικού αριθμού μεταβλητών, αφορούν τις επιλογές διαδρομής των οχημάτων για κάθε απόσταση, είναι μια μεταβλητή στο μοντέλο, η οποία είναι η διαμεριστική συνολική.

2.2 Οροπρογραμματισμός οχημάτων για ηλεκτρικά λεωφορεία

Ενώ τα ηλεκτρικά λεωφορεία έχουν ενεργειακή, περιβαλλοντική και οικονομική όφελος για την κοινωνία, απαιτούν περισσότερα δεδομένα και πληροφορίες στο μοντέλο επίλυσης. Όλα τα παραπάνω μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν στον προγραμματισμό των ηλεκτρικών οχημάτων, αλλά είναι απαραίτητο να περιλαμβάνουν περαιτέρω τη διαδικασία προγραμματισμού. Πρώτον, η περιεχόμενη αυτονομία του απαιτεί την ανάγκη να ληφθούν υπόψη πιο σύνθετες

antikeimenikèc sunart seic. Prèpei epìshc na l hfj oòn upì yh oi apof^seic epanafì rtishc. Oi mèj odoi kai oi al gì rij moi me touc opoìouc antimetwplzetai h fì rtish kai h upodom den j a suzhthj oòn se aut thn ergasla. H estlsh j a paramelnei sto E-VSP.

Wc epèktash tou montèl ou ro c gia mh hl ektrik^ l ewforela pou anafèrj hke sthn prohgoùmenh enì thta, sto (Li (2014)) oi ereunhtèc parousi^zoun èna montèl o ro c me periorismoùc big-M prokeimènou na l hfj eì upì yh h mègisth apì stash tw n oqhm^tw n prin apì th fì rtish. Diereun^tai h l Òsh mlac apoj khc me antal lag mpatari_ n (Battery Swapping) gr gorh fì rtish se sugkekrimènouc staj moùc mpatari_ n. To prì bl hma epil Òetai tel ik^ me th qr sh enì c emporikoù epil ut MIP. To prì bl hma anadiatup_ netai epìshc wc montèl o probl matoc kat^tmshc sunì l ou pou epil Òetai me th mèj odo dhmiourgìac sthl_ n kai qrhsimopieìtai mia strathgik kaj orismoù metabl ht_ n gia thn eòresh akèraiw n l Òsewn. Qrhsimopoi_ ntac touc periorismoùc epanafì rtishc wc upoprì bl hma thc mej ì dou dhmiourgìac sthl_ n, montel opoieìtai kai epil Òetai èna prì bl hma suntomì terhç diadrom c me periorismoùc pì rwn qrhsimopoi_ ntac mia prosèggish dunamikoù programmatismoù. Tèl oc, oi ereunhtèc sugkrìnou n ta apotel èsmata tw n 2 mej ì dwn pou qrhsimopoi j hkan gia thn parouslsh tw n apotel esm^tw n touc.

Epipl èon, sto (Rogge et al. (2018)) exet^zontai hl ektrik^ oq mata diaforetik c qwrhtiki th-tac me metabl ht katan^l wsh enèrgeiac. Me stì qo thn el aqistopòlsh tou sunol ikoù kì-stouc idiokthslac tou hl ektrikoù stì l ou, ereun^tai mia strathgik l Òsh gia thn exuphrèthsh ì l wn tw n diadrom_ n me tautì qronh el aqistopòlsh tou arij moù tw n apaitoùmenwn oqhm^tw n. Gia thn epìl ush tou probl matoc proteìthetai apì touc ereunhtèc ènac genetiki c al gì rij moc (genetic algorithm) se sunduasmì me th diatòpwsh enì c miktoù akèraiou probl matoc (Mixed Integer Linear Programming - MILP).

Mia ol okl hrwmèn h prosèggish parousi^zetai epìshc sto (Teng et al. (2020)) gia mia gramm hl ektrik_ n l ewforelwn. Kataskeu^zetai èna montèl o bel tistopòlshc pol l apl_ n stì qwn prokeimènou na exomal unj oòn ta diast mata anaq_ rhshc tw n oqhm^tw n kai na meiwj oòn apote-l esmatik^ oi qri noi anamon c, en_ par^l l hla el aqistopoieìtai o arij mì c tw n oqhm^tw n kai to kì stoc fì rtishc. Oi ereunhtèc sugkrìnou n ta up^rqonta ul opoimèna dromol ì gia enì c prag-matikoù paradèl gmatoc apì th Sagk^h pou perièqoun 84 diadromèc me ton pol u-antikeimenikì al gì rij mo bel tistopòlshc sm nouc swmatidlwn (multi-objective particle swarm optimization algorithm) touc. Ta apotel èsmata delqnou n melwsh tou arij moù tw n oqhm^tw n kai omal ì tera diast mata anaq_ rhshc, en_ par^l l hla epitrèpoun thn omoì morf h katanom tw n periì dwn fì rtishc tw n oqhm^tw n tic_ rec ektì c aiqm c.

Sto (Wen et al. (2016)), èna sò nol o dromol oghmènwn diadrom_ n me l ewforela, k^j e ml a apì tic opoìec xekin^ kai katal gei se sugkekrimènec topo j esl ec kai se sugkekrimènec_ rec, ek-tel oòntai apì èna sò nol o hl ektrik_ n l ewforelwn oqhm^tw n pou edreòoun se ènan arij mì amaxostaslwn (depots) me periorismèn h embèl eia od ghshc. Ta hl ektrik^ oq mata epitrèpetai na epanafortìzontai pl rwc merik_ c se opoiond pote apì touc sugkekrimènouc staj -moùc epanafì rtishc. O stì qoc elnai pr_ ton na el aqistopoi hj eì o arij mì c tw n oqhm^tw n pou apaitoùntai gia thn k^l uyh ì l wn tw n programmatismènwn dromol ogìwn, kai deòteron na el aqistopoi hj eì h sunol ik apì stash taxidioù, h opoì a isodunamel me thn el aqistopòlsh thc sunol ik c apì stashc nekr c diadrom c. Parousi^zetai mia diatòpwsh meiktoù akèraiou pro-grammatismoù (MILP) kaj_ c kai mia euretik mèj odoc (heuristic method) Adaptive Large

Neighborhood Search (ALNS) για το E-VSP. Η μέγιστη δοκιμάστηκε σε περίπου 500 ταξίδια, από 16 σταθμούς. Τέλος, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος παράγει καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με το E-VSP και βελτιστοποιεί την απόδοση της μικρής περιόδου E-VSP.

Ένα bi-objective πρόβλημα MIP για το E-VSP παρουσιάστηκε στο (Liu and (Avi) Ceder (2020)). Ο πρώτος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού αριθμού των απαιτούμενων ηλεκτρικών οχημάτων και ο δεύτερος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των απαιτούμενων φορτιστών. Η χωρητικότητα των μπαταριών των λεωφορέων είναι 100 kilobatt,rec. Οι φορτιστές βρίσκονται στους τελματικούς σταθμούς και η ισχύς τους είναι 50kW. Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν στρατηγική πλυσίματος και μερική φόρτιση και χρησιμοποιήθηκαν γραμμικοί υπερφορτιστές φόρτισης των μπαταριών. Για την επίλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος δύο σταδίων κατασκευής και βελτιστοποίησης (lexicographic method-based two-stage construction-and-optimization solution procedure). Δεύτερον, αναπτύχθηκε μια προσομοίωση μέγιστης ροής (adjusted max-flow solution method). Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι τα προτεινόμενα αποτελέσματα είναι καλύτερα από τα αποτελέσματα της μεθόδου δύο σταδίων κατασκευής και βελτιστοποίησης (lexicographic method-based two-stage construction-and-optimization solution procedure). Δεύτερον, αναπτύχθηκε μια προσομοίωση μέγιστης ροής (adjusted max-flow solution method). Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι τα προτεινόμενα αποτελέσματα είναι καλύτερα από τα αποτελέσματα της μεθόδου δύο σταδίων κατασκευής και βελτιστοποίησης (lexicographic method-based two-stage construction-and-optimization solution procedure).

(Li et al. (2019)) παρουσιάζει το MD-VSP με πολλούς τύπους οχημάτων, συμπεριλαμβανομένων των ηλεκτρικών οχημάτων υπερίσχυσης και ανεφοδιασμού. Οι ερευνητές δημιούργησαν ένα δικτυωτό πρόβλημα ροής ενέργειας για τη ροή των λεωφορέων και ένα δικτυωτό πρόβλημα ροής για τη ροή των επιβατικών. Το πρόβλημα διατυπώθηκε ως πρόβλημα MIP. Οι ερευνητές εισήγαγαν το εξωτερικό κριτήριο που σχετίζεται με τις εκπομπές και διέχονταν το ελάχιστο συνολικό κριτήριο του συστήματος για τους φορτιστές εκμετάλλευσης και τους επιβατικούς με τον προγραμματισμό του συστήματος των λεωφορέων και την τοποθέτηση των σταθμών ανεφοδιασμού. Η χωρητικότητα των ηλεκτρικών λεωφορέων ορίζεται σε 230 kilobatt,rec και ο ρυθμός φόρτισης είναι 1,2 kilobatt,rec/ώρα ή μέτρο. Ο ρυθμός επαναφόρτισης είναι 30 λεπτά. Το πρόβλημα δοκιμάστηκε σε πραγματικές παρατηρήσεις από το Qongk Kongk που περιέχουν 288 διαδρομές και 2 από 16. Για την επίλυση του E-VSP χρησιμοποιήθηκε ένα γενικό αλγόριθμο. Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από το κριτήριο αγοράς των ηλεκτρικών λεωφορέων, το κριτήριο αγοράς και εγκατάστασης των υποδομών φόρτισης και το κόστος κριτηρίου κίνησης των λεωφορέων. Η προτεινόμενη μέθοδος δοκιμάστηκε σε μια περίπτωση από το Pekino που περιέχει 544 διαδρομές.

Στο (van Kooten Niekerk et al. (2017)) λειοψύχθηκε η τιμή των ηλεκτρικών ενέργειας λόγω της μεταβλητής τιμής της ανάλογα με το χρόνο ή την απόσταση. Οι σταθμοί φόρτισης και η χωρητικότητα των μπαταριών είναι υπερίσχυση. Τα ηλεκτρικά λεωφορεία έχουν χωρητικότητα μπαταριών 244 kilobatt,rec και φόρτιση ενέργειας 1,2 kilobatt,rec ανά ώρα ή μέτρο. Η ταχύτητα φόρτισης είναι 2,0 kilobatt,rec ανά λεπτό. Για την επίλυση του E-VSP εφαρμόστηκαν δύο μέθοδοι. Το πρώτο πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα MIP με συνεχή μεταβλητή για τη φόρτιση των μπαταριών. Το δεύτερο πρόβλημα επιτρέπει τη γραμμική υπερφορτίση φόρτισης των μπαταριών και λειοψύχθηκε η τιμή των πραγματικών τιμών ηλεκτρικών ενέργειας κατά τη διάρκεια της ημέρας. Το τελικό βέλτιστο πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί με τη χρήση

akèraiou grammikoû programmatismoû gia peript, seic mikroû/mesalloû megèj ouc kai, wc ek toû-tou, perigrfontai dōo. I ec mèj odoi ep̄ll ushc pou basizontai sth dhmiourgia sthl, n (column generation) gia meg I ec peript, seic.

Sto (Desaulniers et al. (2016)) parousi zetai ènac akrib c al gij moc branch-price-and-cut pou basizetai se prosarmosmènouc al gorlj muc monokateuj untik c kai amfidromhc epis manshc (customized mono-directional and bi-directional labeling) gia th dhmiourgia efikt, n diadrom, n oqhm^twn, prokeimènou na epil uj oôn pol l apl èc paral l agèc eni c probl matoc dromolìghshc hlektrik, n oqhm^twn me qronik^ par^j ura. H qr sh sunart sewn epèktashc phg c (REF) stic upol ogistikèc mel ètec anadeiknōei thn uperoq twn al gorlj mwn amfidromhc epis manshc se sōgkrish me ton monokateuj untikì kai ta pleonekt mata thc dunati thtac pol l apl, n merik, n epanafortl̄sewn gia th melwsh tou kistouc dromolìghshc kai tou arij moû twn apasqol oōmenwn oqhm^twn.

2.3 Qronoprogrammatismì c oqhm^twn gia aposp, mena l ewforella

Ta aposp, mena oq mata, ipwc èqei dh anaferj e, mporoôn na profèroun epipl èon ofèl h sthn apodotikì thta eni c stì l ou hlektrik, n oqhm^twn. O kainotì moc qarakt rac touc ta kaj ist^ exairetikèc prosj kec se stì l ouc l ewforellwn prokeimènou na parèqoun euel ixla. Etnai shmantikì na katal^boume touc swstoûc periorismoûc gia th mèj odo pou qrhsimopoiètai kai ep̄shc na up^rqi h kat^l l h l h upodom gia na pragmatopoihj oôn oi kat^l l h l ec prosarmogèc twn sunduasmènwn oqhm^twn.

Ena trisdi^stato makroskopikì j emel i, dec di^gramma (three-dimensional macroscopic fundamental diagram) qrhsimopoiètai gia pr, th for^ sto (Dakic et al. (2021)) kat^ thn an^ptuxh tou montèl ou bel tistopolhshc gia na l hfj oôn upi yh pol ôpl okec al l hl epidr^seic kai kukl oforiak sumfì rhsh, gia aposp, mena oq mata. To montèl o kataskeu^zetai l amb^nantac upi yh tic aposp, menec mon^dec l ewforellwn, en, par^l l h l a parousi zontai ta pleonekt mata thc teqno oglac. Anal òontac di^fora sen^ria z thshc oqhm^twn kai epibat, n kai posost^ dieis-dushc aposp, menwn mon^dwn l ewforellwn, oi ereunhtèc katal goun sto sumpèrasma iti to proteinì meno sōsthma mporel na upertere, shmantik^ ènanti twn sumbatik, n susthm^twn dromolìghshc l ewforellwn. Ta apotel èsmata aut^ epitugq^ntai parèqontac prosarmostikì thta ston arij mì twn sunduasmènwn aposp, menwn mon^dwn l ewforellwn kai stic suqnì thtec apostol c touc sōmfwna me tic apait seic oqhm^twn kai epibat, n.

Epipl èon, h prosj kh aposp, menwn oqhm^twn se èna prosarmosmèno sōsthma l ewforellwn anal òetai sto (Gong et al. (2021)). H tautì qronh enswm^twsh thc an^j eshc dromol ogllwn epibat, n kai twn aposp, menwn oqhm^twn pou epil òetai me th qr sh eni c mh grammikoû montèl ou meikt c akèraihc bel tistopolhshc, parèqei èna pio apodotikì apì^poyh kistouc prosarmosmèno dktuo l ewforellwn me uphreslec uyhl ìterhc poiì thtac. H euretik mèj odoc pou basizetai sth bel tistopolhsh sm nouc swmatidllwn parèqei uyhl c poiì thtac sqedi n bel tistec l òseic se apotel esmatik sōgkrish me ènan sōgqrono emporikì epil ut, to CPLEX, gia pol l^ diaforetik^ sen^ria. Dedomènou ì mwc ì ti ta dromolì gia ètnai ek twn protèrwn gnwst^, auti eis^gei ton kr̄simo periorismì thc mh apotōpwshe thc al l hl ex^rthshc metaxō twn apait sewn

των επιβατών, σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Στο (Ji et al. (2021)) προτείνεται ένα σύστημα αποσπώμενων αυτονομών οχημάτων προκειμένου να παρέχει μεγάλη ότερη ευελιξία στην αντιμετώπιση των χρονικών διακυμάνσεων των απαιτήσεων των επιβατών. Διατυπώνεται ένα μοντέλο βελτιστοποίησης διπλού σκοπού (bi-objective) που λαμβάνει υπόψη τη χρησιμοποίηση των οχημάτων και την ποιότητα των υπηρεσιών. Η μέγιστη οδοεξασφάλιση (e-constraint) υιοθετείται για την επίλυση του μοντέλου που αναπτύσσεται και η ασφαλιστική προσέγγιση (fuzzy satisfying approach) χρησιμοποιείται για την επίλυση της καλύτερης δυνατής λύσης. Υιοθετείται ένα διάνυσμα κριτηρίων για την αναπαράσταση των διαδικασιών προγραμματισμού δρομολογίων και ανήλθειση μονόδρομ. Τα αποτελέσματα της προτεινόμενης στρατηγικής ξεπερνούν την κοινή περίπτωση στον προγραμματισμό δρομολογίων λεωφορειακών μεγέλιων κεραιών με χρονική μεταβλητή με τη χρήση των επιβατών. Αυτή η οδηγία αποτελεί σημαντικό μέρος της μελέτης των κριτηρίων, εντοπίζοντας τα μετρήσιμα κριτήρια των επιβατών.

Τέλος, στο (Guo et al. (2023)) οι ερευνητές προτείνουν μια διαδικασία βελτιστοποίησης σε δύο φάσεις για την εξεύρεση της καλύτερης δυνατής λύσης των αποσπώμενων αυτονομών ηλεκτρικών οχημάτων (MAEVs) με την αξιοποίηση των πληροφοριών τους. Στην πρώτη φάση, κατασκευάζεται ένα μοντέλο μικτού κεραιού προγραμματισμού (MIP). Επίπεται αποτελεσματική με τη χρήση της προτεινόμενης αλγορίθμου για την επίλυση της Lagrange relaxation). Στη δεύτερη φάση, σφαιρικοί τρεις στρατηγικές κτανόμο και βελτιστοποιούνται με μια δυναμική διαδικασία κτανόμο (dynamic dispatching procedure) για τη σωστή προσαρμογή των MAEVs. Τέλος, πραγματοποιείται μελέτη περίπτωσης σε μια μεγέλιη αστική περιοχή του Πεκίνου στην Κίνα, η οποία αποδεικνύει την υψίση αποτελεσματική τη χρήση της υιοθετημένης των MAEVs στον αφορτισμό των πελάτων και τη φιλικότητα προς το περιβάλλον.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται μια σύνοψη μελέτης προγραμματισμού ηλεκτρικών οχημάτων και ορισμένα σημαντικά χαρακτηριστικά τους.

Studies on electric vehicles			
Study	Problem	Formulation	Solution Method
Li (2014)	Vehicle Scheduling for electric buses with battery swapping or fast charging	Mixed integer programming	Branch and cut, Column Generation Truncated column generation algorithm
Rogge et al. (2018)	Cost-optimized planning of depot charging battery bus fleets and charging infrastructure	Mixed integer programming	Genetic algorithm
Teng et al. (2020)	Timetable and vehicle scheduling optimization	Multiobjective programming model	Multiobjective particle swarm optimization algorithm
Wen et al. (2016)	Mixed integer programming	Integer linear programming	Adaptive large neighborhood search (ALNS) heuristic
Liu and (Avi) Ceder (2020)	Battery-electric transit vehicle scheduling problem with stationary battery chargers	Deficit function theory Bi-objective integer programming	Max-flow solution method Lexicographic two-stage construction and-optimization
Li et al. (2019)	Routing optimization for a mixed fleet of electric commercial vehicles	Integer linear programming	Time-space-energy (TSE) network
van Kooten Niekerk et al. (2017)	Efficient charge scheduling for electric vehicles	bi-objective optimization model	Mixed integer programming, Column generation
Desaulniers et al. (2016)	Effective route planning for battery electric commercial vehicle	Set-partitioning model	Branch-price-and-cut customized mono-directional, bidirectional labeling
Guo et al. (2023)	Adoption of modular autonomous electric vehicles	Mixed integer programming model	Lagrangian relaxation algorithm

Πίνακας 2.3: Σύνοψη μελετών προγραμματισμού ηλεκτρικών οχημάτων.

Kef^l aio 3

Diatôpwsh montèl ou

3.1	Eisagwg	18
3.2	Sônoi a	22
3.3	Par^metroi	23
3.4	Metabl htèc	24
3.5	Periorismo	24
3.5.1	Periorismo	25
3.5.2	Periorismo	26
3.5.3	Periorismo	27
3.6	Antikeimenik sun^rthsh	27
3.7	Grammik metatrop tou EB-MDVSPTW me aposp, mena l ewforela	28
3.8	'Egkurec anisi thtec	34
3.8.1	Anagwgèc sunì lwn tì xwn	35
3.8.2	Anagwgèc SOC	35
3.8.3	Mei, seic gegonì tw n fì rtishc	36
3.8.4	Mei, seic tou qri nou ènarxhc tw n uphresi, n	36
3.8.5	Antifatikèc anagwgèc tì xwn	37
3.8.5.1	Orismì c	37

3.1 Eisagwg

Se aut thn eni thta, parousi^zoume touc sti qouc kai touc periorismo0c mac gia to proteinì - meno montèlo. Pr_ ton, gia ton programmatismi tw n hlektrik_ n oqhm^tw n, h k0ria diafor^ se s0gkrish me ton programmatismi tw n mh hlektrik_ n oqhm^tw n sun0statai sth diadikasla epanafì rtishc tou oq matoc. E0te aut pragmatopoi0tai me pragmatik_ fì rtish e0te me antallag_ mpatari_ n, sun j wc apaitel thn epistrof_ tou oq matoc sthn apoj_ kh pou tou egei anatej e0 kai thn apousla tou gia orismèno qronikì di^sthma apì thn ektèlesh dromol og0wn metax0 staj m_ n. En_ o sti qoc mac e0nai na elaqistopoi soume to sunolikì kì stoc tou sust matì c mac, autì mpore0 na e0nai d0skolo, lamb^ nontac upì yh ì ti oi timèc thc hlektrik_ c enèrgeiac mpore0 na auxomei_ nontai kat^ th di^rkeia tw n perii dwn fì rtishc. Ed_ , h eisagwg_ prosarmosmènw n lewfore0wn mpore0 na sumb^ lei sth melwsh aut_ c thc abebaii thtac sundu^ zontac tic mon^dec lewfore0wn prokeimènou na parak^ mptoun ta gegonì ta fì rtishc kai na kal 0ptoun ep0shc th z_ thsh epibat_ n kat^ tic_ rec aigm_ c. Aut_ h en0sqush thc qwrhtikì th_ tac tw n oqhm^tw n epitrepei sto d0ktuo na antapokrij e0 sthn auxhmèn h z_ thsh qwr0c na auxhj e0 dramatik^ h suqnì thta apostol_ c kai bohj_ ntac ètsi sthn elaqistopoi0sh tou arij mo0 tw n apaito0menwn oqhm^tw n.

'Opwc anafèrj hke parap^ nw, sti qoc mac e0nai na elaqistopoi soume to sunolikì kì stoc tou sust matoc kai ton arij mi tw n hlektrik_ n lewfore0wn pou apaito0ntai. Dedomènou ì ti h fì rtish pragmatopoi0tai mi no stic apoj_ kec, ta oq mata prepei na elèggoun prin apì k^ j e tax0di an h diaj èsimh wfèl imh qwrhtikì thta thc mpatar0ac mpore0 na kal 0yei to tax0di apì to staj mi ì sto staj mi j kai ep0shc to tax0di apì to staj mi j sthn apoj_ kh k. An h diaj èsimh wfèl imh qwrhtikì thta thc mpatar0ac e0nai epark_ c, to tax0di ektel0tai. E^ n ì qi, to ì qhma epistrèfei sthn arqik_ tou apoj_ kh gia na pragmatopoihj e0 to sumb^ n fì rtishc. Prepei na eisaqj o0n pri sj etoi periorismo0 gia na exasfal iste0 h omal_ ro_ oqhm^tw n apì thn apoj_ kh. Kat^ th di^rkeia tw n wr_ n aigm_ c mpore0 na apagore0etai h fì rtish. Autì mpore0 na epiteuj e0 j ètontac to kì stoc fì rtishc wc pol 0 meg^ lo j etikì arij mi . Ta oq mata aut^ mporo0n sth sunèqeia na sunduasto0n gia na auxhj e0 h qwrhtikì thta tw n leitourgik_ n oqhm^tw n. Tèl oc, j a prepei na l hfj o0n upì yh orismènoi qri noi kaj ustèrhshc prokeimènou na l hfj e0 upì yh h kukl oforiak_ sumfì rhsh.

'Eqontac wc b^ sh thn èreuna tw n ([Gkiotsalitis et al. \(2023\)](#)), epekte0noute to Pri blihma Programmatismo0 Oqhm^tw n Hlektrik_ n Lewfore0wn me Poll apl èc Apoj_ kec me Qronik^ Par^ j ura (EB-MDVSPW) gia na sumperil^ boume thn teqnologla aposp_ menwn lewfore0wn. Oi prosj_ kec thc proteinì menhc diat0pwshc apotel o0ntai apì mia apoj_ kh, sthn opo0a apoj_ hke0ntai oi aposp_ menec mon^dec. Se k^ j e programmatisèno tax0di anatlj_ j etai ènac sugkekrimènoc arij mi c aposp_ menwn mon^dwn pou prepei na prosarthj o0n se èna lewfore0o prokeimènou na pragmatopoihj e0 to tax0di. Exakolouj o0me na anazhto0me thn akrib_ k^ l uyh me el^ qisto kì stoc ì lwn tw n programmatisènw n dromol og0wn kat^ th di^rkeia thc kaj hmerin_ c leitourg0ac, lamb^ nontac upì yh to pri sj eto qarakhristikì tw n aposp_ menwn lewfore0wn. Eis^ goume èna nèo s0nol o pou apotel 0tai apì ì lec tic ergaslec s0zeuxhc/apos0zeuxhc pou j a montel opoihj o0n wc kì mboi stic anaparast^ seic tou dikt0ou. Aut^ lamb^ nontai ep0shc upì yh kai sta d0o s0nol a N^k , N en_ par^ l l h l a dhmiourgo0ntai epipl èon tì xa gia to s0nol o A^k . 'Ol a aut^ katal_ goun se èna dieurumèno d0ktuo G^k . Epipl èon,

prostij etai mia par^metroc w_j gia $j \in V$, i pou k^j e taxidi j sund^etai me tic mon^dec pou apaito^ntai gia thn ol okl rws tou. Auti^ etnai prokaj orism^eno me b^sh tic an^gkec z thshc epibat, n.

Prokeim^enou na lhfj o^on upi^yh oi pri^sj etec ergast^ec, to s^onol o tw n t^i xw n A^k pr^pei na epektaj el, ste na lhfj o^on upi^yh i lec oi pri^sj etec diel e^oseic oqhm^tw n metax^o tw n diadrom, n, tw n sumb^ntwn fi rtishc kai tw n prostij ^menwn sumb^ntwn s^ozeuxhc/apos^ozeushc. Diamorf, netai wc ex c:

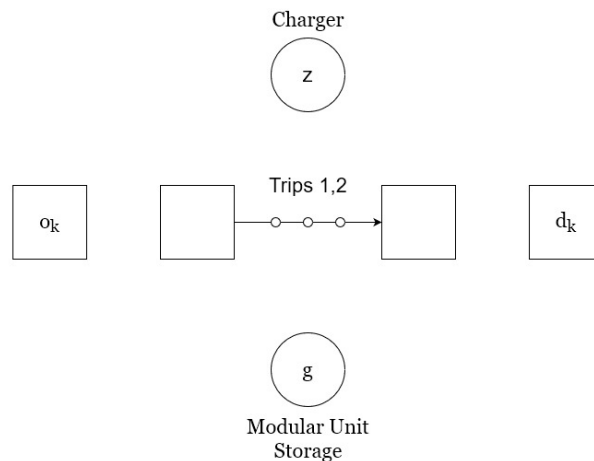
$$A_k = \begin{cases} A_1^k = (o_k, j) & \delta j \in N^k & f_{o_k} g \\ A_2^k = (j, d_k) & \delta j \in N^k & f_{o_k, d_k} g \\ A_3^k = (i, j) & \delta i \in V^k, \delta j \in V_k & f_i g \\ A_4^k = (i, j) & \delta i \in V^k, \delta j \in F \\ A_5^k = (i, j) & \delta i \in F, \delta j \in V^k \\ A_6^k = (i, j) & \delta i \in V^k, \delta j \in H \\ A_7^k = (i, j) & \delta i \in H, \delta j \in V^k \\ A_8^k = (i, j) & \delta i \in F, \delta j \in H \\ A_9^k = (i, j) & \delta i \in H, \delta j \in F \end{cases} \quad (3.1.1)$$

'Opwc anaf^erj hke parap^nw, ta t^i xa api^ A_1^k ^wc A_5^k up^rqoun dh sthn arqik mel^eth. Gia to i qhma $k \in K$, ta t^i xa A_1^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou xekino^on api^ thn apoj kh proel eushc, A_2^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou sund^oun ^nan ki mbo me thn apoj kh proorismo^o, A_3^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tel ouc tou taxidio^o $i \in V^k$ sth j ^esh ^narxhc tou taxidio^o $j \in V_k$ f_i g, A_4^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tel ouc tou taxidio^o $i \in V^k$ sth j ^esh tou gegoni toc fi rtishc $j \in F$, kai ta t^i xa A_{5k} etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tou gegoni toc fi rtishc $i \in F$ sth j ^esh ^narxhc tou taxidio^o $j \in V^k$. T, ra gia ta neoelsaqj ^nta t^i xa. A_6^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tel ouc tou taxidio^o $i \in V^k$ sthn arq thc ergast^ac s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc $j \in H$, A_7^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh thc ergast^ac s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc $i \in H$ sthn arq tou taxidio^o $j \in V^k$, A_8^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tou gegoni toc fi rtishc $i \in F$ sth j ^esh ^narxhc tou ^rgou s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc $j \in H$, kai tel oc to t^i xo A_9^k etnai i la ta efikt^ t^i xa pou antiproswpe^oun to taxidi api^ th j ^esh tou ^rgou s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc $i \in H$ sth j ^esh ^narxhc tou gegoni toc fi rtishc $j \in F$.

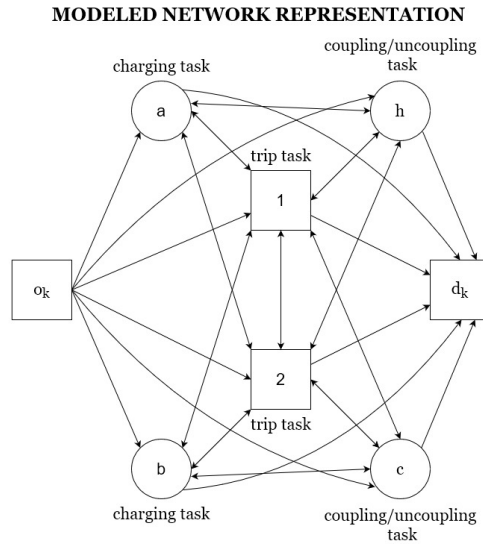
H anapar^stas^ tou fusiko^o (3.1.1) kai tou montel opoihm^enou dikt^ou (3.1.2) mporel na fanel kai na sugkrij el parak^tw gia to neo diktuo G^k pou lamb^nei upi^yh thn ikan^i thta tw n aposp, menwn lewfore^wn. Sth fusik^ anapar^stas^ topoj eto^me ^nan epipl^on ki mbo pou antistoiquel sthn apoj keush tw n aposp, menwn mon^dwn. Epipl^on, parousi^zoume tic fusik^ec topoj eslec tw n apoj hk, n proel eushc kai proorismo^o o_k, d_k , tic diadrom^ec pou mporel dunhtik^ na ektel ^sei to i qhma $k, V^k = f_1, 2g$ ton fortist z pou mporel na fil oxen sei d^o gegoni ta fi rtishc $F = f_a, b g$ kai thn apoj kh aposp, menwn mon^dwn g pou mporel na fil oxen sei d^o gegoni ta s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc $H = f_c, h g$. Mporo^me na parathr soume i ti ta d^o taxidia pr^pei na exuphret sou n 3 st^seic kai leitourgo^on sthn ^dia gramm . Epl^shc, ta

dōo gegonì ta fì rtishc kai sōzeuxhc/aposōzeuxhc sumbat̃houn sthn ðdia fusik j èsh, opì te eisġontai mì no dōo xeqwr̃stot̃ k̃i mboi. Proqwr ,ntac sthn anaparġst̃ash tou montel opoih-
mènou dikt̃ou, dhmiourgõme touc k̃i mbouc ergasi ,n $N^k = fV^k [H [F [fo_k, d_kgg$.
 $V^k = f1, 2g$ antipros̃wpẽoun tic dōo ergas̃lec taxidiõ, $F = fa, bg$ antipros̃wpẽoun tic
dōo ergas̃lec sumbġntoc fì rtishc kai $H = fc, hg$ antipros̃wpẽoun tic dōo ergas̃lec sum-
bġntoc sōzeuxhc/aposōzeuxhc. Se ant̃ij èsh me th fusik anaparġst̃ash, ak̃i mh kai an ta
tax̃ðdia leitourgõn sthn ðdia gramm , ta gegonì ta fì rtishc br̃skontai ston ðdio fortist kai
ta gegonì ta sōzeuxhc/aposōzeuxhc ol okl hr , nontai sthn ðdia apoj kh, parousiġzontai wc
anexġrthtoi k̃i mboi qwr̃lc th qr sh pl hrofori ,n apì tic fusikèc touc j èseic. Tèl oc, dhmiour-
gõme ta tì xa A_k ì pwc perigrġfhke sthn prohgõmenh parġgrafo kai ètsi sqhmat̃izetai h
montel opoihmenh anaparġst̃ash tou dikt̃ou. Ènai shmantikì na shmeiwj èl ì ti den epit̃rèpon-
tai ta tì xa pou sundèoun apeuj èlac ergas̃lec sōzeuxhc/aposōzeuxhc $H = fc, hg$. To ðdio
isq̃õei kai gia tic ergas̃lec fì rtishc $F = fa, bg$

PHYSICAL NETWORK REPRESENTATION

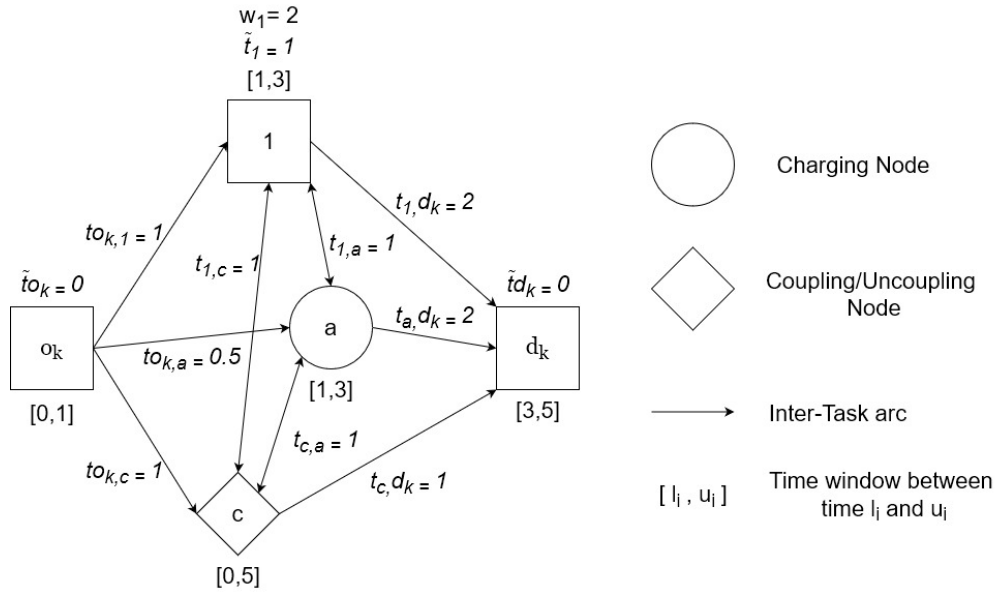


Σχήμα 3.1.1: Φυσική αναπαράσταση του δικτύου $G^k = fN^k, A^k g$ ενός οχήματος k



Σχήμα 3.1.2: Μοντελοποιημένη αναπαράσταση του δικτύου $G^k = fN^k, A^k g$ ενός οχήματος k

Επιπλέον, παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα για τον χρόνο ταξιδιού μεταξύ εργασιών και χρονικών παραθύρων (3.1.3). Όπως είδαμε και συζητήσαμε παραπάνω, παρουσιάζονται τέσσερα πρόβληματα τα οποία που συμπληρώνουν το δίκτυο με τους σχετικούς χρόνους ταξιδιού. Εμφανίζονται επίσης οι απαιτούμενες αποστάσεις μονάδες για την εκτέλεση του ταξιδιού 1. Ο κόμβος c δεν έχει χρονική παράθυρο αλλά μπορεί να εκτελεστεί εντός των καθορισμένων χρονικών διαστημάτων. Κάθε εργασία, εκτός από την εργασία σύζευξης/αποσύζευξης, έχει ένα κατάθερο l_i και ανθερο u_i χρονική περίοδο που είναι ανεξάρτητο από το ίχνος. Κάθε κόμβος και χρόνο συνδέεται με ένα χρόνο t_i αντίστοιχα. Εάν είχαμε την απόσταση της αποστάσεως μονάδας. Το ίχνος πρέπει να πληροί την απόσταση αποστάσεως μονάδας για να εκτελεστεί το ταξίδι 1. Για παράδειγμα, ένα ίχνος με μήκος συνδέσεως 2 αποστάσεως μονάδες μπορεί να ολοκληρωθεί το έργο εξυπηρέτησης ξεκινώντας από την αποθήκη o_k φθάνοντας στο ταξίδι 1 και στη συνέχεια να τερματίσει την εξυπηρέτηση του στην αποθήκη d_k . Ο συνολικός χρόνος είναι $T_{d_k}^k = t_{o_k,1} + t_1 + t_{1,d_k} = 1 + 1 + 2 = 4$ που είναι εντός του χρονικού παραθύρου ή των χαρακτηριστικών αποθηκών. Αντίθετα, ένα ίχνος χωρίς συνδέσεως αποστάσεως μονάδες πρέπει πρώτα να ολοκληρωθεί την εργασία σύζευξης και στη συνέχεια το ταξίδι 1. Στην περίπτωση αυτή ο συνολικός χρόνος διαμορφώνεται ως εξής $T_{d_k}^k = t_{o_k,c} + t_{c,1} + t_1 + t_{1,d_k} = 1 + 1 + 1 + 2 = 5$



Σχήμα 3.1.3: Παράδειγμα χρόνων ταξιδιού διάρκειας μεταξύ/εντός εργασιών και χρονικών παραθύρων.

3.2 Σύνολα

- K : σύνολο διαζέσιμων οχημάτων.
- H : σύνολο εργασιών, σύνδεσμων/αποσύνδεσμων.
- Z : σύνολο σταθμών, φάσεων.
- O, D : σύνολα αποστολών, προορισμών και προορισμού.
- V : σύνολο ταξιδιών.
- V^k : υποσύνολο προγραμματισμένων ταξιδιών που μπορούν να πραγματοποιηθούν από το όχημα $k \in K$.
- F : σύνολο ήλων των πινακίδων, γενική των γραμμών.
- F_0 : $F_0 \subseteq F$ είναι το σύνολο ήλων των πινακίδων, γενική των φάσεων με την αφαίρεση του τελικού πινακίδων από γενική των φάσεων σε κάθε φάση.
- F^z : υποσύνολο των πινακίδων, γενική των φάσεων στο φάση $z \in Z$ ταξινομημένο από το πρόγραμμα, το οποίο τελικά.
- N^k : υποσύνολο κίβων που σφαιρίζονται με το όχημα k , $V^k \cup \{F \cup \{f_{o_k, d_k}\}\}$.
- N : σύνολο ήλων των πινακίδων, κίβων εργασιών, $N = \{V \cup \{F \cup \{H \cup \{O \cup \{D\}\}\}\}$.
- A^k : σύνολο εφικτών, τήλων για το όχημα $k \in K$.
- G^k : $G^k = (N^k, A^k)$ είναι το δίκτυο που σφαιρίζεται με το όχημα k .

3.3 Παράμετροι

- α_k, d_k : ο κίμβος φηγ c και ο κίμβος κatabì j rac pou sqetlizontai me thn apo j kh pou stegazei to ì qhma k .
- $[l_i, u_i]$: qronikì paraj uro pou sqetlizetai me k^j e kì mbo $i \in N$.
- t_{ij} : qrì noc pou par l j e sto tì xo (i, j) o opothoc iso0tai me to qrì no diadrom c metax0 thc j èshc tèl ouc thc ergaslac $i \in N$ kai thc j èshc ènarxhc thc ergaslac $j \in N$.
- t_i : apaito0menoc qrì noc taxidio0 gia th diexagwg tou taxidio0 $i \in V$.
- w_j : apaito0menec aposp,menec mon^dec pou sundèontai gia na ektel estel to taxidi $j \in V$.
- m : ènac meg^l oc j etikì c arij mì c.
- ρ : qrì noc pou apaitel tai gia na sundej el mia aposp,menh mon^da sto ì qhma $k \in K$
- λ : mon^da kì stouc anamon c enì c oq matoc.
- b_{ij}^k : h sunist,sa staj ero0 kì stouc thc ektèleshc thc ergaslac j met^ thn ergasla i qwrìc na l amb^netai upì yh opoiad pote pij an kaj ustèrhsh (h ergasla xekin^ amèswc met^ qwrìc qronikèc kaj uster seic).
- ϕ_{max}^k : SOC tou oq matoc k ì tan elnai pl rwc fortismèno.
- ϕ_{min}^k : el ^qisto epitrepì meno eplpedo SOC gia to ì qhma k .
- r : ruj mì c fì rtishc tou fortist .
- η_i : katanal iskì menh enèrgeia kat^ thn ektèlesh diadrom c $i \in V$.
- θ_{ij} : katanal iskì menh enèrgeia kat^ th diadrom apì thn tel ik j èsh tou kì mbou $i \in N$ sthn arqik j èsh tou kì mbou $j \in N$.
- M : ènac pol 0 meg^l oc j etikì c arij mì c
- q_j : di^nusma $q : V \rightarrow F$ epistrèfei thn pl hsièsterh j èsh gegonì toc fì rtishc sto $q_j \in F$ th j èsh tèl ouc tou taxidio0 $j \in V$
- ω_j : di^nusma pou epistrèfei to epì meno sumb^ n fì rtishc i tou sumb^ntoc fì rtishc pou pragmatopoietai ston 0dio staj mì fì rtishc

3.4 Metabli htèc

- e_i^k : SOC tou oq matoc k ì tan ft[^]nei ston kìmbo $i \in V^k [F [H [fd_k g$.
- \bar{e}_i^k : SOC tou oq matoc k ì tan ol okl hr_ς nei thn ergasìa ston kìmbo $i \in V^k [F [H [fo_k g$.
- τ_i^k : apaitoðmeno qronikì di[^]sthma gia thn epanafì rtish tou oq matoc $k \in K$ mès w tou gegonì toc fì rtishc $i \in F$.
- g_i^k : all ag_ς tou SOC tou oq matoc kat[^] thn ektèl esh thc ergasìac $i \in V^k [F$.
- x_{ij}^k : duadik metabli ht_ς ro c, ì pou $x_{ij}^k = 1$ an to ì qhma k qrhsimopoiè tì xo $(i, j) \in A_k$ kai 0 all i_ς c.
- y_i^k : duadik metabli ht_ς, ì pou $y_i^k = 1$ an to gegonì c fì rtishc $i \in F$ ektel ètai apì to ì qhma k kai 0 diaforetik[^].
- \bar{q}_i^k : duadik metabli ht_ς, ì pou $\bar{q}_i^k = 1$ e[^]n to ì qhma k ektel è to sumb[^]n sòzeuxhc/aposòzeuxhc $i \in H$ kai 0 diaforetik[^].
- \bar{z}_i^k : metabli ht_ς pou delqnei pì sec aposp_ς menec mon[^]dec sundèontai aposp_ς ntai apì to ì qhma $k \in K$ ì tan ol okl hr_ς netai to sumb[^]n sòzeuxhc/aposòxeushc $i \in H$.
- \bar{k}_i^k : sundedemè nec aposp_ς menec mon[^]dec sto ì qhma $k \in K$ ì tan ft[^]nei ston kìmbo $i \in N$.
- \bar{t}_i^k : qrinoc kat[^] ton opoðo to gegonì c sòzeuxhc/aposòzeuxhc $i \in H$ ol okl hr_ς netai apì to ì qhma $k \in K$.
- ψ_{ij}^k : oi epì tou parì ntoc sundedemè nec aposp_ς menec mon[^]dec tou oq matoc $k \in K$ ì tan qrhsimopoiè to tì xo $(i, j) \in A_k$.
- T_i^k : qrinoc kat[^] ton opoðo arqðzei h exuphrèthsh ston kìmbo $i \in N^k$. $T_{o_k}^k$ upodhl_ς nei thn_ς ra anaq_ς rshhc apì thn apoj kh, $T_{d_k}^k$ thn_ς ra [^]fixhc sthn apoj kh, kai h T_i^k _ς ra pou h exuphrèthsh arqðzei se opoiond pote[^] llo kìmbo $i \in V^k [F$.

3.5 Periorismoð

Parak[^]tw parousi[^]zoume touc periorismoðc pou diatup_ς noun to prì blhma programmatismoð oqhm[^]tw n hlektrik_ς n lewforelwn pol l apl_ς n staj m_ς n me qronik[^] par[^]j ura (EB-MDVSPTW) apì thn èreuna tw n (Gkiotsalitis et al. (2023)). Epìshc, eis[^]goume touc prì s-j etouc periorismoðc prokeimè nou na l[^]boume upì yh thn teqno logìa tw n aposp_ς menwn lewforelwn. Stic dòo parak[^]tw enì thtec parousi[^]zontai kai epexhgoñtai oi periorismoð programmatismoð oqhm[^]tw n kai hlektrik_ς c fì rtishc apì thn èreuna (Gkiotsalitis et al. (2023)). Tèl oc, sthn tel eutaba enì thta parousi[^]zontai kai exhgoñtai oi periorismoð tw n aposp_ς menwn mon[^]dwn pou enswmat_ς noume sthn arqik_ς ergasìa.

3.5.1 Περιορισμοί προγραμματισμού οχημάτων

$$\sum_{k \in K} \sum_{i:(i,j) \in A^k} x_{ij}^k = 1 \quad \delta j \in V \quad (3.5.1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i:(i,j) \in A^k} x_{ij}^k = 1 \quad \delta j \in F \cup H \quad (3.5.2)$$

$$\sum_{j:(0_k,j) \in A^k} x_{0_k j}^k = \sum_{i:(i,0_k) \in A^k} x_{i 0_k}^k = 1 \quad \delta k \in K \quad (3.5.3)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in A^k} x_{ij}^k - \sum_{i:(j,i) \in A^k} x_{ji}^k = 0 \quad \delta k \in K, \delta j \in V^k \cup F \quad (3.5.4)$$

$$x_{ij}^k (T_i^k + t_{ij}) - x_{ij}^k T_j^k \quad \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k \quad j \in V^k \quad (3.5.5)$$

$$x_{0_k j}^k (T_{0_k}^k + t_{0_k j}) - x_{0_k j}^k T_j^k \quad \delta k \in K, \delta (0_k, j) \in A^k \quad (3.5.6)$$

$$x_{ij}^k (T_i^k + \tau_i^k + t_{ij}) - x_{ij}^k T_j^k \quad \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k \quad j \in F \quad (3.5.7)$$

$$x_{ij}^k (T_i^k + \bar{t}_i^k + t_{ij}) - x_{ij}^k T_j^k \quad \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k \quad j \in H \quad (3.5.8)$$

$$\tau_i^k = (\phi_{\max}^k - e_i^k) / r \quad \delta i \in F, \delta k \in K \quad (3.5.9)$$

$$l_i - T_i^k \leq u_i \quad \delta k \in K, \delta i \in N^k \quad (3.5.10)$$

$$x_{ij}^k \in [0, 1] \quad \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k \quad (3.5.11)$$

Ο περιορισμός (3.5.1) εξασφαλίζει ότι κάθε ταξίδι $j \in V$ ξεκινάει από ακριβώς ένα όχημα. Ο περιορισμός (3.5.2) διασφαλίζει ότι ένα γεγονότο $j \in F$ και σόζευχο/αποσόζευχο $j \in H$ μπορεί να πραγματοποιηθεί από το πολύ ένα όχημα. Ο περιορισμός (3.5.3) εξασφαλίζει ότι κάθε όχημα $k \in K$ ξεκινάει από την αποθήκη προοριζόμενη και να επιστρέψει στην αποθήκη προορισμού του. Ο περιορισμός (3.5.4) λαμβάνει υπόψη τα γεγονότα F στο V που περιλαμβάνονται στο δίκτυο που σκετίζονται με τη διατήρηση της ροής. Είναι σημαντικό ότι ο περιορισμός (3.5.5) δεν λαμβάνει υπόψη τα t_{ij} που έχουν κίνηση από τα γεγονότα F , επειδή ο κύκλος διαδρομής μεταξύ των δραστηριοτήτων δεν εξαρτάται από το t_{ij} . Εισάγουμε τον περιορισμό (3.5.7) που $i \in F$ είναι ένα γεγονότο F και ο κύκλος που μετακινείται στο (i,j) είναι ίσος με τη διάρκεια της εργασίας i , τ_i^k , συν το χρόνο ταξιδιού μεταξύ της εργασίας i και της εργασίας j , t_{ij} . Επιπλέον, ο περιορισμός (3.5.8) λαμβάνει υπόψη το χρόνο που απαιτείται για την εκτέλεση ενός γεγονότου F στο V . Ο περιορισμός (3.5.9) εισάγει τον τ_i^k . Ο περιορισμός (3.5.10) εξασφαλίζει ότι ο κύκλος $k \in K$ πρέπει να είναι μη αρνητικός για το l_i και u_i . Ο περιορισμός (3.5.11) υποδεικνύει τον x_{ij}^k .

3.5.3 Περιορισμοί αποσπόμενων μονάδων

$$\sum_{k \in K} \sum_{i:(i,j) \in A^k} q_i^k \leq 3 \quad \delta i \in H \quad (3.5.22)$$

$$\bar{k}_{o_k}^k = 0 \quad \delta k \in K \quad (3.5.23)$$

$$q_i^k = \sum_{j:(i,j) \in A^k} x_{ij}^k \quad \delta i \in H, \delta k \in K \quad (3.5.24)$$

$$\bar{k}_i^k = x_{ij}^k w_j \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \in V \setminus F \setminus f_{o_k} g, j \in V \quad (3.5.25)$$

$$\bar{k}_i^k + \bar{z}_i^k = x_{ij}^k w_j \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \in H, j \in V \quad (3.5.26)$$

$$\bar{k}_j^k = \bar{k}_i^k - \bar{z}_i^k = (1 - x_{ij}^k) M \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \in H \quad (3.5.27)$$

$$\bar{k}_j^k = \bar{k}_i^k - \bar{z}_i^k = (x_{ij}^k - 1) M \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \in H \quad (3.5.28)$$

$$\bar{k}_j^k = \bar{k}_i^k = (1 - x_{ij}^k) M \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \notin H \quad (3.5.29)$$

$$\bar{k}_j^k = \bar{k}_i^k = (x_{ij}^k - 1) M \quad \delta k \in K, \delta(i,j) \in A^k, \text{ if } i \notin H \quad (3.5.30)$$

$$\bar{t}_i^k = \rho_j z_{ij}^k \quad \delta i \in H, \delta k \in K \quad (3.5.31)$$

Τέλος, σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε τους περιορισμούς των αποσπόμενων μονάδων. Η διατύπωση με χρονική παράμετρο διαθροείται. Κάθε ίσημα ξεκινά από τη στιγμή που η o_k με μηχανική αποσπόμενα μονάδες συνδέονται λόγω του περιορισμού (3.5.23). Ο περιορισμός (3.5.22) διασφαλίζει ότι κάθε ίσημα $k \in K$ μπορεί να εκτελεστεί το πολύ τρία γεγονότα σύζευξης/αποσύνδεσης $i \in H$. Ο περιορισμός (3.5.24) εξασφαλίζει ότι για κάθε $k \in K$ επισκέπτεται το γεγονός σύζευξης/αποσύνδεσης $i \in H$ ή δυο φορές μεταβλητή q_i^k παίρνει την τιμή 1. Οι περιορισμοί (3.5.25) και (3.5.26) εγγυώνται ότι για κάθε $k \in K$ έχει τις απαιτούμενες αποσπόμενες μονάδες συνδέονται για να εκτελεστεί το ταξίδι $j \in V$. Οι περιορισμοί (3.5.27) και (3.5.28) εξασφαλίζουν ότι για κάθε $k \in K$ επισκέπτεται την αποσπόμενα μονάδα, οι απαιτούμενες αποσπόμενες μονάδες συνδέονται. Οι περιορισμοί (3.5.29) και (3.5.30) εξασφαλίζουν ότι οι αποσπόμενες μονάδες που συνδέονται με ένα ίσημα $k \in K$ παραμένουν οι ίδιες ή αν επισκέπτεται κάποια στιγμή από τους κόμβους $i \in H$. Τέλος, ο περιορισμός (3.5.31) υπολογίζει το κόστος που απαιτείται για την εκτέλεση ενός γεγονότος σύζευξης/αποσύνδεσης $i \in H$ για ένα ίσημα $k \in K$.

3.6 Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση σμφωνά με τους περιορισμούς προγραμματισμού οχημάτων (3.5.1)-(3.5.11), τους περιορισμούς ηλεκτρικής φόρτισης (3.5.12)-(3.5.21) και τέλος και τους καινοόργιους περιορισμούς αποσπόμενων μονάδων (3.5.22)-(3.5.31) διατυπώνεται ως εξής:

parak[^]tw:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} \sum_{i \in V^k} \left((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij}) \right) x_{ij}^k \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} \sum_{i \in F} \left((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij}) \right) x_{ij}^k \\
 & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} \sum_{i \in H} \left((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij}) \right) x_{ij}^k
 \end{aligned} \tag{3.6.1}$$

Το EB-MDVSPTW με αποsp_μ menec mon[^]dec εἶναι ἕνα μικτὸ ἀκέραιο μη γραμμικὸ πρόγραμμα (MINLP) με μη γραμμικὴ ἀντικείμενικὴ συν[^]ρθησὴ καὶ μη γραμμικοῦς περιορισμοῦς (3.5.5), (3.5.6), (3.5.7), (3.5.8), (3.5.14), (3.5.21), (3.5.31). Σε αὐτὴ τὴν περιπτώσῃ πρέπει νὰ λῶ-
soume ἕνα μη γραμμικὸ πρόγραμμα με ἀρκετοῦς μη γραμμικοῦς περιορισμοῦς που ἴσως νὰ ἀπαγορεύουν τὴν εὐρὴσὴ μιὰς συνολικ[^] βέλτιστῆς λύσῃς.

3.7 Grammik metatrop tou EB-MDVSPTW me aposp_μ mena l ewforel^{la}

Ὅπως ἀναφέρῃ ἡκε προηγουμένως ἡ ἀντικείμενικὴ συν[^]ρθησὴ (3.6.1), μαζί με τοὺς συγκεκριμένους περιορισμοῦς που ἀναφέρῃ ἡκεν εἶναι μη γραμμικῆς. Προκειμένου νὰ ἐγγραφῇ ὁμοίως ἰσχύουν οἱ τοπικ[^] βέλτιστες λύσεις ἡκε εἶναι συνολικ[^] βέλτιστες, πρέπει νὰ ἐκτελέσῃ ἕνα β_μ μα γραμμικοποῦσῃς. Ἐκείν_μ ντας με τοὺς περιορισμοῦς (3.5.5), (3.5.6), (3.5.7), (3.5.8):

$$\begin{aligned}
 x_{ij}^k (T_i^k + t_i + t_{ij}) &= x_{ij}^k T_j^k && \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k, j \in V^k \\
 x_{okj}^k (T_{ok}^k + t_{okj}) &= x_{okj}^k T_j^k && \delta k \in K, \delta (o_k, j) \in A^k \\
 x_{ij}^k (T_i^k + \tau_i^k + t_{ij}) &= x_{ij}^k T_j^k && \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k, j \in F \\
 x_{ij}^k (T_i^k + \bar{t}_i^k + t_{ij}) &= x_{ij}^k T_j^k && \delta k \in K, \delta (i,j) \in A^k, j \in H
 \end{aligned}$$

Εἰσ[^]γομε τίς συγκεκριμένους μεταβλητές $\sigma_{ij}^k \in \mathbb{R}$ γιὰ $(i,j) \in A^k, k \in K$. Αὐτὸ ἴσως νὰ ἐκτελέσῃ ἡκε γιὰ τὴν ἀναδιατύπωσῃ τῶν περιορισμ_μ (3.5.5), (3.5.6), (3.5.7), (3.5.8) σε γραμμικοῦς ἰσχύουν ἡκε β_μ μα γραμμικοποῦσῃς.

$$T_i^k + t_i + t_{ij} \quad T_j^k + \sigma_{ij}^k \quad 0 \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad j \in V^k \quad (3.7.1)$$

$$T_{o_k}^k + t_{o_k j} \quad T_j^k + \sigma_{o_k j}^k \quad 0 \quad \delta k \in K, \delta(o_k, j) \in A^k \quad (3.7.2)$$

$$T_i^k + \tau_i^k + t_{ij} \quad T_j^k + \sigma_{ij}^k \quad 0 \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad j \in F \quad (3.7.3)$$

$$T_i^k + \bar{t}_i^k + t_{ij} \quad T_j^k + \sigma_{ij}^k \quad 0 \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad j \in H \quad (3.7.4)$$

$$\sigma_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad (3.7.5)$$

$$\sigma_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad (3.7.6)$$

$$\sigma_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad j \in H \quad (3.7.7)$$

$$\sigma_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A^k \quad j \in H \quad (3.7.8)$$

Απόδειξη

Για $x_{ij}^k = 1$ για κάποια $(i, j) \in A^k \quad j \in V^k$ ο περιορισμός (3.5.5) απαιτείται $T_i^k + t_i + t_{ij} = T_j^k$. Ομοίως, για $x_{ij}^k = 1$ για κάποια $(i, j) \in A^k \quad j \in V^k$ οι περιορισμοί (3.7.5) και (3.7.6) απαιτούνται $\sigma_{ij}^k = 0$ και ο περιορισμός (3.7.1) απαιτείται $T_i^k + t_i + t_{ij} = T_j^k$. Επιπλέον, για $x_{ij}^k = 0$ για κάποια $(i, j) \in A^k \quad j \in V^k$ ο περιορισμός (3.5.5) ικανοποιείται για κάποια T_i^k, T_j^k . Ομοίως, για $x_{ij}^k = 0$ για κάποια $(i, j) \in A^k \quad j \in V^k$ ο περιορισμός (3.7.5) και (3.7.6) επιτρέπει στο σ_{ij}^k να πάρει οποιαδήποτε πραγματική τιμή μεταξύ $0, M$ και έτσι ο περιορισμός (3.7.1) μπορεί να ικανοποιηθεί για κάποια T_i^k, T_j^k . Με την ίδια λογική, οι περιορισμοί (3.5.5)-(3.5.8) είναι ισοδύναμοι με τους περιορισμούς (3.7.1)-(3.7.8).

Επιπλέον, ο μη γραμμικός περιορισμός (3.5.14):

$$e_j^k - (\bar{e}_i^k - \theta_{ij}) x_{ij}^k \quad \delta(i, j) \in A^k, \quad \delta k \in K$$

μπορεί να αντικατασταθεί από το ακόλουγο ισοδύναμο σύνολο γραμμικών περιορισμών ανισότητας με τη χρήση της νεοεισαγμένης μεταβλητής $\bar{\sigma}_{ij}^k$.

$$e_j^k - (\bar{e}_i^k - \theta_{ij}(1 + \psi_{ij}^k)) + \bar{\sigma}_{ij}^k \quad \delta(i, j) \in A^k, \quad \delta k \in K \quad (3.7.9)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta(i, j) \in A^k, \quad \delta k \in K \quad (3.7.10)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^k \quad M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta(i, j) \in A^k, \quad \delta k \in K \quad (3.7.11)$$

Επιπλέον, ο μη γραμμικός περιορισμός (3.5.21):

$$\sum_{k \in K} y_i^k (T_i^k + \tau_i^k) \leq T_i^k + M \left(1 - \sum_{(i') \in A_k} x_{i'}^k \right) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k \in K$$

μπορεί να γίνει γραμμική προσθέτοντας τη συνθήκη μεταβλητή $\tilde{\sigma}_i^{k_0}$ για όλα τα $i \in F$ και $k_0 \in K$.

$$T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0} + \tilde{\sigma}_i^{k_0} \leq T_i^k + M \left(1 - \sum_{(i') \in A_k} x_{i'}^k \right) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k \in K, \quad \forall k_0 \in K \quad (3.7.12)$$

$$\tilde{\sigma}_i^{k_0} \leq M (1 - y_i^{k_0}) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k_0 \in K \quad (3.7.13)$$

$$\tilde{\sigma}_i^{k_0} \leq M (1 - y_i^{k_0}) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k_0 \in K \quad (3.7.14)$$

Οι περιορισμοί (3.7.12)-(3.7.14) είναι ισοδύναμοι με το μη γραμμικό περιορισμό (3.5.21).

Απόδειξη

Εξετάστε την αριστερή πλευρά των περιορισμών (3.5.21). Λιγότερα των περιορισμών (3.5.2) το πολυώνυμο είναι ίσο με 1 για όλα τα $i \in F_0$. Επειδή η y_i^k είναι δυαδική μεταβλητή, αυτό σημαίνει ότι αν υπάρχει κάποιο $k \in K$ για το οποίο $y_i^k = 1$, τότε $y_i^k = 0$ για όλα τα $k \in K, k \neq k$. Εξαιτίας αυτού μπορούμε να χαναγγίουμε το (3.5.21) ως:

$$y_i^{k_0} (T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0}) \leq T_i^k + M \left(1 - \sum_{(i') \in A_k} x_{i'}^k \right) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k \in K, \quad \forall k_0 \in K$$

επειδή οι περιορισμοί αυτοί είναι ισοδύναμοι. Πιο αναλυτικά, αν το πολυώνυμο k_0 δεν έχει ανатеθεί στο γεγονός $i \in F$ τότε η αριστερή πλευρά $y_i^{k_0} (T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0})$ είναι ίση με 0 εξασφαλίζοντας ότι ο περιορισμός ικανοποιείται. Εάν, αντίθετα, k_0 είναι το πολυώνυμο για το οποίο $y_i^{k_0} = 1$ τότε ο περιορισμός γίνεται:

$$T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0} \leq T_i^k + M \left(1 - \sum_{(i') \in A_k} x_{i'}^k \right) \quad \forall i \in F_0, \quad \forall k \in K$$

Isodónama, an $y_i^{k_0} = 1$ gia k̂poio $k_0 \in K$ t̂i te $\sum_{k \in K} y_i^k (T_i^k + \tau_i^k) = (T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0})$ epeid $y_i^k = 0$ gia opoiot̂ pote $k \in K$. Aut̂i apodeikn̂ôi t̂i mporôme na gr̂youme to periorism̂ (3.5.21) wc ex̂ c:

$$y_i^k (T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0}) = T_i^k + M \left(1 - \sum_{(l,i) \in A^k} x_l^k \right) \quad \delta i \in F, \quad \delta k \in K, \quad \delta k_0 \in K$$

T̂ŝ ra, mporôme na antikatast̂ soume to $y_i^{k_0} (T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0})$ me $(T_i^{k_0} + \tau_i^{k_0}) + \tilde{\sigma}_i^{k_0} \in \mathbb{R}$ anagk̂zetai na p̂rei thn tim̂ 0 gia $y_i^{k_0} = 1$ l̂i gŵ tŵn periorism̂, n̂ (3.7.13) kai (3.7.14), kai opoiad̂ pote t̂i h tim̂ t̂etoiâ ŝste (3.7.12) na ikanopoîtai gia $y_i^{k_0} = 0$ epeid̂ sthn per̂ptwsĥ aut̂ $\tilde{\sigma}_i^{k_0} \in [-M, M]$.

T̂l̂ oc, grammikopoîme ton periorism̂ (3.5.31). Ĥ ap̂lutĥ tim̂ tĥc diafor̂c z_i^k mporê na ekfrast̂ wc $\max = (z_i^k, \bar{z}_i^k)$. Mia suneq̂c metabl̂ht̂ $\bar{r}_i^k \in \mathbb{R}$ maẑ me mia duadik̂ metabl̂ht̂ $\delta_i^k \in (0, 1)$ eiŝgontai. Ĥ grammikop̂thsĥ ol̂okl̂hr̂ŝ netai me tĥ diat̂pwsĥ tŵn ak̂l̂ouĵ wn periorism̂, n̂:

$$\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k \quad \delta k \in K, \delta i \in H \quad (3.7.15)$$

$$\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k \quad \delta k \in K, \delta i \in H \quad (3.7.16)$$

$$\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k + \delta_i^k M \quad \delta k \in K, \delta i \in H \quad (3.7.17)$$

$$\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k + (1 - \delta_i^k) M \quad \delta k \in K, \delta i \in H \quad (3.7.18)$$

Απόδειξη

Oi periorismô (3.7.15) kai (3.7.16) diasfal̂zoun t̂i h tim̂ \bar{r}_i^k den mporê na l̂̂bei tim̂ mikr̂i terĥ ap̂i thn tim̂ $\bar{z}_i^k = \bar{z}_i^k$. 'Etsi, aut̂i eggûtai t̂i $\bar{r}_i^k = \max(\bar{z}_i^k, \bar{z}_i^k)$. T̂ŝ ra pr̂pei na exasfal̂t̂ soume t̂i h tim̂ tĥc suneq̂oc metabl̂ht̂ c \bar{r}_i^k ja tairîzei êl̂te me thn tim̂ tĥc \bar{z}_i^k êl̂te me thn tim̂ tĥc \bar{z}_i^k . Aut̂i epituĝnetai me tĥ qr̂sĥ tŵn periorism̂, n̂ (3.7.17) kai (3.7.18). Exet̂zoume tic treiĉ piĵ an̂ĉ peript̂ŝ, seiĉ gia tic tim̂ĉ tŵn \bar{z}_i^k kai \bar{z}_i^k prokeim̂enou na to apodêxoume.

Gia $\bar{z}_i^k > \bar{z}_i^k$, oi periorismô (3.7.15) kai (3.7.16) exasfal̂zoun t̂i $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$. T̂i te gia $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$, o periorism̂ ĉ (3.7.18) mporê na ikanopoîĥĵ êl̂ m̂i no an̂ $\delta_i^k = 0$ afrô $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k > \bar{z}_i^k$. T̂l̂ oc o periorism̂ ĉ (3.7.17) gia $\delta_i^k = 0$ epib̂l̂lei t̂i $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$ kai suneq̂ĉ $\bar{r}_i^k = \max(\bar{z}_i^k, \bar{z}_i^k) = \bar{z}_i^k$.

Gia $\bar{z}_i^k > \bar{z}_i^k$, oi periorismô (3.7.15) kai (3.7.16) exasfal̂zoun t̂i $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$. T̂i te gia $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$, o periorism̂ ĉ (3.7.17) mporê na ikanopoîĥĵ êl̂ m̂i no an̂ $\delta_i^k = 1$ afrô $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k > \bar{z}_i^k$. T̂l̂ oc o periorism̂ ĉ (3.7.18) gia $\delta_i^k = 1$ epib̂l̂lei t̂i $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$ kai suneq̂ĉ $\bar{r}_i^k = \max(\bar{z}_i^k, \bar{z}_i^k) = \bar{z}_i^k$.

Gia $\bar{z}_i^k = \bar{z}_i^k, \bar{r}_i^k$ ja prèpei na anagkastè na ènai òso èlthe me \bar{z}_i^k èlthe me \bar{z}_i^k afoò kai oi dòo timèc ènai òdiec. Se aut èn thn perìptwsh to δ_i^k mporeè na ènai èlthe 0 èlthe 1. An $\delta_i^k = 0$ oi periorismò (3.7.15) kai (3.7.17) exasfalìzoun ì ti $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$, afoò $\bar{z}_i^k \leq \bar{r}_i^k \leq \bar{z}_i^k$. An $\delta_i^k = 1$ oi periorismò (3.7.16) kai (3.7.18) exasfalìzoun ì ti $\bar{r}_i^k = \bar{z}_i^k$, afoò $\bar{z}_i^k \leq \bar{r}_i^k \leq \bar{z}_i^k$. 'Ara $\bar{r}_i^k = \max(\bar{z}_i^k, \bar{z}_i^k) = \bar{z}_i^k = \bar{z}_i^k$.

'Etsi, o periorismòc (3.5.31) antikaj òstatai me ton periorismò :

$$\bar{t}_i^k = \rho \bar{r}_i^k, \quad \delta_i \in H, \delta_k \in K \quad (3.7.19)$$

'Eqontac grammikopoi sei ì louc touc mh grammikoùc periorismoùc, strèfoume t,ra thn prosoq mac sth mh grammik antikeimenik sunèrthsh:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^{kj}} \sum_{i \in V^k} ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij})) x_{ij}^k \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^{kj}} \sum_{i \in F} ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k \\ & + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^{kj}} \sum_{i \in H} ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k \end{aligned}$$

Eisègoume th suneq c metablht z_{ij}^k pou prèpei na paìrnei thn tim

$$\begin{aligned} & ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij})) x_{ij}^k \text{ for } (i,j) \in A_{kj} \text{ } i \in V^k \\ & ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k \text{ for } (i,j) \in A_{kj} \text{ } i \in F. \\ & ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k \text{ for } (i,j) \in A_{kj} \text{ } i \in H. \end{aligned}$$

Autì epibèlletai apì to akì louj o sòno lo periorismò n grammik c anisi thtac:

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k M, \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in V^k \cup F \cup H \quad (3.7.20)$$

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k M, \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in V^k \cup F \cup H \quad (3.7.21)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij}) + M (1 - x_{ij}^k), \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in V^k \quad (3.7.22)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij}) + M (1 - x_{ij}^k), \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in F \quad (3.7.23)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij}) + M (1 - x_{ij}^k), \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in H \quad (3.7.24)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij}) - (1 - x_{ij}^k) M, \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in V^k \quad (3.7.25)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij}) - (1 - x_{ij}^k) M, \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in F \quad (3.7.26)$$

$$z_{ij}^k = (1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij}) - (1 - x_{ij}^k) M, \delta k \in K, (i, j) \in A_k, i \in H \quad (3.7.27)$$

Η αντικείμενικ \hat{z} αντικαθίσταται από :

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k, i \in V^k \cup F \cup H} z_{ij}^k$$

Πρέπει, τ, να αποδείξουμε ότι $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij})) x_{ij}^k$ για $(i, j) \in A_k, i \in V^k$, $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k$ για $(i, j) \in A_k, i \in F$ και $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij})) x_{ij}^k$ για $(i, j) \in A_k, i \in H$.

Απόδειξη

Χεκίν, νταc με την πρώτη περίπτωση. Εάν $x_{ij}^k = 0$, οι περιορισμοί (3.7.20) και (3.7.21) επιβάλλουν $z_{ij}^k = 0$. Αν $x_{ij}^k = 1$, οι περιορισμοί (3.7.22) και (3.7.25) επιβάλλουν ότι $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - t_i - t_{ij}))$ για $(i, j) \in A_k, i \in V^k$. Ομοίως οι περιορισμοί (3.7.23) και (3.7.26) επιβάλλουν ότι $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \tau_i^k - t_{ij}))$ για $(i, j) \in A_k, i \in F$. Τέλος, οι περιορισμοί (3.7.24) και (3.7.27) επιβάλλουν ότι $z_{ij}^k = ((1 + \psi_{ij}^k) b_{ij}^k + \lambda (T_j^k - T_i^k - \bar{t}_i^k - t_{ij}))$ για $(i, j) \in A_k, i \in H$.

Λαμβάνοντας υπόψη όλες τις διαδικασίες γραμμικοποίησης των περιορισμών και της αντικείμενικ \hat{z} αντικαθίσταται κατά συνέπεια η γραμμικ, αντικείμενικ \hat{z} με

grammikoùc periorismoùc anisì thtac:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\}} z_{ij}^k \quad (3.7.28)$$

me periorismoùc programmatismoù oqhm^twn (3.5.1)-(3.5.4),(3.5.9)-(3.5.11) kai (3.7.1)-(3.7.8), periorismoùc programmatismoù hlektrik_ n oqhm^twn (3.5.12)-(3.5.13), (3.7.9)-(3.7.14) kai (3.5.16)-(3.5.20) kai kai periorismoùc aposp_ menwn mon^dwn (3.5.22)-(3.5.30) kai (3.7.15)-(3.7.19)

Tèl oc, eis^goume mia nèa exlswsh gia na prosj èsoume sthn antikeimenik_ sun^rthsh prokeimènou na periorìsoume ton arij mì tw n aposp_ menwn mon^dwn pou ènai prosarthmènec se k^j e ì qhma. H exlswsh aut_ diatup_ netai wc ex c:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\}} x_{ij}^k \bar{k}_j^k \quad (3.7.29)$$

Oi okl hr_ noume to b ma grammikopolhshc qrhsimopoi_ ntac thn akèraia metabl ht $\psi_{ij}^k \in \mathbb{Z}$ wc ex c:

$$\psi_{ij}^k = x_{ij}^k M, \quad \forall k \in K, (i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\} \quad (3.7.30)$$

$$\psi_{ij}^k = x_{ij}^k M, \quad \forall k \in K, (i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\} \quad (3.7.31)$$

$$\psi_{ij}^k = \bar{k}_j^k + (1 - x_{ij}^k) M, \quad \forall k \in K, (i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\} \quad (3.7.32)$$

$$\psi_{ij}^k = \bar{k}_j^k + (x_{ij}^k - 1) M, \quad \forall k \in K, (i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\} \quad (3.7.33)$$

Tèl oc, h antikeimenik_ sun^rthsh diatup_ netai lamb^nton tac upì yh ì lec tic diergasìlec wc ex c:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\}} z_{ij}^k + m \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k, i \in V^k \setminus \{F, H\}} \psi_{ij}^k \quad (3.7.34)$$

me periorismoùc programmatismoù oqhm^twn (3.5.1)-(3.5.4),(3.5.9)-(3.5.11) kai (3.7.1)-(3.7.8), periorismoùc programmatismoù hlektrik_ n oqhm^twn (3.5.12)-(3.5.13),(3.7.9)-(3.7.14) kai (3.5.16)-(3.5.20)

periorismoùc aposp_ menwn mon^dwn (3.5.22)-(3.5.30) kai (3.7.15)-(3.7.19)

kai sunart_ seic (3.7.29)-(3.7.33)

3.8 'Egkurec anisì thtec

Se aut_ thn enì thta parousi^zoume ègkurec anisì thtec pou periorìzoun ton q_ ro l òsewn, mei_ nontac ètsi to upol ogistikì kì stoc epitaq ònontac th s ògkl ish sth bèl tisth l òsh.

j , αυτό σημαίνει ότι το SOC του οφ. ματ. k κατά την αναq. ρησh απί το j πρέπει να είναι τέτοιο, στε να του επιτρέπει να taxidèyei sto q_j . E^n autì den sumbalnei, h dièl eush tou tì xou (i, j) ènai anèfikth epil og , diè ti met^ thn ektèlesh miac tètoiac enèrgeiac to enapomeñnan SOC tou oq matoc den eparkèl gia na taxidèyei ston pl hsièstero kì mbo fì rtishc. Autì ekfr^zetai apì touc akì louj ouc periorismoùc anisì thtac pou periorìzoun peraitèrw to q, ro l Òsewn:

$$\bar{e}_j^k = \phi_{\min}^k + \theta_{j,q_j}(1 + \bar{k}_j^k) \quad \delta j \geq K, \delta j \geq V^k$$

Pio anal utik^, $\bar{e}_j^k = \phi_{\min}^k + \theta_{j,q_j}(1 + \bar{k}_j^k)$ diasfal ðzei ò ti akì mh kai met^ thn katan^l wsh thc apaitoñmenhc enèrgeiac gia thn ektèlesh thc ergasìac j , to SOC tou oq matoc k , \bar{e}_j^k , eparkèl gia na epitèrèyei sto ò qhma na taxidèyei sto pl hsièstero staj mì fì rtishc q_j .

3.8.3 Μειώσεις γεγονότων φόρτισης

Shmei, ste ò ti h arister pleur^ tw n periorism, n thc anisì thtac:

$$\sum_{k \in K} y_i^k (T_i^k + \tau_i^k) = T_i^k + M \left(1 - \sum_{i: (i,i') \in A^k} x_{i,i'}^k \right) \quad \delta i \geq F_0, \delta k \geq K$$

èqei to kat, tero ò rio tou:

$$\sum_{k \in K} y_i^k l_i$$

afoð

$$\sum_{k \in K} y_i^k (T_i^k + T_i^k) = \sum_{k \in K} y_i^k l_i \quad \text{για } k \in j \text{ e } i \geq F_0.$$

Qrhsimopoi, ntac autì to kat, tero ò rio, to opoðo ekfr^zei ton nwrìtero dunatì qrì no anaq, rhshc apì ton fortist enìc oq matoc pou qrhsimopoièl to gegonìc fì rtishc i , mporoðme na prosj èsoume ton akì louj o periorismì grammik c anisì thtac pou periorìzei peraitèrw ton q, ro l Òsewn:

$$\sum_{k \in K} y_i^k l_i = T_i^k + M \left(1 - \sum_{i: (i,i') \in A^k} x_{i,i'}^k \right) \quad \delta i \geq F_0, \delta k \geq K$$

3.8.4 Μειώσεις του χρόνου έναρξης των υπηρεσιών

Epipl èon, eis^goume periorismoùc ò son afor^ th skopimì thta tw n qrì nwn ekkìnhshc stouc kì mbouc ergasi, n. Sugkekrimèna, e^ n o qrì noc ènarxhc miac ergasìac tou kì mbou i ènai T_i^k , tì te to ò qhma k den mporel na taxidèyei ston kì mbo ergasìac j e^ n ft^ sei ekeì arg^, p.q.

met' ton an, tero qri no u_j . Auti ekfr'zetai me tic akì l ouj ec treic ègkurec anisì thtec pou mei, noun peraitèrw to q, ro l Òsewn:

$$T_i^k + t_i + t_{ij} \quad u_j + M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta i \in V^k, j \in V^k [F [fd_{kg} \quad f_{ig}$$

$$T_i^k + \tau_i + t_{ij} \quad u_j + M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta i \in F, j \in V^k [fd_{kg}$$

$$T_i^k + \bar{t}_i^k + t_{ij} \quad u_j + M(1 - x_{ij}^k) \quad \delta i \in H, j \in V^k [F [fd_{kg}$$

Shmei, ste ì ti o ì roc $M(1 - x_{ij}^k)$ stic parap'nw ègkurec anisì thtec exasfal ðzei ì ti oi periorismoð efarmì zontai sta tì xa i, j pou qrhsimopoioùntai apì to ì qhma k , dedomènou ì ti den qrei'zetai na epib'li l oume periorismoðc se aqrhsimopòthta tì xa.

3.8.5 Αντιφατικές αναγωγές τόξων

Tèl oc, shmei, noume ì ti geitonik' tì xa sto gr'fhm' mac $G = fN, Ag$ mporeð na br'lskontai se sògkroush, pr'gma pou shmaðnei ì ti den mporoùn na apotel oùn mèroc thc l Òshc tautì qrona. Gia to skopi autì, epekteðnoume ton orismì tw n sugkrouì menwn tì xwn pou parèqetai stouc (Hadjar et al. (2006)), l amb'non tac upì yh kai ta eiserqì mena/exerqì mena tì xa proc/apì gegonì ta qrèwshc.

3.8.5.1 Orismì c

'Estw i, j, k kai i^0, j^0, k^0 dòo geitonik' tì xa tou pol ugr'mmatoc G . Lème ì ti br'lskontai se sògkroush an $k = k^0 \quad i = i^0 \quad j = j^0$. Dhl ad , br'lskontai se antipar'j esh e'n den mporoùn na emfanistoùn se mia efikt l Òsh thc per'ptwshc EB-MDVSPTW.

Epeid den mporoùn na emfanistoùn se mia efikt l Òsh tou EB-MDVSPTW, afairoùme aut' ta tì xa qrhsimopoi, ntac tic akì l ouj ec ègkurec anisì thtec:

$$x_{ij}^k + x_{ij}^{k^0} \quad 1 \quad \delta k \in K, \delta k^0 \in K \quad f k^0 g, \delta(i, j) \in A_k \setminus A_{k^0}$$

$$x_{ij}^k + x_{i^0 j^0}^k \quad 1 \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A_k, (i^0, j^0) \in A_k, : i^0 = i \wedge j \notin j^0$$

$$x_{ij}^k + x_{i^0 j^0}^k \quad 1 \quad \delta k \in K, \delta(i, j) \in A_k, (i^0, j^0) \in A_k, i^0 \notin i \wedge j = j^0$$

Kef^l aio 4

Efarmog se ideatì dðktuo

4.1 Epex ghsh Probl matoc	40
4.2 Parousðash Apotel esm^twñ	43

4.1 Epex ghsh Probl matoc

Se aut thn enì thta, parousi^zoume thn efarmog tou montèl ou mac se èna mikrì dðktuo me ideat^ dedomèna (Toy Network). Parousi^zoume anal utik^ ì l ec tic eisì douc kai exì douc tou montèl ou mac b ma proc b ma. Se autì to dðktuo èqoume 2 hl ektrik^ oq mata $K = f1, 2g$ pou xekino0n apì d0o apoj kec proèl eushc o_1, o_2 kai epistrèfoun se apoj kec proorismo0 d_1, d_2 . Oi suntetagmènec gia tic apoj kec proèl eushc o_1, o_2 e0nai oi 0diac (677908, 6150220), en, oi suntetagmènec gia tic apoj kec proorismo0 d_1, d_2 e0nai diaforetikèc, (585053, 6140355) kai (720134, 6210199) ant0stoiqua. 'Eqoume ep0shc èna s0nol o 6 diadrom, n $V = f1, 2, 3, 4, 5, 6g$ tic opo0lec prèpei na ol okl hr, soun ta 2 hl ektrik^ oq mata. Eis^getai èna s0nol o 4 fortist, n se diaforetikèc topoj es0lec $Z = f1, 2, 3, 4g$, gia na ektel èsoun ta hl ektrik^ oq mata gegonì ta fì rtishc. Se k^j e j èsh fortist mporo0n na pragmatopoihj o0n 2 gegonì ta fì rtishc, pou parousi^zontai wc $F = f1001, 1011, 1002, 1012, 1022, 1003, 1013, 1004, 1014g$. Tèl oc, k^j e diadrom sundèetai me ènan arij mì aposp, menwn mon^dwn pou prèpei na èqei sundedemèno èna hl ektrikì ì qhma gia na thn ektel èsei. Gia na mporèsei èna hl ektrikì ì qhma na prosart sei na aposundèsei aposp, menec mon^dec prèpei na episkefj e0 mia fusik j èsh apoj keushc me suntetagmènec $f659304, 6130354g$. Eke0 mpore0 na l^bei q, ra ènac arij mì c gegonì tw n s0zeuxhc/apos0zeuxhc $H = f101, 102, 103, 104, 105g$.

Me autèc tic pl hrofor0lec, to pl rec s0nol o tw n kì mbwn N diatup, netai wc ex c:

$$N = f o_1, o_2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, d_1, d_2, 1001, 1011, 1002, 1012, 1003, 1013, 1004, 1014, 101, 102, 103, 104, 105g.$$

kai gia k^j e ì qhma wc :

$$N_1 = f o_1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, d_1, 1001, 1011, 1002, 1012, 1003, 1013, 1004, 1014, 101, 102, 103, 104, 105g$$

kai

$$N_2 = f o_2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, d_2, 1001, 1011, 1002, 1012, 1003, 1013, 1004, 1014, 101, 102, 103, 104, 105g$$

Oi suntetagmènec ì l wn tw n kì mbwn ergasi, n parousi^zontai ston plnaka (4.1). Oi kì mboi taxidio0 $V = f1, 2, 3, 4, 5, 6g$ èqoun diaforetikèc suntetagmènec j èshc proèl eushc kai proori-smo0 pou upodhl, noun th j èsh ènarxhc kai l xhc k^j e taxidio0. Oi apoj kec afethr0lac kai proorismo0 maz0 me ta gegonì ta fì rtishc kai ze0xhc/apoze0xhc èqoun tic 0diac suntetagmènec j èshc afethr0lac kai proorismo0, epoid to hl ektrikì ì qhma paramènei adranèc ì tan br0sketai se autèc tic j èseic.

Oi qrì noi taxidio0 gia k^j e tax0di t_i kai h katanal iskì menh enèrgeia η_i kat^ thn ektèl esh enì c

Task Node	Origin Location		Destination Location	
	Latitude	Longitude	Latitude	Longitude
o_1	677,908	6,150,220	677,908	6,150,220
o_2	677,908	6,150,220	677,908	6,150,220
d_1	585,053	6,140,355	585,053	6,140,355
d_2	720,134	6,210,199	720,134	6,210,199
1	538,181	6,086,484	720,415	6,176,264
2	538,181	6,086,484	720,415	6,176,264
3	528,913	6,152,557	710,831	6,168,718
4	528,913	6,152,557	710,831	6,168,718
5	538,181	6,086,484	720,415	6,176,264
6	528,913	6,152,557	710,831	6,168,718
1001	557,926	6,181,752	557,926	6,181,752
1011	557,926	6,181,752	557,926	6,181,752
1002	609,023	6,077,163	609,023	6,077,163
1012	609,023	6,077,163	609,023	6,077,163
1003	507,721	6,199,180	507,721	6,199,180
1013	507,721	6,199,180	507,721	6,199,180
1004	522,714	6,075,103	522,714	6,075,103
1014	522,714	6,075,103	522,714	6,075,103
101	659,304	6,130,354	659,304	6,130,354
102	659,304	6,130,354	659,304	6,130,354
103	659,304	6,130,354	659,304	6,130,354
104	659,304	6,130,354	659,304	6,130,354
105	659,304	6,130,354	659,304	6,130,354

Πίνακας 4.1: Συντεταγμένες Γεγονότων

$i \in V$	t_i	η_i	w_i
1	203.1494	264.0942	1
2	203.1494	264.0942	0
3	182.6344	237.4247	1
4	182.6344	237.4247	2
5	203.1494	264.0942	1
6	182.6344	237.4247	0

Πίνακας 4.2: Χρόνος ταξιδιού, καταναλισκόμενη ενέργεια για όχημα χωρίς αποσπώμενες μονάδες και αποσπώμενες μονάδες που απαιτούνται κατά την εκτέλεση κάθε διαδρομής $i \in V$.

Task Node	l_i	u_i	Task Node	l_i	u_i
o_1	0	20	1002	420	670
o_2	0	20	1012	640	870
d_1	800	6000	1003	40	1090
d_2	800	6000	1013	1040	3790
1	20	240	1004	440	1990
2	420	640	1014	1240	3890
3	40	260	101	0	6000
4	440	1060	102	0	6000
5	820	2820	103	0	6000
6	840	4840	104	0	6000
1001	20	270	105	0	6000
1011	220	470			

Πίνακας 4.3: Χρονικό περιθώριο για κάθε γεγονός.

ταξιδιό $i \in V$ υπολογίζονται με βάση την ευκλείδεια απόσταση των συντεταγμένων της j έσης προέλευσης και προορισμού k^j e ταξιδιού. Παρουσιάζονται στον πίνακα (4.2). Παράλληλα, εμφανίζονται και οι απαιτήσεις σε αποσπώμενες μονάδες για k^j e ταξίδι.

K^j e κίμβος έχει ένα χρονικό παράγραφο που πρέπει να εκτελεστεί αναμένοντας τα γεγονότα σύζευξης/αποσύνδεσης. Για να επιτευχθεί αυτό, το χρονικό παράγραφο ορίζεται σε $[l_j, u_j] = [0, 6000]$, και έτσι, όπως τα γεγονότα σύζευξης/αποσύνδεσης ικανά να ολοκληρωθούν οποιαδήποτε στιγμή εντός της περιόδου σκεδασμού μας. Τα χρονικά παράγραφο για k^j e κίμβο παρουσιάζονται στον πίνακα (4.3).

Πρέπει επίσης να ορίσουμε ορισμένες πρώτες επιλεγμένες. Το μοναδιαίο κίμβο αναμένει εντός οποιουδήποτε είναι $\lambda=1$. Η επιλογή και η μέγιστη τιμή της κατάστασης τ για k^j e ίση ορίζεται ως $[\phi_{min}^k, \phi_{max}^k] = [10, 1400]$. Ο αριθμός τ της τ του φορτιστή είναι $r=10$. Το κίμβο μετακίνησης και η κτανάλωση ενέργειας ορίζονται ως 10 και 1,2 αντίστοιχα. Για να πρέπει να σημειωθεί ότι οι επιλεγμένες αυτές κίμβοι, είναι ανάλογα με τις προσαρτημένες αποσπώμενες μονάδες που διατίθενται ή είναι ίση με την ταξιδιολογική μετακίνηση κίμβων και εκτελούν ταξίδια.

4.2 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Το παρούσιάζι μενο μεϊκτὶ ἀκέραιο γραμμικὶ πρὶ γραμμα (MILP) programmatizetai se python 3.10.7. Epilōetai me thn èkdosh 11.0.2 tou Gurobi Optimizer qrhsimopoi, ntac branch-and-cut kai dual simplex. H sunolikḗ bēl tisth lōsh èqei kὶ stoc 161,733 kai prokōptei:

‘Oqhma 1 pou exuphretēl thn akolouj th gagoni tw:

$$o_1 \quad 101 \quad 3 \quad 104 \quad 1002 \quad 2 \quad 6 \quad 1014 \quad 102 \quad 5 \quad d_1$$

‘Oqhma 2 pou exuphretēl thn akolouj th gagoni tw:

$$o_2 \quad 103 \quad 1 \quad 1012 \quad 105 \quad 1003 \quad 4 \quad d_2$$

Gia th sugkekrimēnh akolouj th diadrom, n, o qri noc ènarxhc kḗj e uphreslac se kḗj e kὶ mbo $i \in N$ parousiḗzetai ston (4.4) gia to ἰqhma $k = 1$ kai ston (4.5) gia to ἰqhma $k = 2$. Mporel na parathrhj el ἰti kḗj e for T_i^k pou xekinḗ mia uphresla sēbetai ta qronikḗ parḗj ura pou èqoun oristel. H enērgeia e_i^k, \bar{e}_i^k pou èqei kḗj e ἰqhma ἰtan ftḗnei feōgei apὶ ènan kὶ mbo elnai pḗnta entic tw orlwn SOC $[\phi_{min}^k, \phi_{max}^k] = [10, 1400]$ pou èqoun kaj oristel. Gia ta sumbḗnta fḗrtishc, gia ton fortist 2 qrhsimopoiōntai kai ta dōo sumbḗnta fḗrtishc, èna gia kḗj e ἰqhma. Lḗgw twn periorism, n mac, elnai egguhmēno ἰti ta dōo oq mata den ja qrhsimopoi soun tauti qrona ton lldio fortist . Auti mporel na parathrhj el apὶ ton qri no T_i^k pou xekinḗ h exuphrēthsh se ènan fortist kai ton qri no τ_i^k pou qreiḗzetai to sumbḗn fḗrtishc gia na ol okl hrwj el. $T_{1002}^1 + \tau_{1002}^1 \quad T_{1012}^2$ afoō 499.554 + 51.5218 640. Tēl oc, parousiḗzontai oi spondulwtēc monḗdec pou sundēontai me èna ἰqhma katḗ thn ḗfixh se ènan kὶ mbo \bar{k}_i^k mazl me thn apalḗthsh spondulwt, n monḗdwn gia kḗj e taxlidi w_i . Mporoōme na parathr soume ἰti sumballoun ta katḗllhla gagoni ta sōzeuxhc/aposōzeuxhc, ste oi aposp, menec monḗdec pou elnai prosarthmēnec se èna ἰqhma na antistoiqōn pḗnta sthn apaitoōmenh posḗthta gia thn ektēl esh enic taxidioō.

	o_1	101	3	104	1002	2	6	1014	102
l_i	0	0	40	0	420	420	840	1240	0
T_i^k	0	27.217	169.485	416.36	499.554	622.529	1018.64	1411.4	1610.36
u_i	20	6000	260	6000	670	640	4840	3890	6000
e_i^k	-	1367.34	1049.9	457.397	369.563	1314.26	838.921	367.612	1223.19
\bar{e}_i^k	1400	1367.34	611.574	457.397	1400	1070.48	619.76	1400	1223.19
τ_i^k	-	-	-	-	51.5218	-	-	51.6194	-
w_i	-	-	1	-	-	0	0	-	-
\bar{k}_i^k	0	0	1	1	0	0	0	0	0

	5	d_1
l_i	820	800
T_i^k	1749.18	2092.38
u_i	2820	6000
e_i^k	914.015	90.3509
\bar{e}_i^k	426.457	-
τ_i^k	-	-
w_i	1	-
\bar{k}_i^k	1	1

Πίνακας 4.4: Χρόνος T_i^k που αρχίζει κάθε γεγονός, ενέργεια e_i^k , \bar{e}_i^k και απαίτηση αποσπώμενης μονάδας w_i , \bar{k}_i^k για κάθε κόμβο $i \in N$ που επισκέπτεται το όχημα $k = 1$.

	o_2	103	1	1012	105	1003	4	d_2
l_i	0	0	20	640	0	40	440	800
T_i^k	20	101.177	240	640	772.556	949.032	1038.99	1264.14
u_i	20	6000	240	870	6000	1090	1060	6000
e_i^k	-	1367.34	1058.16	212.779	1224.33	625.017	1215.63	405.107
\bar{e}_i^k	1400	1367.34	570.606	1400	1224.33	1400	558.148	-
τ_i^k	-	-	-	59.3611	-	38.7491	-	-
w_i	-	-	1	-	-	-	2	-
\bar{k}_i^k	0	0	1	1	1	2	2	2

Πίνακας 4.5: Χρόνος T_i^k που αρχίζει κάθε γεγονός, ενέργεια e_i^k , \bar{e}_i^k και απαίτηση αποσπώμενης μονάδας w_i , \bar{k}_i^k για κάθε κόμβο $i \in N$ που επισκέπτεται το όχημα $k = 2$.

Kef^l aio 5

Upol ogistik^ apotel èsmata

5.1	Epex ghsh Kat^strwshc probl matoc	48
5.2	Apotel èsmata probl matoc	48
5.2.1	1h Periptwsh	49
5.2.2	2h Periptwsh	49
5.2.3	3h Periptwsh	50
5.2.4	4h Periptwsh	50
5.2.5	5h Periptwsh	51
5.2.6	6h Periptwsh	51
5.2.7	SÒgkrish Apotel esm^twn Diaforetik , n peript , sewn	53
5.3	Periorismoì èreunac	54

5.1 Epex ghsh Kat^strwshc probl matoc

Se aut^ thn enì thta pragmatopoiòntai upol ogistik^ peir^mata gia megal^terec peript_ - seic. Parousi^zetai èna s^onol o peript_ sewn anafor^c EB-MDVSPTW pou qrhsimopoiòntai ep^shc sto (Gkiotsalitis et al. (2023)). Aut^ tropopoiòntai prokeimènou na l hfj eì upì yh h prì sj eth pol upl okì thta pou eis^getai me th diat^pwsh tou sqediasmo^ gia aposp_ menec mon^dec. Oi apoj_ kec kai ta shmeìla ekk^nhshc kai termatismo^ tw n taxidi_ n katanèmontai se èna tetr^gwno 60km epì 60km sto eukl eìdeio epìpedo qrhsimopoi_ ntac mia omoiì morfì katanom . Oi qrì noi taxidio^ metax^ tw n kì mbwn, se l ept^, eìnai òsoi me tic eukl eìdeiec apo- st^seic metax^ tw n kì mbwn. To kì stoc tou qrì nou anamon c eìnai 2 mon^dec an^ l eptì kai to kì stoc tou qrì nou taxidio^ l amb^netai òso me 10 mon^dec an^ l eptì. 'Etsi, to kì stoc gia th metak^nhsh metax^ d^o kì mbwn diatup_ netai wc $b_{ijk} = 10t_{ij}$ gia mhdenikèc aposp_ menec mon^dec prosarthmènec se èna ì qhma. 'Otan prosart_ ntai aposp_ menec mon^dec se èna sugkekrimèno ì qhma, to kì stoc taxidio^ metax^ d^o kì mbwn prosarmì zetai dunamik^ sth diat^pwsh me thn paradoq_ miac grammik c a^xhshc, me b^sh tic prosarthmènec aposp_ menec mon^dec. Qrhsi- mopoiòntai d^o oq mata pou prèpei na ektel èsoun èna s^onol o okt_ diadrom_ n. To mègisto SOC gia k^j e en l ì gw ì qhma eìnai 500 kai h katan^l wsh enèrgeiac eìnai 1,2 an^ qil ì metro. Oi timèc autèc prosarmì zontai apì thn arqik_ mel èth prokeimènou na l hfj eì upì yh h nèa diat^pwsh pou l amb^nei upì yh thn prì sj eth katan^l wsh enèrgeiac k^j e oq matoc me b^sh tic prosarthmènec aposp_ menec mon^dec. Tèl oc, o ruj mì c fì rtishc gia ì l ouc touc fortistèc kai ta gegonì ta fì rtishc eìnai 10.

Ston (5.1) parousi^zontai o arij mì c tw n diadrom_ n, o arij mì c tw n apoj_ hk_ n, o arij mì c tw n staj_ n, o arij mì c tw n gegonì tw n fì rtishc, o arij mì c tw n aposp_ menwn mon^dwn apo- j_ keushc, o arij mì c tw n gegonì tw n s^ozeuxhc/apos^ozeuxhc kaj_ c kai o arij mì c tw n paragi- menwn peript_ sewn. Epil òetai me thn èkdosh 11.0.2 tou Gurobi Optimizer qrhsimopoi_ ntac branch-and-cut kai dual simplex. 'Ola ta peir^mata pragmatopoi_ j hkan se sumbatikì upol- ogist_ me 32GB RAM kai epexergast_ AMD Ryzen™ 7 5800X3D @ 3.40GHz. Ta krit_ ria termatismo^ tou epil ut_ tan eìte h s^ogkl ish sth sunol ik^ bèl tisth l òsh eìte h ep^teuxh enì c orlòu upol ogistikò^ qrì nou èxi wr_ n.

Name	Vehicles	Depots	Chargers	Charging Events	Coupling\ Uncoupling Events	Modular Units Storage	Trips	Instances
D2_S2_C8	2	2	4	8	5	1	8	5

Πίνακας 5.1: Περιπτώσεις(instances) του προβλήματος EB-MDVSPTW.

5.2 Apotel èsmata probl matoc

Se aut^ ta arij mhtik^ peir^mata qrhsimopoiòme diaforetikòc sunduasmòc apait sewn aposp_ menwn mon^dwn gia k^j e taxìdi. Stouc p^hakec (5.2), (5.4), (5.6), (5.8), (5.10), (5.12) parousi^zontai oi diaforetikòl sunduasmòl aposp_ menwn mon^dwn kai stouc p^hakec (5.3),

(5.5), (5.7), (5.9), (5.11), (5.13) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για k^j e sundasmì apait sewn aposp_j menwn mon^hdwn antlstoiqua. Se kaj ènan apì touc èxi plhakec (5.3), (5.5), (5.7), (5.9), (5.11), (5.13) Parousi^hzontai 5 peript_j seic. Gia k^j e perlptwsh parousi^hzontai o arij mìc tw n periorism_j n (CNS), o arij mìc tw n kìmewn pou exereun j hkan sto rizwmèno dèntro (NE), o arij mìc tw n epanal yewn simplex (SI), o upologistikì c qrì noc (CT) se lept^h, h apì dosh thc IÒshc (SP) kai to kenì bel tistì thtac (OG). Sugkrìthontac ta apotel èsmata, dènoume èmfash sthn apì dosh thc IÒshc. Sugkrìthontac tic epidì seic epìl ushc tw n peript_j sewn me ìlla ta taxìdia pou èqoun apalthsh 2 aposp_j menwn mon^hdwn me ekelhnc me tuqalìa apodidì menec apait seic aposp_j menwn mon^hdwn, mporoÙme kurìwvc na parathr soume meìwsh thc mèshc epìdoshc epìl ushc pou metafr^hzetai se meìwsh tou mèsou kì stouc ergasi_j n. Autì, wstì so, den èthai kaj ol ikì. Oi diaforetikèc apait seic aposp_j menwn mon^hdwn anagk^hzoun ta oq mata na ektel oÙn prì sj eta taxìdia proc thn apoj kh sÙzeuxhc/aposÙzeuxhc kai na mhn ektel oÙn p^hnta ta taxìdia me ton pio apodotikì trì po. Autì mporeì na parathrhj eì se orismènc peript_j seic epeid to kì stoc apì doshc aux^hnetai en_j oi aposp_j menec mon^hdec pou sundèontai sto ìqhma èthai ligì terec apì dÙo kai ètsi mei_j netai h katan^hl wsh enèrgeiac kai to kì stoc leitourghac. Tel oc, parousi^hzetai o sugkritikì c plhakac (5.14) gia na emfanistèl h epìdrash thc diaforetikì c an^hj eshc aposp_j menwn mon^hdwn se memonwmènc peript_j seic.

5.2.1 1η Περίπτωση

		Trips							
		1	2	3	4	5	6	7	8
w_i		2	2	2	2	2	2	2	2

Πίνακας 5.2: Απαίτηση αποσπόμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	104,283	7,910,856	6.14	7466.02	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	1,048,528	92,296,714	28.72	6098.74	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	592,804	34,717,344	15.66	5730.11	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	636,010	32,472,885	16.93	5846.08	0.0000%
D2_S2_C8_e	41,283	175,922	11,138,420	8.75	5947.23	0.0000%
Average				15.24	6217.64	

Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.2 2η Περίπτωση

		Trips							
		1	2	3	4	5	6	7	8
w_i		2	1	2	0	1	2	1	0

Πίνακας 5.4: Απαίτηση αποσπόμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	2,731,864	186,843,484	93.13	6010.35	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	1,525,065	106,058,631	68.10	5124.49	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	573,481	48,094,305	22.94	5890.83	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	244,887	20,614,731	14.55	5106.70	0.0000%
D2_S2_C8_e	41,283	272,607	38,039,628	18.00	5669.81	0.0000%
Average				43.34	5560.436	

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.3 3η Περίπτωση

	Trips							
	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i	1	0	2	2	1	1	0	2

Πίνακας 5.6: Απαίτηση αποσπώμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	371,493	30,036,693	13.69	7101.58	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	101,256	9,407,508	9.02	4742.61	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	935,400	111,438,357	38.20	6774.62	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	698,490	38,624,557	18.90	7267.43	0.0000%
D2_S2_C8_e	41,283	719,465	53,085,538	23.70	8424.08	0.0000%
Average				20.70	6862.064	

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.4 4η Περίπτωση

	Trips							
	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i	1	1	2	2	0	0	1	1

Πίνακας 5.8: Απαίτηση αποσπώμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	1,006,336	119,557,867	72.68	6954.27	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	251,853	27,716,888	11.67	4888.43	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	1,007,758	94,021,802	33.41	6382.77	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	646,651	60,267,927	20.72	5415.29	0.0000%
D2_S2_C8_e	41,283	3,557,423	489,522,322	331.48	5434.81	0.0000%
Average				93.99	5815.11	

Πίνακας 5.9: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.5 5η Περίπτωση

	Trips							
	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i	2	2	2	0	1	2	1	0

Πίνακας 5.10: Απαίτηση αποσπώμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	30,305	3,075,303	2.58	6255.18	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	114,350	11,655,365	7.63	6050.71	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	739,874	55,630,284	23.51	6372.09	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	699,751	59,682,707	23.15	5154.14	0.0000%
D2_S2_C8_e	41,283	568,800	51,982,484	18.73	7405.57	0.0000%
Average				15.12	5905.37	

Πίνακας 5.11: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.6 6η Περίπτωση

	Trips							
	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i	0	2	1	1	0	2	1	2

Πίνακας 5.12: Απαίτηση αποσπώμενων μονάδων για το ταξίδι $i \in V$.

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG
D2_S2_C8_a	41,475	341,794	28,759,967	18.08	8063.53	0.0000%
D2_S2_C8_b	41,311	570,800	11,655,365	24.52	6926.96	0.0000%
D2_S2_C8_c	41,311	972,472	90,160,955	53.48	6595.00	0.0000%
D2_S2_C8_d	41,311	3,628,641	308,299,090	244.59	5249.74	0.0009%
D2_S2_C8_e	41,283	552,609	54,750,771	33.23	5639.16	0.0003%
Average				74.78	6494.878	

Πίνακας 5.13: Αποτελέσματα για περίπτωση(instance) με 8 δρομολόγια(trips). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.2.7 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Διαφορετικών περιπτώσεων

Instance	CNS	NE	SI	CT	SP	OG	SP Percentage Difference
D2_S2_C8_a	41,475	104,283	7,910,856	6.14	7466.02	0.0000%	
D2_S2_C8_a	41,475	2,731,864	186,843,484	93.13	6010.35	0.0000%	80.50%
D2_S2_C8_a	41,475	371,493	30,036,693	13.69	7101.58	0.0000%	95.12%
D2_S2_C8_a	41,475	1,006,336	119,557,867	72.68	6954.27	0.0000%	93.15%
D2_S2_C8_a	41,475	30,305	3,075,303	2.58	6255.18	0.0000%	83.78%
D2_S2_C8_a	41,475	341,794	28,759,967	18.08	8063.53	0.0000%	108.00%
Average							92.11%
D2_S2_C8_b	41,311	1,048,528	92,296,714	28.72	6098.74	0.0000%	
D2_S2_C8_b	41,311	1,525,065	106,058,631	68.10	5124.49	0.0000%	84.03%
D2_S2_C8_b	41,311	101,256	9,407,508	9.02	4742.61	0.0000%	77.76%
D2_S2_C8_b	41,311	251,853	27,716,888	11.67	4888.43	0.0000%	80.15%
D2_S2_C8_b	41,311	114,350	11,655,365	7.63	6050.71	0.0000%	99.21%
D2_S2_C8_b	41,311	570,800	11,655,365	24.52	6926.96	0.0000%	113.58%
Average							90.95%
D2_S2_C8_c	41,311	592,804	34,717,344	15.66	5730.11	0.0000%	
D2_S2_C8_c	41,311	573,481	48,094,305	22.94	5890.83	0.0000%	102.80%
D2_S2_C8_c	41,311	935,400	111,438,357	38.20	6774.62	0.0000%	118.23%
D2_S2_C8_c	41,311	1,007,758	94,021,802	33.41	6382.77	0.0000%	111.39%
D2_S2_C8_c	41,311	739,874	55,630,284	23.51	6372.09	0.0000%	111.20%
D2_S2_C8_c	41,311	972,472	90,160,955	53.48	6595.00	0.0000%	115.09%
Average							111.74%
D2_S2_C8_d	41,311	636,010	32,472,885	16.93	5846.08	0.0000%	
D2_S2_C8_d	41,311	244,887	20,614,731	14.55	5106.70	0.0000%	87.35%
D2_S2_C8_d	41,311	698,490	38,624,557	18.90	7267.43	0.0000%	124.31%
D2_S2_C8_d	41,311	646,651	60,267,927	20.72	5415.29	0.0000%	92.63%
D2_S2_C8_d	41,311	699,751	59,682,707	23.15	5154.14	0.0000%	88.16%
D2_S2_C8_d	41,311	3,628,641	308,299,090	244.59	5249.74	0.0009%	89.80%
Average							96.45%
D2_S2_C8_e	41,283	175,922	11,138,420	8.75	5947.23	0.0000%	
D2_S2_C8_e	41,283	272,607	38,039,628	18.00	5669.81	0.0000%	95.34%
D2_S2_C8_e	41,283	719,465	53,085,538	23.70	8424.08	0.0000%	141.65%
D2_S2_C8_e	41,283	3,557,423	489,522,322	331.48	5434.81	0.0000%	91.38%
D2_S2_C8_e	41,283	568,800	51,982,484	18.73	7405.57	0.0000%	124.52%
D2_S2_C8_e	41,283	552,609	54,750,771	33.23	5639.16	0.0003%	94.82%
Average							109.54%

Πίνακας 5.14: Συγκριτικός πίνακας αποτελεσμάτων κάθε περίπτωσης(instance). CNS: Περιορισμοί, NE: B&B Διερευνούντες Κόμβοι, SI: Προσεγγίσεις Simplex, CT: Χρόνος υπολογισμού σε λεπτά, SP: Απόδοση λύσης, OG: Χάσμα βέλτιστης λειτουργίας.

5.3 Periorismoθ èreunac

En, o sqediasmì c l ewforeθwn me aposp, menec mon^dec mporeθ na qrhsimopoihj eθ gia th meθwsh tou sunol ikoθ kì stouc leitourgθac, up^rqoun periorismoθ se aut th mèj odo. Pr, ton, ta oq mata aut^, lì gw tou kainotì mou qarakt ra touc, eθnai eθ tou parìntoc pol Ò akrib^ se sògkrish me ta sumbatik^ hlektrik^ oq mata. Par^ll hla me th fìrtish, ta oq mata aut^ apaitoθn epipl èon q, ro gia thn apoj keush twn aposp, menwn mon^dwn kai thn prìsbash se autèc kat^ th di^rkeia thc leitourgθac. Epθshc, qrei^zetai na ekpaideuteθ epipl èon anj r, pino dunamikì prokeimènou na ektel oθntai ta gegonì ta suzeθxhc sta aparathta qronik^ pl aθsia. 'Oson afor^ thn trèqousa diatòpwsh tou montèlou, ta apotel èsmata tw n dokim, n èqoun auxhmèn h pol upl okì thta se sògkrish me thn arqik mel èth (Gkiotsalitis et al. (2023)). Autì periorθzei to pl j oc tw n taxidi, n apì dèka se okt, , prokeimènou na l hfj oθn upì y h oi auxh- mèn oi upol ogistikoθ qrì noi. O arij mì c tw n periorism, n sqedì n dipl asi^zetai, en, par^ll hla mei, netai o arij mì c tw n taxidi, n lì gw thc prìsj ethc pol upl okì thtac tou probl matoc.

Kef^l aio 6

Sumper^smata

O sqediasmì c lewforelwn me aposp, menec mon^dec ethai mia nèa kai kainotì moc teqno logla gia thn prosarmog stic dhmì siec metaforèc. Mporel na qrhsimopoihj el apotel esmatik^ gia th melwsh tou kistouc leitourgjac, en, par^llhla sumb^llel sthn ikanopothsh thc z thshc epibat, n se, rec uyhl ì terhc kai qamhl ì terhc klnhshc. O sqediasmì c lewforelwn me aposp, menec mon^dec se sunduasmì me ta hl ektrik^ oq mata mporel na profèrei mia pol Ò pio fil ik proc to perib^ll on kai kainotì ma prosèggish sto sqediasmì tw n dhmì siwn metafor, n.

H paroûsa mel èth aposkopel sthn prosarmog tw n lewforelwn me aposp, menec mon^dec sto up^rqon EB-MDVSPW apì (Gkiotsalitis et al. (2023)). Kataskeu^zetai mia nèa diatôpwsh tou probl matoc kai sth sunèqeia parousi^zetai se èna dktuo me ideat^ dedomèna (Toy Network). Sth sunèqeia dokim^zetai, se di^forec peript, seic qrhsimopoi, ntac diaforetikì sunduasmì apait sewn aposp, menwn mon^dwn gia k^j e taxidi. Sugkrinome ta apotel èsmata k^j e periptwshc, prokeimènou na delxoume thn apotel esmatikì thta thc nèac teqno loglac.

Oi prì sj etoi periorismoel eis^goun èna nèo epilpedo pol upl okì thtac sto EB-MDVSPW. Ta sumb^nta sôzeuxhc/aposôzeuxhc den ègoun periorismoÛc qronikoÛ paraj Ôrou kai mporoÛn na ektel estoÛn mì no se mla fusik j èsh sthn trèqousa diatôpwsh. H j èsh apoj keushc mporel na ephre^sei to kistoc upol ogismoÛ kai to qri no k^j e periptwshc. Epipl èon, oi diaforetikol sunduasmol aposp, menwn mon^dwn mporoÛn epilshc na ephre^soun to kistoc kai to qri no upol ogismoÛ, ì pwc falnetai sto (5.14). An^l oga me ta dedomèna eisì dou mporoÛme na parathr soume aôxhsh melwsh tou kistouc al l^ akì mh kai sunduasmì tw n dôo an^l oga me thn periptwsh pou epil ègoume.

To proteinì meno meiktì akèraio grammikì prìgramma epilôetai me stìqo th sunolik bel tistopothsh me th qr sh enì c ètoimou epil ut . Mporel na epektaj el peraitèrw me di^forouc trì pouc. H apoj kh tw n aposp, menwn mon^dwn mporel na qwristel se poll apl èc topojeslec kai akì mh kai na sunduastel me tic up^rqousec j èseic fortist, n gia na parèqei pio apotel esmatikèc l Òseic. Oi apoj kec proel eushc mporoÛn epilshc na tropopoihj oÛn, ste na epitrepoun se èna ìqhma na xekin^ tic diadromèc tou me ton bèl tisto arij mì prosarthmèwn aposp, menwn mon^dwn. Tèl oc, mporoÛn na qrhsimopoihj oÛn euretikèc (heuristic) metaeuretikèc (metaheuristic) proseggìseic gia na meiwj oÛn oi upol ogistikol qri noi kai na prosarmostel to montèl o gia megal Ôtero arij mì diadrom, n kai oqhm^ tw n.

Bibliografía

- S. Abraham, K. Ganesh, A. S. Kumar, and Y. Ducqd. Impact on climate change due to transportation sector – research prospective. *Procedia Engineering*, 38:3869–3879, 2012. ISSN 1877-7058, doi <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.06.445>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705812023582>. International Conference on Modelling Optimization and Computing.
- A. A. Bertossi, P. Carraresi, and G. Gallo. On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks*, 17(3):271–281, 1987, doi <https://doi.org/10.1002/net.3230170303>, URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230170303>.
- L. Bodin and B. Golden. Classification in vehicle routing and scheduling. *Networks*, 11(2):97–108, 1981, doi <https://doi.org/10.1002/net.3230110204>, URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230110204>.
- S. Bunte and N. Kliewer. An overview on vehicle scheduling models. *Public Transport*, 1(4):299–317, Nov 2009. ISSN 1613-7159, doi 10.1007/s12469-010-0018-5, URL <https://link.springer.com/article/10.1007/s12469-010-0018-5>.
- G. Carpaneto, M. Dell’amico, M. Fischetti, and P. Toth. A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Networks*, 19(5):531–548, 1989, doi <https://doi.org/10.1002/net.3230190505>, URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230190505>.
- J. R. Daduna and J. M. Pinto Paixão. Vehicle scheduling for public mass transit — an overview. In J. R. Daduna, I. Branco, and J. M. P. Paixão, editors, *Computer-Aided Transit Scheduling*, pages 76–90, Berlin, Heidelberg, 1995. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-57762-8, doi <https://doi.org/10.1007/978-3-642-57762-8>, URL <https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-57762-8>.
- I. Dakic, K. Yang, M. Menendez, and J. Y. Chow. On the design of an optimal flexible bus dispatching system with modular bus units: Using the three-dimensional macroscopic fundamental diagram. *Transportation Research Part B: Methodological*, 148:38–59, 2021. ISSN 0191-2615, doi <https://doi.org/10.1016/j.trb.2021.04.005>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S019126152100062X>.
- G. B. Dantzig and D. R. Fulkerson. Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1

- (3):217–222, September 1954, doi [10.1002/nav.3800010309](https://doi.org/10.1002/nav.3800010309), URL <https://ideas.repec.org/a/wly/navl/og/v1y1954i3p217-222.html>.
- G. Desaulniers, F. Errico, S. Irnich, and M. Schneider. Exact algorithms for electric vehicle-routing problems with time windows. *Oper. Res.*, 64(6):1388–1405, Dec. 2016, doi <https://doi.org/10.1287/opre.2016.1535>, URL <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/opre.2016.1535>.
- R. P. Dilworth. A decomposition theorem for partially ordered sets. *Annals of Mathematics*, 51(1):161–166, 1950. ISSN 0003486X, URL <http://www.jstor.org/stable/1969503>.
- T. Eiró, L. M. Martínez, and J. M. Viegas. Configuration of innovative minibus service in the lisbon, portugal, municipality: Spatial-temporal assessment. *Transportation Research Record*, 2217(1):127–135, 2011, doi <https://doi.org/10.3141/2217-16>, URL <https://journals.sagepub.com/doi/10.3141/2217-16>.
- G. Falchetta and M. Noussan. Electric vehicle charging network in europe: An accessibility and deployment trends analysis. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 94:102813, 2021. ISSN 1361-9209, doi <https://doi.org/10.1016/j.trd.2021.102813>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1361920921001164>.
- R. Freling, A. P. M. Wagelmans, and J. M. P. Paixão. Models and Algorithms for Single-Depot Vehicle Scheduling. *Transportation Science*, 35(2):165–180, May 2001, doi [10.1287/trsc.35.2.165.101](https://doi.org/10.1287/trsc.35.2.165.101), URL <https://ideas.repec.org/a/inm/ortrsc/v35y2001i2p165-180.html>.
- B. Gavish and E. Shlifer. An approach for solving a class of transportation scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 3(2):122–134, 1979. ISSN 0377-2217, doi [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(79\)90098-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(79)90098-5), URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221779900985>.
- K. Gkiotsalitis, C. Iliopoulou, and K. Kepaptsoglou. An exact approach for the multi-depot electric bus scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 306(1):189–206, 2023. ISSN 0377-2217, doi <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.07.017>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221722005707>.
- M. Gong, Y. Hu, Z. Chen, and X. Li. Transfer-based customized modular bus system design with passenger-route assignment optimization. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 153:102422, 2021. ISSN 1366-5545, doi <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102422>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554521001885>.
- R. Guo, W. Guan, M. Vallati, and W. Zhang. Modular autonomous electric vehicle scheduling for customized on-demand bus services. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 24(9):10055–10066, 2023, doi [10.1109/TITS.2023.3271690](https://doi.org/10.1109/TITS.2023.3271690), URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/10122470>.

- A. Hadjar and F. Soumis. Dynamic window reduction for the multiple depot vehicle scheduling problem with time windows. *Computers OR*, 36:2160–2172, 07 2009, doi [10.1016/j.cor.2008.08.010](https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.08.010).
- A. Hadjar, O. Marcotte, and F. Soumis. A branch-and-cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Operations Research*, 54(1):130–149, 2006, doi [10.1287/opre.1050.0240](https://doi.org/10.1287/opre.1050.0240), URL <https://doi.org/10.1287/opre.1050.0240>.
- Y. Ji, B. Liu, Y. Shen, and Y. Du. Scheduling strategy for transit routes with modular autonomous vehicles. *International Journal of Transportation Science and Technology*, 10(2): 121–135, 2021. ISSN 2046-0430, doi <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2020.12.005>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2046043020300824>.
- N. Kliewer, T. Mellouli, and L. Suhl. A new solution model for multi-depot multi-vehicle-type vehicle scheduling in (sub) urban public transport. In *Proceedings of the 13th Mini-EURO Conference*. Politechnic of Bari. Citeseer, 2002, URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:14155677>.
- N. Kliewer, T. Mellouli, and L. Suhl. A time–space network based exact optimization model for multi-depot bus scheduling. *European Journal of Operational Research*, 175(3):1616–1627, 2006. ISSN 0377-2217, doi <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.02.030>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221705002274>.
- J.-Q. Li. Transit bus scheduling with limited energy. *Transportation Science*, 48(4):521–539, 2014, doi [10.1287/trsc.2013.0468](https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0468), URL <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0468>.
- L. Li, H. K. Lo, and F. Xiao. Mixed bus fleet scheduling under range and refueling constraints. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 104:443–462, 2019. ISSN 0968-090X, doi <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.05.009>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X18303668>.
- T. Liu and A. (Avi) Ceder. Battery-electric transit vehicle scheduling with optimal number of stationary chargers. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114:118–139, 2020. ISSN 0968-090X, doi <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.02.009>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X19304061>.
- T. Liu and A. A. Ceder. Analysis of a new public-transport-service concept: Customized bus in china. *Transport Policy*, 39:63–76, 2015. ISSN 0967-070X, doi <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2015.02.004>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967070X15000256>.
- M. Mesquita and J. Paixão. Multiple depot vehicle scheduling problem: A new heuristic based on quasi-assignment algorithms. In M. Desrochers and J.-M. Rousseau, editors, *Computer-Aided Transit Scheduling*, pages 167–180, Berlin, Heidelberg, 1992. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-85968-7, URL https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-85968-7_12.
- C. S. Orloff. Route constrained fleet scheduling. *Transportation Science*, 10(2):149–168, 1976. ISSN 00411655, 15265447, URL <http://www.jstor.org/stable/25767823>.

- U. Paris-Agreement. Paris agreement. Website, URL https://treaties.un.org/pages/ViewDetails.aspx?src=TREATYmtdsg_no=XXVII_7_dchapter=27clang=en.
- J. Reuer, N. Kliewer, and L. Wolbeck. The electric vehicle scheduling problem: A study on time-space network based and heuristic solution. In *Proceedings of the Conference on Advanced Systems in Public Transport (CASPT)*, 2015, URL <http://www.rotterdam2015.caspt.org/proceedings/paper93.pdf>.
- C. C. Ribeiro and F. Soumis. A Column Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem. *Operations Research*, 42(1):41–52, February 1994, doi [10.1287/opre.42.1.41](https://doi.org/10.1287/opre.42.1.41), URL <https://ideas.repec.org/a/inm/oropre/v42y1994i1p41-52.html>.
- M. Rogge, E. van der Hurk, A. Larsen, and D. U. Sauer. Electric bus fleet size and mix problem with optimization of charging infrastructure. *Applied Energy*, 211:282–295, 2018. ISSN 0306-2619, doi <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.11.051>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261917316355>.
- J. L. Saha. An algorithm for bus scheduling problems. *Journal of the Operational Research Society*, 21(4):463–474, 1970, doi [10.1057/jors.1970.95](https://doi.org/10.1057/jors.1970.95), URL <https://doi.org/10.1057/jors.1970.95>.
- J. Teng, T. Chen, and W. an. Integrated approach to vehicle scheduling and bus timetabling for an electric bus line. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, 146(2):04019073, 2020, doi [10.1061/JTEPBS.0000306](https://doi.org/10.1061/JTEPBS.0000306), URL <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/JTEPBS.0000306>.
- M. E. van Kooten Niekerk, J. M. van den Akker, and J. A. Hoogeveen. Scheduling electric vehicles. *Public Transport*, 9(1):155–176, Jul 2017. ISSN 1613-7159, doi [10.1007/s12469-017-0164-0](https://doi.org/10.1007/s12469-017-0164-0), URL <https://doi.org/10.1007/s12469-017-0164-0>.
- M. Wen, E. Linde, S. Ropke, P. Mirchandani, and A. Larsen. An adaptive large neighborhood search heuristic for the electric vehicle scheduling problem. *Computers Operations Research*, 76:73–83, 2016. ISSN 0305-0548, doi <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.06.013>, URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816301460>.

Par^rthma: K₂ dikac Python

```
import gurobipy as gp #import gurobipy library in Python as gp
from gurobipy import GRB
import pandas as pd #import pandas library as pd. It offers data structures and operations
                    #for manipulating numerical tables and time series
import numpy as np #import numpy library. It adds support for large, multi-dimensional
                    #arrays and matrices
import os #provides functions for interacting with the operating system
import ast #library that processes trees of the Python abstract syntax grammar

print(gp.gurobi.version())

#Initialize the Gurobi model
model = gp.Model()

#####
# INPUT
#####

data_header_charg_event=np.loadtxt('Data/D2_S2_C10_charging_event_sequence.txt',max_rows=1,
                                   dtype=int)
data_main_body_charg_event=np.loadtxt('Data/D2_S2_C10_charging_event_sequence.txt',skiprows=
                                     1,dtype=int)
F_end = data_header_charg_event #last charging events at each charger
omega={}
for i in range(0,len(data_main_body_charg_event)):
    omega[data_main_body_charg_event[i,0]] = data_main_body_charg_event[i,1]

data_header=np.loadtxt('Data/D2_S2_C8_e_trips.txt',max_rows=1,dtype=int)
data_header_decimal=np.loadtxt('Data/D2_S2_C8_e_trips.txt',max_rows=1,dtype=float)
data_main_body=np.loadtxt('Data/D2_S2_C8_e_trips.txt',skiprows=1,dtype=int)
Vehicles=data_header[0]; Trips=data_header[1]; Charging_Events=data_header[2]; greek_I =
    data_header[3]; p_max=data_header[4]; p_min=data_header[5]; travel_cost =
    data_header[6]
r=data_header_decimal[7]; e_consumption = data_header_decimal[8] #kWh per km

r=float(r) #charging rate in kWh of energy per minute

inverse_r=float(1/r)
K=tuple(np.arange(1,Vehicles+1))
phi_max={k:p_max for k in K}# F max- kWh
phi_min={k:p_min for k in K}# F min-- kWh
O={}; D={}; I={}; u={}; O_N={}; D_N={}; N=[]
for k in K:
    j=k
    k=k-1
    O[j]=data_main_body[k,0]
    D[j]=data_main_body[k+Vehicles,0]
    I[O[j]]=data_main_body[k,5]; u[O[j]]=data_main_body[k,6]
    I[D[j]] = data_main_body[k+Vehicles,5]; u[D[j]] = data_main_body[k+Vehicles,6]
    O_N[O[j]]=[data_main_body[k,1],data_main_body[k,2]]
```

```

D_N[0[j]] = [data_main_body[k, 3], data_main_body[k, 4]]
O_N[D[j]] = [data_main_body[k+Vehicles, 1], data_main_body[k+Vehicles, 2]]
D_N[D[j]] = [data_main_body[k+Vehicles, 3], data_main_body[k+Vehicles, 4]]
N.append(0[j]); N.append(D[j])
V_dict={}; V=[]; j=0
for i in range(2*len(K), 2*len(K)+Trips):
    j=j+1
    V_dict[j]=data_main_body[i, 0]
    l[V_dict[j]]=data_main_body[i, 5]; u[V_dict[j]]=data_main_body[i, 6]
    O_N[V_dict[j]]=data_main_body[i, 1], data_main_body[i, 2]]
    D_N[V_dict[j]]=data_main_body[i, 3], data_main_body[i, 4]]
    l[V_dict[j]]=data_main_body[i, 5]; u[V_dict[j]]=data_main_body[i, 6]
    N.append(V_dict[j]); V.append(V_dict[j])
F_dict={}; F=[]; j=0
for i in range(2*len(K)+Trips, 2*len(K)+Trips+Charging_Events):
    j=j+1
    F_dict[j]=data_main_body[i, 0]
    l[F_dict[j]]=data_main_body[i, 5]; u[F_dict[j]]=data_main_body[i, 6]
    O_N[F_dict[j]]=data_main_body[i, 1], data_main_body[i, 2]]
    D_N[F_dict[j]]=data_main_body[i, 3], data_main_body[i, 4]]
    l[F_dict[j]]=data_main_body[i, 5]; u[F_dict[j]]=data_main_body[i, 6]
    N.append(F_dict[j]); F.append(F_dict[j])

##### kainourgia
#Set H
H=np.loadtxt('Data/D2_S2_C8_coupling_uncoupling_events.txt', max_rows=1, dtype=int).tolist()
coord=np.loadtxt('Data/D2_S2_C8_coupling_uncoupling_events.txt', skiprows=1, max_rows=1, dtype=
int).tolist()

N.extend(H)
for h in H:
    O_N[h]=coord
    D_N[h]=coord
    l[h]=0
    u[h]=6000
print('O_N, D_N', O_N, D_N)
#####

F_no_end = [] #charging events that are not the last ones in their charger
for i in F:
    if i not in F_end:
        F_no_end.append(i)

Nk={}; Vk={}
for k in K:
    Nk[k]=V+H+F+[0[k], D[k]]
    Vk[k]=V

#####
t_tilde={} #travel time to complete trip i
eta={} #consumed energy when performing task i

from scipy.spatial import distance
for i in V:
    latitude_of_node_i_start=O_N[i][0]
    longitude_of_node_i_start=O_N[i][1]
    latitude_of_node_i_end=D_N[i][0]
    longitude_of_node_i_end=D_N[i][1]
    t_tilde[i] = distance.euclidean([latitude_of_node_i_start, longitude_of_node_i_start], [
latitude_of_node_i_end, longitude_of_node_i_end])
    eta[i] = e_consumption*distance.euclidean([latitude_of_node_i_start,
longitude_of_node_i_start], [latitude_of_node_i_end,
longitude_of_node_i_end])

```



```

t={} #travel time between the end location of task i and the start location of task j
bijk={} #travel cost from i to j
theta={} #consumed energy when deadheading from task i to task j

for i in N:
    for j in N:
        latitude_of_node_i_end=D_N[i][0]
        longitude_of_node_i_end=D_N[i][1]
        latitude_of_node_j_start=O_N[j][0]
        longitude_of_node_j_start = O_N[j][1]
        t[i,j]=distance.euclidean([latitude_of_node_i_end, longitude_of_node_i_end],[
            latitude_of_node_j_start, longitude_of_node_j_start])
        bijk[i,j]=travel_cost*t[i,j]
        theta[i,j] = e_consumption * distance.euclidean([latitude_of_node_i_end,
            longitude_of_node_i_end],[latitude_of_node_j_start,
            longitude_of_node_j_start])

        if i==j:
            t[i,j]=0; theta[i,j]=0

A={}
A_a={}; A_b={}; A_c={}; A_d={}; A_f={}; A_g={}; A_h={}; A_i ={}; A_j ={}
for k in K:
    A_a[k]=[(0[k],j) for j in Nk[k] if j!=0[k] if u[j]>=l[0[k]]+t[0[k],j]] #
        arcs_from_origin_depot
    A_b[k]=[(i,D[k]) for i in Nk[k] if i not in [0[k],D[k]]] #arcs_to_destination_depot
    A_c[k]=[(i,j) for i in Vk[k] for j in Vk[k] if i!=j if l[i]+t_tilde[i]+t[i,j]<=u[j]] #
        arcs_from_trip_to_trip
    A_d[k]=[(i,j) for i in Vk[k] for j in F if l[i]+t_tilde[i]+t[i,j]<=u[j]] #
        arcs_from_trip_to_charging_event
    A_f[k]=[(i,j) for i in F for j in Vk[k] if l[i]+t[i,j]<=u[j]] #
        arcs_from_chargingevent_to_trip
    A_g[k]=[(i,j) for i in Vk[k] for j in H]
    A_h[k]=[(i,j) for i in H for j in Vk[k]]
    A_i[k]=[(i,j) for i in F for j in H]
    A_j[k]=[(i,j) for i in H for j in F]
    A[k]=A_a[k]+A_b[k]+A_c[k]+A_d[k]+A_f[k]+A_g[k]+A_h[k]+A_i[k]+A_j[k]
    #A_a.clear();A_b.clear();A_c.clear();A_d.clear();A_f.clear();A_g.clear();A_h.clear();A_i
        .clear();A_j.clear() #to esvhsa kathws xrei azomai ta dictionaries

#A={1:A1_a+A1_b+A1_c+A1_d+A1_f,2:A2_a+A2_b+A2_c+A2_d+A2_f} #possible arcs per vehicle

q={i:0 for i in V} #closest charging node from the end of trip i
for i in V:
    distance=np.infty
    for j in F:
        if t[i,j]<=distance:
            distance=t[i,j]
            q[i]=j

##### kainourgia
#Parameters wj,m,rho
data_modular_units=np.loadtxt('Data\D2_S2_C8_coupling_uncoupling_events.txt',skiprows=2,
    max_rows=len(V),dtype=int)
w={i:j for i,j in data_modular_units[:]}
data_modular_units=np.loadtxt('Data\D2_S2_C8_coupling_uncoupling_events.txt',skiprows=2+len(
    V),dtype=int)
m=data_modular_units[0]; rho=data_modular_units[1]

#####

M=10000000 #very large positive number

x={}; sigma={}; sigma_tilde={}; z={}; test2={}

```

```

for k in K:
    for i,j in A[k]:
        x[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.BINARY, name='x%s' % str([i,j,k])) #binary flow
            variable where xijk=1 if vehicle k uses arc ij
        sigma[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-2 * M, ub=+2 * M,
            name='sigma%s' % str([i,j,k])) # binary flow variable where
            xijk=1 if vehicle k uses arc ij
        sigma_tilde[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-2 * M, ub=+2 * M,
            name='sigma_tilde%s' % str([i,j,k])) # binary flow
            variable where xijk=1 if vehicle k
            uses arc ij

        if i in Vk[k]+F+H+[O[k]]:
            z[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='z%s' %
                str([i,j,k])) # objective function
            test2[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.INTEGER, lb=-1000000000, name='test2%s'
                % str([i,j,k]))

T={}; e={}; e_bar={}; g={}
for k in K:
    for i in Nk[k]:
        T[i,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, name='T%s' % str([i,k]))
    for i in Vk[k]+F+H+[D[k]]:
        e[i,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='e%s' % str([i,
            k])) #SOC of vehicle k when it arrives at node task i
    for i in Vk[k]+F+H+[O[k]]:
        e_bar[i,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='e_bar%s' %
            str([i,k])) #SOC of vehicle k when it completes task i
    for i in Vk[k]+F:
        g[i,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='g%s' % str([i,
            k])) # SOC change of vehicle k when performing node task i

tau = model.addVars(F,K,vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='tau') #required time
    period to recharge vehicle k at charging event i
s_tilde = model.addVars(F,K,vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-1000000000, name='s_tilde')
y = model.addVars(F,K,vtype=gp.GRB.BINARY, name='y')

##### kainourgia
sigma_bar={}; del ta_bar={}
for k in K:
    for i,j in A[k]:
        sigma_bar[i,j,k] = model.addVar(vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-2 * M, ub=+2 * M, name=
            'sigma_bar%s' % str([i,j,k]))

k_bar = model.addVars(N,K,vtype=gp.GRB.INTEGER, lb=0, ub=2, name='k_bar')
q_bar = model.addVars(H,K,vtype=gp.GRB.BINARY, name='q_bar') #binary indicator for coupling
    event i
t_bar= model.addVars(H,K,vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=0, name='t_bar') #time in which a
    coupling event i is completed
r_bar= model.addVars(H,K,vtype=gp.GRB.CONTINUOUS, lb=-2 * M, ub=+2 * M, name='r_bar')
del ta= model.addVars(H,K,vtype=gp.GRB.BINARY, name='del ta')
test= model.addVars(H,K,vtype=gp.GRB.INTEGER, lb=-2, ub=2, name='test')
#####

#CONSTRAINTS

model.addConstrs( sum ( q_bar[i,k] for i in H ) <= 3 for k in K)
model.addConstrs( sum( sum ( x[i,j,k] for i,j in A[k] if j==jj) for k in K ) == 1 for jj in
    V) # eq. (2)
model.addConstrs( sum( sum ( x[i,j,k] for i,j in A[k] if j==jj) for k in K ) <= 1 for jj in
    F+H) # eq. (3)

model.addConstrs(sum(x[i,j,k] for i,j in A[k] if i == O[k]) == 1 for k in K) # eq. (4)
model.addConstrs(sum(x[i,j,k] for i,j in A[k] if j == D[k]) == 1 for k in K) # eq. (4)

```

```

model.addConstrs(sum(x[i,j,k] for i,j in A[k] if j==jj) == sum(x[j,i,k] for j,i in A[k] if j
==jj) for k in K for jj in Vk[k]+F+H) #eq.(5) # +H kainourgio

model.addConstrs(tau[i,k]==(phi_max[k] - e[i,k])*inverse_r for i in F for k in K) #eq.(10)
model.addConstrs(T[i,k]>=l[i] for k in K for i in Nk[k]) #eq.(11)
model.addConstrs(T[i,k]<=u[i] for k in K for i in Nk[k]) #eq.(11)

model.addConstrs(e_bar[0[k],k]==phi_max[k] for k in K) #eq.(13)
model.addConstrs(e_bar[j,k]==e[j,k]-g[j,k] for k in K for j in Vk[k]+F) #eq.(14)

model.addConstrs(e[j,k]<=(e_bar[i,k]-theta[i,j]*(1+test2[i,j,k]))+(1-x[i,j,k])*M for k in K
for i,j in A[k]) #eq.(16)
model.addConstrs(g[i,k]==eta[i]*(k_bar[i,k]+1) for k in K for i in Vk[k]) #eq.(17)
model.addConstrs(g[i,k]==e[i,k]-phi_max[k] for i in F for k in K) #eq.(18)
model.addConstrs(e[i,k]>=phi_min[k] for k in K for i in Vk[k]+F+[D[k]]+H) #eq.(19)
model.addConstrs(e_bar[i,k]>=phi_min[k] + float(theta[i,q[i]])*(k_bar[i,k]+1) for k in K for
i in Vk[k]) #eq.(?)
model.addConstrs(y[ii,k] == sum(x[i,j,k] for i,j in A[k] if i==ii) for ii in F for k in K)
#eq.(20)

#####
model.addConstrs(e_bar[j,k]==e[j,k] for k in K for j in H)
model.addConstrs(k_bar[0[k],k]==0 for k in K) #eq.(22)
model.addConstrs(q_bar[ii,k]==sum(x[i,j,k] for i,j in A[k] if i==ii) for ii in H for k in K)
#eq.(22)
#####

model.addConstrs(T[i,k]+t_tilde[i]+t[i,j]-T[j,k]+sigma[i,j,k]<=0 for k in K for i,j in A[k]
if i in Vk[k]) #eq.(28)
model.addConstrs(T[i,k]+t[i,j]-T[j,k]+sigma[i,j,k]<=0 for k in K for i,j in A[k] if i==0[k])
#eq.(29)
model.addConstrs(T[i,k]+tau[i,k]+t[i,j]-T[j,k]+sigma[i,j,k]<=0 for k in K for i,j in A[k] if
i in F) #eq.(30)

#####
model.addConstrs(T[i,k]+t_bar[i,k]+t[i,j]-T[j,k]+sigma_bar[i,j,k]<=0 for k in K for i,j in A
[k] if i in H) #eq.(31)
#####

model.addConstrs(sigma[i,j,k]<=M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0
[k]]) #eq.(32)
model.addConstrs(sigma[i,j,k]>=-M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0
[k]]) #eq.(33)

#####
model.addConstrs(sigma_bar[i,j,k]<=M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k] if i in H) #eq
.(32)
model.addConstrs(sigma_bar[i,j,k]>=-M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k] if i in H) #eq
.(33)
#####

model.addConstrs(e[j,k]>=e_bar[i,k]-(1+test2[i,j,k])*theta[i,j]+sigma_tilde[i,j,k] for k in
K for i,j in A[k]) #eq.(34)
model.addConstrs(sigma_tilde[i,j,k]<=M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k]) #eq.(35)
model.addConstrs(sigma_tilde[i,j,k]>=-M*(1-x[i,j,k]) for k in K for i,j in A[k]) #eq.(36)
model.addConstrs(T[i,k0] + tau[i,k0] + s_tilde[i,k0] <= T[omega[i],k] + M*(1- sum(x[l,r,k]
for l,r in A[k] if l==omega[i])) for i in F_no_end for k in K for k0 in
K) #eq.(37)
model.addConstrs(s_tilde[i,k0]<=M*(1-y[i,k0]) for i in F for k0 in K) #eq.(38)
model.addConstrs(s_tilde[i,k0]>=-M*(1-y[i,k0]) for i in F for k0 in K) #eq.(39)

#####

```

```

model.addConstrs(k_bar[i, k]>=x[i, j, k]*w[j] for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0[k]]
                and j in Vk[k])
model.addConstrs(k_bar[i, k]+ test[i, k] >=x[i, j, k]*w[j] for k in K for i, j in A[k] if i in H
                and j in Vk[k])
model.addConstrs(k_bar[j, k] - k_bar[i, k] - test[i, k] <= (1 - x[i, j, k]) * M for k in K for
                i, j in A[k] if i in H)
model.addConstrs(k_bar[j, k] - k_bar[i, k] - test[i, k] >= (x[i, j, k] - 1) * M for k in K for
                i, j in A[k] if i in H)
model.addConstrs(k_bar[j, k] - k_bar[i, k] <= (1 - x[i, j, k]) * M for k in K for i, j in A[k]
                if i not in H)
model.addConstrs(k_bar[j, k] - k_bar[i, k] >= (x[i, j, k] - 1) * M for k in K for i, j in A[k]
                if i not in H)
model.addConstrs(t_bar[i, k]==rho*(r_bar[i, k]) for k in K for i in H ) #eq (26)

model.addConstrs(r_bar[i, k]>= test[i, k] for k in K for i in H ) #eq (40)
model.addConstrs(r_bar[i, k]>= - test[i, k] for k in K for i in H) #eq (41)
model.addConstrs(r_bar[i, k]<= test[i, k] + delta[i, k]*M for k in K for i in H) #eq (42)
model.addConstrs(r_bar[i, k]<= - test[i, k] + (1-delta[i, k])*M for k in K for i in H) #eq (43)
)

model.addConstrs(test2[i, j, k] <= M * x[i, j, k] for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0[
                k]]+H) #eq. (44)
model.addConstrs(test2[i, j, k] >= -M * x[i, j, k] for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0[
                k]]+H) #eq. (45)
model.addConstrs(test2[i, j, k] <= k_bar[j, k] + M * (1-x[i, j, k]) for k in K for i, j in A[k] if
                i in Vk[k]+F+[0[k]]+H) #eq. (44)
model.addConstrs(test2[i, j, k] >= k_bar[j, k] - (1-x[i, j, k]) * M for k in K for i, j in A[k] if
                i in Vk[k]+F+[0[k]]+H) #eq. (45)

#####

model.addConstrs(z[i, j, k]<=M*x[i, j, k] for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0[k]]+H) #
                eq. (44)
model.addConstrs(z[i, j, k]>=-M*x[i, j, k] for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+[0[k]]+H)
                #eq. (45)
model.addConstrs(z[i, j, k]<=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t_tilde[i]
                +t[i, j]))+M*(1-x[i, j, k]) for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]) #eq. (46)
model.addConstrs(z[i, j, k]<=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t[i, j]))+M*(1-
                x[i, j, k]) for k in K for i, j in A[k] if i==0[k]) #eq. (46a)
model.addConstrs(z[i, j, k]<=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+tau[i, k]+t[i, j]
                ))) +M*(1-x[i, j, k]) for k in K for i, j in A[k] if i in F) #eq. (47)

#####my constraints
model.addConstrs(z[i, j, k]<=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t_bar[i, k]+t[i
                , j]))+M*(1-x[i, j, k]) for k in K for i, j in A[k] if i in H) #eq. (48)

#####

model.addConstrs(z[i, j, k]>=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t_tilde[i]+t[i
                , j]))-(1-x[i, j, k])*M for k in K for i, j in A[k] if i in Vk[k]) #eq. (49)
model.addConstrs(z[i, j, k]>=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t[i, j]))-(1-x[
                i, j, k])*M for k in K for i, j in A[k] if i==0[k]) #eq. (49a)
model.addConstrs(z[i, j, k]>=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+tau[i, k]+t[i, j]
                )))-(1-x[i, j, k])*M for k in K for i, j in A[k] if i in F) #eq. (50)

#####my constraints
model.addConstrs(z[i, j, k]>=(1+test2[i, j, k])*bijk[i, j]+greek_l*(T[j, k]-(T[i, k]+t_bar[i, k]+t[i
                , j]))-(1-x[i, j, k])*M for k in K for i, j in A[k] if i in H) #eq. (51)

#####

#VALID INEQUALITIES
model.addConstrs(e[j, k]<=phi_max[k] for k in K for j in Vk[k]+F+[D[k]]+H) #eq. (51)

```

```

model.addConstrs(e_bar[i, k]>=phi_min[k] + float(theta[i, q[i]])*(k_bar[i, k]+1) for k in K for
i in Vk[k]) #eq. (52)
model.addConstrs(sum(y[i, k]*l[i] for k in K) <= T[omega[i], k] + M*(1- sum( x[l, r, k] for l, r
in A[k] if l==omega[i] ) ) for i in F_no_end for k in K) #eq. (53)
model.addConstrs(T[i, k]+t_tilde[i]+t[i, j]+sigma[i, j, k]<=u[j] for k in K for i, j in A[k] if i
in Vk[k]) #eq. (54)
model.addConstrs(T[i, k]+tau[i, k]+t[i, j]+sigma[i, j, k]<=u[j] for k in K for i, j in A[k] if i
in F) #eq. (55)
model.addConstrs(T[i, k]+t_bar[i, k]+t[i, j]+sigma_bar[i, j, k]<=u[j] for k in K for i, j in A[k]
if i in H) #eq. (31)
for k in K:
    for k2 in K:
        if k2!=k:
            for i, j in A[k]:
                for i2, j2 in A[k2]:
                    if i==i2 and j==j2:
                        model.addConstr(x[i, j, k]+x[i2, j2, k2]<=1) #eq. (56)
for k in K:
    for i, j in A[k]:
        for i2, j2 in A[k]:
            if i==i2 and j!=j2:
                model.addConstr(x[i, j, k] + x[i2, j2, k] <= 1) #eq. (57)
            if j==j2 and i!=i2:
                model.addConstr(x[i, j, k] + x[i2, j2, k] <= 1) #eq. (58)

#OBJECTIVE FUNCTION
obj = sum( sum(z[i, j, k] for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+H+[O[k]]) for k in K) + m*sum( sum(
test2[i, j, k] for i, j in A[k] if i in Vk[k]+F+H+[O[k]]) for k in K)

model.update()
#Add objective function to model and declare that we solve a minimization problem
model.setObjective(obj, GRB.MINIMIZE)
print(' variables', model.numVars)
print(' constraints', model.NumConstrs)
#model.NumConstrs()
# Solve the model and return results.
#model.params.NonConvex = 2 # allow to handle quadratic equality constraints - which are
always non-convex

model.optimize()
#model.computeIIS()
#model.write("model.mps")
if model.status == GRB.OPTIMAL: # check if the solver is capable of finding an optimal
solution
    #model.printAttr('X')
    print(model.status, 'optimal')
    print('Obj: %g' % model.objVal)
else:
    print(model.status, 'not optimal')

#print results
for v in model.getVars():
    if v.x > 0:
        print('%s %g' % (v.varName, v.x))

#####
with open('outputOriginal.txt', 'w') as f_out:
    # print results
    for v in model.getVars():
        if v.x > 0 or v.varName=='test':
            f_out.write('%s %g\n' % (v.varName, v.x))

```

```
#####
```

```
print('SYNOLO', sum( sum(z[i,j,k].x for i,j in A[k] if i in vk[k]+F+H+[0[k]]) for k in K))
```