



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ
ΥΠΟΔΟΜΗΣ**

Αξιολόγηση έκτακτων μέτρων ενίσχυσης των αστικών συγκοινωνιών σε περίοδο πανδημίας και πολιτικών διαχείρισης αστικών συγκοινωνιών μετά την πανδημία



**Ταβουλάρης Νικόλαος
Αθήνα, Νοέμβριος 2022**

Ευχαριστίες

Με την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ολοκληρώνεται επίσημα ο κύκλος των σπουδών μου ως φοιτητής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Ως εκ τούτου, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτρια μου κα. Βλαχογιάννη Ελένη, τόσο για την ανάθεση του θέματος, όσο και για την εξαιρετική καθοδήγηση του και τον σημαντικό χρόνο που παρείχε, κατά την προσπάθεια αυτή.

Θερμές ευχαριστίες οφείλω και στο κ. Γιουρουκέλη Μάριο, που με καθοδήγησε με χρήσιμες συμβουλές, σε όλα τα στάδια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου, για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια που μου παρείχαν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Τίτλος: Αξιολόγηση έκτακτων μέτρων ενίσχυσης των αστικών συγκοινωνιών σε περίοδο πανδημίας και πολιτικών διαχείρισης αστικών συγκοινωνιών μετά την πανδημία

Ονοματεπώνυμο: Ταβουλάρης Νικόλαος

Επιβλέπων: Βλαχογιάννη Ελένη

Σύνοψη

Στο πλαίσιο της αντιμετώπισης της πανδημίας της Νόσου COVID-19, οι οργανισμοί αστικών συγκοινωνιών καλούνται να ανταποκριθούν με αποτελεσματικότητα και ασφάλεια, αφενός στην απαίτηση ασφαλούς και ακώλυτης μετακίνησης του επιβατικού κοινού και αφετέρου στην μεγάλη ανάγκη προστασίας της δημόσιας υγείας. Ο τρόπος για τη σύζευξη των εν λόγω απαιτήσεων και αναγκών είναι η ανάληψη διαφόρων δράσεων, ώστε να αποφεύγεται ο συνωστισμός και να ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι επιβατικές ανάγκες μετακίνησης. Στόχος, λοιπόν, της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της ζήτησης για μετακινήσεις στο δίκτυο της ΟΣΥ, τόσο με οικονομετρικά πρότυπα όσο και με τη χρήση χρονοσειρών, για την πόλη της Αθήνας, την περίοδο Ιανουάριος 2020- Ιούλιος 2022. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν μέσα από το data.gov.gr και αφορούσαν τις ημερήσιες επικυρώσεις μετακίνησης/μετεπιβίβασης σε σταθερές συγκοινωνίες και λεωφορειακές γραμμές. Τα υπόλοιπα στοιχεία συγκεντρώθηκαν από το εργαλείο Government Response Tracker (OxCGRT) του πανεπιστημίου της Οξφόρδης. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι ο δείκτης αυστηρότητας των μέτρων που ελήφθησαν καθώς και ο εβδομαδιαίος αριθμός κρουσμάτων είχαν τη μεγαλύτερη επίδραση στη μεταφορική ζήτηση με δημόσια μέσα. Ειδικότερα, παρατηρήθηκε ότι όσο πιο αυστηροί ήταν οι περιορισμοί και όσο αυξανόταν ο αριθμός των κρουσμάτων, τόσο μειωνόταν ο αριθμός των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων των εισιτηρίων. Επίσης, με βάση τις παραπάνω μεταβλητές έγινε πρόβλεψη της εβδομαδιαίας ζήτησης των ΜΜΜ με μοντέλα χρονοσειρών.

Title: Investigation of transport demand during the period of the COVID-19 pandemic, in Greece, using statistical models

Name: Tavoularis Nikolaos

Supervisor: Vlahogianni Eleni

Abstract

In the context of dealing with the pandemic of the COVID-19 disease, urban transport organizations are called upon to respond efficiently and safely, on the one hand to the requirement of safe and unobstructed movement of the passenger public and on the other hand to the great need to protect public health. The way to combine these requirements and needs is to take various actions to avoid overcrowding and simultaneously satisfy passenger travel needs. Therefore, the aim of this diploma thesis is to investigate the demand for travel on the OSY network, both with econometric standards and with the use of time series, for the city of Athens, in the period January 2020-July 2022.

The data were collected through data.gov.gr and related to the daily validations of movement/transfer on fixed transport and bus lines. The rest of the data was collected by the University of Oxford's Government Response Tracker (OxCGRT).

The results of the survey show that the severity index of the measures taken as well as the weekly number of cases had the greatest effect on the transport demand by public means. In particular, it was observed that the tighter the restrictions and the higher the number of cases, the lower the number of average weekly ticket validations. Also, based on the above variables, the weekly demand of MMMs was predicted with time series models.

Περίληψη

Ο περιορισμός των μετακινήσεων, ως απότοκο της πανδημίας COVID-19, μείωσε κατακόρυφα την επιβατική κίνηση των δημόσιων συγκοινωνιών. Στην Αθήνα, με βάση στοιχεία του ΟΑΣΑ, στο Πρώτο Κύμα της πανδημίας λόγω COVID-19, η επιβατική κίνηση ήταν 90% χαμηλότερη σε σχέση με την κανονικότητα. Κατά την ανάκαμψη από το πρώτο κύμα, η ζήτηση ανέβηκε σταδιακά και έφτασε να είναι 35% χαμηλότερη σε σχέση με τα αναμενόμενα, για την εποχή, επίπεδα. Από το 2ο Κύμα και μετά παρατηρήθηκε 60% χαμηλότερη ζήτηση σε σχέση με την κανονικότητα και συνεχίστηκε αυτό μέχρι και τη σταδιακή επαναφορά στην κανονικότητα.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της ζήτησης για μετακινήσεις στο δίκτυο της ΟΣΥ, τόσο με οικονομικά πρότυπα όσο και με τη χρήση χρονοσειρών, για την πόλη της Αθήνας, την περίοδο Ιανουάριος 2020- Ιούλιος 2022. Ουσιαστικά μέσα από αυτή τη διερεύνηση γίνεται μία προσπάθεια πρόβλεψης της μελλοντικής μεταφορικής ζήτησης έτσι ώστε να λαμβάνονται τα κατάλληλα μέτρα αντιμετώπισης των προβλημάτων που προκύπτουν, όπως στην προκειμένη περίπτωση με τη πανδημία της νόσου COVID-19.

Αρχικά, έγινε μία βιβλιογραφική ανασκόπηση επί του θέματος, αναλύοντας πηγές που αφορούσαν τόσο τις επιπτώσεις της πανδημίας στις μετακινήσεις με δημόσια μέσα μεταφοράς όσο και τα μέτρα αντιμετώπισης του προβλήματος αυτού. Στη συνέχεια, αναλύθηκαν οι τρόποι μεθοδολογικής προσέγγισης του θέματος, δηλαδή η μέθοδος γραμμικής παλινδρόμησης και η μέθοδος των χρονοσειρών.

Η ανάλυση των δεδομένων βασίστηκε και στις δύο παραπάνω μεθόδους. Αρχικά, συλλέχθηκαν τα δεδομένα μέσα από το data.gov.gr που αφορούσαν τις ημερήσιες επικυρώσεις μετακίνησης/μετεπιβίβασης σε σταθερές συγκοινωνίες και λεωφορειακές γραμμές. Τα υπόλοιπα στοιχεία συγκεντρώθηκαν από το εργαλείο Government Response Tracker (OxCGRT) του πανεπιστημίου της Οξφόρδης. Δημιουργήσαμε έτσι τη βάση δεδομένων σε προσαρμόζοντας τη σε εβδομαδιαία βάση και αναπτύξαμε ένα μοντέλο με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης και ένα μοντέλο με τη μέθοδο χρονοσειρών.

Τα αποτελέσματα της έρευνας φανερώνουν τις μεταβλητές εκείνες με τη μεγαλύτερη επιρροή στη μεταφορική κίνηση. Πιο συγκεκριμένα, ο δείκτης αυστηρότητας των μέτρων που ελήφθησαν καθώς και ο εβδομαδιαίος αριθμός κρουσμάτων είχαν τη μεγαλύτερη επίδραση στη μεταφορική ζήτηση με δημόσια μέσα. Ειδικότερα, παρατηρήθηκε ότι όσο πιο αυστηροί ήταν οι περιορισμοί και όσο αυξανόταν ο αριθμός των κρουσμάτων, τόσο μειωνόταν ο αριθμός των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων των εισιτηρίων. Επίσης, με βάση τις παραπάνω μεταβλητές έγινε πρόβλεψη των μοντέλων ζήτησης των μεταφορών, μέσα από τη μέθοδο των χρονοσειρών.

Με τα συμπεράσματα της παρούσας έρευνας πραγματοποιείται συνεισφορά στην προσπάθεια πρόβλεψης της μελλοντικής ζήτησης για την αντιμετώπιση παρόμοιων καταστάσεων, που μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά προκειμένου να προσδιοριστούν τα πιθανά μέτρα που μπορούν να λάβουν οι εκάστοτε κυβερνήσεις.

Περιεχόμενα

Σύνοψη	3
Abstract	4
Περίληψη	5
Ευρετήριο πινάκων	8
Ευρετήριο Διαγραμμάτων	8
1. Εισαγωγή	9
1.1 Η σημασία	9
1.2 Σκοπός διπλωματικής εργασίας	9
1.3 Διάρθρωση διπλωματικής εργασίας	10
2. Βιβλιογραφική ανασκόπηση	11
3. Μεθοδολογική προσέγγιση	17
3.1 Περιγραφή της διαδικασίας	17
3.2 Θεωρητικό υπόβαθρο	17
4. Ανάλυση και αποτελέσματα	36
4.1 Περιγραφή Προβλήματος	36
4.2 Βάση δεδομένων	37
4.3 Αποτελέσματα	43
5. Συμπεράσματα και προτάσεις	50
Βιβλιογραφία	52
Παραρτήματα	53

Ευρετήριο πινάκων

<u>Πίνακας 1:Ανεξάρτητες μεταβλητές γραμμικού τύπου</u>	38
<u>Πίνακας 2:Συνδυασμός μεταβλητών με τη μεγαλύτερη ικανότητα πρόβλεψης</u>	39
<u>Πίνακας 3:Αποτελέσματα προτύπου γραμμικής παλινδρόμησης</u>	41
<u>Πίνακας 4:Έλεγχος πολυσυγγραμμικότητας μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης</u>	41
<u>Πίνακας 5:Έλεγχος Dickey- Fuller</u>	43
<u>Πίνακας 6:Έλεγχος Phillips- Perron</u>	44
<u>Πίνακας 7:Αποτελέσματα προτύπου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης</u>	45
<u>Πίνακας 8:Αποτελέσματα προτύπου ARIMAX(1,0,0) για τις μέσες εβδομαδιαίες επικυρώσεις</u>	46
<u>Πίνακας 9:Έλεγχος “λευκού θορύβου”</u>	47

Ευρετήριο Διαγραμμάτων

<u>Διάγραμμα 1:Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων Μοντέλου ARIMAX</u>	42
<u>Διάγραμμα 2:Χρονοσειρές των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων και α) των εβδομαδιαίων κρουσμάτων, β)του δείκτη αυστηρότητας</u>	46
<u>Διάγραμμα 3:Έλεγχος στασιμότητας (stationarity) μοντέλου ARIMAX</u>	48
<u>Διάγραμμα 4:Έλεγχος σφαλμάτων</u>	48
<u>Διάγραμμα 5:Πρόβλεψη μέσων ημερήσιων επικυρώσεων ανά εβδομάδα στο δίκτυο της ΟΣΥ με χρήση του προτύπου ARIMAX(1,0,0).</u>	49

1. Εισαγωγή

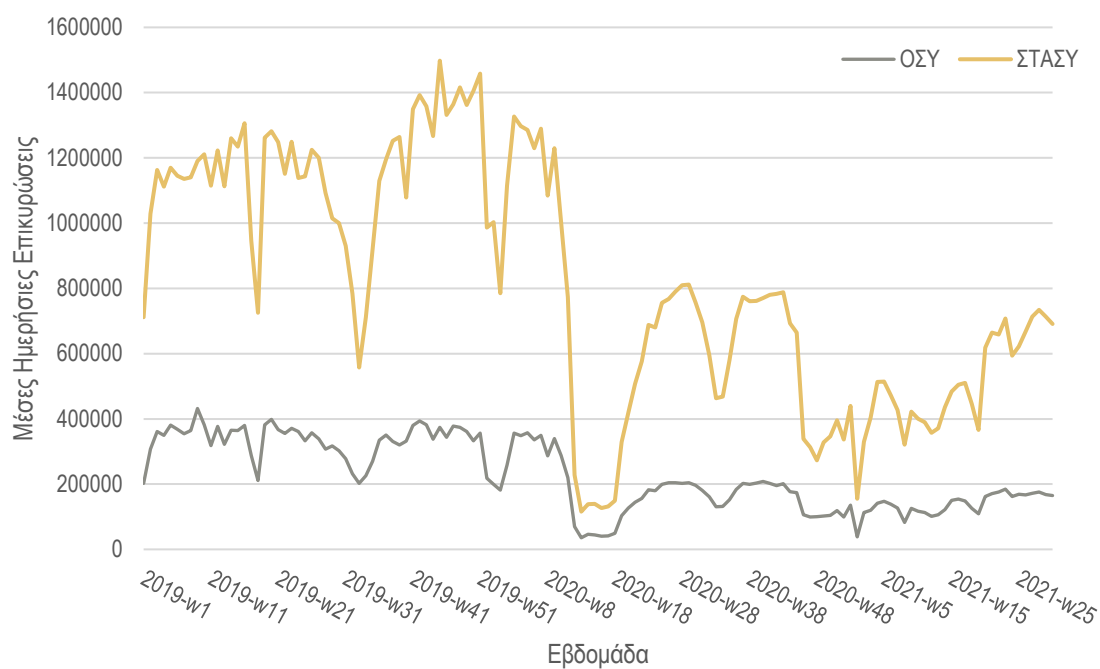
1.1 Επιπτώσεις Πανδημίας στις Μετακινήσεις

Η κινητικότητα φαίνεται πως είναι από τα πιο σημαντικά ζητήματα που απασχολούν την ανθρωπότητα διαχρονικά. Από αρχαιοτάτων χρόνων εκείνοι που έλεγχαν τα καίρια περάσματα ήταν αυτοί που επικρατούσαν. Σταδιακά, καθώς η ανθρωπότητα εξελισσόταν, οι ανάγκες για μετακινήσεις αυξάνονταν, ενώ νέοι τρόποι μετακινήσεων περιόρισαν δραστικά το χρόνο και τις δυσκολίες των μετακινήσεων. Έτσι, καθώς η αστικοποίηση αυξανόταν ραγδαία, δημιουργήθηκαν τα πρώτα συστήματα δημόσιων συγκοινωνιών. Όπως αποδείχθηκε, σε κάθε μέρος του κόσμου η πιο λειτουργική σύνθεσή των συστημάτων αυτών δεν είναι η ίδια.

Στα τέλη του 2019 στην πόλη Γουχάν της Κίνας εντοπίστηκε για πρώτη φορά ο ιός SARS-CoV-2. Η εξάπλωσή του σε όλο τον πλανήτη ήταν ταχύτατη, με αποτέλεσμα στις 11 Μαρτίου 2020 ο Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας (Π.Ο.Υ) να ανακοινώσει ότι η έξαρση της νόσου COVID-19 εξελίχθηκε σε παγκόσμια πανδημία. Σε μία προσπάθεια τα συστήματα υγείας κάθε χώρας να αντέξουν τον φόρτο ασθενών, η κάθε κυβέρνηση αποφάσιζε κάθε φορά τι μέτρα θα λάβει. Στις περισσότερες χώρες, πέραν της υποχρεωτικής χρήσης προστατευτικής μάσκας, επιβλήθηκαν περιοριστικά μέτρα για την μείωση των μετακινήσεων, όπως υποχρεωτική τηλεργασία, απαγόρευση υπερτοπικών μετακινήσεων και απαγόρευση μετακινήσεων κατά τις νυκτερινές ώρες. Όπως είναι λογικό οι ζωές των περισσότερων ανθρώπων επηρεάστηκαν άμεσα από την πανδημία.

Ο περιορισμός των μετακινήσεων μείωσε κατακόρυφα την επιβατική κίνηση των δημόσιων συγκοινωνιών, με διαφορετικό τρόπο σε κάθε χώρα. Καθώς σε κάθε μέρος του πλανήτη τα συστήματα δημόσιων συγκοινωνιών είναι διαφορετικά δομημένα, ανάλογα με τα γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά, τις υποδομές και το κοινό που καλούνται να εξυπηρετήσουν, ήταν τρομερά δύσκολο να προβλεφθεί με ποιον τρόπο θα επηρεαστούν από την πανδημία. Σημαντικό ρόλο σε αυτό έπαιξε ότι η πορεία της πανδημίας και η αντιμετώπισή της σε κάθε χώρα ήταν διαφορετική. Ωστόσο, από τα δεδομένα που προέκυψαν, είναι πιο εύκολο να ερμηνευθούν εκ των υστέρων οι συνέπειες της πανδημίας.

Οι επιπτώσεις της πανδημίας του COVID-19 καταγράφονται έκδηλα στους ποσοτικούς δείκτες της ζήτησης μεταφορικού έργου στις αστικές συγκοινωνίες. Με βάση τα στοιχεία που κοινοποίησε ο ΟΑΣΑ στην ομάδα μελέτης, οι επικυρώσεις στα δίκτυα τις ΟΣΥ και της ΣΤΑΣΥ παρουσιάζουν σημαντική κάμψη (Διάγραμμα 1). Στο δίκτυο της ΣΤΑΣΥ, οι επιβάτες μειώνονται από το επίπεδο των 1.1-1.2 εκατομμυρίων ημερήσιων επικυρώσεων κατά τον Μάρτιο 2019, στις 130 χιλιάδες κατά τον αντίστοιχο μήνα του 2020, για να ανακάμψουν μερικώς στις 400 χιλιάδες κατά το Μάρτιο του 2021. Αντίστοιχη είναι η εικόνα και στο δίκτυο της ΟΣΥ, όπου οι μέσες ημερήσιες επικυρώσεις ανά εβδομάδα δύσκολα ξεπερνούν τις 200 χιλιάδες.



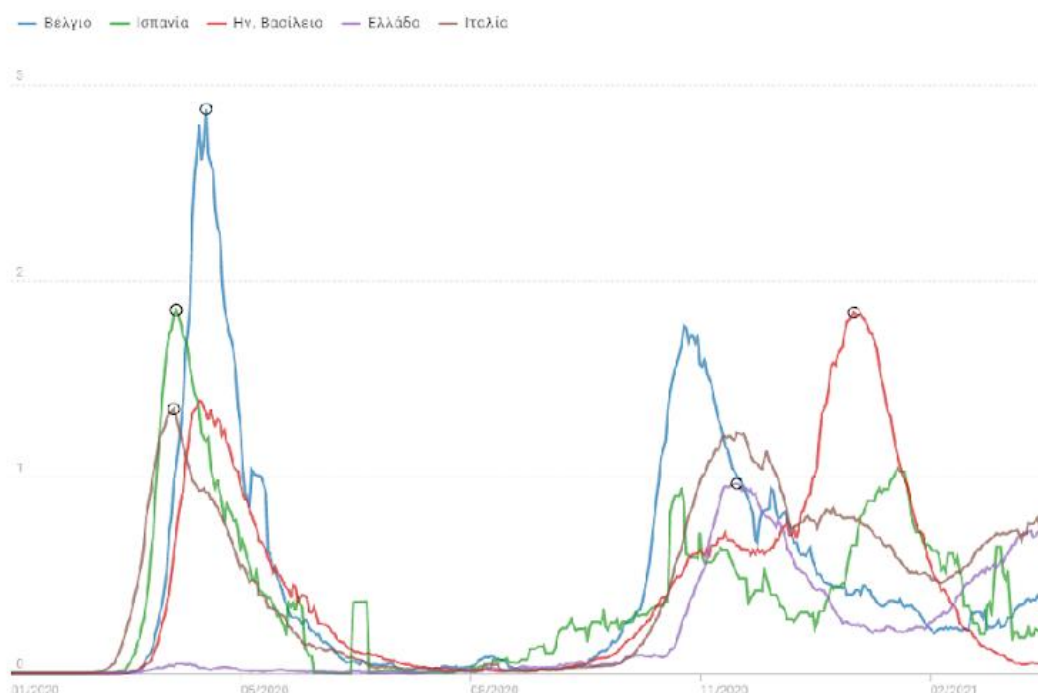
Διάγραμμα 1: Μέσες ημερήσιες επικυρώσεις ανά εβδομάδα στα δίκτυα των ΟΣΥ και ΣΤΑΣΥ, κατά την περίοδο Ιανουάριος 2019 – Ιούλιος 2021 (Πηγή δεδομένων: ΟΑΣΑ).

Η μείωση που καταγράφεται στις εισπράξεις, οι οποίες παρουσιάζουν μέση μείωση σε σχέση με τον αντίστοιχο μήνα προ πανδημίας, η οποία ξεπερνάει το 200%. Η μέγιστη υστέρηση σημειώθηκε τον Απρίλιο 2020, με τις εισπράξεις του μήνα να αποτελούν μόλις το 1/8 των αντίστοιχων εισπράξεων του Απριλίου 2019. Οι κλιμάκωση των εισπράξεων στο διάστημα Ιανουάριος 2019 – Μάρτιος 2021 καταγράφεται στο Διάγραμμα 2.



2.1. Η Πανδημία στην Ελλάδα

Η πανδημική κρίση θεωρείται ήδη ως ένας από τους μεγαλύτερους κλυδωνισμούς των τελευταίων 60 ετών, αρκετά ισχυρός ώστε να τροποποιήσει τις μελλοντικές ανάγκες και τις κοινωνικές αξίες¹. Στην Ελλάδα η πανδημία ξεκίνησε στις 26 Φεβρουαρίου 2020, όταν και διαγνώστηκε επισήμως το πρώτο κρούσμα του νέου ιού. Έως σήμερα τα συνολικά κρούσματα και οι απώλειες ανέρχονται σε 315.273 και 9.462 αντίστοιχα. Το Διάγραμμα 1 αποτυπώνει την εξέλιξη της αναλογίας νέων θανάτων ανά 100.000 κατοίκους στον χρόνο για κάθε χώρα, παρουσιάζοντας τον κυλιόμενο μέσο όρο των τελευταίων 7 ημερών για την εξομάλυνση των τιμών. Στην περίπτωση της Ελλάδας η κορύφωση της αναλογίας αυτής (με βάση στοιχεία μέχρι τις 20/4/2021) σημειώθηκε στις 3 Δεκεμβρίου.



Διάγραμμα 1: Αναλογία νέων θανάτων ανά 100.000 κατοίκους στον χρόνο για κάθε χώρα. Στο γράφημα σημαίνεται η κορύφωση της αναλογίας για κάθε χώρα (Πηγή: MedDLab²)

2.2 Επιπτώσεις στη Ζήτηση για Μετακινήσεις με ΜΜΜ

Παρόλο που η γενική κινητικότητα (με όλα τα μέσα) έχει μειωθεί σε πολλά μέρη σε όλο τον κόσμο, οι δημόσιες συγκοινωνίες είναι εκείνες που έχουν πληγεί περισσότερο μεταξύ όλων των χερσαίων μέσων³. Σχεδόν το ένα τρίτο των πολιτών σε ορισμένες πόλεις έχουν σταματήσει να χρησιμοποιούν τις δημόσιες συγκοινωνίες το 2020 σε σχέση με το 2019 λόγω της πανδημίας COVID-19 σύμφωνα με μια παγκόσμια έρευνα της εφαρμογή Moovit, η οποία

¹ European Commission (2020). Future of Transport: Update on the economic impacts of COVID-19. Ref. Ares (2020)2637972.

² <https://lab.imedd.org/covid19/>

³ Tirachini, A., & Cats, O. (2020). COVID-19 and public transportation: Current assessment, prospects, and research needs. *Journal of Public Transportation*, 22(1), 1.

κατέγραψε το πως η πανδημία επηρέασε τη χρήση των δημόσιων συγκοινωνιών.

Σε ευρωπαϊκό και παγκόσμιο επίπεδο, η πανδημία συρρίκνωσε δραματικά το μεταφορικό έργο των αντίστοιχων συγκοινωνιακών φορέων. Στην Ευρώπη, μειώσεις των επιβατών δημόσιας συγκοινωνίας της τάξης του 90% καταγράφηκαν μετά το πρώτο κύμα της πανδημίας σε πόλεις όπως Βουδαπέστη⁴ και το Σανταντερ⁵, ενώ η Σουηδία, η οποία και επέβαλε λιγότερους περιορισμούς μετακινήσεων σε σχέση με την πλειοψηφία των Ευρωπαϊκών χωρών στους πολίτες της, κατέγραψε μειώσεις μεταξύ 40% και 60% στη ζήτηση των δημόσιων δικτύων μεταφορών στις τρεις μεγαλύτερες περιφέρειες της, συμπεριλαμβανομένης της πρωτεύουσας Στοκχόλμης⁶. Στο Παρίσι, η ζήτηση στο δίκτυο της RATP (η οποία διαχειρίζεται το δίκτυο μετρό και τις περισσότερες από τις λεωφορειακές γραμμές της πρωτεύουσας) κατέγραφε κατά μέσο όρο μόνο 500.000 ημερήσιες διαδρομές από τα 12 εκατομμύρια που ήταν ο κανόνας προ-COVID-19⁷, ενώ η μείωση επιβατών στο Ηνωμένο Βασίλειο έφτασε έως και το 70% σε ορισμένες πόλεις⁸.

Στην Αθήνα, με βάση στοιχεία του ΟΑΣΑ, στο Πρώτο Κύμα της πανδημίας λόγω COVID-19, η επιβατική κίνηση ήταν 90% χαμηλότερη σε σχέση με την κανονικότητα. Κατά την ανάκαμψη από το πρώτο κύμα, η ζήτηση ανέβηκε σταδιακά και έφτασε να είναι 35% χαμηλότερη σε σχέση με τα αναμενόμενα, για την εποχή, επίπεδα. Από το 2^ο Κύμα και μετά παρατηρήθηκε 60% χαμηλότερη ζήτηση σε σχέση με την κανονικότητα.

Εκτός Ευρώπης, τα δίκτυα μεγάλων κινεζικών πόλεων, όπως και της Σιγκαπούρης, σημείωσαν μειώσεις επιβατών της τάξης του 80%⁹. Στα τέλη Μαρτίου 2020, στην Ουάσιγκτον των ΗΠΑ οι επιβάτες του μητροπολιτικού σιδηρόδρομου μειώθηκαν κατά 92%, ενώ οι επιβάτες λεωφορείων μειώθηκαν κατά 75%. Την ίδια περίοδο, στη Νέα Υόρκη, οι καθημερινές μετακινήσεις με το δίκτυο του μετρό μειώθηκαν κατά 90%¹⁰. Η μείωση του όγκου του επιβατικού κοινού υπολογίστηκε σε 60% και 67% στη Φιλαδέλφεια και στο Ντιτρόιτ, αντίστοιχα¹¹.

Η σημαντική πτώση της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια της υγειονομικής κρίσης, ανάγεται στην αντίστοιχη μείωση της ζήτησης για μετακινήσεις με ΜΜΜ μέσω των παρακάτω κύριων συντελεστών: της στροφής σημαντικής μερίδας εργαζομένων προς την τηλε-εργασία, την πριμοδότηση εναλλακτικών τρόπων μετακινήσεων, την ελαχιστοποίηση μη απαραίτητων

⁴ Bucsky, P. (2020). Modal share changes due to COVID-19: The case of Budapest. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 8, 100141.

⁵ Aloï, A., Alonso, B., Benavente, J., Cordera, R., Echániz, E., González, F., ... & Sañudo, R. (2020). Effects of the COVID-19 lockdown on urban mobility: empirical evidence from the city of Santander (Spain). *Sustainability*, 12(9), 3870.

⁶ Jenelius, E., & Cebecauer, M. (2020). Impacts of COVID-19 on public transport ridership in Sweden: Analysis of ticket validations, sales and passenger counts. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 8, 100242.

⁷ OECD. (2020). *OECD Policy Responses to Coronavirus (COVID-19). Cities policy responses*.

⁸ UITP. (2020). *Public transport authorities and COVID-19: impact and response to a pandemic*.

⁹ Gkiotsalitis, K., & Cats, O. (2020). Public transport planning adaption under the COVID-19 pandemic crisis: literature review of research needs and directions. *Transport Reviews*, 1-19.

¹⁰ <https://www.nytimes.com/interactive/2021/03/08/climate/nyc-transit-covid.html>

¹¹ <https://eu.usatoday.com/story/news/nation/2020/04/14/public-transportation-users-risk-coronavirus-spreads-across-us/2979779001/>

μετακινήσεων και τη μείωση των επιπέδων απασχόλησης λόγω της υπολειτουργίας κλάδων της οικονομίας¹².

Εναλλακτικοί τρόποι μετακίνησης

Πολλές κυβερνήσεις, μεταξύ των οποίων και η ελληνική¹³ κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου απαγόρευσης κυκλοφορίας στη χώρα (Μάρτιος 2020 - Μάιος 2020), είχαν ζητήσει από τους πολίτες να αποφεύγουν τη χρήση των μέσων μαζικής μεταφοράς και να χρησιμοποιούν αντ' αυτών ιδιωτικά μέσα όπως το αυτοκίνητο ή το ποδήλατο. Αυτό επηρέασε τη συμπεριφορά των πολιτών και το κοινό αίσθημα περί κινδύνου σε δημόσια μέσα μεταφοράς και εν γένει σε δημόσιους χώρους, και οδήγησε σε μείωση των καθημερινών μετακινήσεων με MMM.

Η συνεχόμενη αρνητική δημοσιότητα γύρω από τα MMM δείχνει να μειώνει γενικά την κοινωνική τους σημασία τους στη συλλογική συνείδηση των πολιτών. Δεδομένα από τις Κάτω Χώρες δείχνουν πώς η στάση των πολιτών απέναντι στις δημόσιες μεταφορές επιδεινώθηκε περαιτέρω (μια χώρα όπου οι πολίτες ήταν ήδη ιδιαίτερα αρνητικά διακείμενοι σε σχέση με τη δημόσια συγκοινωνία και πριν από την πανδημία), με λιγότερο από το 10% των ερωτηθέντων να εκφράζουν θετική στάση απέναντι στα MMM¹⁴. Στην Ισπανία, η χρήση των δημόσιων συγκοινωνιών μειώθηκε σημαντικά κατά το Πρώτο Κύμα της πανδημίας και, ενώ μετά τη χαλάρωση των μέτρων το καλοκαίρι του 2020, τα επίπεδα κυκλοφορίας και ποδηλασίας είχαν αυξηθεί, η χρήση λεωφορείων παρέμεινε χαμηλή, κάτι που μπορεί να αποδοθεί στο φόβο για την ασθένεια¹⁵. Αντίστοιχα, άλλες έρευνες¹⁶ δείχνουν μια σημαντική συσχέτιση της κινητικότητας, και κυρίως της κινητικότητας με MMM, με την αυστηρότητα των περιορισμών από πλευράς πολιτείας για την αποφυγή της μετάδοσης του COVID-19.

Πρέπει πάντως να σημειωθεί ότι η τελική επιλογή μεταφορικού μέσου από τον χρήστη θα γίνει λαμβάνοντας υπόψη τις ρεαλιστικές δυνατότητες του. Πρόσφατα δεδομένα από την Αθήνα έδειξαν ότι πολίτες που χρησιμοποιούν ως επί το πλείστον ιδιωτικό αυτοκίνητο είναι 33,6% λιγότερο πιθανό να χρησιμοποιήσουν τις δημόσιες συγκοινωνίες σύντομα. Από την άλλη πλευρά, πολίτες που χρησιμοποιούσαν συχνά λεωφορεία είναι πιο πιθανό να επιστρέψουν

¹² Deloitte (2020). *COVID-19: Tackling public transit's funding gap during the recovery - Short-term fixes and long-term opportunities*.

¹³ Kopsidas, A., Milioti, C., Kepaptsoglou, K., & Vlachogianni, E. I. (2021). How did the COVID-19 pandemic impact traveler behavior toward public transport? The case of Athens, Greece. *Transportation Letters*, 1-9.

¹⁴ de Haas, M., Faber, R., & Hamersma, M. (2020). How COVID-19 and the Dutch 'intelligent lockdown' change activities, work and travel behaviour: Evidence from longitudinal data in the Netherlands. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 6, 100150.

¹⁵ Labonté-LeMoyné, É., Chen, S. L., Coursaris, C. K., Sénécal, S., & Léger, P. M. (2020). The Unintended Consequences of COVID-19 Mitigation Measures on Mass Transit and Car Use. *Sustainability*, 12(23), 9892.

¹⁶ Vannoni, M., McKee, M., Semenza, J. C., Bonell, C., & Stuckler, D. (2020). Using volunteered geographic information to assess mobility in the early phases of the COVID-19 pandemic: a cross-city time series analysis of 41 cities in 22 countries from March 2nd to 26th 2020. *Globalization and health*, 16(1), 1-9.

στις δημόσιες συγκοινωνίες¹⁷. Παρομοίως, οι μαθητές και οι πολίτες με χαμηλό εισόδημα δεν είναι πρόθυμοι να αποφύγουν τη χρήση δημόσιων συγκοινωνιών για μεγάλο χρονικό διάστημα μετά το πέρας της πανδημίας.

Εφαρμογή τηλεργασίας

Η ανάγκη για συνέχιση της οικονομικής δραστηριότητας κατά τη διάρκεια μιας μεγάλης περιόδου κοινωνικής αποστασιοποίησης, σε συνδυασμό με την πρόοδο των τεχνολογικών μέσων που καθιστούν εφικτή την τηλεργασία, έχουν επιταχύνει την υιοθέτηση λύσεων που βοηθούν στην αποφυγή των μεταφορών και μειώνουν τη ζήτηση στα δημόσια μεταφορικά συστήματα. Σύμφωνα με στοιχεία έρευνας της Ευρωπαϊκής Επιτροπής μέχρι το 2019 μόνο το 5,4% των εργαζομένων δούλευε με τηλεργασία ενώ το ποσοστό μετά το ξέσπασμα της πανδημίας εκτοξεύθηκε στο 40%¹⁸. Στην Αττική, νομοθετική ρύθμιση υποχρέωσε σε υποχρεωτική τηλεργασία το 40% των εργαζόμενων του ιδιωτικού τομέα από τις 25 Σεπτεμβρίου 2020, ποσοστό που αυξήθηκε σε 50% στις 3 Νοεμβρίου για να φτάσει στο 60%¹⁹ στις 4 Μαρτίου 2021, μετά από νέα έξαρση της πανδημίας. Παράλληλα, σε πρόσφατα νομοθετήματα συγκροτήθηκε το θεσμικό πλαίσιο των όρων εφαρμογής της τηλεργασίας σε δημόσιο²⁰ και ιδιωτικό τομέα²¹.

Η εκτεταμένη υιοθέτηση τέτοιων λύσεων από μεγάλο μερίδιο επιχειρήσεων κατά τη διάρκεια της κρίσης πιθανότατα θα οδηγήσει σε αύξηση του μεριδίου των εργοδοτών και των εργαζομένων που θα συνεχίσουν να τις χρησιμοποιούν και μετά το πέρας των μέτρων περιορισμού. Σύμφωνα με μια πρόσφατη έρευνα του ΟΟΣΑ, πάνω από το 40% των θέσεων εργασίας στην Αττική μπορούν δυνητικά να μετατραπούν μερικώς ή ολικώς σε θέσεις τηλεργασίας, ενώ η υπεροχή του κλάδου των υπηρεσιών στην ελληνική οικονομία φέρνει τη χώρα πάνω από το μέσο όρο στους αντίστοιχους δείκτες (Διάγραμμα 2). Μια πρόσφατη δημοσκόπηση στο Βέλγιο έδειξε δε ότι έως και το 90% των εργαζομένων θα ήθελαν να συνεχίσουν την τηλεργασία ακόμα και μετά την άρση των περιορισμών μετακινήσεων.

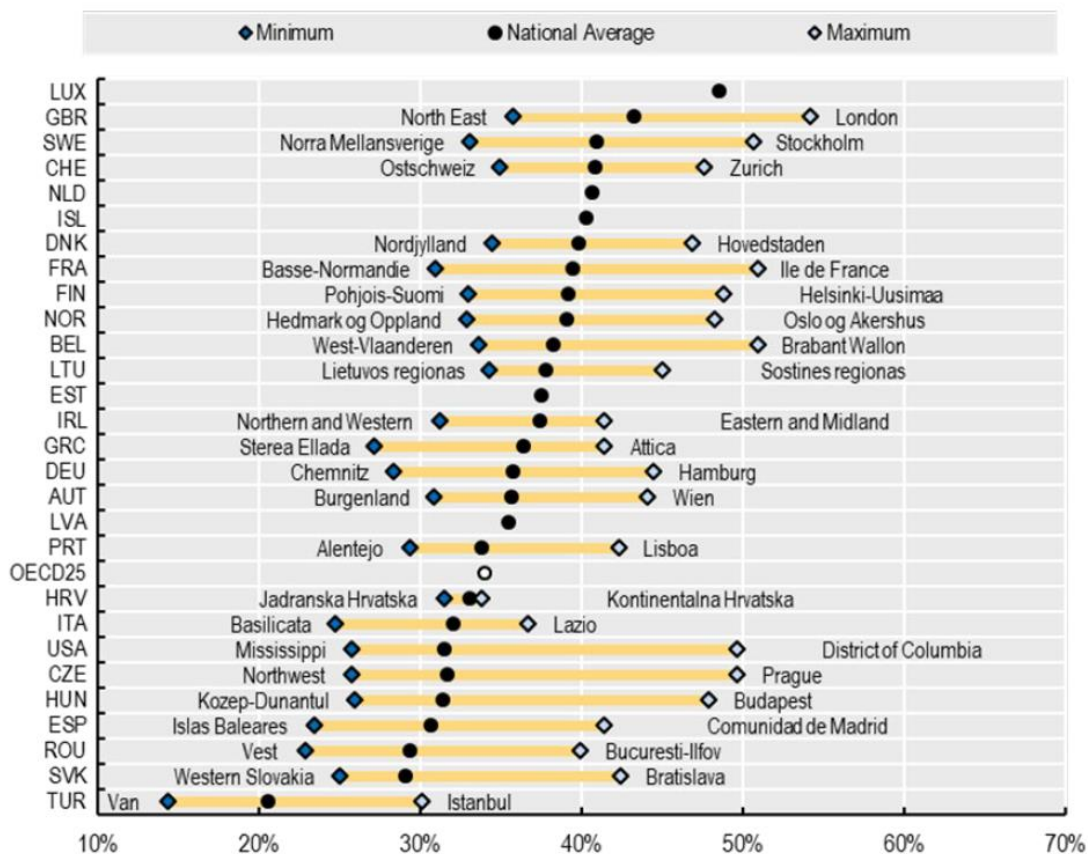
¹⁷ Kopsidas, A., Milioti, C., Kepaptsoglou, K., & Vlachogianni, E. I. (2021). How did the COVID-19 pandemic impact traveler behavior toward public transport? The case of Athens, Greece. *Transportation Letters*, 1-9.

¹⁸ <https://www.kathimerini.gr/economy/561208138/posoi-pragmatika-einai-se-tilergasia-stin-ellada/>

¹⁹ <https://www.naftemporiki.gr/finance/story/1699445/auksanetai-sto-60-to-pososto-tis-upoxreotikis-tilergasias>

²⁰ <https://www.ypes.gr/ypes-m-voridis-thesmothetoyme-tin-tilergasia-diasfalizontas-tin-poiotita-ton-parechomenon-ypiresion-pros-toys-ellines-polites/>

²¹ <https://www.in.gr/2021/03/20/economy/oikonomikes-eidiseis/orario-la-kart-kai-plaisio-gia-tin-tilergasia/>



Διάγραμμα 2: Ποσοστό εργασίας που μπορεί να γίνει από απόσταση (Πηγή: OECD²².)

Ελαχιστοποίηση των μη απαραίτητων μετακινήσεων

Η ζήτηση για υπηρεσίες μεταφοράς και κινητικότητας θα αρχίσει να επανέρχεται μόλις καταργηθούν τα μέτρα περιορισμού και η οικονομική και κοινωνική δραστηριότητα σταδιακά ανακάμψει. Παρ' όλα αυτά, σύμφωνα με προβλέψεις της Ευρωπαϊκής Επιτροπής, η οποία σαφώς εικόνα των πλήρων επιπτώσεων, πιθανότατα, δεν θα είναι δυνατή πριν από το τέλος του 2021 και οι επιπτώσεις θα εξακολουθήσουν πιθανώς να είναι ορατές για τουλάχιστον 3 χρόνια μετά την κρίση²³.

Μείωση των επιπέδων απασχόλησης

Σε έρευνα για την απασχολησιμότητα, σχεδόν 8 στους 10 ερωτώμενους ανέφεραν ότι η αναζήτηση εργασίας κατά τη διάρκεια της πανδημίας ήταν δυσκολότερη σε σχέση με την περίοδο που προηγήθηκε²⁴. Σύμφωνα με την American Public Transit Association, το 2022 και

²² OECD calculations based on European Labour Force Survey, American Community Survey, Turkish Household Labour Force Survey and Occupational Information Network data (accessed in April 2020)

²³ European Commission (2020). *Future of Transport: Update on the economic impacts of COVID-19*. Ref. Ares (2020)2637972

²⁴ <https://www.adecco.gr/employability-2020/>

το 2023, οι επιβάτες στα αμερικανικά συστήματα μεταφορών τα οποία επιβλέπει αναμένεται να παραμείνουν σε χαμηλότερα επίπεδα από το 2019 λόγω της συνεχιζόμενης ανεργίας και της αυξημένης απομακρυσμένης εργασίας²⁵.

2.2 Μέτρα αντιμετώπισης επιπτώσεων πανδημίας COVID-19 στην επιβατική κίνηση

Κατά τη διάρκεια της πανδημίας ο ΟΑΣΑ προέβη σε μια σειρά από μέτρα με στόχο την ενημέρωση του επιβατικού κοινού, την ενίσχυση της ασφάλειας και της υγείας των εργαζομένων και του επιβατικού κοινού και την ενίσχυση του παραγόμενου έργου, ανακοινώνοντας από την αρχή εντατικά μέτρα περιορισμού εξάπλωσης του ιού.

Τα μέτρα περιλάμβαναν καθημερινή εκτεταμένη απολύμανση οχημάτων και συρμών, καθαρισμό - απολύμανση οχημάτων και συρμών αλλά και των σταθμών των μέσων σταθερής τροχιάς (Μετρό, Τραμ, Ηλεκτρικός) με ιδιαίτερη προσοχή στα σημεία με τα οποία έρχονται σε επαφή οι επιβάτες. Ως προς την προστασία των εργαζομένων στα μέσα μαζικής μεταφοράς, ο ΟΑΣΑ προχώρησε στην προμήθεια αντισηπτικών ενώ σε όλες τις οθόνες των αστικών συγκοινωνιών (σε σταθμούς μετρό, στάσεις τηλεματικής, συρμούς μετρό, κτλ.) επαναλαμβάνονται συνεχώς ενημερωτικά μηνύματα που υπενθυμίζουν τις οδηγίες προστασίας και προσωπικής υγιεινής, που πρέπει όλοι να τηρούν ως μέτρο προστασίας κατά της εξάπλωσης του κορονοϊού. Για την απρόσκοπτη εξυπηρέτηση του επιβατικού κοινού και την αποφυγή διαταραχών εξαιτίας των αδειών ειδικού σκοπού που λαμβάνουν οι εργαζόμενοι οδηγοί, βάσει της σχετικής πράξης νομοθετικού περιεχομένου, από τον Μάρτιο του 2020 ο ΟΑΣΑ εφάρμοσε ειδικό πρόγραμμα δρομολογίων στα συγκοινωνιακά μέσα του Οργανισμού. Ειδικότερα, κατά τις περιόδους αιχμής από έναρξη βάρδιας έως τις 10.00, και από τις 15.00 έως τις 18.00, τα δρομολόγια διεξάγονταν κανονικά, βάσει του ειδικού προγράμματος που έχει τεθεί σε εφαρμογή από τις 16 Μαρτίου. Για τις υπόλοιπες περιόδους, από 10.00 έως 15.00 και από 18.00 έως το τέλος της βάρδιας, θα ισχύσει από 24/3/2020 νέο τροποποιημένο πρόγραμμα προσαρμοσμένο στη νέα ζήτηση, με δρομολόγια μειωμένα έως 50%. Τον Μάιο του 2020 ο ΟΑΣΑ ανακοίνωσε τις παρακάτω αλλαγές:

- Σημαντική ενίσχυση των δρομολογίων, με γνώμονα την απρόσκοπτη και ασφαλή μετακίνηση των επιβατών.
- Υποχρεωτική η χρήση μάσκας, ελεγχόμενη είσοδος σε συρμούς και οχήματα.
- Απολυμάνσεις συρμών, οχημάτων και σταθμών
- Μεταφορά κέντρου εξυπηρέτησης επιβατικού κοινού

Ακόμα, ο ΟΑΣΑ καλούσε το επιβατικό κοινό να τηρεί τις αναγκαίες αποστάσεις, ώστε να μην παρουσιάζονται φαινόμενα συνωστισμού να φορτίζει τις προσωποποιημένες κάρτες ATH.ENA card μέσω κινητού με την τεχνολογία NFC ή υπολογιστή. Στις περιπτώσεις που το επιβατικό κοινό εξυπηρετείται σε αυτόματα μηχανήματα ή εκδοτήρια, η σύσταση ήταν να προτιμάται η χρήση χρεωστικών / πιστωτικών καρτών. Ακόμα, απαγορεύτηκε η χρήση των ανελκυστήρων, με εξαίρεση τα άτομα με σοβαρά κινητικά προβλήματα. Τέλος, σε

²⁵ American Public Transit Association. (2020). *The impact of the COVID-19 pandemic on public transit funding needs in the US*.

λεωφορεία και τρόλεϊ παρατάθηκε το μέτρο της απαγόρευσης εισόδου από την μπροστινή θύρα. Επιπλέον, από την 1η Ιουνίου 2020 ενεργοποιήθηκε η διαδικασία αποζημίωσης με τη μορφή χρονικής επέκτασης σε όλους τους κατόχους προσωποποιημένων καρτών ΑΤΗ.ΕΝΑ Card, οι οποίοι προπλήρωσαν αλλά δεν εξάντλησαν την αξία των ενεργοποιημένων καρτών τους, λόγω των περιορισμών που τέθηκαν στις μετακινήσεις των πολιτών από τις 11 Μαρτίου έως τις 4 Μαΐου, καθώς επίσης και πρόσθετης έκπτωσης 10%, πάλι με τη μορφή χρονικής επέκτασης. Από τον Οκτώβριο του 2020, ο ΟΑΣΑ ξεκίνησε σταδιακά μια συνεργασία με τα ΚΤΕΛ Αττικής, που εντάσσεται στον ευρύτερο σχεδιασμό για την άμεση ενίσχυση των αστικών συγκοινωνιών της Αθήνας και τη βελτίωση του επιπέδου εξυπηρέτησης του επιβατικού κοινού, εξυπηρετώντας σκοπούς δημοσίου συμφέροντος για την αντιμετώπιση των συνεπειών της πανδημίας του κορωνοϊού COVID – 19.

Τα μέτρα αυτά έχουν σημαντική επίπτωση στην εξέλιξη των μετακινήσεων με ΜΜΜ. Είναι προφανές ότι απαιτείται η ανάπτυξη μοντέλων που θα προβλέπουν την εξέλιξη των μετακινήσεων με ΜΜΜ υπό την επιρροή μέτρων για την διαχείριση πανδημικών συμβάντων.

1.2 Σκοπός διπλωματικής εργασίας

Στο πλαίσιο της αντιμετώπισης της πανδημίας της Νόσου COVID-19, οι οργανισμοί αστικών συγκοινωνιών καλούνται να ανταποκριθούν με αποτελεσματικότητα και ασφάλεια, αφενός στην απαίτηση ασφαλούς και ακώλυτης μετακίνησης του επιβατικού κοινού και αφετέρου στην αδήριτη ανάγκη προστασίας της δημόσιας υγείας. Ο τρόπος για τη σύζευξη των εν λόγω απαιτήσεων και αναγκών είναι η ανάληψη διαφόρων δράσεων, μεταξύ των οποίων και η αύξηση της συχνότητας των δρομολογίων των αστικών συγκοινωνιών, ώστε να αποφεύγεται ο συνωστισμός και να ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι επιβατικές ανάγκες μετακίνησης.

Στόχος, λοιπόν, της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να εξηγηθούν ως έναν βαθμό οι επιπτώσεις της πανδημίας στις δημόσιες συγκοινωνίες όσων αφορά τις μετακινήσεις με δίκτυα ΟΣΥ, για την πόλη της Αθήνας, από τον Ιανουάριο του 2020 έως και τον Ιούλιο του 2022. Για την εργασία αυτή αντλήθηκαν δεδομένα από την εφαρμογή gov.gr και από το εργαλείο Government Response Tracker (OxCGRT) του πανεπιστημίου της Οξφόρδης. Αναπτύχθηκαν μοντέλα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης και μοντέλα χρονοσειρών.

1.3 Διάρθρωση διπλωματικής εργασίας

Για την καλύτερη κατανόηση της διπλωματικής εργασίας από τον αναγνώστη, κρίθηκε θεμιτό να παρουσιαστεί με συνοπτικό τρόπο, η δομή της και η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε.

Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή. Σε αυτό εμπεριέχονται: μια γενική ανασκόπηση του αντικειμένου έρευνας της εργασίας, ο στόχος της και τα μέσα που

χρησιμοποιήθηκαν. Το κεφάλαιο κλείνει με τούτη την σύντομη παρουσίαση της δομής της.

Το δεύτερο κεφάλαιο έχει χαρακτήρα βιβλιογραφικής επισκόπησης. Περιλαμβάνει το επιστημονικό υπόβαθρο του αντικειμένου της εργασίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύεται ενδελεχώς η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη συλλογή δεδομένων, ενώ στη συνέχεια εξηγείται η πορεία της ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε. Αναλύονται λεπτομερώς οι μέθοδοι της γραμμικής παλινδρόμησης και η μέθοδος των χρονοσειρών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, που αποτελεί ένα από τα κεντρικά κομμάτια της εργασίας, περιγράφεται αναλυτικά το πείραμα της διπλωματικής, αναλύονται οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν και στο τέλος αναλύονται και αξιολογούνται τα αποτελέσματα του μοντέλου.

Το πέμπτο κεφάλαιο περιλαμβάνει τα τελικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τις αναλύσεις των παραπάνω κεφαλαίων. Συνάμα, γίνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα γύρω από σχετικά ζητήματα.

2. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

2.1 Επιπτώσεις πανδημίας COVID-19 στην επιβατική κίνηση

Οι Jenelius και Cebecauer (2020) πραγματοποίησαν μία έρευνα με σκοπό την ανάλυση των επιπτώσεων της πανδημίας COVID-19 στην επιβατική κίνηση των μέσων μαζικής μεταφοράς, χρησιμοποιώντας δεδομένα από τις τρεις μεγαλύτερες περιφερειακές αρχές δημοσίων μεταφορών της Σουηδίας: Stockholm, Västra Götaland και Skåne. Αρχικά, για την περίπτωση της Στοκχόλμης, χρησιμοποιήθηκε μία βάση δεδομένων που περιείχε το σύνολο των επικυρώσεων μεμονωμένων εισιτηρίων, όπως προέκυψαν από το ψηφιακό σύστημα εισιτηρίων SL Access. Σύμφωνα με το σύστημα αυτό, σε κάθε επικυρωμένο εισιτήριο αντιστοιχούσε ένας μοναδικός αριθμός ταυτότητας και τα εισιτήρια ομαδοποιούνταν σε τέσσερις κατηγορίες: i) μεγάλης διάρκειας (30 ημέρες και άνω), ii) μικρής διάρκειας (1-7 ημέρες), iii) μονά εισιτήρια και iv) ειδικά εισιτήρια και εισιτήρια νέων και φοιτητών. Χρησιμοποιώντας τον αριθμό ταυτότητας μετρήθηκε το σύνολο των ενεργών καρτών κάθε ημέρας, για τις περιόδους: Φεβρουάριος 2019- Μάιος 2019 και Φεβρουάριος 2020- Μάιος 2020 και υπολογίστηκε η αναλογία μεταξύ ημερήσιου αριθμού επιβατών του 2020 και του αντίστοιχου αριθμού επιβατών του 2019. Για την περίπτωση της Västra Götaland τα δεδομένα προέρχονταν από την υπηρεσία Västtrafik, για όλη τη διάρκεια της πανδημίας και αφορούσαν τον ημερήσιο αριθμό επιβιβάσεων σε μέσα μαζικής μεταφοράς με βάση τους αυτόματους αισθητήρες καταμέτρησης επιβατών (APC) καθώς και τις ημερήσιες πωλήσεις εισιτηρίων ανά κατηγορία. Όσον αφορά τα δεδομένα για την περιοχή Skåne, αυτά περιείχαν τον ημερήσιο αριθμό επικυρώσεων εισιτηρίων για λεωφορεία, για διαφορετικούς τύπους εισιτηρίων την περίοδο από 1^η Φεβρουαρίου 2020- 31 Μαΐου 2020. Αναλύοντας τα δεδομένα που συλλέχτηκαν και από τις τρεις περιοχές προέκυψαν τα εξής: i) σε όλες τις περιοχές η επιβατική κίνηση άρχισε να περιορίζεται ,με διαφορετικό ρυθμό, στις αρχές Μαρτίου (με τη δραματική πτώση να εντοπίζεται στις 10 Μαρτίου) όπου στη Στοκχόλμη και το Skåne αυτή υπολογίστηκε γύρω στο 60% ενώ στη Västra Götaland γύρω στο 40%, ii) η μείωση της επιβατικής κίνησης προήλθε κυρίως από τη μείωση του αριθμού των ενεργών ταξιδιωτών στα μέσα μαζικής μεταφοράς, ενώ ο μέσος ημερήσιος αριθμός ταξιδιών των επιβατών παρέμεινε σχετικά σταθερός , iii) τρόποι μεταφοράς όπως το ποδήλατο και το περπάτημα σημείωσαν μία πτώση στην αρχή αλλά έπειτα επανήλθαν σε προηγούμενα επίπεδα, iv) μικρότερη μείωση παρατηρήθηκε σε τρένα προαστιακού σε σχέση με αυτά του μετρό, γεγονός που μπορεί να οφείλεται στις περιορισμένες επιλογές μετακίνησης για μακρινές αποστάσεις, v) το μεγαλύτερο μέρος της μείωσης της επιβατικής κίνησης προερχόταν από τους λιγότερους επιβάτες, οι οποίοι μειώθηκαν περίπου 60%, vi) όσον αφορά τους τύπους εισιτηρίων, οι επιβάτες άλλαξαν από εισιτήρια 30 ημερών σε μεμονωμένα εισιτήρια ενώ η χρήση και οι πωλήσεις εισιτηρίων μικρής διάρκειας, που χρησιμοποιούνται κυρίως από τουρίστες και άλλους βραχυπρόθεσμους επισκέπτες, μειώθηκαν σχεδόν στο μηδέν, vii) μεγάλη μείωση (60%) παρατηρήθηκε και στα ειδικά εισιτήρια. Ωστόσο, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως απαιτείται περαιτέρω ανάλυση προκειμένου να εκτιμηθεί αν οι διαφορές που προέκυψαν μπορούν να αποδοθούν σε δημογραφικές διαφορές των επιβατών ενώ , όπως σημειώνουν, είναι

απαραίτητη η ανάπτυξη των πολιτικών, των υποδομών, της τεχνολογίας, του σχεδιασμού υπηρεσιών και του ελέγχου σε πραγματικό χρόνο προκειμένου να ανοικοδομηθεί η επιβατική κίνηση των μέσων μαζικής μεταφοράς.

Οι Tiikka ja και Viri (2020) διερεύνησαν τις αλλαγές στην επιβατική κίνηση των μέσων μαζικής μεταφοράς, τις συχνότητες και τα μέσα ποσοστά πλήρωσης κατά τη διάρκεια της πανδημίας τον Μάιο του 2020 σε σχέση με τις κανονικές συνθήκες τον Ιανουάριο του 2020. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στην πόλη Τάμπερε της Φινλανδίας, χρησιμοποιώντας δεδομένα από τις περιφερειακές συγκοινωνίες της περιοχής, για δημόσιες συγκοινωνίες προς το κέντρο της. Αρχικά, τα δεδομένα που συλλέχθηκαν αφορούσαν: i) τις γραμμές, τα δρομολόγια και τα χρονοδιαγράμματα των μέσων για τον Ιανουάριο και τον Μάιο του 2020 και ii) στατιστικά δεδομένα επιβατών για τις εβδομάδες 13-19 Ιανουαρίου και 25-31 Μαΐου που περιείχαν ωριαίες καταμετρήσεις επιβατών ανά γραμμή και στάση αναχώρησης. Τα πρώτα χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογιστεί ο αριθμός των αναχωρήσεων μιας τυπικής Τρίτης, σε κάθε στάση λεωφορείου, την 14^η Ιανουαρίου και την 26^η Μαΐου 2020, μεταξύ 6-10 πμ. Αντίστοιχα, με βάση τα στατιστικά δεδομένα επιβατών, από Τρίτη σε Τρίτη, υπολογίστηκε ο μέσος αριθμός επιβατών ανά γραμμή και στάση αναχώρησης. Για την επεξεργασία των δεδομένων, ορίστηκαν οι στάσεις των λεωφορείων, περιορίζοντας την περιοχή και χρησιμοποιώντας συντεταγμένες για την ανάλυση της προσβασιμότητας στο κέντρο της πόλης. Επίσης, επιλέχθηκαν λεωφορειακές γραμμές που κατευθύνονταν προς τις στάσεις λεωφορείων του κέντρου της πόλης. Έτσι, δημιουργήθηκε ένα δίκτυο δημόσιων συγκοινωνιών, με τις γραμμές, τα δρομολόγια και τα χρονοδιάγραμμα των μέσων καθώς επίσης και μία εικόνα του δικτύου δημοσίων συγκοινωνιών για τις δύο περιόδους (Ιανουάριος 2020 και Μάιος 2020), τα οποία και αναλύθηκαν. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν αφορούσαν τρεις δείκτες: i) επιβατική κίνηση (PT ridership) : σε πολλές περιοχές, η μείωση της επιβατικής κίνησης ήταν δραματική, κυρίως στο κέντρο της πόλης, ii) συχνότητα (PT frequency): στις περισσότερες περιοχές οι συχνότητες των μέσων ήταν 75% μεγαλύτερες τον Μάιο , iii) μέσα ποσοστά πλήρωσης (average PT fill rates): όσο μικρότερη ήταν η αναλογία (επιβάτες/ συχνότητα), τόσο λιγότεροι επιβάτες υπήρχαν τον Μάιο σε σχέση με το Ιανουάριο (μείωση 75%). Με βάση τα αποτελέσματα, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως οι συχνότητες των δρομολογίων κατάφεραν να διατηρηθούν σε ένα ικανοποιητικό επίπεδο, εξυπηρετώντας μικρότερο αριθμό επιβατών. Ωστόσο, υπήρχαν και περιοχές όπου οι συχνότητες δεν προσαρμόστηκαν σε όλα τα δρομολόγια λεωφορείων, γεγονός που υποδηλώνει πως τα ποσοστά πλήρωσης και ο αριθμός επιβατών θα πρέπει να αναλυθούν προσεκτικά σε πραγματικό χρόνο.

Οι Labonté- et al. (2020) ασχολήθηκαν προσδιορισμό των επιπτώσεων των μέτρων περιορισμού της διασποράς της νόσου COVID-19, στις δημόσιες συγκοινωνίες και τη χρήση του αυτοκινήτου. Τα αποτελέσματα βασίστηκαν σε έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε έξι μεγάλες περιοχές του Καναδά (Vancouver, Calgary, Toronto, Ottawa, Montreal, Halifax), με τη συμμετοχή 1968 Καναδών, μεταξύ 1^{ης} και 10^{ης} Μαΐου 2020. Χρησιμοποιήθηκε δειγματοληψία ποσοστρώσεων για να ληφθεί συγκρίσιμος αριθμός ερωτηθέντων ανά περιοχή. Οι ερωτηθέντες έπρεπε να υποδεικνύουν τη συχνότητα χρήσης τους για οκτώ διαφορετικούς τρόπους μεταφοράς (δηλαδή, μετρό, λεωφορείο, προαστιακός

τρένο, ταξί , ιδιωτικό αυτοκίνητο, ποδήλατο, μοτοσικλέτα και συνεπιβατισμός). Στη συνέχεια, ρωτήθηκαν αν οι συνήθειες μετακίνησης τους θα άλλαζαν για κάθε μεταφορά, μετά την άρση των μέτρων παραμονής στο σπίτι. Τους παρουσιάστηκε μια λίστα με ορισμούς επτά μέτρων περιορισμού της μετάδοσης του COVID-19, ρωτήθηκαν σε ποιο βαθμό κάθε μέτρο θα επηρέαζε τη δική τους χρήση, με την άρση των μέτρων περιορισμού και πώς θα μπορούσαν να επηρεάσουν τους κινδύνους που θα προέκυπταν από ένα μέσο μεταφοράς που χρησιμοποιούσαν συχνά. Στην αρχή της έρευνας, οι ερωτηθέντες έπρεπε να υποδείξουν τη συχνότητα χρήσης τους (που κυμαινόταν από Ποτέ (1) έως Καθημερινά (7)) για τους οκτώ διαφορετικούς τρόπους μεταφοράς. Στη συνέχεια, ρωτήθηκαν εάν οι συνήθειες μετακίνησης τους θα άλλαζαν ως προς τη συχνότητα (από μεγάλη μείωση (-3) σε μεγάλη αύξηση (+3)) για κάθε τρόπο μεταφοράς μετά τη διαμονή τους στο σπίτι ενώ τους παρουσιάστηκε κατάλογος επτά μέτρων μετριασμού και οι ορισμοί αυτών. Έπειτα ρωτήθηκαν σε ποιο βαθμό κάθε μέτρο θα επηρέαζε τη χρήση τους, μετά την κατάργηση (που κυμαίνονται από μείωση 100% έως αύξηση 100%) για κάθε τύπο μεταφοράς. Τέλος, ερωτήθηκαν σε ποιο βαθμό κάθε μέτρο μετριασμού θα επηρέαζε τους αντιληπτούς κινδύνους (δηλαδή, ασφάλεια υγείας, ηρεμία, τιμή , διάρκεια ταξιδιού , ο τρόπος με τον οποίο οι άνθρωποι σκέφτονται γι 'αυτούς και εμπειρία ως χρήστη) για τον ίδιο τρόπο μεταφοράς. Η στατιστική ανάλυση πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας το λογισμικό SAS και όλα τα μοντέλα ελέγχονταν με βάση τις εξής μεταβλητές: ηλικία, φύλο, εκπαίδευση, πόλη, γλωσσικό επίπεδο, οικογενειακό εισόδημα, πρόσβαση σε αυτοκίνητο. Η μεταβλητή απόκρισης, δηλαδή η αλλαγή στη χρήση των μέσων μεταφοράς μετά την παραμονή στο σπίτι ήταν διακριτή, με τιμές: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 και για την ανάλυση της χρησιμοποιήθηκε ο μέσος όρος ελαχίστων τετραγώνων. Τα αποτελέσματα της γραμμικής ανάλυσης έδειξαν τα εξής: i) με την κατάργηση των περιοριστικών μέτρων, οι Καναδοί σκόπευαν να χρησιμοποιήσουν τα αυτοκίνητα τους πολύ περισσότερο από τον Φεβρουάριο του 2020, μειώνοντας σημαντικά τη χρήση μέσων μαζικής μεταφοράς, ii) από τους αντιληπτούς κινδύνους η ασφάλεια υγείας, η ηρεμία και η ταξιδιωτική εμπειρία ήταν εκείνοι που επηρέασαν περισσότερο την απροθυμία τους για χρήση των μέσων μεταφοράς, iii) από τα μέτρα περιορισμού της νόσου COVID-19, οι πρακτικές καθαρισμού, η διατήρηση φυσικής απόστασης και η υποχρεωτική χρήση μάσκας ήταν εκείνα που θα επηρέασαν περισσότερο τους επιβάτες να χρησιμοποιήσουν μέσα μεταφοράς. Κλείνοντας, για την επιστροφή της χρήσης των μέσων μεταφοράς σε επίπεδα προ πανδημίας, οι μελετητές σημείωσαν πως χρειάζεται να αποκατασταθεί η εμπιστοσύνη των χρηστών ως προς την ασφάλεια των μέσων.

Το 2020 πραγματοποιήθηκε μία έρευνα από τους Aloï et al. με σκοπό τον προσδιορισμό των επιπτώσεων στην αστική κινητικότητα που είχαν τα μέτρα περιορισμού, τα οποία εφαρμόστηκαν κατά την περίοδο της καραντίνας στην πόλη Σανταντερ της Ισπανίας. Η συλλογή των δεδομένων έγινε χρησιμοποιώντας μετρητές κίνησης, δημόσια μέσα μεταφοράς ITS και εγγραφές από κάμερες ελέγχου κυκλοφορίας και περιβαλλοντικούς αισθητήρες. Αρχικά, η ανάλυση ξεκίνησε με τη γενική μηχανοκίνητη κυκλοφορία στην πόλη, που παρουσίασε αισθητή πτώση, από 64% με την επιβολή της καραντίνας, στο 78% τρεις εβδομάδες μετά. Για να ληφθεί ένα συνολικό αποτέλεσμα, υπολογίστηκε το διάγραμμα NMFD (Network Macroscopic Fundamental Diagram) για όλες τις Δευτέρες του Μαρτίου

(02/03 και 09/03 ήταν οι κανονικές ημέρες, 16/03 και 23/03 ήταν η πρώτη εφαρμογή της καραντίνας, 30/03 η δεύτερη περίοδος της καραντίνας). Τα δεδομένα συγκεντρώθηκαν σε περιόδους 5 λεπτών. Παρατηρήθηκε, πως στις κανονικές ημέρες, υπήρχε πρακτικά ίδια συμπεριφορά, με μέσες μέγιστες εντάσεις περίπου 600 veh/h ενώ η ροή και η πληρότητα μειώθηκαν δραστικά κατά τη διάρκεια της καραντίνας, με μεγαλύτερη μείωση (πάνω από 65%) στις 30 Μαρτίου. Επίσης, κατά τη διάρκεια του περιορισμού, η πρωινή κινητικότητα ήταν μεγαλύτερη από την απογευματινή, όπου η απογευματινή ώρα αιχμής είχε σχεδόν εξαφανιστεί και η πρωινή ώρα αιχμής κορυφώθηκε μετά την αυστηροποίηση των περιορισμών, καθώς λιγότερα άτομα επιτρεπόταν να ταξιδέψουν για λόγους εργασίας.

Επιπλέον, αύξηση της μέσης ροής παρατηρήθηκε και κατά τη διάρκεια της νυχτερινής περιόδου (μεταξύ 1:00 π.μ. και 5:00 π.μ.). Η πτώση της κινητικότητας ήταν πολύ πιο απότομη για το σύστημα δημόσιων συγκοινωνιών της πόλης με μέσο όρο πάνω από 90% και με μεγαλύτερη τη μείωση των χρηστών την απογευματινή περίοδο (35%). Από τις γραμμές των λεωφορείων, εκείνες που εξυπηρετούσαν την πανεπιστημιούπολη παρουσίασαν μείωση 92% ενώ εκείνες που εξυπηρετούσαν την περιφέρεια μειώθηκαν κατά 88%. Λόγω του είδους των περιορισμών που επιβλήθηκαν, πραγματοποιήθηκαν λιγότερα ταξίδια με τα μέσα μαζικής μεταφοράς για λόγους εργασίας, ενώ αυξήθηκε η χρήση του ιδιωτικού αυτοκινήτου. Το ίδιο συνέβη και με την κινητικότητα των πεζών, κατά την πρωινή ώρα αιχμής, η οποία μειώθηκε, σε μικρότερο βαθμό ωστόσο από αυτή στις δημόσιες συγκοινωνίες. Χρησιμοποιώντας 9 εγγραφές κάμερας, οι ερευνητές συσχέτισαν τις ροές πεζών και ποδηλάτων με τα υπάρχουσες, από το μοντέλο που είχε βαθμονομήσει το Πανεπιστήμιο της Κανταβρίας για την πόλη, που προέκυψε από την τελευταία έρευνα προέλευσης-προορισμού (O-D), ενημερωμένη με μη αυτόματες μετρήσεις έως το 2018. Η ίδια συσχέτιση εφαρμόστηκε χρησιμοποιώντας τις νέες ροές που προέκυψαν από τις εικόνες που τραβήχτηκαν κατά την περίοδο της καραντίνας. Η προκύπτουσα μείωση συνέπεσε με αυτή που παρατηρήθηκε για τη γενική κυκλοφορία και τις δημόσιες συγκοινωνίες: οι πρωινές και βραδινές αιχμές εξαφανίστηκαν δραστικά με την εμφάνιση μιας περιόδου αιχμής μεσημεριανού, μεταξύ 11:00 και 13:00, όταν πολλοί άνθρωποι έφευγαν από τα σπίτια τους για να κάνουν τα βασικά ψώνια τους. Η κινητικότητα κατά τη διάρκεια της απογευματινής περιόδου έπεσε κατά περίπου 55% σε σύγκριση με την πρωινή, όπου για μια κανονική μέρα η πτώση ήταν ελαφρώς χαμηλότερη από ότι για τα μηχανοκίνητα οχήματα (περίπου 70%). Όλες οι ενημερωμένες πληροφορίες εισήχθησαν στο μοντέλο κινητικότητας της πόλης, οι πίνακες O-D επανεκτιμήθηκαν και τα δεδομένα επεκτάθηκαν για να συμπεριλάβουν τη νυχτερινή ώρα. Παρατηρήθηκε έτσι η νέα κατανομή στους τρόπους μεταφοράς: η χρήση ιδιωτικού αυτοκινήτου αυξήθηκε από 48% σε 77%, η χρήση των μέσων μαζικής μεταφοράς μειώθηκε από 8% σε 2% ενώ η μετακίνηση με τα πόδια μειώθηκε από 42% σε 19%. Υπολογίστηκε ότι η συνολική κινητικότητα μειώθηκε κατά 76%, με διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια της ημέρας, φθάνοντας έως και 85% σε συγκεκριμένες ώρες. Οι μετακινήσεις με λεωφορείο μειώθηκαν κατά 93%. Αποτέλεσμα της μείωσης της κινητικότητας ήταν και η μείωση όσον αφορά στις εκπομπές NO₂ (μείωση άνω του 50-60%). Τέλος, αναλύοντας και στοιχεία που αφορούσαν τα ατυχήματα, προέκυψε μείωση περίπου 67%. Κλείνοντας, οι μελετητές αναφέρουν πως αποτελεί επιτακτική ανάγκη η εφαρμογή μέτρων για την επαναφορά τις κινητικότητας στα επίπεδα περιόδων

πριν την έναρξη της πανδημίας, καθώς υπάρχει σημαντικός κίνδυνος μείωσης της βιωσιμότητας αυτής, στις αστικές περιοχές.

Ο De Vos J. (2020) πραγματοποίησε μία έρευνα με σκοπό να προσδιορίσει τις επιπτώσεις της κοινωνικής αποστασιοποίησης στις καθημερινές μεταφορές και στη συμπεριφορά των επιβατών, ως αναγκαίο μέτρο για τον περιορισμό της εξάπλωσης της νόσου COVID-19. Αρχικά, προσδιορίστηκαν οι αλλαγές στη συμπεριφορά των επιβατών. Λόγω των μέτρων που εφαρμόστηκαν σε πολλές χώρες, όπως τηλεργασία, περιορισμός εκδηλώσεων, μαθήματα από το σπίτι, περιορίστηκαν σημαντικά οι καθημερινές μετακινήσεις. Ακόμη και για αυτές που ήταν απαραίτητες, οι επιβάτες απέφευγαν τη χρήση των μέσων μαζικής μεταφοράς, ειδικά τις ώρες αιχμής και συνωστισμού, αφού θεωρήθηκαν πρόσφορα μέσα για τη μετάδοση της νόσου. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα, την αύξηση της χρήσης ιδιωτικών μέσων μεταφοράς, όπως το αυτοκίνητο, το ποδήλατο και σε μερικές περιπτώσεις και το περπάτημα. Στη συνέχεια, προσδιορίστηκαν οι επιπτώσεις στην ψυχική και σωματική υγεία λόγω της αλλαγής συμπεριφοράς στις μεταφορές. Ο περιορισμός των κοινωνικών επαφών επηρέασε σε μεγάλο βαθμό την ευημερία των ανθρώπων μειώνοντας τα επίπεδα κοινωνικής αλληλεπίδρασης και αυτό-ανάπτυξης και αυξάνονται τα επίπεδα άγχους, πλήξης και κατάθλιψης ενώ δεδομένου του περιορισμού των μεταφορών, οι άνθρωποι συχνά μετακινούνταν χωρίς προορισμό. Ωστόσο, η αύξηση της χρήσης των εναλλακτικών μέσων μεταφοράς, όπως του περπατήματος, του ποδηλάτου κλπ συνετέλεσε στη διατήρηση ενός ορισμένου υποκειμενικού επιπέδου ευημερίας με θετικές επιπτώσεις και στην υγεία των ανθρώπων. Επιπλέον, η μειωμένη ζήτηση για μεταφορές είχε σαν αποτέλεσμα και των περιορισμό των ατυχημάτων ενώ με τις μειωμένες εκπομπές ρύπων, ελαττώθηκε και η ατμοσφαιρική ρύπανση, ειδικά στις μεγάλες πόλεις. Κλείνοντας, μπορεί η απαιτούμενη κοινωνική αποστασιοποίηση να αποτέλεσε λόγο για περιορισμό των μετακινήσεων και ως εκ τούτου των περιορισμό και των κοινωνικών επαφών, συνετέλεσε ωστόσο θετικά στη διατήρηση ενός επιπέδου ευημερίας και ευεξίας για όσους επέλεξαν εναλλακτικούς τρόπους μετακίνησης. Ωστόσο, προκειμένου τα μέσα μαζικής μεταφοράς να παραμείνουν ελκυστικά, θα πρέπει οι αρμόδιοι φορείς να βρουν τρόπους κάνοντας τα περισσότερα ασφαλή σε περιόδους κοινωνικής αποστασιοποίησης.

2.3 Συμπεράσματα Βιβλιογραφίας

Η παγκόσμια κρίση που προέκυψε ως αποτέλεσμα της πανδημίας COVID-19 σε όλο τον κόσμο θεωρήθηκε αρκετά ισχυρή, ώστε να τροποποιήσει σε μεγάλο βαθμό την καθημερινότητα των ανθρώπων. Παρόλο που η κινητικότητα μειώθηκε, λόγω της εφαρμογής περιοριστικών μέτρων, σε όλες τις περιοχές του κόσμου, οι δημόσιες συγκοινωνίες είναι εκείνες που δέχτηκαν το μεγαλύτερο πλήγμα. Σε ευρωπαϊκό και παγκόσμιο επίπεδο, η πανδημία συρρίκνωσε δραματικά το μεταφορικό έργο των αντίστοιχων συγκοινωνιακών φορέων. Στην Ευρώπη, μειώσεις των επιβατών δημόσιας συγκοινωνίας της τάξης του 90% καταγράφηκαν μετά το πρώτο κύμα της πανδημίας σε πόλεις το Σανταντερ της Ισπανίας, ενώ η Σουηδία, η οποία και επέβαλε λιγότερους περιορισμούς μετακινήσεων σε σχέση με την πλειοψηφία των Ευρωπαϊκών χωρών στους

πολίτες της, κατέγραψε μειώσεις μεταξύ 40% και 60% στη ζήτηση των δημόσιων δικτύων μεταφορών στις τρεις μεγαλύτερες περιφέρειες της, συμπεριλαμβανομένης της πρωτεύουσας Στοκχόλμης. Η απαιτούμενη ανάγκη κοινωνικής αποστασιοποίησης αποτέλεσε επιπλέον λόγο για περιορισμό των μετακινήσεων και ως εκ τούτου και περιορισμό των κοινωνικών επαφών. Εκτός Ευρώπης, τα μεταφορικά δίκτυα σε περιοχές του Καναδά επηρεάστηκαν σε τέτοιο βαθμό, που η χρήση ιδιωτικών μέσων μεταφοράς σε σχέση με τα δημόσια αποτελεί επιλογή για τους επιβάτες και μετά το τέλος των περιορισμών. Κλείνοντας, η σημαντική πτώση της κυκλοφορίας κατά τη διάρκεια της υγειονομικής κρίσης, ανάγεται στην αντίστοιχη μείωση της ζήτησης για μετακινήσεις με ΜΜΜ μέσω των παρακάτω κύριων συντελεστών: της στροφής σημαντικής μερίδας εργαζομένων προς την τηλε-εργασία, την επιλογή εναλλακτικών και ασφαλών τρόπων μετακινήσεων, την ελαχιστοποίηση μη απαραίτητων μετακινήσεων και τη μείωση των επιπέδων απασχόλησης λόγω της εφαρμογής των περιοριστικών μέτρων.

3. Μεθοδολογική προσέγγιση

3.1 Περιγραφή της διαδικασίας

Σε πάρα πολλά προβλήματα υπάρχει ένα σημαντικό ερώτημα σχετικά με το αν μπορούμε να εκτιμήσουμε ή να προβλέψουμε την τιμή μιας ή περισσοτέρων μεταβλητών κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις. Έτσι δημιουργείται η ανάγκη διαμόρφωσης κατάλληλων μοντέλων. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στις προβλέψεις χωρίζονται κυρίως σε τρεις κατηγορίες: (α) ποσοτικές μέθοδοι, (β) χρονοσειρές, (γ) οικονομετρικά πρότυπα (παλινδρόμησης κ.α.). Στην παρούσα έρευνα θα επιχειρηθεί η διερεύνηση της ζήτησης για μετακινήσεις στο δίκτυο της ΟΣΥ, τόσο με οικονομετρικά πρότυπα (μέθοδος πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης) όσο και με πρότυπα χρονοσειρών.

3.2 Θεωρητικό υπόβαθρο

(α) Πολλαπλή Γραμμική Παλινδρόμηση

Αρχικά, η πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση, που αποτελεί την επέκταση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης για περισσότερες από δυο μεταβλητές, έχει ως σκοπό να περιγράψει την σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής Y και των ανεξάρτητων μεταβλητών $X_1, X_2, \dots, X_n$. Η μέθοδος της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης αποτελεί μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην παρούσα έρευνα. Αυτό οφείλεται στο ότι:

- Η εξαρτημένη μεταβλητή, δηλαδή οι μέσες ημερήσιες επικυρώσεις ανά εβδομάδα στα δίκτυα ΟΣΥ, είναι μία συνεχής μεταβλητή
- Είναι δυνατή η πρόβλεψη της, μέσω πολλών ανεξάρτητων μεταβλητών $X_1, X_2, \dots, X_n$.
- Αποτελεί μία κλασσική μεθοδολογία στατιστικής ανάλυσης για τον προσδιορισμό των αιτιών ενός προβλήματος

Σε κάθε πρόβλημα παλινδρόμησης διακρίνουμε δύο ήδη μεταβλητών: τις ανεξάρτητες ή ελεγχόμενες ή επεξηγηματικές (independent ή explanatory variables ή predictors) και τις εξαρτημένες ή απόκρισης (dependent ή response variables). Σε πειραματικές έρευνες, ως **ανεξάρτητη μεταβλητή X** ορίζεται εκείνη την οποία μπορούμε να ελέγξουμε, δηλαδή να καθορίσουμε τις τιμές της ενώ αντίστοιχα, ως **εξαρτημένη μεταβλητή Y** ορίζεται εκείνη στην οποία αντανakλάται το αποτέλεσμα των μεταβολών στις ανεξάρτητες μεταβλητές. Σε μη πειραματικές έρευνες (δειγματοληψίες), η διάκριση μεταξύ ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών δεν είναι πάντοτε σαφής γιατί καμία μεταβλητή δεν είναι ελεγχόμενη αλλά όλες είναι τυχαίες.

Η σχέση μεταξύ των μεταβλητών διακρίνεται σε δύο μορφές:

- τη συναρτησιακή-προσδιοριστική (deterministic) σχέση ($Y=f(X)$): σε αυτή την περίπτωση όλα τα σημεία του διαγράμματος διασποράς βρίσκονται στην καμπύλη με εξίσωση $Y=f(X)$
- τη στοχαστική-στατιστική (stochastic, probabilistic) σχέση: εδώ το διάγραμμα διασποράς είναι ένα νέφος σημείων το οποίο πολλές φορές καθορίζει μια ιδεατή γραμμή, που δίνει μία πρώτη εικόνα της σχέσης που συνδέει τις μεταβλητές. Όσο πιο κοντά στην

ιδεατή καμπύλη βρίσκονται τα σημεία διασποράς, τόσο πιο ισχυρή είναι η σχέση των μεταβλητών

Τα βασικά βήματα για την ανάπτυξη του τελικού μοντέλου παλινδρόμησης, συνοψίζονται παρακάτω:

- **Επιλογή ανεξάρτητων μεταβλητών** που θα εξετασθούν και πιθανά θα περιληφθούν στο μοντέλο
- **Ανάλυση της σχέσης κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής με την εξαρτημένη μεταβλητή.** Αν η σχέση αυτών δεν είναι γραμμική, διερευνάται η δυνατότητα χρησιμοποίησης κατάλληλων μετασχηματισμών.
- **Υπολογισμός του πίνακα συντελεστών** συσχέτισης για όλα τα δυνατά ζεύγη μεταβλητών. Σε περίπτωση που δύο μεταβλητές είναι συγγραμμικές επιλέγεται μόνο μία για να περιληφθεί στο μοντέλο και συγκεκριμένα εκείνη που έχει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με την εξαρτημένη μεταβλητή και για τη οποία μπορούμε να κάνουμε αξιόπιστες προβλέψεις.
- **Υπολογισμός συντελεστών** της σχέσης παλινδρόμησης. Οι ανεξάρτητες μεταβλητές εισάγονται σταδιακά στην εξίσωση και υπολογίζονται κάθε φορά οι διάφοροι **στατιστικοί δείκτες**. Σε κάθε στάδιο, μία μεταβλητή **παραμένει** στην εξίσωση ή **απορρίπτεται** ανάλογα με τη **συμβολή** της στην **αύξηση** της **ακρίβειας** του μοντέλου.
- Υπολογίζονται τα τελικά στατιστικά μεγέθη και ελέγχεται η αξιοπιστία του μοντέλου.

Τα στατιστικά μεγέθη που υπολογίζονται κατά τη διαδικασία είναι:

- ο **συντελεστής προσδιορισμού** (coefficient of determination) ή **συντελεστής συσχέτισης R^2**
- το **μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης** (standard error of the estimate). Χρησιμοποιείται για να συγκριθούν τα αποτελέσματα του μοντέλου με τις πραγματικές τιμές που μετρήθηκαν. Ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$y^* - \text{St. Err} < y < y^* + \text{St. Err} \text{ μεπιθανότητα } 68\%$$

$$y^* - 2 \text{ St. Err} < y < y^* + 2 \text{ St. Err} \text{ μεπιθανότητα } 95\%$$

όπου: y η πραγματική τιμή που μετρήθηκε, y^* η τιμή που υπολογίζει το μοντέλο και St. Err το σφάλμα εκτίμησης.

- ο **λόγος t (t-ratio)** που χρησιμοποιείται για να διερευνηθεί η **στατιστική σημαντικότητα** κάθε συντελεστή. Ο λόγος t συγκρίνεται με την κατανομή **t-Student**, με βαθμό ελευθερίας $n-k$, όπου- n είναι το μέγεθος του δείγματος και k ο αριθμός των μεταβλητών στην εξίσωση, περιλαμβανομένης και της ανεξάρτητης. Εάν η **απόλυτη τιμή**

του **t-ratio** ενός συντελεστή είναι **μεγαλύτερη** από την **τιμή t-student** από το σχετικό πίνακα (για δεδομένο το επίπεδο εμπιστοσύνης) τότε η τιμή του συντελεστή είναι **στατιστικά σημαντική**, δηλαδή η τιμή του είναι διάφορη του μηδενός, με βάση ένα επιλεγμένο διάστημα εμπιστοσύνης. Αν συμβαίνει το αντίθετο, τότε η σχετική μεταβλητή απορρίπτεται και δεν χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη συναρτησιακή σχέση που διερευνάται.

Η βασική εξίσωση του μοντέλου πολλαπλής παλινδρόμησης είναι:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (3.1)$$

όπου:

- Y είναι η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής
- $X_1, X_2, \dots, X_k$ είναι οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών
- β_0 είναι ο σταθερός όρος
- $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ είναι οι συντελεστές παλινδρόμησης που περιγράφουν την επίδραση των ανεξάρτητων μεταβλητών
- k είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών
- ε είναι το σφάλμα, δηλαδή η διαφορά της πραγματικής τιμής Y από την τιμή Y που υπολογίζεται από τη παραπάνω σχέση

Για να διερευνηθεί η σχέση μεταξύ της Y και των $X_1, X_2, \dots, X_k$ παίρνουμε ένα δείγμα, μεγέθους n και για κάθε άτομο του δείγματος αυτού, καταγράφονται οι τιμές των συγκεκριμένων μεταβλητών. Για παράδειγμα, για το i -άτομο του δείγματος, από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (3.2)$$

Η τελευταία, με τη μορφή πινάκων, γράφεται:

$$Y = BX + E \quad (3.3)$$

όπου:

$$Y = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ \dots \ Y_n] , \ X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} & 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} & 1 & X_{31} & X_{23} & \dots & X_{3k} & \vdots & 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix}, \\ B = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \vdots \ \beta_k] , \ E = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \ \vdots \ \varepsilon_n] \quad (3.4)$$

Η πολλαπλή παλινδρόμηση βασίζεται σε κάποιες παραδοχές:

- Τα σφάλματα ε_i είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και κατανέμονται κανονικά
- Οι αναμενόμενες τιμές (μέσοι όροι) των σφαλμάτων ε_i είναι μηδέν
- Τα σφάλματα ε_i έχουν την ίδια διακύμανση σ_{ε}^2 , για όλους τους συνδυασμούς των ανεξάρτητων μεταβλητών
- Τα σφάλματα ε_i και ε_j , που αντιστοιχούν σε διαφορετικές επαναλήψεις του προβλήματος, $i \neq j$, θεωρούνται ασυσχέτιστα, δηλ $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, για $i \neq j$

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που το μοντέλο είναι “μη γραμμικό” ή “εκθετικό”, μπορούμε μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών να το ανάγουμε σε “γραμμικό”.

Προκειμένου λοιπόν, να προσδιοριστούν οι συντελεστές παλινδρόμησης ($\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$) χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Στόχος είναι η πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής Y μέσω των τιμών $k \geq 1$ των ανεξάρτητων μεταβλητών $X_1, X_2, \dots, X_k$.

Για το σκοπό αυτό συγκεντρώνουμε τα δεδομένα που αφορούν τις τιμές $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$ των ανεξάρτητων μεταβλητών καθώς επίσης και την αντίστοιχη τιμή y_i της εξαρτημένης μεταβλητής Y , για $i=1, 2, \dots, n$. Θεωρούμε ότι η τιμή y_i μπορεί να προβλεφθεί μέσω του παρακάτω γραμμικού συνδυασμού:

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} \quad (3.5)$$

Άρα, θα πρέπει να προσδιορίσουμε τις παραμέτρους $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ έτσι ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik}) \quad (3.6)$$

να γίνει ελάχιστο. Για να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων

$$g(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik}))^2 \quad (3.7)$$

αρκεί να λύσουμε το σύστημα που θα προκύψει, αν θέσουμε τις μερικές παραγώγους της , ίσες με μηδέν. Από τον μηδενισμό των μερικών παραγώγων προκύπτουν οι ισότητες:

$$\sum_{i=1}^v (y_i - (\alpha + \beta_1 \cdot X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik})) = 0$$

$$\sum_{i=1}^v x_{i1}(y_i - (\alpha + \beta_1 \cdot X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik})) = 0$$

(3.8)

$$\sum_{i=1}^v x_{i2}(y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})) = 0$$

:

$$\sum_{i=1}^v x_{ik}(y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik})) = 0$$

Οι τελευταίες οδηγούν στο επόμενο σύστημα γραμμικών εξισώσεων, οι οποίες είναι γνωστές με την ονομασία **κανονικές εξισώσεις** (normal equations).

$$v\beta_0 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i1}\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i2}\right)\beta_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^v x_{ik}\right)\beta_k = \sum_{i=1}^v y_i$$

(3.9)

$$\begin{aligned} &\left(\sum_{i=1}^v x_{i1}\right)\beta_0 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i1}^2\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i1}x_{i2}\right)\beta_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^v x_{i1}x_{ik}\right)\beta_k \\ &= \sum_{i=1}^v x_{i1}y_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\sum_{i=1}^v x_{i2}\right)\beta_0 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i1}x_{i1}\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^v x_{i2}^2\right)\beta_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^v x_{i2}x_{ik}\right)\beta_k \\ &= \sum_{i=1}^v x_{i2}y_i \end{aligned}$$

:

$$\left(\sum_{i=1}^v x_{ik}\right)\beta_0 + \left(\sum_{i=1}^v x_{ik}x_{i1}\right)\beta_1 + \left(\sum_{i=1}^v x_{ik}x_{i2}\right)\beta_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^v x_{ik}^2\right)\beta_k = \sum_{i=1}^v x_{ik}y_i$$

Το παραπάνω σύστημα αποτελείται από $p=k+1$ εξισώσεις και περιέχει ως αγνώστους τις p παραμέτρους $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, δηλαδή το πλήθος των παραμέτρων είναι $p-1$.

Συγκεντρώνουμε τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών σε ένα πίνακα X , προσθέτοντας συγχρόνως μια πρώτη στήλη με όλα τα στοιχεία της ίσα με 1, οπότε προκύπτει:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1,p-1} & 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2,p-1} & 1 & X_{31} & X_{23} & \dots & X_{3,p-1} & \vdots & 1 & X_{v1} & X_{v2} & \dots & X_{v,p-1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ο παραπάνω πίνακας διαστάσεων $v \times p$ λέγεται πίνακας σχεδιασμού και τα στοιχεία του χρησιμοποιούνται για να εκτιμηθούν οι παράμετροι του. Επιπλέον, εισάγονται και τα εξής διανύσματα-στήλες:

$$Y = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ \vdots \ Y_v], \quad B = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \vdots \ \beta_{p-1}] \quad (3.11)$$

Κάνοντας πολλαπλασιασμό πινάκων, βρίσκω τους πίνακες:

$$XX = \begin{bmatrix} v & \sum_{i=1}^v x_{i1} & \sum_{i=1}^v x_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^v x_{i,p-1} & \sum_{i=1}^v x_{i1} & \sum_{i=1}^v x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^v x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^v x_{i1}x_{i,p-1} \\ \sum_{i=1}^v x_{i1} & \sum_{i=1}^v x_{i,p-1} & \sum_{i=1}^v x_{i1}x_{i,p-1} & \sum_{i=1}^v x_{i2}x_{i,p-1} & \dots & \sum_{i=1}^v x_{i2}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$Xy = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^v y_i & \sum_{i=1}^v x_{i1}y_i & \sum_{i=1}^v x_{i2}y_i & \vdots & \sum_{i=1}^v x_{i,p-1}y_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

όπου, ο ανάστροφος του πίνακα X . Επομένως, το σύστημα με τη μορφή πινάκων, γράφεται:

$$(X'X)B = X'y \quad (3.14)$$

Έχοντας την υπόθεση ότι ο πίνακας είναι αντιστρέψιμος, τότε για να βρούμε τη λύση του συστήματος, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη τη παραπάνω εξίσωσης με το $(X'X)^{-1}$, οπότε προκύπτει το εξής:

$$B = (X'X)^{-1}X'y \quad (3.15)$$

Κάνοντας τον πολλαπλασιασμό των πινάκων προκύπτουν οι ποσότητες $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{p-1}$, οι οποίες ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων. Αυτές ονομάζονται εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων και συμβολίζονται με $\hat{\beta}$.

Το επόμενο βήμα αφορά την αξιολόγηση του στατιστικού μοντέλου, όπου ελέγχονται τα εξής στοιχεία:

- Το μέγεθος του σταθερού όρου δεν πρέπει να είναι πολύ μεγάλο
- Το μοντέλο πρέπει να περιλαμβάνει μεταβλητές που να σχετίζονται με χαρακτηριστικά των μετακινούμενων ή/και δραστηριοτήτων, που δεν παραμένουν αμετάβλητα αλλά εξελίσσονται
- Οι προβλέψεις των μελλοντικών τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών πρέπει να είναι αξιόπιστες
- Τα πρόσημα και το μέγεθος των συντελεστών πρέπει να είναι σύμφωνα με τον βαθμό και τον τύπο της επιρροής που έχουν οι ανεξάρτητες μεταβλητές, στις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής
- Οι ανεξάρτητες μεταβλητές δεν σχετίζονται. Αν σχετίζονται, τότε δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η επίδραση της καθεμιάς, στην τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής. Η πολυσυγγραμμικότητα μεταξύ δύο μεταβλητών μπορεί να οδηγήσει σε παράλογες μορφές της συναρτησιακής σχέσης του μοντέλου.

Μετά την εύρεση των εκτιμητριών ελαχίστων τετραγώνων του στατιστικού μοντέλου πολλαπλής παλινδρόμησης, το επόμενο βήμα είναι να μελετήσουμε τις προσαρμοσμένες τιμές:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \dots + \hat{\beta}_{p-1} x_{i,p-1} \quad (3.16)$$

$i = 1, 2, \dots, n$, της μεταβλητής απόκρισης Y , καθώς επίσης και τα εκτιμημένα σφάλματα ή υπόλοιπα (residuals)

$$\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \dots + \hat{\beta}_{p-1} x_{i,p-1}) \quad (3.17)$$

$i = 1, 2, \dots, n$. Ορίζοντας τα διανύσματα-στήλες

$$Y = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_n] \ , \ \hat{\varepsilon} = [\hat{\varepsilon}_1 \ \hat{\varepsilon}_2 \ \dots \ \hat{\varepsilon}_n] \quad (3.18)$$

προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1,p-1} & 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2,p-1} & 1 & X_{31} & X_{23} & \dots & X_{3,p-1} & \vdots \\ 1 & X_{v2} & X_{v3} & \dots & X_{v,p-1} \end{bmatrix} [\hat{\beta}_0 \ \hat{\beta}_1 \ \hat{\beta}_2 \ \dots \ \hat{\beta}_{p-1}] \quad (3.19)$$

$$\hat{\varepsilon} = [Y_1 \ Y_2 \ : \ Y_N] - [\hat{Y}_1 \ \hat{Y}_2 \ : \ \hat{Y}_N] \quad (3.20)$$

δηλαδή: $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ και $\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y}$ (3.21)

Αν κάποιος εξετάζει μόνο τις τιμές $y_1, y_2, \dots, y_n$, χωρίς να λαμβάνει υπόψη ότι αυτές αντιστοιχούν σε διαφορετικές (πιθανώς) τιμές $x_1, x_2, \dots, x_n$, θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ως ένα μέτρο διασποράς (μεταβλητότητας) αυτών γύρω από τη μέση τιμή τους $\bar{y}$, το **συνολικό άθροισμα τετραγώνων** (Total Sum of Squares- **SSTO**)

$$SSTO = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (3.22)$$

Το SSTO αναλύεται σε δύο επιμέρους αθροίσματα τετραγώνων:

- το **άθροισμα τετραγώνων της παλινδρόμησης**:

$$\bullet \quad SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (3.23)$$

- το **άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων**:

$$\bullet \quad SSE = \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik}))^2 \quad (3.24)$$

Έτσι:

$$SSTO = SSR + SSE \quad (3.25)$$

Προφανώς, το άθροισμα SSE λαμβάνει μη αρνητικές τιμές και γίνεται μηδέν αν ισχύει: $\hat{\varepsilon}_i = 0$, για όλα τα $i=1,2,\dots,n$. Δεδομένου όμως ότι δεν υπάρχει ένα αντικειμενικό κριτήριο με το οποίο να καθορίζονται ποιες τιμές του SSE θεωρούνται μικρές και ποιές μεγάλες, δημιουργείται ένα ποσοστιαίος δείκτης για την εκτίμηση της ποιότητας (αποτελεσματικότητα, ακρίβεια προσέγγισης) της ευθείας παλινδρόμησης.

Είναι προφανές ότι ισχύει:

$$0 \leq SSR \leq SSTO$$

και ότι το SSR θα πλησιάζει προς το SSTO όταν το $SSE=SSTO-SSR$, παίρνει τιμές κοντά στο 0.

Για να υπολογίσουμε τους βαθμούς ελευθερίας αθροιστικών τετραγώνων με όρους που κατανέμονται με κανονική τυπική κατανομή, μπορούμε χρήση του εξής κανόνα: ο βαθμός ελευθερίας προκύπτει αν από το πλήθος των προσθετέων που χρησιμοποιούνται στο άθροισμα, αφαιρέσουμε το πλήθος των εκτιμητριών που χρησιμοποιούνται. Έτσι, για το

συνολικό άθροισμα τετραγώνων SSTO, έχουμε ν-1 βαθμούς ελευθερίας, αφού έχουμε ν προσθετέους και χρησιμοποιείται μία εκτιμήτρια. Για το άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων SSE, έχουμε ν-ρ βαθμούς ελευθερίας, αφού αποτελείται από ν προσθετέους και χρησιμοποιούνται ρ εκτιμήτριες $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_{p-1}$.

Τέλος, για το άθροισμα τετραγώνων της παλινδρόμησης SSR, έχω p-1 βαθμούς ελευθερίας. Αν διαιρέσουμε τα αθροίσματα τετραγώνων SSE και SSR με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας, προκύπτουν τα μέσα αθροίσματα τετραγώνων, δηλαδή:

$$MSE = \frac{SSE}{n-p} \quad \text{και} \quad MSR = \frac{SSR}{p-1} \quad (3.26)$$

Η ποσότητα MSE (αλλιώς συμβολίζεται με s^2) είναι μία αμερόληπτη εκτιμήτρια της άγνωστης διακύμανσης: $\sigma^2 = V(\varepsilon_i) = V(Y_i)$, , ενώ η τετραγωνική της ρίζα: $s = \sqrt{MSE}$,, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αμερόληπτη εκτιμήτρια της τυπικής απόκλισης των ε_i .

Ο λόγος SSR/SSTO χρησιμοποιείται ως δείκτη ποιότητας (δείκτης αξιολόγησης) του στατιστικού μοντέλου. Η ποσότητα

$$R^2 = \frac{SSR}{SSTO} = 1 - \frac{SSE}{SSTO} \quad (3.27)$$

λέγεται **συντελεστής προσδιορισμού** (coefficient of determination), λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1 και για τις δύο ακραίες τιμές του ισχύουν τα εξής:

a) Αν $R^2 = 1$, θα ισχύει $SSR=SSTO$ οπότε $SSE=0$, δηλαδή

$$\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i = 0 \Leftrightarrow \hat{Y}_i = Y_i \quad (3.28)$$

Επομένως, το μοντέλο περιγράφει τέλεια τα διαθέσιμα δεδομένα (έχουμε τέλεια προσαρμογή των δεδομένων στην ευθεία παλινδρόμησης).

a) Αν $R^2 = 0$, θα ισχύει $SSR=0$, δηλαδή

$$b) \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \underline{Y})^2 \Leftrightarrow \hat{Y}_i = \underline{Y} \quad (3.29)$$

Επομένως $\beta=0$ και η ευθεία παλινδρόμησης παίρνει τη μορφή: $y = \underline{y}$ (ευθεία παράλληλη προς τον οριζόντιο άξονα). Στην περίπτωση αυτή, η πρόβλεψή μας για την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y είναι συνεχώς η ίδια, χωρίς να επηρεάζεται από τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών. Έτσι οι ανεξάρτητες μεταβλητές X δε μας δίνουν καμία πληροφορία για την τιμή που θα πάρει η εξαρτημένη μεταβλητή Y και επομένως δεν μας είναι καθόλου χρήσιμες για την πρόβλεψή της.

Ο συντελεστής συσχέτισης (ή προσδιορισμού) μπορεί ακόμα να προκύψει από τον παρακάτω τύπο:

$$R^2 = \frac{\sum_i (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(N-1) \cdot s_x \cdot s_y} \quad (3.30)$$

ενώ, η τυπική απόκλιση δίνεται από τη σχέση:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (3.31)$$

Ο συντελεστής προσδιορισμού εκφράζεται συχνά ως ποσοστό. Τιμές κοντά στο 1 σημαίνουν ότι η ευθεία παλινδρόμησης περνάει πολύ κοντά από τα περισσότερα σημεία, ενώ τιμές κοντά στο 0 σημαίνουν ότι σχεδόν όλα τα σημεία βρίσκονται μακριά από την ευθεία παλινδρόμησης και επομένως θα πρέπει να αναζητηθεί κάποια άλλη σχέση των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη μεταβλητή.

Συμπεραίνοντας μπορούμε να πούμε πως:

Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 είναι το ποσοστό της συνολικής διασποράς (των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής Y) η οποία εξηγείται από τις ανεξάρτητες μεταβλητή X (μέσω της ευθείας παλινδρόμησης)

Το υπόλοιπο ποσοστό: $1 - R^2 = \frac{SSE}{SSTO}$ είναι το ποσοστό της συνολικής διασποράς που παραμένει ανεξήγητο από τις X και θα πρέπει να αποδοθεί είτε σε άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές που επηρεάζουν την τιμή της Y (αλλά δεν χρησιμοποιήθηκαν στη διαμόρφωση του μοντέλου) είτε σε φυσική μεταβλητότητα (στατιστική τυχαιότητα) τιμών της Y .

Για τον έλεγχο της ετεροσκεδαστικότητας, στα μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης, χρησιμοποιείται το τεστ **Breusch-Pagan**. Προέρχεται από την αρχή δοκιμής του Lagrange και ελέγχει αν η διακύμανση των σφαλμάτων σε μία παλινδρόμηση, εξαρτάται από τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Επιπλέον, ένας ακόμη έλεγχος, αφορά την πολυσυγγραμμικότητα, η ύπαρξη της οποίας μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα στο μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης. Ένα εργαλείο που βοηθά στον προσδιορισμό του βαθμού πολυσυγγραμμικότητας είναι ο παράγοντας πληθωρισμού διακύμανσης (**VIF**). Η χρήση παραγόντων πληθωρισμού διακύμανσης βοηθά στον προσδιορισμό της σοβαρότητας τυχόν ζητημάτων πολυσυγγραμμικότητας, έτσι ώστε το μοντέλο να μπορεί να προσαρμοστεί. Ο παράγοντας πληθωρισμού διακύμανσης μετρά πόσο επηρεάζεται ή διογκώνεται η συμπεριφορά (διακύμανση) μιας ανεξάρτητης μεταβλητής από την αλληλεπίδραση/συσχέτιση της με τις άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές. Οι παράγοντες πληθωρισμού διακύμανσης επιτρέπουν μια γρήγορη μέτρηση του πόσο μια μεταβλητή συμβάλλει στο τυπικό σφάλμα στην παλινδρόμηση. Όταν υπάρχουν σημαντικά ζητήματα πολυσυγγραμμικότητας, ο παράγοντας πληθωρισμού διακύμανσης θα είναι πολύ μεγάλος για τις εμπλεκόμενες μεταβλητές.

Σε γενικές γραμμές:

- VIF ίσο με 1 = οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται

- VIF μεταξύ 1 και 5 = οι μεταβλητές συσχετίζονται μέτρια
- VIF μεγαλύτερο από 5 = οι μεταβλητές συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό

Όσο υψηλότερο είναι το VIF, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα ύπαρξης πολυσυγγραμμικότητας και απαιτείται περαιτέρω έρευνα. Όταν το VIF είναι μεγαλύτερο από 10, υπάρχει σημαντική πολυσυγγραμμικότητα που πρέπει να διορθωθεί.

(β) Χρονοσειρές

Όσον αφορά τη μέθοδο χρονοσειρών, αυτή χρησιμοποιείται για την ανάλυση μιας σειράς από παρατηρήσεις που παίρνονται σε ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους. Υπάρχει ένα μεγάλο εύρος στατιστικών μεθόδων για την ανάλυση χρονοσειρών. Γενικά οι μέθοδοι αυτοί ανήκουν σε δύο κατηγορίες :

- αυτές που βασίζονται στη μελέτη συναρτήσεων που εξαρτώνται από τον χρόνο και
- σε αυτές οι οποίες εξαρτώνται από τις συχνότητες και οι οποίες ερευνούν τις περιοδικές ιδιότητες που μπορεί να έχει η σειρά.

Τα τρία κυριότερα στοιχεία της ανάλυσης χρονοσειρών είναι η περιγραφή, η επεξήγηση και η πρόβλεψη των εξαρτημένων δεδομένων. Η περιγραφή επιτυγχάνεται με τη βοήθεια διαφόρων γραφημάτων, η επεξήγηση χρησιμοποιώντας κάποιες μορφές μοντέλα για να εξερευνηθούν οι μηχανισμοί δημιουργίας της χρονοσειράς και η πρόβλεψη περιλαμβάνει τη χρησιμοποίηση ενός μοντέλου για να προβλεφθούν μελλοντικές τιμές της σειράς.

Το πρόβλημα στην ανάλυση χρονοσειρών είναι να εκτιμήσουμε το σύστημα που παράγει τη χρονοσειρά και ενδεχομένως να κάνουμε προβλέψεις μελλοντικών τιμών του μεγέθους που παρατηρούμε. Η πρώτη υπόθεση που θα πρέπει να απορρίψουμε για να έχει νόημα η ανάλυση της χρονοσειράς είναι ότι η μεταβολή των τιμών του μεγέθους που παρατηρούμε είναι εντελώς τυχαία, δηλαδή το σύστημα που παρατηρούμε είναι λευκός θόρυβος. Αν οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς δεν είναι ανεξάρτητες, η πληροφορία που υπάρχει στη χρονοσειρά μπορεί να δίνεται με διαφορετικές μορφές και τα κυριότερα χαρακτηριστικά που θα πρέπει να μελετήσουμε πριν προχωρήσουμε να προσαρμόσουμε κάποιο μοντέλο στη χρονοσειρά είναι :

- **Στασιμότητα (Stationarity):** Απλά αυτό σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις των τιμών της χρονοσειράς δε διαφοροποιούνται με το χρόνο. Μια μη στάσιμη χρονοσειρά μπορεί να έχει τάσεις (trends), δηλαδή (αργές) αλλαγές στη μέση τιμή της με το χρόνο. Μια μη-στάσιμη χρονοσειρά μπορεί επίσης να παρουσιάζει περιοδικότητα (periodicity), που όταν αναφέρεται σε συγκεκριμένες περιόδους που σχετίζονται με φυσικές εποχές του έτους (μήνα, τρίμηνο, τετράμηνο) λέγεται και **εποχικότητα** (seasonality).
- **Απιοκρατία (determinism) και στοχαστικότητα (stochasticity):** Όλες οι χρονοσειρές από πραγματικά μεγέθη, περιέχουν θόρυβο και με αυτήν την έννοια όλες οι πραγματικές χρονοσειρές είναι στοχαστικές. Η μεγαλύτερη πρόκληση στην ανάλυση πραγματικών χρονοσειρών είναι η διερεύνηση και ταύτιση ή εντοπισμός του

αιτιοκρατικού μέρους του συστήματος που παράγει τη χρονοσειρά. Όταν αυτό είναι κρυμμένο μέσα στο θόρυβο ή γενικότερα δεν κυριαρχεί στην εξέλιξη της χρονοσειράς, τότε θεωρούμε πως το σύστημα είναι στοχαστικό και περιοριζόμαστε σε στατιστική περιγραφή του συστήματος. Αν για κάποιο λόγο μπορούμε να υποθέσουμε ότι το σύστημα που παράγει τη χρονοσειρά είναι κυρίως αιτιοκρατικό με κάποιες στοχαστικές διαταραχές που όμως δεν κυριαρχούν στην εξέλιξη του συστήματος (και της χρονοσειράς που μελετάμε), τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές προσεγγίσεις που είναι κατάλληλες για αιτιοκρατικά δυναμικά συστήματα.

- **Γραμμικότητα (linearity) και μη-γραμμικότητα (nonlinearity):** Σύμφωνα με τα παραπάνω φαίνεται αυτές οι δύο έννοιες να σχετίζονται με την αιτιοκρατία και στοχαστικότητα αλλά γενικά μπορούν να ορισθούν ανεξάρτητα από αυτές. Η γραμμικότητα του συστήματος σημαίνει πως οι μεταβλητές του συστήματος (που μπορεί να μην έχουμε τη δυνατότητα να τις παρατηρήσουμε) αλληλο-επιδρούν γραμμικά, δηλαδή αν θα εκφράζαμε το σύστημα με αναλυτική μορφή όλοι οι όροι θα ήταν γραμμικοί ως προς τις μεταβλητές του συστήματος. Σε αντίθετη περίπτωση το σύστημα είναι μη-γραμμικό. Για τη χρονοσειρά αυτό σημαίνει πως για ένα γραμμικό σύστημα ορίζουμε την εξέλιξη της χρονοσειράς ως γραμμικό συνδυασμό των προηγούμενων παρατηρήσεων της χρονοσειράς, ενώ για ένα μη-γραμμικό σύστημα μπορούμε να ορίσουμε την εξέλιξη της χρονοσειράς με μεγαλύτερη ακρίβεια αν θεωρήσουμε και τη συνδυασμένη επίδραση των προηγούμενων παρατηρήσεων σε διαφορετικές χρονικές στιγμές ή τις ίδιες.

Άρα λοιπόν ένα στοχαστικό σύστημα μπορεί να είναι γραμμικό ή μηγραμμικό και το ίδιο ισχύει για ένα αιτιοκρατικό σύστημα. Οι δύο κυρίαρχες κλάσεις συστημάτων που υποθέτουμε για στάσιμες χρονοσειρές είναι η **γραμμική στοχαστική διαδικασία (linear stochastic process)** και το **μη-γραμμικό δυναμικό (πιθανώς χαοτικό) σύστημα (nonlinear dynamical (possibly chaotic) system)**.

Γενικά για κάθε χρονική στιγμή t θεωρούμε την τιμή x_t της μεταβλητής X που παρατηρούμε. Το σύνολο των παρατηρήσεων x_t για κάποια χρονική περίοδο n (σε μονάδες του χρόνου δειγματοληψίας), δηλαδή για χρονικές στιγμές $t = 1, \dots, n$, αποτελεί τη χρονοσειρά $\{x_t\}_{t=1}^n = \{x_1, \dots, x_n\}$. Όταν έχουμε τη δυνατότητα ταυτόχρονης παρατήρησης πολλών μεγεθών για το ίδιο σύστημα, έχουμε πολλαπλές ταυτόχρονες χρονοσειρές ή αλλιώς έχουμε μια πολυ-διάστατη χρονοσειρά (multivariate time series). Συνήθως όμως η μελέτη περιορίζεται στη συλλογή τιμών ενός μεγέθους, δηλαδή μιας μονοδιάστατης χρονοσειράς.

Στη συνέχεια αναλύονται κάποια από τα βασικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

- **Στασιμότητα, τάση και περιοδικότητα.**

Η εμφάνιση τάσης ή περιοδικότητας στη χρονοσειρά υποδηλώνει ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά του συστήματος που παράγει τη χρονοσειρά αλλάζουν με το χρόνο και η

χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη. Η αυστηρή στασιμότητα (strict stationarity) ορίζεται μαθηματικά ως η διατήρηση στο χρόνο t της κοινής κατανομής των $\{x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+h}\}$ για κάποιο αυθαίρετο παράθυρο υστερήσεων h . Η συνθήκη στασιμότητας περιορίζεται συνήθως στη διατήρηση της μέσης τιμής και αυτοδιασποράς και αναφέρεται ως ασθενής στασιμότητα (weak stationarity). Μάλιστα πρακτικά αντί της αυτοδιασποράς εξετάζουμε μόνο τη σταθερότητα της διασποράς με το χρόνο. Η μη-στασιμότητα αποτελεί σοβαρό πρόβλημα στην ανάλυση χρονοσειρών και ιδιαίτερα όταν προσπαθούμε να κάνουμε προβλέψεις. Για το λόγο αυτό εφαρμόζονται κάποιοι μετασχηματισμοί προκειμένου η χρονοσειρά να γίνει στάσιμη και να προχωρήσει η ανάλυση.

Δύο έλεγχοι που προσδιορίζουν την ύπαρξη στασιμότητας στη χρονοσειρά είναι:

α) το test Dickey-Fuller ($\Delta y_t = Y_t - Y_{t-1} = (a - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t = \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t$): ελέγχει τη μηδενική υπόθεση ότι μία μοναδιαία ρίζα υπάρχει σε ένα μοντέλο αυτοπαλινδρομικής χρονοσειράς. Η εναλλακτική υπόθεση είναι διαφορετική ανάλογα με την έκδοση το τεστ που χρησιμοποιείται αλλά συνήθως είναι σταθερότητα ή σταθερότητα τάσης.

β) το test Phillips-Perron: είναι μία δοκιμή μονάδας ρίζας. Δηλαδή χρησιμοποιείται στην ανάλυση χρονοσειρών για να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση ότι μία σειρά είναι ενσωματωμένη τάξης 1. Βασίζεται στο τεστ Dickey-Fuller της μηδενικής υπόθεσης $\rho=1$ σε $\Delta y_t = (\rho-1)y_{t-1} + u_t$, όπου Δ είναι ο πρώτος τελεστής διαφοράς. Όπως η επαναληπμένη δοκιμή Dickey-Fuller, η δοκιμή Phillips-Perron αντιμετωπίζει το ζήτημα που η διαδικασία δημιουργεί δεδομένα για y_t μπορεί να έχει υψηλότερη τάξη αυτοσυσχέτισης από ό,τι αναγνωρίζεται στην εξίσωση δοκιμής y_{t-1} ενδογενής και συνεπώς ακυρώνοντας το Dickey-Fuller t-test.

Απαλοιφή τάσης και περιοδικότητας

Γενικά μια χρονοσειρά μπορούμε να τη χωρίσουμε σε τρεις συνιστώσες ως εξής:

$$x_t = \mu_t + s_t + y_t \quad (3.32)$$

όπου: μ_t είναι η συνιστώσα της τάσης, s_t η συνιστώσα της περιοδικότητας για κάποια περίοδο d ($s_{t-d} = s_t$) και y_t είναι η χρονοσειρά των υπολοίπων, αν αφαιρέσουμε από την παρατηρούμενη χρονοσειρά την τάση και την περιοδικότητα. Η τάση και η περιοδικότητα είναι και οι δύο συναρτήσεις του χρόνου και δεν περιέχουν πληροφορία για τη δυναμική του συστήματος, δηλαδή την εξάρτηση της παρατήρησης x_t από τις προηγούμενες παρατηρήσεις. Σε κάποια προβλήματα όλη η πληροφορία που μας ενδιαφέρει μπορεί να εντοπίζεται στη συνιστώσα της τάσης και της περιοδικότητας, οπότε το πρόβλημα περιορίζεται στην εκτίμηση των μ_t και s_t . Σε άλλες περιπτώσεις θέλουμε να εξαλείψουμε την τάση και την περιοδικότητα για να διερευνήσουμε τη δυναμική του συστήματος και θα πρέπει αφού εκτιμήσουμε τις συναρτήσεις μ_t και s_t να τις αφαιρέσουμε από της x_t για να πάρουμε τη χρονοσειρά των υπολοίπων y_t . Ωστόσο, πολλές φορές η τάση δε μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά ως κάποια γνωστή συνάρτηση του χρόνου, αλλά είναι τυχαία

και την αναφέρουμε ως στοχαστική τάση (stochastic trend). Σε αυτήν την περίπτωση για την απαλοιφή της τάσης είναι καλύτερα να πάρουμε τις πρώτες διαφορές (first differences)

$$y_t = \nabla x_t = x_t - x_{t-1} \quad (3.33)$$

Διερευνώντας τις συσχετίσεις σε μία χρονοσειρά επικεντρωνόμαστε σε δύο συστήματα με μηδενικές συσχετίσεις (απαλλαγμένα από τυχόν τάσεις και περιοδικότητες), το ένα στάσιμο και το άλλο μη στάσιμο.

- **Λευκός Θόρυβος.**

Θεωρώντας διαδοχικά στοιχεία της χρονοσειράς ως τυχαίες μεταβλητές, η χρονοσειρά λέγεται ότι αποτελείται από **ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με ίδια κατανομή** (independent and identically distributed, iid) όταν οι $x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+\tau}$ τυχαίες μεταβλητές για $\tau > 1$ έχουν την ίδια κατανομή και είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Μια iid χρονοσειρά είναι εντελώς τυχαία και δεν περιέχει αυτοσυσχετίσεις (γραμμικές ή μη-γραμμικές), δηλαδή συσχετίσεις μεταξύ στοιχείων της χρονοσειράς. Μια iid χρονοσειρά λέγεται και **λευκός θόρυβος** (white noise) και θα συμβολίζουμε την κατανομή της ως $WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$, με μέση τιμή 0 και διασπορά σ_ε^2 . Αν επιπλέον τα στοιχεία της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθούν κανονική (Γκαουσιανή) κατανομή, τότε η χρονοσειρά λέγεται **Γκαουσιανός λευκός θόρυβος** (Gaussian white noise).

- **Τυχαίος περίπατος**

Ο **τυχαίος περίπατος** (random walk) είναι μια μη-στάσιμη χρονοσειρά, όπου το κάθε στοιχείο της προκύπτει από το προηγούμενο με την πρόσθεση μιας τυχαίας τιμής, δηλαδή η χρονοσειρά είναι τυχαίος περίπατος αν:

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.34)$$

όπου $\{\varepsilon_t\}$ είναι χρονοσειρά λευκού θορύβου, $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Το όνομα υποδηλώνει ακριβώς ότι η χρονοσειρά παράγεται από την κίνηση κάποιου πάνω σε μια ευθεία γραμμή (στο $\mathbf{R}$), που σε κάθε χρονική στιγμή κάνει ένα τυχαίο βήμα μπρος ή πίσω (ε_t) από το σημείο που βρίσκεται (x_{t-1}) στο επόμενο (x_t). Σημειώνεται ότι αρχίζοντας από κάποια τιμή μ (για $t = 0$) και αντικαθιστώντας επαναληπτικά τον ορισμό του τυχαίου περιπάτου για χρόνους ως t ο ορισμός του τυχαίου περιπάτου μπορεί να γραφεί ως:

$$x_t = \mu + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j \quad (3.35)$$

δηλαδή ως άθροισμα όλων των τυχαίων βημάτων ως τη στιγμή t . Οι φαινομενικές συσχετίσεις που φαίνονται από ένα διάγραμμα ιστορίας τυχαίου περιπάτου οφείλονται στο ότι το τυχαίο βήμα σε κάθε χρονική στιγμή, έχει γνωστό σημείο εκκίνησης. Αυτό

δημιουργεί στοχαστικές τάσεις για αυτό και η χρονοσειρά του τυχαίου περιπάτου είναι μη-στάσιμη. Παίρνοντας τις πρώτες διαφορές προκύπτει η στάσιμη χρονοσειρά του λευκού θορύβου.

- **Γραμμική Συσχέτιση.**

Στα βιβλία κλασικής ανάλυσης χρονοσειρών με τον όρο συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ή απλά αυτοσυσχέτιση εννοείται η γραμμική αυτοσυσχέτιση (linear autocorrelation) (το ίδιο ισχύει γενικά για τον όρο συσχέτιση). Η αυτοσυσχέτιση ρ_τ για κάποια υστέρηση τ είναι ο συντελεστής συσχέτισης δύο στοιχείων της χρονοσειράς που απέχουν χρονικά τ βήματα και εκτιμάται από τη χρονοσειρά ως:

$$\hat{\rho}_\tau = r_\tau = \text{Corr}(x_t, x_{t-\tau}) = \frac{\sum_{t=\tau+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-\tau} - \bar{x})}{\sum_{t=\tau+1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (3.36)$$

Οι ορισμοί της αυτοδιασποράς και αυτοσυσχέτισης έχουν νόημα όταν η χρονοσειρά είναι στάσιμη. Όταν δεν είναι στάσιμη δε μπορεί η αυτοσυσχέτιση (και η αυτοδιασπορά) να οριστούν ως συνάρτηση της υστέρησης αλλά ορίζονται για κάθε χρονική στιγμή t . Αν επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ως προς την υστέρηση σε μια μη-στάσιμη χρονοσειρά με τάσεις, παρατηρούμε ότι έχει πολύ υψηλές τιμές και φθίνει πολύ αργά με την υστέρηση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ κοντινών χρονικά σημείων που είναι λόγω της τάσης. Αντίστοιχα η αυτοσυσχέτιση μιας (μη-στάσιμης) χρονοσειράς με έντονη περιοδικότητα ή εποχικότητα θα παρουσιάσει ταλαντώσεις με κορυφές σε υστερήσεις που είναι πολλαπλάσια της περιοδικότητας.

Όταν έχουμε μια χρονοσειρά με τάσεις ή περιοδικότητα, η μορφή της αυτοσυσχέτισης δεν περιέχει πληροφορία για τις συσχετίσεις σε κάποιες υστερήσεις. Αυτήν την πληροφορία μπορεί ενδεχομένως να μας τη δώσει η αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς των υπολοίπων. Ιδιαίτερα μας ενδιαφέρει αν η χρονοσειρά των υπολοίπων έχει μηδενικές (γραμμικές) αυτοσυσχετίσεις. Θεωρητικά η αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς λευκού θορύβου είναι μηδενική για $\tau > 0$. Πρακτικά όμως η αυτοσυσχέτιση εκτιμάται από μια πεπερασμένη χρονοσειρά (κάποιου μήκους n) και άρα θα έχει διακυμάνσεις γύρω από το 0. Αποδεικνύεται πως η εκτιμώμενη αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθεί κανονική κατανομή, $r_\tau \sim N(0, 1/n)$. Για αυτό θεωρούμε ότι η αυτοσυσχέτιση για κάποιο τ είναι 'στατιστικά μηδενική' αν $r_\tau \in [-2/\sqrt{n}, 2/\sqrt{n}]$.

Το ερώτημα αν μια στάσιμη χρονοσειρά, απαλλαγμένη από τάσεις και περιοδικότητα, είναι ανεξάρτητη είναι πολύ σημαντικό στην ανάλυση χρονοσειρών και αποτελεί την πρωταρχική μηδενική υπόθεση που πρέπει να απορρίψει κάποιος για να προχωρήσει στην ανάλυση της στάσιμης χρονοσειράς και να προσπαθήσει με στοχαστικά ή αιτιοκρατικά μοντέλα να εξηγήσει συσχετίσεις στη χρονοσειρά. Για τη μηδενική υπόθεση της ανεξαρτησίας έχουν

αναπτυχθεί διάφοροι έλεγχοι, όπως οι έλεγχοι Portmanteau που βασίζονται στην αυτοσυσχέτιση, αλλά εδώ θα περιοριστούμε στη γραφική παράσταση της αυτοσυσχέτισης.

Τα μοντέλα παλινδρόμησης (regression models) ορίζουν μια μεταβλητή (εξαρτημένη) ως συνάρτηση κάποιων άλλων ανεξάρτητων μεταβλητών. Στα γραμμικά μοντέλα παλινδρόμησης η συνάρτηση αυτή είναι γραμμική δηλαδή η εξαρτημένη μεταβλητή δίνεται ως γραμμικός συνδυασμός των ανεξάρτητων μεταβλητών. Τα **αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα** (AutoRegressive models, **AR**) είναι μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης, όπου θεωρούμε ως εξαρτημένη μεταβλητή την τυχαία μεταβλητή της χρονοσειράς σε μια χρονική στιγμή t , x_t , και ως ανεξάρτητες μεταβλητές θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή της χρονοσειράς σε προηγούμενους χρόνους, δηλαδή τις $x_{t-1}, \dots, x_{t-p}$. Ο αριθμός των υστερήσεων που συμπεριλαμβάνουμε λέγεται η **τάξη (order)** του αυτοπαλινδρομούμενου μοντέλου. Ένα αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξης p συμβολίζεται **AR(p)** και ορίζεται ως:

$$x_t = \varphi_0 + \varphi_1 x_{t-1} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + z_t \quad (3.37)$$

όπου $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_p$ είναι οι συντελεστές του μοντέλου και $\{z_t\} \sim iid$ με μέση τιμή 0 και διασπορά σ_z^2 . **Άρα το AR μοντέλο είναι γνωστό αν γνωρίζουμε τους συντελεστές και τη διασπορά του λευκού θορύβου.** Στην πράξη οι συντελεστές του AR(p) μοντέλου, καθώς και η διασπορά του λευκού θορύβου (iid) εκτιμώνται από τη χρονοσειρά και οι εκτιμήσεις τους χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της χρονοσειράς τις επόμενες χρονικές στιγμές. Σύμφωνα με το μοντέλο AR(p) η μεταβλητή της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t κατά ένα μέρος εξηγείται από το γραμμικό συνδυασμό των p τελευταίων τιμών της χρονοσειράς $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$. Το υπόλοιπο μέρος που δεν εξηγείται από τις προηγούμενες τιμές της χρονοσειράς είναι καθαρά στοχαστικό και οφείλεται σε εξωγενείς επιδράσεις τη χρονική στιγμή t , που συνοψίζονται στην τυχαία μεταβλητή z_t . Στα χρηματο-οικονομικά z_t αναφέρεται ως το *σοκ (shock)* της χρονοσειράς. Σε κάποιες περιπτώσεις υποθέτουμε πως εξωγενείς παράγοντες σε προηγούμενους χρόνους μπορούν επίσης να επηρεάζουν τη μεταβλητή της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t . Συμπεριλαμβάνοντας και αυτό το μέρος που λέγεται μέρος κινούμενου μέσου (moving average), το γενικό γραμμικό μοντέλο για την πρόβλεψη στάσιμης χρονοσειράς είναι το **αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο κινούμενου μέσου (AutoRegressive Moving Average, ARMA)** που δίνεται ως:

$$x_t = \varphi_0 + \varphi_1 x_{t-1} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + z_t - \theta_1 z_{t-1} - \dots - \theta_q z_{t-q} \quad (3.38)$$

Το αυτοπαλινδρομούμενο μέρος (AR) είναι τάξης p και το μέρος του κινούμενου μέσου (MA) είναι τάξης q και το μοντέλο συμβολίζεται ARMA(p, q).

Όταν η χρονοσειρά των μεταβολών του δείκτη $\{x_t\}_{t=1}^N$ προσδιορίζεται από ένα μοντέλο ARMA(p, q) τότε η χρονοσειρά του δείκτη $\{y_t\}_{t=0}^N$ προσδιορίζεται από το ολοκληρωμένο **αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο κινούμενου μέσου ή ολοκληρωμένο μικτό μοντέλο (autoregressive integrated moving average model, ARIMA)**. Το μοντέλο συμβολίζεται ARMA($p, 1, q$), όπου ο δείκτης 1 δηλώνει ότι οι πρώτες διαφορές της χρονοσειράς δηλαδή η χρονοσειρά $\{x_t\}_{t=1}^N$, προσδιορίζεται από το μοντέλο **ARMA(p, q)**. Κατά αυτήν την έννοια, τα ARIMA μοντέλα ορίζονται και για επανάληψη του μετασχηματισμού των πρώτων

διαφορών d φορές **μέχρι να πετύχουμε η παραγόμενη χρονοσειρά να είναι στάσιμη** και το μοντέλο συμβολίζεται $ARIMA(p,d,q)$.

Το απλό μοντέλο $ARIMA$ επιτρέπει να γίνουν προβλέψεις βασισμένες μόνο σε παλαιότερες τιμές της προβλεπόμενης χρονοσειράς. Το μοντέλο υποθέτει πως οι μελλοντικές τιμές μιας μεταβλητής εξαρτώνται γραμμικά από ιστορικά δεδομένα. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι πως τα μοντέλα $ARIMA$ μπορούν να συνδυαστούν με εξωγενείς μεταβλητές δημιουργώντας έτσι μία επέκταση του απλού μοντέλου, τα $ARIMAX$ μοντέλα. Το μοντέλο $ARIMAX$ είναι παρόμοιο με ένα πολυμεταβλητό μοντέλο παλινδρόμησης αλλά επιτρέπει να εκμεταλλευτούμε την αυτοσυσχέτιση που μπορεί να υπάρχει στα υπολείμματα της παλινδρόμησης για τη βελτίωση της ακρίβειας πρόβλεψης. Οι πιθανές χρήσεις των μοντέλων $ARIMAX$ είναι ευρείες. Τα δεδομένα παρατηρούνται διαδοχικά και γνωρίζουμε πως επηρεάζονται από εξωγενείς παράγοντες. Επομένως εάν εντοπίσουμε τις μεταβλητές αυτές μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε στο μοντέλο $ARIMAX$ για να βελτιώσουμε την ακρίβεια πρόβλεψης.

Το αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο $AR(p)$ είναι σε άμεση σχέση με την αυτοσυσχέτιση. Μικρή αυτοσυσχέτιση βραχείας κλίμακας σημαίνει αδυναμία πρόβλεψης με μοντέλο AR και άρα περιμένουμε τα AR μοντέλα να μην έχουν προβλεπτική ικανότητα σε χρονοσειρές μεταβολών χρηματο-οικονομικών δεικτών που δεν έχουν σημαντικές συσχετίσεις.

Η τάξη του AR μοντέλου μπορεί να προσδιοριστεί και από διάφορα κριτήρια πληροφορίας που βασίζονται στην πιθανοφάνεια (likelihood) των δεδομένων με βάση αυτό το μοντέλο. **Ως δείκτης πιθανοφάνειας** μπορεί να θεωρηθεί η διασπορά των υπολοίπων s_z^2 από την προσαρμογή του $AR(p)$ μοντέλου. **Το πιο γνωστό κριτήριο είναι το κριτήριο πληροφορίας του Akaike** (Akaike information criterion, AIC) που ορίζεται ως:

$$AIC(p) = \ln \ln (s_z^2) + \frac{2p}{n} \quad (3.39)$$

όπου n είναι το μήκος της χρονοσειράς. Είναι φανερό ότι όσο μεγαλώνει η τάξη p του AR μοντέλου τα σφάλματα ή υπόλοιπα (residual) της προσαρμογής γίνονται μικρότερα, το s_z^2 μικραίνει και για πολύ μεγάλες τάξεις το AR μοντέλο προσαρμόζεται σε διακυμάνσεις που δεν αντανakλούν πραγματικές συσχετίσεις αλλά το λευκό θόρυβο. Για αυτό στην (3.39) υπάρχει ο δεύτερος όρος, που λέγεται και συνάρτηση ποινής (penalty function), ο οποίος δρα αρνητικά και αυξάνει την τιμή της συνάρτησης AIC όταν η τάξη του μοντέλου αυξάνει. Υπολογίζοντας το κριτήριο AIC για ικανά μεγάλο αριθμό τάξεων μοντέλου επιλέγουμε εκείνη την τάξη p που δίνει την ελάχιστη τιμή του AIC.

Αφού έχει γίνει η επιλογή της τάξης p του μοντέλου AR , εκτιμούμε τις παραμέτρους του $AR(p)$ (το έχουμε ήδη κάνει αν υπολογίσαμε τη μερική αυτοσυσχέτιση). Οι δύο πιο γνωστοί μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων είναι **η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων (ordinary least squares, OLS):**

$$\min_{\varphi_1, \dots, \varphi_p} \sum_{t=p+1}^n (x_t - \varphi_1 x_{t-1} - \dots - \varphi_p x_{t-p})^2 \quad (3.40)$$

και η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood method)

Το τελευταίο βήμα της προσαρμογής του μοντέλου στη χρονοσειρά είναι ο διαγνωστικός έλεγχος για την επάρκεια του μοντέλου. Αυτό γίνεται ελέγχοντας αν τα σφάλματα προσαρμογής, δηλαδή οι διαφορές πραγματικών και εκτιμωμένων τιμών που αποτελούνε εκτίμηση του z_t , είναι iid και κυρίως ανεξάρτητα. Αν δεν είναι αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν συσχετίσεις στη χρονοσειρά που το μοντέλο δεν έχει συμπεριλάβει και άρα το μοντέλο είναι ανεπαρκές. Υπάρχουν διάφοροι έλεγχοι ανεξαρτησίας για να εφαρμόσουμε στη χρονοσειρά των σφαλμάτων προσαρμογής.

Το επόμενο βήμα αφορά την αξιολόγηση του μοντέλου πρόβλεψης. Η αξιολόγηση της επίδοσης ενός μοντέλου πρόβλεψης δε μπορεί να βασίζεται σε μια μεμονωμένη πρόβλεψη από κάποια αφετηρία και για κάποιο ορίζοντα πρόβλεψης T , αλλά πρέπει να γίνει με κάποιο κριτήριο που βασίζεται σε στατιστικά αποτελέσματα. Για την αξιολόγηση της πρόβλεψης βήματος $T = 1, 2, \dots$, υπολογίζουμε κάποιο μέτρο που συγκεντρώνει τα σφάλματα πρόβλεψης για έναν ικανοποιητικό αριθμό σημείων αφετηρίας.

Υπάρχουν διάφοροι σύνθετοι τρόποι αξιολόγησης, όπως η τεχνική αντεπικύρωσης (cross validation). Εδώ απλά θα χωρίσουμε τη χρονοσειρά μήκους N , σε δύο σύνολα, στο σύνολο *εκμάθησης ή εκπαίδευσης* (training ή learning set) $x_1, x_2, \dots, x_N$, στο οποίο εκτιμούμε τις παραμέτρους του μοντέλου, και στο σύνολο *ελέγχου ή επικύρωσης* (test ή validation set) $x_{N+1}, x_{N+2}, \dots, x_N$, στο οποίο κάνουμε τις προβλέψεις $x_{N1}(T), x_{N1+1}(T), \dots, x_{N-T}(T)$ και υπολογίζουμε τα σφάλματα πρόβλεψης:

$$\begin{aligned} e_{N1}(T) &= x_{N1+T} - x_{N1}(T) \\ &\dots \\ e_{N-T}(T) &= x_N - x_{N-T}(T) \end{aligned} \tag{3.41}$$

Παρακάτω δίνεται η ολοκληρωμένη διαδικασία στα πλαίσια της γραμμικής ανάλυσης χρονοσειρών.

- Κατασκευάζουμε το γράφημα της χρονοσειράς και της αυτοσυσχέτισης. Αν η αυτοσυσχέτιση για κάθε υστέρηση είναι στατιστικά ασήμαντη, η προσαρμογή γραμμικού μοντέλου δεν έχει νόημα. Ενδεχομένως ένα μη γραμμικό μοντέλο να προσαρμόζεται στα δεδομένα. (Για αυτό προτείνεται να γίνει έλεγχος ανεξαρτησίας με μη γραμμικές στατιστικές). Αν η αυτοσυσχέτιση είναι ισχυρή και φθίνει αργά με την υστέρηση τότε η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη και παίρνουμε τις πρώτες διαφορές. (Αν η αυτοσυσχέτιση συνεχίζει να μη φθίνει παίρνουμε πάλι πρώτες διαφορές.)

- Στη χρονοσειρά των πρώτων διαφορών προσαρμόζεται μοντέλο AR ή ARMA τάξης που έχει επιλεγεί κατάλληλα χρησιμοποιώντας τη μερική αυτοσυσχέτιση ή κάποιο κριτήριο πληροφορίας.

- Προσαρμόζουμε το μοντέλο στη χρονοσειρά και ελέγχουμε την καταλληλότητα του. Κυρίως ελέγχουμε αν η χρονοσειρά των υπολοίπων είναι iid
- Έχοντας καταλήξει στο πιο κατάλληλο μοντέλο, το χρησιμοποιούμε για να κάνουμε πρόβλεψη και μετασχηματίζουμε τις προβλέψεις πίσω στην αρχική χρονοσειρά.

4. Ανάλυση και αποτελέσματα

4.1 Περιγραφή Προβλήματος

Η πανδημική κρίση θεωρείται ήδη ως ένας από τους μεγαλύτερους κλυδωνισμούς των τελευταίων 60 ετών, αρκετά ισχυρός ώστε να τροποποιήσει τις μελλοντικές ανάγκες και τις κοινωνικές αξίες. Παρόλο που η γενική κινητικότητα (με όλα τα μέσα) μειώθηκε αισθητά σε πολλά μέρη σε όλο τον κόσμο, οι δημόσιες συγκοινωνίες ήταν εκείνες που επλήγησαν περισσότερο μεταξύ όλων των χερσαίων μέσων, καθώς θεωρήθηκαν εστίες υπερμετάδοσης του ιού, λόγω των κοντινών επαφών μεταξύ των επιβατών. Σχεδόν το ένα τρίτο των πολιτών σε ορισμένες πόλεις σταμάτησαν να χρησιμοποιούν τις δημόσιες συγκοινωνίες το 2020 σε σχέση με το 2019 λόγω της πανδημίας COVID-19 σύμφωνα με μια παγκόσμια έρευνα της εφαρμογής Moovit, η οποία κατέγραψε το πως η πανδημία επηρέασε τη χρήση των δημόσιων συγκοινωνιών.

Κατά τη διάρκεια της απαγόρευσης κυκλοφορίας στις αρχές του 2020, η γενική αρχή που επικράτησε προέβλεπε ότι οι μετακινήσεις έπρεπε να ελαχιστοποιηθούν, και έπρεπε να επιτρέπονται μόνο τα απαραίτητα ή αναπόφευκτα ταξίδια, με αποτέλεσμα η ζήτηση να μειωθεί δραματικά. Ως εκ τούτου, πολλοί φορείς προσαρμόστηκαν στην χαμηλή ζήτηση μειώνοντας την προσφορά μεταφορικού έργου σε μια προσπάθεια να συγκρατήσουν το λειτουργικό κόστος. Μετά το πέρας του πρώτου κύματος του COVID-19, πολλά συστήματα ανταποκρίθηκαν στην ανακάμπτουσα οικονομική δραστηριότητα και στην παραμένουσα ανάγκη για κοινωνική αποστασιοποίηση μέσα στα ΜΜΜ, αυξάνοντας εκ νέου την προσφορά μεταφορικού έργου. Ειδικότερα στην Αθήνα, με βάση στοιχεία του ΟΑΣΑ, στο Πρώτο Κύμα της πανδημίας λόγω COVID-19, η επιβατική κίνηση ήταν 90% χαμηλότερη σε σχέση με την κανονικότητα. Κατά την ανάκαμψη από το πρώτο κύμα, η ζήτηση ανέβηκε σταδιακά και έφτασε να είναι 35% χαμηλότερη σε σχέση με τα αναμενόμενα, για την εποχή, επίπεδα. Από το 2ο Κύμα και μετά παρατηρήθηκε 60% χαμηλότερη ζήτηση σε σχέση με την κανονικότητα

Προκειμένου λοιπόν να αντιμετωπιστούν οι επιπτώσεις της πανδημίας στην επιβατική κίνηση, αποτελεί προϋπόθεση η πρόβλεψη του επιβατικού φόρτου στο δίκτυο ΜΜΜ: οι εξελίξεις στον αριθμό των κρουσμάτων με COVID-19 ή στην αυστηρότητα των υγειονομικών πρωτοκόλλων επηρεάζουν τη ζήτηση μεταφορικού έργου, με την προσφορά να καλείται να προσαρμοστεί σε σύντομο χρονικό διάστημα. Εργαλεία που επιτρέπουν την πρόβλεψη της ζήτησης επιτελούν ουσιαστικό ρόλο στην προσαρμογή του δικτύου σε συνθήκες πανδημίας, επιτρέποντας την εξοικονόμηση πόρων και την αποτελεσματική κατανομή του έμψυχου δυναμικού και του τροχαίου υλικού στο δίκτυο.

Στην παρούσα έκθεση θα επιχειρηθεί η διερεύνηση της ζήτησης για μετακινήσεις στο δίκτυο της ΟΣΥ, τόσο με οικονομετρικά πρότυπα, όσο και με πρότυπα χρονοσειρών. Για

το λόγο αυτό, αναλύονται οι επικυρώσεις για το χρονικό διάστημα από τον Ιανουάριο του 2020 έως και τον Ιούλιο του 2022.

4.2 Βάση δεδομένων

4.2.1 Περιγραφή βάσης δεδομένων

Η συλλογή στοιχείων και η δημιουργία μιας αξιόπιστης βάσης δεδομένων ήταν το πρώτο μέλημα και ίσως το πιο σημαντικό. Ο λόγος είναι ότι από την εγκυρότητα αυτών των στοιχείων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό η εγκυρότητα της συγκεκριμένης μελέτης.

Αρχικά, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, αναλύονται οι επικυρώσεις για το χρονικό διάστημα από τον Ιανουάριο του 2020 έως και τον Ιούλιο του 2022.

Ως εξαρτημένη μεταβλητή θεωρήθηκε το επίπεδο των μέσων ημερήσιων επικυρώσεων ανά εβδομάδα στα δίκτυα των ΟΣΥ (osy_ktel).

Οι μεταβλητές που αρχικά συμπεριλήφθηκαν στη βάση δεδομένων παρουσιάζονται στον **Πίνακα 1**. Κατά την ανάπτυξη του προτύπου αξιολογήθηκαν διάφοροι συνδυασμοί ανεξάρτητων μεταβλητών και ο συνδυασμός με τη μεγαλύτερη ικανότητα πρόβλεψης παρουσιάζεται στον **Πίνακα 2**. Σημειώνεται ότι, ο λόγος των μολύνσεων (κρουσμάτων) από COVID-19 κατά την τρέχουσα εβδομάδα προς τις μολύνσεις που είχαν καταγραφεί πριν από 3 εβδομάδες αποτυπώνει τη δυναμική της πανδημίας του COVID-19, όπως αυτή προκύπτει από τα δεδομένα του ΕΟΔΥ για τον αριθμό των κρουσμάτων.

Πίνακας 1: Ανεξάρτητες μεταβλητές γραμμικού τύπου

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ
StrgencyIndex	Δείκτης αυστηρότητας των μέτρων και των περιορισμών λόγω της πανδημίας Covid-19
Strgency index_moav_3	Λόγος του δείκτη αυστηρότητας των μέτρων τη τρέχουσα εβδομάδα προς το δείκτη που είχε καταγραφεί 3 εβδομάδες πριν
WeeklyCases	Αριθμός εβδομαδιαίων κρουσμάτων
weeklyCases_moav2	Λόγος των εβδομαδιαίων κρουσμάτων προς τα εβδομαδιαία κρούσματα που είχαν καταγραφεί 2 εβδομάδες πριν
weeklyCases_moav3	Λόγος των εβδομαδιαίων κρουσμάτων προς τα εβδομαδιαία κρούσματα που είχαν καταγραφεί 3 εβδομάδες πριν
weeklyCases_moav4	Λόγος των εβδομαδιαίων κρουσμάτων προς τα εβδομαδιαία κρούσματα που είχαν καταγραφεί 4 εβδομάδες πριν
Vaccination	Αριθμός εμβολιασμών
vaccination_moav_3	Λόγος εμβολιασμών την τρέχουσα εβδομάδα προς τον αντίστοιχο αριθμό εμβολιασμών 3 εβδομάδες πριν
WeeklyDeaths	Αριθμός εβδομαδιαίων θανάτων
Weekly_deaths_moav3	Λόγος εβδομαδιαίων θανάτων της τρέχουσας εβδομάδας προς τους εβδομαδιαίους θανάτους 3 εβδομάδες πριν
weekly_covid_tests	Αριθμός εβδομαδιαίων τεστ ανίχνευσης Covid-19
ERGASIMES	Αριθμός εργάσιμων ημερών

Πίνακας 2: Συνδυασμός μεταβλητών με τη μεγαλύτερη ικανότητα πρόβλεψης

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ
StringencyIndex	Δείκτης αυστηρότητας των μέτρων και των περιορισμών λόγω της πανδημίας Covid-19
WeeklyCases	Αριθμός εβδομαδιαίων κρουσμάτων

Ο δείκτης αυστηρότητας των μέτρων και περιορισμών λόγω της πανδημίας του COVID-19 (**Stringency Index**) βασίζεται στο εργαλείο Government Response Tracker (OxCGRT) του πανεπιστημίου της Οξφόρδης, το οποίο συλλέγει σε καθημερινή βάση πληροφορίες σχετικά με τις πολιτικές που έχουν λάβει οι κυβερνήσεις 180 χωρών για την αντιμετώπιση του COVID-19. Ορίζεται ως ο μέσος όρος των παρακάτω 9 μεμονωμένων δεικτών που σχετίζονται με τα παρακάτω μέτρα :

- κλείσιμο σχολικών μονάδων
- κλείσιμο χώρων εργασίας
- ακύρωση δημοσίων εκδηλώσεων
- περιορισμός δημόσιων συγκεντρώσεων
- κλείσιμο αστικών συγκοινωνιών
- εκστρατείες ενημέρωσης του κοινού
- περιορισμοί στις μετακινήσεις εκτός σπιτιού
- περιορισμοί στις υπεραστικές μετακινήσεις εντός της χώρας
- περιορισμοί στα ταξίδια από και προς το εξωτερικό.

Για τον υπολογισμό της βαθμολογίας (I) καθενός από τους 9 μεμονωμένους δείκτες (j) σε οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα (t), γίνεται χρήση της εξίσωσης:

$$I_{j,t} = 100 \frac{v_{j,t} - 0,5(F_j - f_{j,t})}{N_j} \quad (4.1)$$

Δεδομένου ότι οι κυβερνητικές πολιτικές μπορεί να διαφέρουν ανάλογα με το καθεστώς εμβολιασμού, υπολογίζεται ένας δείκτης αυστηρότητας για τρεις κατηγορίες: 1) εκείνους που έχουν εμβολιαστεί 2) όσοι είναι μη εμβολιασμένοι και 3) έναν εθνικό μέσο όρο που σταθμίζεται με βάση το μερίδιο των ατόμων που έχουν εμβολιαστεί.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι αυτός ο δείκτης καταγράφει απλώς την αυστηρότητα των κυβερνητικών πολιτικών. Δεν μετρά ούτε υπονοεί την καταλληλότητα ή την αποτελεσματικότητα της αντίδρασης μιας χώρας. Μια υψηλότερη βαθμολογία δεν σημαίνει απαραίτητα ότι η απάντηση μιας χώρας είναι «καλύτερη» από άλλες χαμηλότερες στον δείκτη.

4.2.2 Ανάλυση βάσης δεδομένων

Έπειτα από ελέγχους οι μεταβλητές που προέκυψαν ως σημαντικές για το συγκεκριμένο μοντέλο είναι οι : StrigencyIndex και Weekly_Cases

- Πρότυπο γραμμικής παλινδρόμησης

Για την πρόβλεψη της επιβατικής κίνησης αναπτύχθηκε αρχικά ένα πρότυπο γραμμικής παλινδρόμησης το οποίο προτυποποιεί τη σχέση μεταξύ των μέσων ημερήσιων επικυρώσεων εισιτηρίων ανά εβδομάδα στο δίκτυο τη ΟΣΥ (εξαρτημένη μεταβλητή Y) και των ανεξάρτητων μεταβλητών X . Η σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής Y και των ανεξάρτητων X_i εκφράζεται από τη σχέση:

$$Y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+\dots+b_{i-1}X_{i-1}+\varepsilon \quad (4.2)$$

όπου b_i οι παράμετροι του γραμμικού προτύπου και ε το σφάλμα. Το πρότυπο βασίστηκε σε δεδομένα για τις εβδομαδιαίες επικυρώσεις στα δίκτυα των ΟΣΥ και μεταξύ του Ιανουαρίου 2020 και Ιουλίου 2022, τα οποία συλλέχθηκαν μέσα από την ιστοσελίδα gon.gr (από το API του ΟΑΣΑ). Η ποιότητα του προτύπου ελέγχθηκε με τον υπολογισμό σειράς δεικτών. Ο δείκτης προσαρμογής του βέλτιστου προτύπου στα δεδομένα είναι ιδιαίτερα υψηλός, όπως φαίνεται και παρακάτω.

Ο μέσος συντελεστής πληθωρισμού της διακύμανσης (Variance Inflation Factor – VIF) ανέρχεται σε 1.37, υποδεικνύοντας την έλλειψη πολυσυγγραμμικότητας (multicollinearity) και επομένως την ανεξαρτησία των επεξηγηματικών μεταβλητών.

- Πρότυπα Πρόβλεψης Χρονοσειρών

Η προσαρμογή ARIMAX προτύπων σε κάποια δεδομένα, απαιτεί τα παρακάτω βήματα:

1. Κατασκευάζεται το γράφημα της σειράς, των αυτοσυσχετίσεων (ACF) και των μερικών αυτοσυσχετίσεων (PACF). Εάν όλες οι αυτοσυσχετίσεις είναι ασήμαντες, ενδεχομένως ένα μη γραμμικό πρότυπο να προσαρμόζεται στα δεδομένα. Εάν υπάρχουν πολλές σημαντικές αυτοσυσχετίσεις το γεγονός αυτό δείχνει ότι η χρονική σειρά των δεδομένων δεν είναι στάσιμη, οπότε εφαρμόζοντας κάποιο μετασχηματισμό ή παίρνοντας διαφορές κάποιας τάξης λαμβάνονται νέα δεδομένα που αντιστοιχούν σε (ασθενώς) στάσιμη χρονοσειρά.

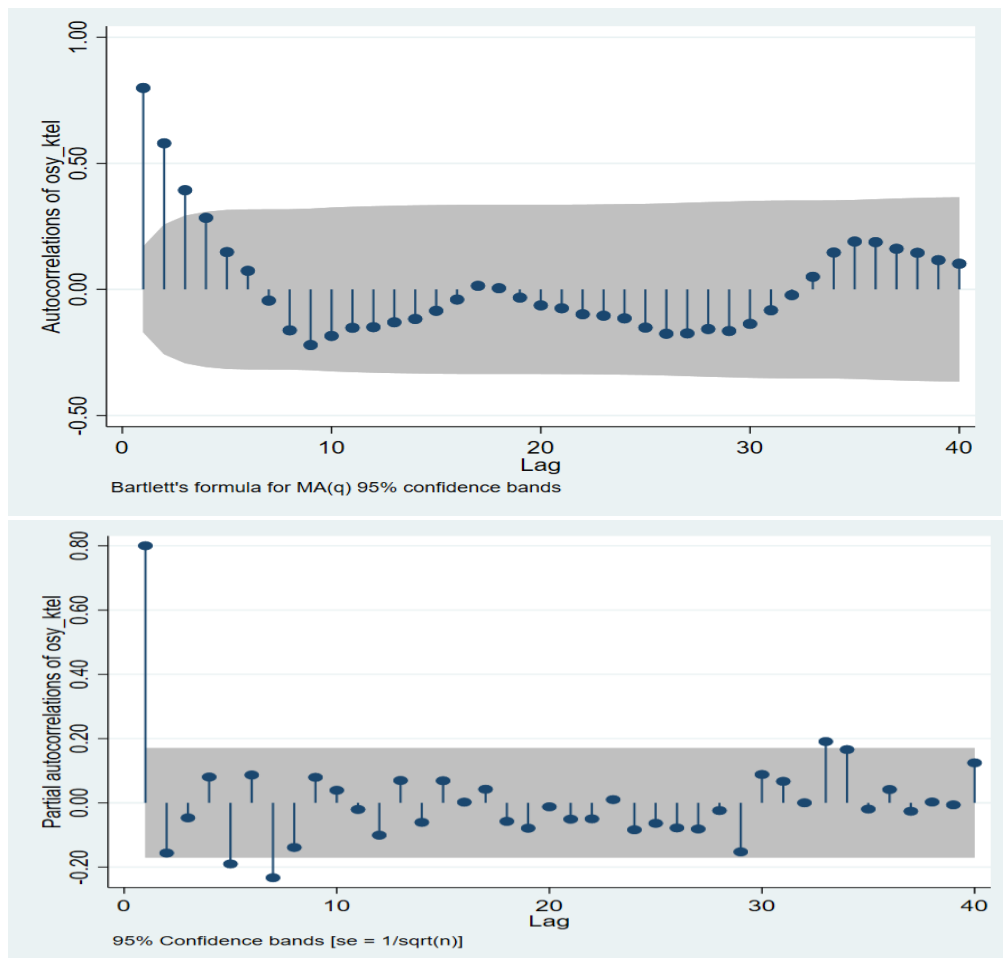
2. Στις νέες παρατηρήσεις εφαρμόζεται κάποιο πρότυπο AR, MA ή ARMA. Ελέγχεται το πρότυπο ως προς την προσαρμοστικότητα του. Εάν υπάρχουν περισσότερα από ένα κατάλληλα πρότυπα, επιλέγεται το καλύτερο με βάση τα κριτήρια Akaike (AIC) και Schwartz (SBC).

3. Το τελικό πρότυπο χρησιμοποιείται για πρόβλεψη.

Για την πρόβλεψη τη εξέλιξης των εβδομαδιαίων επικυρώσεων επιλέχθηκε πρότυπο ARIMAX(p,d,q), με εξωγενή μεταβλητή τον δείκτη αυστηρότητας υγειονομικών μέτρων

και περιορισμών (**stringency index**). Το πρότυπο αντικατοπτρίζει τη σχέση της μέσης ζήτησης τη συγκεκριμένη εβδομάδα, τόσο με τη ζήτηση που καταγράφηκε στο δίκτυο κατά το προηγούμενο χρονικό διάστημα, όσο με την εξέλιξη των περιορισμών (και εμμέσως, με την εξέλιξη της πανδημίας).

Για το προσδιορισμό των παραμέτρων (p,d,q) του προτύπου σχεδιάζονται τα γραφήματα αυτοσυσχέτισης (ACF) , που απεικονίζει τη σειριακή συσχέτιση των δεδομένων της χρονικής σειράς, και των μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) της σειράς, που δείχνει την επιρροή μιας παρατήρησης της χρονικής σειράς k βήματα πίσω στην υφιστάμενη, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι ενδιάμεσες παρατηρήσεις



Διάγραμμα 1: Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων Μοντέλου ARIMAX

Από το διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων προκύπτει ότι η παρατήρηση X_t συσχετίζεται με στατιστικά σημαντικό τρόπο με τις παρατηρήσεις X_{t-1} , X_{t-2} , X_{t-3} (η υστέρηση είναι στατιστικά σημαντική μέχρι την 3η παρατήρηση μετά την παρατήρηση X_t). Αυτή η σειριακή συσχέτιση

Για τον καθορισμό του βαθμού στασιμότητας (stationarity) η σειρά ελέγχεται με τη χρήση δύο test.

Πίνακας 3: Έλεγχος Dickey- Fuller

Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = **131**

MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0186$

Προκύπτει p-value for $Z(t) = 0.0186$ (<0.05) άρα υπάρχει stationarity.

Πίνακας 4: Έλεγχος Phillips- Perron

Phillips-Perron test for unit root	Number of obs	=	131
	Newey-West lags	=	4

MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0017$

Επίσης, παρατηρούμε από το πρώτο test ότι $\text{cons} = 0.006$, αρκετά μικρή τιμή οπότε υπάρχει significant.

- Πρότυπο Γραμμικής Παλινδρόμησης

Η τιμή των συντελεστών υποδηλώνει ότι αύξηση κατά 1 μονάδα του λόγου των μολύνσεων από COVID-19 κατά την τρέχουσα εβδομάδα προς τις μολύνσεις που είχαν καταγραφεί πριν από 3 εβδομάδες επιφέρει μείωση των επικυρώσεων κατά 14593.86. Αντίστοιχα, αύξηση του δείκτη `stringencyindex_weeklyaverage` κατά μια (1) μονάδα μειώνει τις επικυρώσεις κατά 375.15. Η ύπαρξη σταθερού όρου (μεταβλητή `cons`) αποδίδεται στο ότι ακόμα και αν όλες επεξηγηματικές μεταβλητές που περιλαμβάνονται στο μοντέλο είναι μηδενικές σε συγκεκριμένη χρονική περίοδο, οι επικυρώσεις (εξαρτημένη μεταβλητή) θα είναι ίσες με τον σταθερό όρο (`cons` = 516.228,3).

- Πρότυπα Πρόβλεψης Χρονοσειρών

Με βάση τα παραπάνω, ελέγχθηκαν όλοι οι συνδυασμοί παραμέτρων για το πρότυπο ARIMAX(p,d,q) με εξωγενή παράγοντα X το όρο stringency index. Το βέλτιστο πρότυπο, που επιλέχθηκε με βάση τη στατιστική σημαντικότητα των όρων του και των τιμών των κριτηρίων AIC και SBC, είναι το **ARIMAX(1,0,0)**, το οποίο, εκτός από την εξωγενή μεταβλητή, περιέχει έναν όρο αυτοπαλινδρόμησης AR. Οι MA(q) όροι δεν προέκυψαν στατιστικά σημαντικοί για κανέναν συνδυασμό παραμέτρων.

Τα αποτελέσματα του βέλτιστου προτύπου παρατίθενται στον Πίνακα 5.

Όλοι οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί και τα πρόσημα τους είναι τα αναμενόμενα. Σε αντιστοιχία με το πρότυπο πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης, αυστηροποίηση των κυβερνητικών περιορισμών κατά μια (1) μονάδα επιφέρει τη μείωση των μέσων ημερήσιων επικυρώσεων στο δίκτυο της ΟΣΥ κατά 8112 επικυρώσεις. Αντίστοιχα, ο αριθμός των μέσων επικυρώσεων της τρέχουσας εβδομάδας συσχετίζεται θετικά με τον αριθμό των μέσων ημερήσιων επικυρώσεων της προηγούμενης, με το 71.95% της τρέχουσας ζήτησης να επεξηγείται από εκείνη της προηγούμενης εβδομάδας (συντελεστής AR (L1))

Πίνακας 5:Αποτελέσματα προτύπου ARIMAX(1,0,0) για τις μέσες εβδομαδιαίες επικυρώσεις

ARIMA regression

Sample: 2020w1 - 2022w28

Number of obs = 132

Wald chi2(3) = 176.38

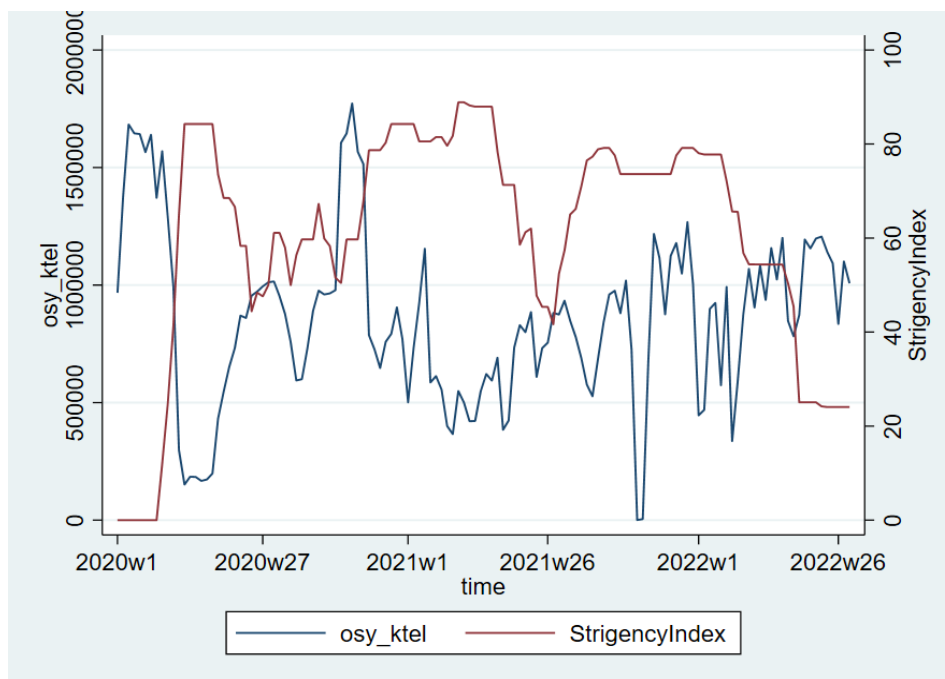
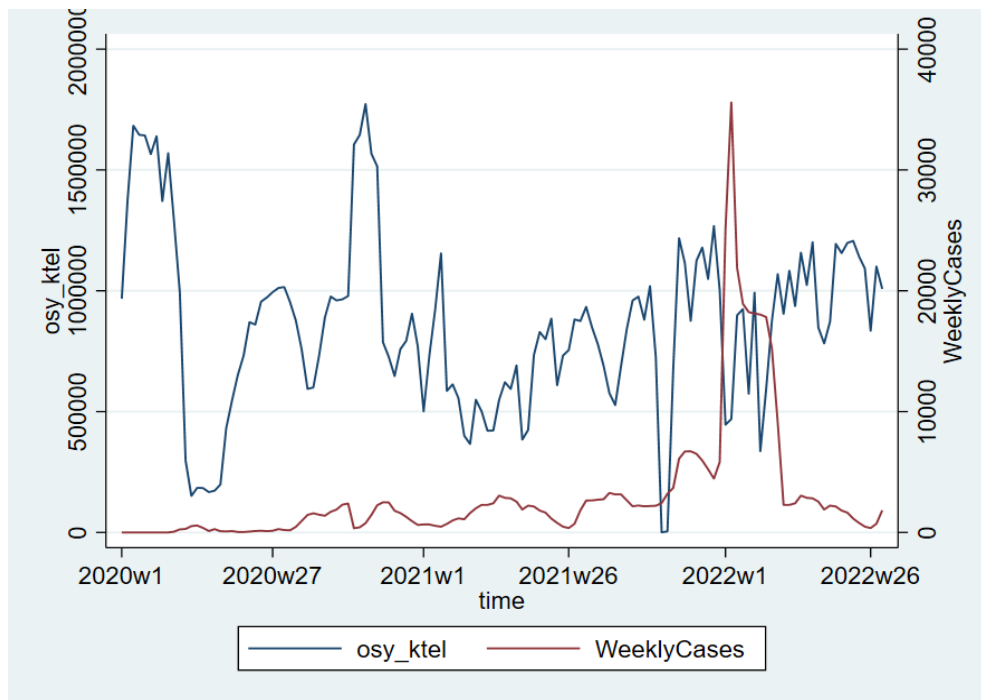
Log likelihood = -1801.851

Prob > chi2 = 0.0000

osy_ktel	Coef.	OPG Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
osy_ktel						
StrigencyIndex	-8112.076	1930.255	-4.20	0.000	-11895.31	-4328.847
WeeklyCases	-14.31501	6.488845	-2.21	0.027	-27.03292	-1.597112
_cons	1380366	129320.3	10.67	0.000	1126903	1633829
ARMA						
ar						
L1.	.7194745	.0555459	12.95	0.000	.6106066	.8283424
/sigma	204550.7	9907.083	20.65	0.000	185133.1	223968.2

Note: The test of the variance against zero is one sided, and the two-sided confidence interval is truncated at zero.

Αυτό παρουσιάζεται και στα παρακάτω διαγράμματα όπου όσο πιο αυστηροί γίνονται οι περιορισμοί και όσο αυξάνεται ο αριθμός των κρουσμάτων, τόσο μειώνεται ο αριθμός των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων των εισιτηρίων



Διάγραμμα 2:Χρονοσειρές των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων και α) των εβδομαδιαίων κρουσμάτων, β)του δείκτη αυστηρότητας

Τα σφάλματα του προτύπου ελέγχθηκαν με χρήση του ελέγχου Portmanteau. Η υπόθεση ότι τα υπόλοιπα (residuals) του προτύπου είναι «λευκός θόρυβος», δηλαδή δεν περιέχουν πληροφορία δεν απορρίπτεται με χρήση του στατιστικού τεστ.

Πίνακας 6:Έλεγχος “λευκού θορύβου”

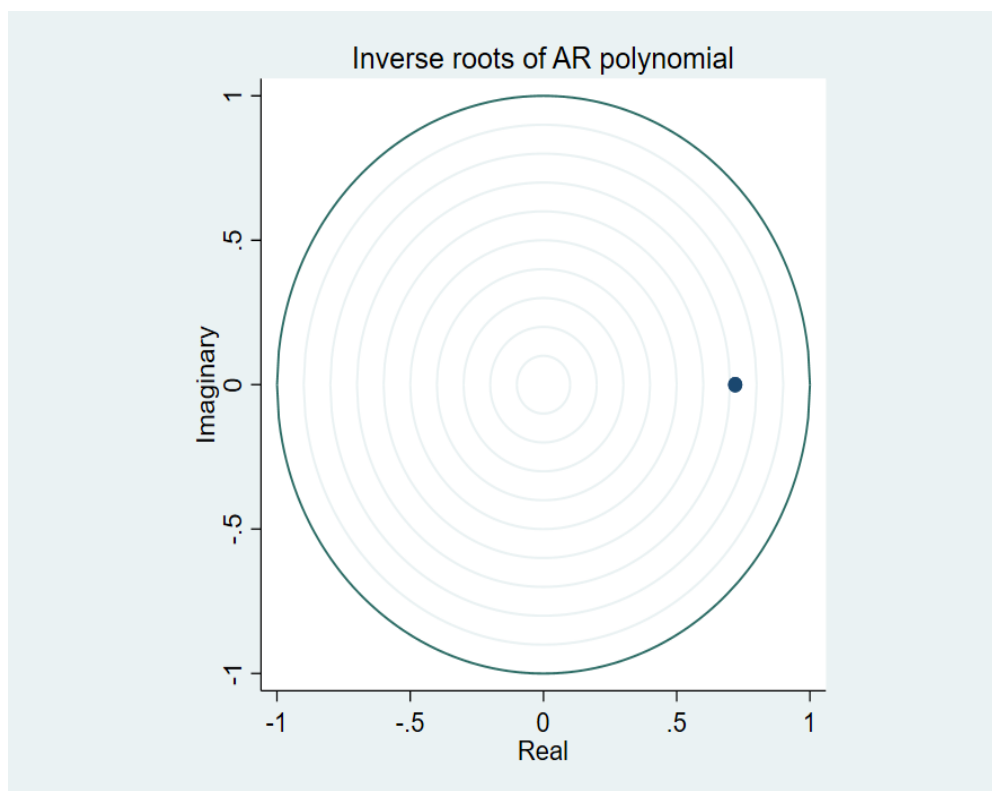
```
. wntestq error
```

Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic =	32.1092
Prob > chi2(40) =	0.8084

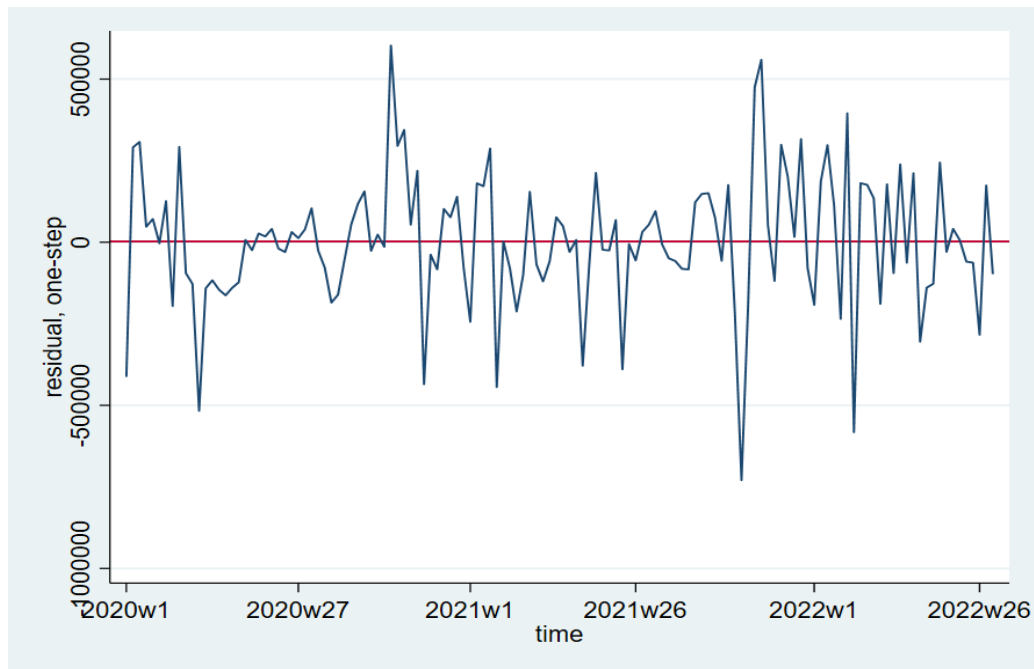
Αφού $\text{Prob} > \chi^2(40) = 0.8084 > 0.05$

Επίσης, το κομμάτι AR, που αναφέρεται σε διαφορές της χρονοσειράς που αναλύεται, είναι εντός του κύκλου, άρα μπορούμε να συνεχίσουμε στην πρόβλεψη.



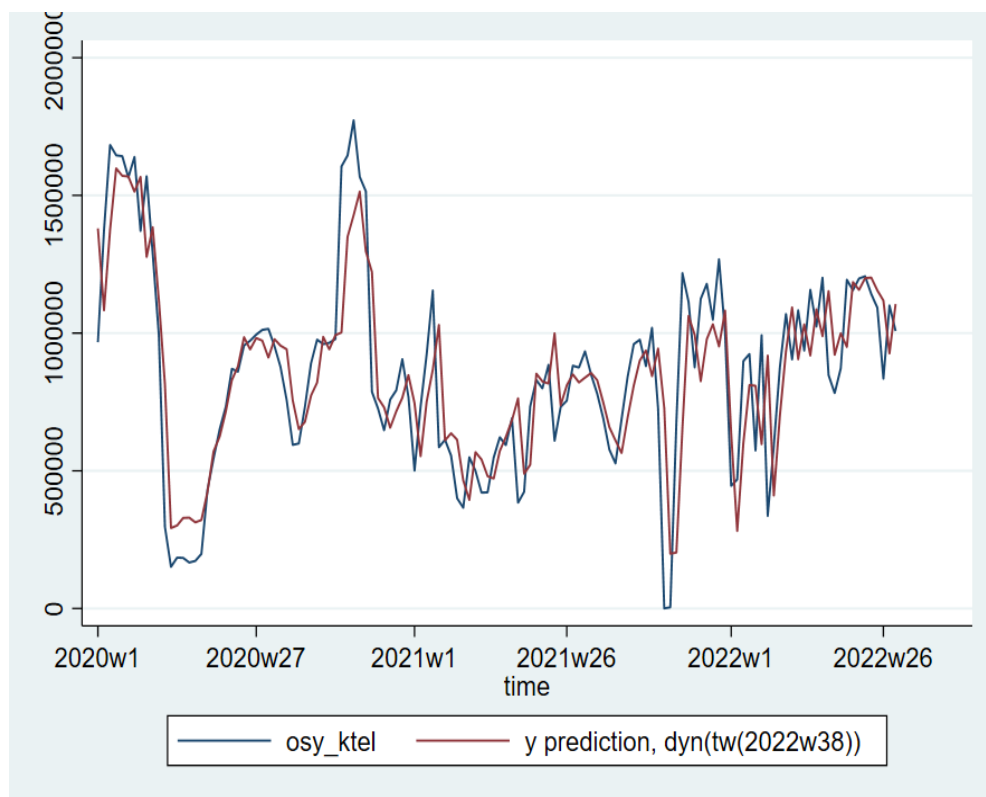
Διάγραμμα 3: Έλεγχος στασιμότητας (stationarity) μοντέλου APIMAX

Τα σφάλματα του προτύπου ελέγχθηκαν με χρήση του ελέγχου Portmanteau, ακολουθώντας μια κανονική κατανομή (εκατέρωθεν της γραμμής του μηδενός).



Διάγραμμα 4: Έλεγχος σφαλμάτων

Οι προβλέψεις του προτύπου για τις μέσες ημερήσιες επικυρώσεις εισιτηρίων κατά την τρέχουσα εβδομάδα με βάση τις επικυρώσεις της προηγούμενης εβδομάδας παρατίθενται ως χρονοσειρά στο Διάγραμμα 5.



Διάγραμμα 5: Πρόβλεψη μέσων ημερήσιων επικυρώσεων ανά εβδομάδα στο δίκτυο της ΟΣΥ με χρήση του προτύπου ARIMA(1,0,0)

5. Συμπεράσματα και προτάσεις

5.1 Εισαγωγή

Η πανδημική κρίση και οι κοινωνικές επιπτώσεις της δημιουργούν ένα ιδιαίτερος ρευστό περιβάλλον για τις αστικές συγκοινωνίες. Εξάρσεις και υφέσεις της δυναμικής της πανδημίας οδήγησαν σε αντίστοιχες μεταβολές των μέτρων αντιμετώπισης της από τους οργανισμούς αστικών συγκοινωνιών. Η παρούσα διπλωματική εργασία είχε ως στόχο τη διερεύνηση της ζήτησης για μετακινήσεις στο δίκτυο της ΟΣΥ, τόσο με οικονομικά πρότυπα (γραμμική παλινδρόμηση), όσο και με πρότυπα χρονοσειρών. Για το λόγο αυτό, αναλύονται οι επικυρώσεις για το χρονικό διάστημα από τον Ιανουάριο του 2020 έως και τον Ιούλιο του 2022. Για την εργασία αυτή αντλήθηκαν δεδομένα από την εφαρμογή gov.gr και από το εργαλείο Government Response Tracker (OxCGRT) του πανεπιστημίου της Οξφόρδης.

5.2 Βασικά Συμπεράσματα

Για τη διαδικασία πρόβλεψης ακολουθήθηκαν δύο προσεγγίσεις. Στην πρώτη αναπτύσσονται πρότυπα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης για τη συσχέτιση των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων με τον λόγο των μολύνσεων (κρουσμάτων) από COVID-19 κατά την τρέχουσα εβδομάδα προς τις μολύνσεις που είχαν καταγραφεί πριν από 3 εβδομάδες και τον δείκτη αυστηρότητας των μέτρων και περιορισμών λόγω της πανδημίας του COVID-19 που εφαρμόζει η κυβέρνηση. Στην δεύτερη προσέγγιση αναπτύσσονται αυτοπαλινδρούμενα κλασματικά πρότυπα κινούμενου μέσου για την πρόβλεψη των μέσων εβδομαδιαίων επικυρώσεων καθώς και τον δείκτη αυστηρότητας των μέτρων και περιορισμών λόγω της πανδημίας του COVID-19 που εφαρμόζει η κυβέρνηση.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπάρχει μια σαφής συσχέτιση της έκτασης και αυστηρότητας των περιοριστικών μέτρων με τη ζήτηση για μετακινήσεις με αστικές συγκοινωνίες. Συγκεκριμένα, από την ανάλυση στα αποτελέσματα των προτύπων που αναπτύχθηκαν φάνηκε ότι αυστηροποίηση των κυβερνητικών περιορισμών για τον περιορισμό της πανδημίας κατά μια μονάδα επιφέρει μείωση των εβδομαδιαίων επικυρώσεων που κυμαίνεται μεταξύ 3475 και 8112 λιγότερων επικυρώσεων, για τα πρότυπα της γραμμικής παλινδρόμησης και χρονοσειρών αντίστοιχα.

Ομοίως, οι επικυρώσεις της προηγούμενης εβδομάδας επεξηγούν περίπου το 70% (67% για το πρότυπο γραμμικής παλινδρόμησης και 72% για το πρότυπο των χρονοσειρών) της ζήτησης της τρέχουσας εβδομάδας, κάτι που αποδίδεται στη σχετική σταθερότητα της ζήτησης σε τόσο μικρά χρονικά διαστήματα. Η πορεία της πανδημίας διαμέσου του λόγου κρουσμάτων είναι επίσης στατιστικά σημαντική και ενισχύει την προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης.

5.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και με βάση τα αποτελέσματα και τα συνολικά συμπεράσματα που προέκυψαν, προτείνονται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα. Στη συγκεκριμένη εργασία η διερεύνηση της ζήτησης αφορούσε μόνο το δίκτυο συστημάτων της ΟΣΥ.. Ενδιαφέρον θα είχε λοιπόν, να γίνει μια πιο εκτενής έρευνα γύρω από διάφορα μεταφορικά μέσα, με σκοπό την εύρεση ακόμα περισσότερων παραγόντων που επηρέασαν τη λειτουργία των δημόσιων συγκοινωνιών κατά τη διάρκεια της πανδημίας.

Επιπλέον, κατά την ανάπτυξη μοντέλων πρόβλεψης μελλοντικής ζήτησης για μετακίνηση μπορούν να ληφθούν υπόψη ως ανεξάρτητες μεταβλητές, παράμετροι που αφορούν καιρικές συνθήκες, την εποχικότητα ή μη αναμενόμενα συμβάντα (ατυχήματα, πορείες), τα οποία δεν αφορούν άμεσα την κρίση της πανδημίας αλλά μπορούν να επηρεάσουν το αποτέλεσμα.

Μία άλλη προσέγγιση θα μπορούσε να είναι η εφαρμογή των προτύπων πρόβλεψης σε πραγματικές συνθήκες, κατά τη διάρκεια μίας κρίσης όπως η πανδημία COVID-19 και η ενσωμάτωση τους στη διαχείριση της κίνησης με ΜΜΜ.

Τέλος, σε συνδυασμό με τον κλάδο του οικονομολόγου, θα μπορούσαν να διερευνηθούν και οι οικονομικές επιπτώσεις της πανδημίας στις δημόσιες συγκοινωνίες, έτσι ώστε να προσαρμοστούν οι κυβερνήσεις και να μπορούν να ληφθούν τα απαραίτητα μέτρα.

Βιβλιογραφία

1. Erik Jenelius, Matej Cebecauer (2020), “ **Impacts of COVID-19 on public transport ridership in Sweden: Analysis of ticket validations, sales and passenger counts** “, Submitted on Transportation Research Interdisciplinary Perspectives,8,100242
2. Hanne Tiikkaja, Riku Viri (2021), “ **The effects of COVID-19 epidemic on public transport ridership and frequencies. A case study from Tampere, Finland** ”, Submitted on Transportation Research Interdisciplinary Perspectives, 10, 100348
3. Élise Labonté-LeMoyne *, Shang-Lin Chen , Constantinos K. Coursaris , Sylvain Sénécal and Pierre-Majorique Léger (2020), “**The Unintended Consequences of COVID-19 Mitigation Measures on Mass Transit and Car Use** ”, Sustainability, 12(23), 9892.
4. Aloj, A., Alonso, B., Benavente, J., Cordera, R., Echániz, E., González, F., ... & Sañudo, R. (2020). “ **Effects of the COVID-19 lockdown on urban mobility: empirical evidence from the city of Santander (Spain)**”, *Sustainability*, 12(9), 3870.
5. De Vos J. (2020), “**The effect of COVID-19 and subsequent social distancing on travel behavior**”, Transportation Research Interdisciplinary Perspectives, 5, 100121.
6. Βλαχογιάννη Ε., Γιουρουκέλης Μ., Μαντούκα Ε., Φαφουτέλλης Π. “**Διερεύνηση Έκτακτων Μέτρων Ενίσχυσης των Αστικών Συγκοινωνιών σε περίοδο Πανδημίας και Πολιτικών Διαχείρισης Αστικών Συγκοινωνιών μετά την Πανδημία**”, Σεπτέμβριος 2021.
7. Kopsidas, A., Milioti, C., Kepaptsoglou, K., & Vlachogianni, E. I. (2021). “**How did the COVID-19 pandemic impact traveler behavior toward public transport? The case of Athens, Greece.**” Transportation Letters, 1-9.
8. Κούτρας Μ. και Ευαγγελάρας Χ., 2016. ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ, Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη Α.Ε.

Παραρτήματα

ΚΩΔΙΚΑΣ STATA16