# Μοντέλο Βέλτιστης Δρομολόγησης Οχημάτων Διανομής Αγαθών με Ισοκατανομή Χρόνων Διαδρομών

**Θεολογία Μουστάκα[1], Κωνσταντίνος Κεπαπτσόγλου[2], Νικόλαος Λαγαρός[3], Ματθαίος Καρλαύτης†[4]**

[1]Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
E-mail: theologiamoustaka@gmail.com

[2]Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Αγρονόμων – Τοπογράφων Μηχανικών
E-mail: kkepap@central.ntua.gr

[3]Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
E-mail: nlagaros@mail.ntua.gr

[3]Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
E-mail: mgk@central.ntua.gr

### Περίληψη

Η μεταφορά και διανομή προϊόντων είναι από τις σημαντικότερες δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας και συνήθως αφορούν σε σημαντικό μέρος των αντίστοιχων δαπανών μιας εμπορικής ή βιομηχανικής επιχείρησης. Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται μοντέλο βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων διανομής, υπό τους περιορισμούς χωρητικότητας οχημάτων και χρονοπαραθύρων, στο οποίο λαμβάνεται υπόψη η ισοκατανομή των χρόνων των διαφορετικών διαδρομών. Προτείνεται γενετικός αλγόριθμος για την επίλυση των μοντέλων και πραγματοποιείται εφαρμογή σε δοκιμαστικό πρόβλημα μικρών διαστάσεων. Η επίλυση καταδεικνύει σταθερότητα του αλγορίθμου επίλυσης και την επίπτωση της χωρητικότητας των οχημάτων στη δρομολόγηση και στην ισοκατανομή.

**Λέξεις κλειδιά:** *Πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων, γενετικός αλγόριθμος, ισοκατανομή χρόνων διαδρομών.*

### Abstract

Transportation and distribution of goods is of primary importance to the supply chain, as it corresponds to a significant part of a company's operating costs. We develop an extension of the vehicle routing problem with capacity and time window constraints, pickups and deliveries, in which route duration balancing is considered. A genetic algorithm is proposed for solving the model. The model and algorithm are implemented to a small scale test problem. Results indicate robustness of the solution approach and the impact of capacity to the design of routes and route time balancing.

**Keywords:** Vehicle routing problem, genetic algorithm, route time balancing

## *1. Εισαγωγή*

Η μεταφορά και διανομή προϊόντων είναι από τις σημαντικότερες δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας και αφορούν σε ικανό μέρος των αντίστοιχων δαπανών μιας εμπορικής ή βιομηχανικής επιχείρησης. Η διανομή προϊόντων αφορά στην εξυπηρέτηση, σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, ενός συνόλου από πελάτες μέσω ενός αριθμού οχημάτων, τα οποία έχουν αφετηρία τους μια συγκεκριμένη τοποθεσία (λ.χ. μια αποθήκη), χρησιμοποιώντας το οδικό δίκτυο. Για την αποδοτική ολοκλήρωση της οποιασδήποτε υπηρεσίας διανομής, είναι εκ των πραγμάτων αναγκαία η εύρεση των βέλτιστων διαδρομών διανομής. Σε αυτό το πλαίσιο, ο σχεδιασμός της διανομή προϊόντων εντάσσεται στο λεγόμενο πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης και στις επεκτάσεις του. Το εν λόγω πρόβλημα έχει εξεταστεί εκτενώς στη βιβλιογραφία, ενώ έχουν και πληθώρα πραγματικών εφαρμογών σε διάφορα πεδία της ανθρώπινης δραστηριότητας (Toth and Vigo, 2002). Το πρόβλημα διατυπώνεται ως αυτό της εύρεσης των βέλτιστων διαδρομών στόλου οχημάτων διανομής συγκεκριμένης χωρητικότητας, τα οποία εκκινούν από ένα αποθετήριο, επισκέπτονται μια αλληλουχία θέσεων εξυπηρέτησης, στις οποίες παραδίδουν ή παραλαμβάνουν προϊόντα, και επιστρέφουν στο αποθετήριο. Περιορισμοί του προβλήματος μπορεί να αποτελούν ο διαθέσιμος αριθμός οχημάτων, η χωρητικότητα του κάθε οχήματος, τα διαθέσιμα χρονοπαράθυρα εξυπηρέτησης της κάθε θέσης εξυπηρέτησης κ.α. (Toth and Vigo, 2002).

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη μοντέλου βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων διανομής, μέσω του οποίου να προσδιορίζονται η βέλτιστη δομή και ο βέλτιστος αριθμός διαδρομών οχημάτων διανομής. Το μοντέλο αναπτύσσεται ως επέκταση (variant) του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP) και επιλύεται με την εφαρμογή γενετικού αλγορίθμου. Η δομή της εργασίας έχει ως εξής: στη δεύτερη ενότητα πραγματοποιείται συνοπτική παρουσίαση των προβλημάτων δρομολόγησης και παρατίθεται η συνεισφορά της εργασίας στο πεδίο αυτό. Στην τρίτη ενότητα παρατίθεται το μοντέλο και η μεθοδολογία επίλυσής του ενώ η τέταρτη ενότητα περιλαμβάνει εφαρμογή του μοντέλου σε πρόβλημα διανομής. Τα συμπεράσματα της εργασίας περιέχονται στην πέμπτη ενότητα της εργασίας.

## *2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση*

Το πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem – VRP είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα στη διεθνή βιβλιογραφία (Baldacci κ.α., 2007). Αντικείμενο του προβλήματος αποτελεί ο βέλτιστος σχεδιασμός διαδρομών που πραγματοποιούνται από στόλο οχημάτων ώστε να εξυπηρετηθεί αριθμός πελατών (Toth and Vigo, 2002). Η πρώτη διατύπωση του προβλήματος αποδίδεται στους Dantzig και Ramser (1959) και έκτοτε η βιβλιογραφία επιδεικνύει πληθώρα εργασιών, οι οποίες αφορούν στη διατύπωση του προβλήματος, στις μεθοδολογίες επίλυσής τους καθώς και σε πρακτικές εφαρμογές τους (Baldacci *et al.*, 2007). Πρόσφατες εκτενείς ανασκοπήσεις στο αντικείμενο του προβλήματος έχουν δημοσιευτεί από τους Toth και Vigo (2002), Cordeau *et al.* (2007), Braysy *et al.* (2002), Kumar και Panneerselvam (2012) καθώς και στον συλλογικό τόμο των Golden *et al.* (2007).

Οι διάφορες παραλλαγές του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης περιλαμβάνουν περιορισμούς στη χωρητικότητα των οχημάτων, στη χρήση διαφορετικών τύπων οχημάτων, στο επιτρεπτό μήκος/χρόνο διαδρομής ανά όχημα, στη σειριακή ή ταυτόχρονη παραλαβή και παράδοση αγαθών, στην εφαρμογή χρονοπαραθύρων, στη πολλαπλή εξυπηρέτηση του ίδιου πελάτη κατά την ίδια διαδρομή, σε στοχαστικές υποθέσεις ως προς τη ζήτηση ή τους χρόνους διαδρομής, καθώς και συνδυασμούς αυτών (Toth και Vigo, 2002). Στον πίνακα 2.1 παρατίθενται οι πλέον συνήθεις επεκτάσεις του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης.

***Πίνακας 2.1:*** *Συνήθεις Επεκτάσεις Προβλήματος Βέλτιστης Δρομολόγησης Οχημάτων*

| Ονομασία | Περιγραφή |
|---|---|
| Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων συγκεκριμένης χωρητικότητας. |
| Vehicle Routing Problem with Pickups and Deliveries (VRPPD) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων, όπου σε κάθε θέση εξυπηρέτησης πραγματοποιείται ταυτόχρονη παράδοση ή/και παραλαβή προϊόντων στον κάθε πελάτη. |
| Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPWB) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων, όπου πρώτα πραγματοποιείται παράδοση και μετά παραλαβή των προϊόντων από όλους τους πελάτες |
| Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων, κατά τον οποίο ο κάθε πελάτης πρέπει να εξυπηρετηθεί εντός συγκεκριμένου χρονοπαραθύρου. |
| Split Delivery Problem (SDP) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων, στις οποίες ο ίδιος πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί πέρα από μια φορά. |
| Stochastic Vehicle Routing Problem (SVRP) | Ο σχεδιασμός βέλτιστων διαδρομών οχημάτων, τα χαρακτηριστικά των οποίων (πχ χρόνοι διαδρομής) ή/και της ζήτησης είναι αβέβαια |

Όσο για τις μεθοδολογίες επίλυσης, δεδομένης και της πολυπλοκότητας του εν λόγω συνδυαστικού προβλήματος βελτιστοποίησης (Kumar και Panneerselvam. 2012), η βιβλιογραφία επιδεικνύει πληθώρα προσεγγίσεων, οι οποίες περιλαμβάνου τόσο ακριβείς τεχνικές όσο και ευρετικούς αλγορίθμους και μεθευρετικούς αλγορίθμους (Toth και Vigo, 2002, Kumar και Panneerselvam, 2012). Σε ό,τι αφορά στις ακριβείς μεθόδους, η συνήθης μέθοδος κλάδου – φραγής (branch and bound) έχει προταθεί από τους Araque *et al.* (1990) και Cornuejols and Harche (1993). Η συνηθέστερη ευρετική μέθοδος, η οποία αφορά στη βασική διατύπωση του προβλήματος, είναι ο «αλγόριθμος αποταμίευσης» των Clarke και Wright (1964). Έκτοτε, έχουν προταθεί διαφορετικοί ευρετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι σύμφωνα με τους Laporte και Semet (2002) σε μεθόδους κατασκευής διαδρομών (Route Construction Methods), αλγορίθμους δυο φάσεων (Two Phase Methods) και μεθόδους βελτίωσης διαδρομής (Route Improvement Methods). Οι Laporte και Semet (2002) παρέχουν εκτενή περιγραφή των μεθόδων αυτών.

Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι εφαρμόζονται ευρύτατα κατά τις δύο τελευταίες δεκαετίες για την επίλυση των επεκτάσεων του προβλήματος δρομολόγησης, καθώς εκμεταλλεύονται τις σύγχρονες υπολογιστικές δυνατότητες, παρουσιάζουν κατά περίπτωση εξαιρετική απόδοση στην επίλυση αντίστοιχων συνδυαστικών προβλημάτων και μπορούν να περιγράψουν ικανοποιητικά τις διάφορες παραμέτρους και περιορισμούς των εξελιγμένων επεκτάσεων του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης (Gendreau κ.α., 2008). Οι Gendreau κ.α. (2002, 2008) και Kumar και Panneerselvam (2012) αναφέρουν αριθμό μεθευρετικών αλγορίθμων για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης και των επεκτάσεων του όπως γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms), Ant Colony Optimization, Greedy Randomized Adaptive Search Procedures (GRASP), προσομοιώμένη ανόπτηση (Simulated Annealing), Tabu Search, Scatter Search και Variable Neighborhood Search. Οι γενετικοί αλγόριθμοι συγκεκριμένα έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα αποδοτικοί και αποτελεσματικοί για την επίλυση προβλημάτων αυτού του τύπου (Gendreau *et al.* 2008).

Στην παρούσα εργασία διαμορφώνεται επέκταση του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης με χρονοπαράθυρα και παράλληλες παραδόσεις και παραλαβές, στις οποίες πέρα από τη χωρητικότητα του οχήματος, επιδιώκεται και η ισοκατανομή του μήκους διαδρομής των οχημάτων, με στόχο την δικαιότερη κατανομή του χρόνου εργασίας ανάμεσα στους οδηγούς του οχήματος. Επιπλέον, για την επίλυση του προβλήματος αξιοποιείται γενετικός αλγόριθμος σταθερής κατάστασης (steady state), στον οποίο οι περιορισμοί εντάσσονται ως συναρτήσεις ποινής στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

## *3. Μεθοδολογία*

### *3.1 Μαθηματική Διατύπωση*

Το πρόβλημα που πραγματεύεται η παρούσα εργασία αποτελεί μια σύνθεση των τριών κύριων επεκτάσεων του προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης: του περιορισμού χωρητικότητας οχημάτων. της εφαρμογής χρονικών παραθύρων και των παράλληλων παραδόσεων και διανομών (πρόβλημα CVRPTWPD). Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ένα σύνολο πελατών N= {2,...,n} πρέπει να εξυπηρετηθούν από έναν δεδομένο αριθμό οχημάτων K που εκκινούν από ένα κεντρικό αποθετήριο. Κάθε πελάτης χαρακτηρίζεται από την γεωγραφική του θέση, τον αριθμό των προϊόντων παραλαβής και διανομής $p_i$ και $d_i$ καθώς και από τα χρονικά παράθυρα ($\alpha_i$,$\beta_i$) στα οποία πρέπει να εξυπηρετηθεί. Ένα όχημα μπορεί να φτάσει σε έναν πελάτη νωρίτερα από το μικρότερο χρονικό όριο εξυπηρέτησης του και να περιμένει εκεί, χωρίς επιπλέον κόστος, μέχρι να τον εξυπηρετήσει. Ωστόσο δεν επιτρέπεται η εξυπηρέτηση κανενός πελάτη μετά το πέρας του χρονικού ορίου εξυπηρέτησης. Ως $c_{ij}$ και $t_{ij}$ δηλώνεται το κόστος και ο χρόνος διαδρομής για να μετακινηθεί ένα όχημα από τη θέση εξυπηρέτησης $i$ στη θέση $j$. Σκοπός του προβλήματος είναι η εξυπηρέτηση των πελατών με ελαχιστοποίηση του κόστους, υπό τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων και των χρονοπαραθύρων. Οι βασικές υποθέσεις περιορισμοί που διέπουν το εξεταζόμενο πρόβλημα είναι οι εξής:

- Κάθε κύκλος ξεκινάει και καταλήγει στην κεντρική αποθήκη.
- Κάθε πελάτης δέχεται επίσκεψη σε ένα μόνο κύκλο.
- Το φορτίο του οχήματος κατά τη διάρκεια ενός κύκλου δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές αλλά ούτε και να υπερβεί την χωρητικότητα του οχήματος.
- Κάθε πελάτης εξυπηρετείται μεταξύ των χρονικών ορίων ($\alpha_i$,$\beta_i$) και κάθε όχημα παραμένει εκεί για χρόνο που ισοδυναμεί με τον χρόνο εξυπηρέτησης του πελάτη.

Σύμφωνα με τα παραπάνω το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιορισμένης Χωρητικότητας με Χρονικά Παράθυρα, Παραλαβές και Διανομές (VRPTWPD) μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Έστω:

$C$: Σύνολο Πελατών
$W$: Σύνολο Οχημάτων Διανομής πλήθους $N$
$i,j,m$: Θέση (κόμβος) $\in C$
$k$: Όχημα Διανομής $\in W$
$d_i$: Παραλαμβανόμενη ποσότητα στη θέση $i$
$p_j$: Διανεμόμενη ποσότητα στη $j$
$c_{ij}$: Κόστος διάνυσης συνδέσμου $(i,j)$
$Q_k$: Χωρητικότητα οχήματος $k$

$t_{ijk}$: Χρόνος διαδρομή μεταξύ θέσεων $i$ και $j$ για το όχημα $k$
$s_{ik}$: Χρόνος εξυπηρέτησης στη θέση $i$ από όχημαρ $k$
$T_k$: Μέγιστος χρόνος διαδρομής για όχημα $k$
$\alpha_i, \alpha_j$: Χρόνοι άφιξης στις θέσεις $i,j$
$lt_j$: Αργότερος χρόνος άφιξης στη θέση $j$
$l_{0k}$: Φορτίο οχήματος $k$ όταν αναχωρεί από το αποθετήριο
$l_{jk}$: Φορτίο οχήματος $k$ μετά την αναχώρηση από τη θέση $j$
$M$: Μεγάλος αριθμός

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{αν το όχημα } k \text{ χρησιμοποιεί το σύνδεσμο } (i, j) \\ 0 & \text{αν όχι} \end{cases}$$

$$\text{minimize} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \sum_{k \in W} \left( c_{ij} \cdot x_{ijk} \right) + \sum_{k \in W} \left( \frac{\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} c_{ij} \cdot x_{ijk} - \frac{1}{\mathrm{N}} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \sum_{k \in W} \left( c_{ij} \cdot x_{ijk} \right)}{\frac{1}{\mathrm{N}} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \sum_{k \in W} \left( c_{ij} \cdot x_{ijk} \right)} \right)^2 \tag{1}$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_{i \in C} \sum_{k \in W} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in C \tag{2}$$

$$\sum_{j \in C} \sum_{k \in W} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C \tag{3}$$

$$\sum_{i \in C} x_{imk} = \sum_{j \in C} x_{mjk} \qquad \forall m \in C, k \in W \tag{4}$$

$$\sum_{i \in C} d_i \left( \sum_{j \in C} x_{ijk} \right) \le Q_k \qquad \forall k \in W \tag{5}$$

$$\sum_{i \in C} s_{ik} \sum_{j \in C} x_{ijk} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} t_{ijk} \cdot x_{ijk} \le T_k \quad \forall k \in W \tag{6}$$

$$\sum_{j \in C / \{0\}} x_{0jk} \le 1 \ \forall k \in W \tag{7}$$

$$\sum_{i \in C / \{0\}} x_{i0k} \le 1 \ \forall k \in W \tag{8}$$

$$x_{ijk} \in S \ \forall i \in C, j \in C, k \in W \tag{9}$$

$$S = \left\{ x_{ijk} : \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} x_{ijk} \le |B| - 1 \text{ for } B \subseteq C / \{0\}; |B| \ge 2 \right\} \tag{10}$$

$$a_j \ge a_i + s_{ik} + t_{ijk} - \left(1 - x_{ijk}\right) \cdot T_k \qquad \forall i, j \in C, k \in W \tag{11}$$

$$a_j \ge a_i + s_{ik} + t_{ijk} + \left(1 - x_{ijk}\right) \cdot T_k \qquad \forall i, j \in C, k \in W \tag{12}$$

$$a_0 = 0 \tag{13}$$

$$a_j \le lt_j \ \forall j \in C \tag{14}$$

$$l_{0k} = \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_j \cdot x_{ijk} \qquad \forall k \in W \tag{15}$$

$$l_{jk} \ge l_{0k} - d_j + p_j - M \cdot (1 - x_{0jk}) \quad \forall j \in C, k \in W \tag{16}$$

$$l_{jk} \geq l_{ik} - d_j + p_j - M \cdot (1 - \sum_{k \in W} x_{ijk}) \quad \forall i, j \in C, i \neq j \qquad (17)$$

$$l_{0k} \leq Q_k \qquad \forall k \in W \qquad (18)$$

$$l_{jk} \leq Q_k \qquad \forall j \in C, k \in W \qquad (19)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) εκφράζει την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου όλων των διαδρομών ($1^{ος}$ όρος) και την ελαχιστοποίηση των διαφοροποιήσεων των επιμέρους χρόνων των διαδρομών από τον μέσο χρόνο ($2^{ος}$ όρος), έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή εξισορρόπηση των χρόνων διαδρομής. Οι περιορισμοί (2) και (3) εξασφαλίζουν ότι κάθε θέση εξυπηρετείται μόνο μια φορά ενώ ο περιορισμός (4) αφορά στη διατήρηση των ροών που παραδίδονται και παραλαμβάνονται. Οι περιορισμοί (5) και (6) αφορούν στη χωρητικότητα των οχημάτων και στο μέγιστο χρόνο διαδρομής και οι περιορισμοί (8) και (9) στο διαθέσιμο αριθμό οχημάτων. Η απάλειψη εσωτερικών κύκλων (sub-tours) επιτυγχάνεται μέσω των περιορισμών (10) και (11). Τα χρονοπαράθυρα καθορίζονται από τους περιορισμούς (11)-(14) ενώ οι ταυτόχρονες παραδόσεις και παραλαβές από τους περιορισμούς (15)-(19). Η αναλυτική περιγραφή των περιορισμών (12)-(2) παρέχεται από τους Wiley (2000) και Dethloff (2001).

### *3.2 Μεθοδολογία Επίλυσης*

Οι γενετικοί αλγόριθμοι δημιουργήθηκαν από τον Holland (1975) και έκτοτε αποτελούν ιδιαίτερα διαδεδομένη και αποδοτική μέθοδο επίλυσης πολύπλοκων συνδυαστικών προβλημάτων. Επιπλέον, έχουν τύχει ευρείας εφαρμογής σε διαφορετικές επεκτάσεις το προβλήματος βέλτιστης δρομολόγησης. Στα πλαίσια εφαρμογής των γενετικών αλγορίθμων, οι υποψήφιες λύσεις απεικονίζονται κατάλληλα με τη χρήση δομών που αποκαλούνται χρωμοσώματα. Διαμορφώνεται αρχικός πληθυσμός υποψήφιων λύσεων – χρωμοσωμάτων (συνήθως με τη χρήση τυχαίας γεννήτριας), οι οποίες αξιολογούνται με τη βοήθεια της λεγόμενης συνάρτησης καταλληλότητας, η οποία στις απλούστερες περιπτώσεις ταυτίζεται με την αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Οι καλύτερες εκ των λύσεων χρησιμοποιούνται για τη διαμόρφωση ενός βελτιωμένου πληθυσμού λύσεων, μέσω κατάλληλων τελεστών όπως η επιλογή γονέων, η διασταύρωση, η μετάλλαξη κλπ. Οι εκάστοτε περιορισμοί λαμβάνονται υπόψη στην αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων μέσω ποινών στη συνάρτηση καταλληλότητας ή ακόμη και μέσω της απόρριψης κάποιων εξ αυτών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την εύρεση μιας ικανοποιητικής λύσης.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας χρησιμοποιείται επέκταση του γενετικού αλγορίθμου των Karlaftis κ.α. (2009) για την επίλυση του προβλήματος. Οι περιορισμοί χωρητικότητας και χρονοπαραθύρων θεωρούνται σε αυτή την περίπτωση ως «ευέλικτοι» (soft), οπότε εφαρμόζεται συνάρτηση ποινής (penalty function) στην αντικειμενική συνάρτηση, σε περίπτωση μη εξυπηρετούμενης ζήτησης λόγω υπέρβασης της χωρητικότητας κατά τη διανομή ή λόγω υπέρβασης των χρονοπαραθύρων εξυπηρέτησης. Το χρωμόσωμα κάθε υποψήφιας λύσης απεικονίζει την αλληλουχία (permutation) όλων των θέσεων που πρέπει να εξυπηρετηθούν από τα οχήματα διανομής, με την κάθε θέση να αντιστοιχεί σε ένα αύξοντα αριθμό (αρίθμηση θέσεων 1,2 ….). Για παράδειγμα, για 9 θέσεις διανομής, ένα πιθανό χρωμόσωμα φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Θεωρώντας ότι το αποθετήριο έχει αρίθμηση 0, μπορούν να καθοριστούν οι διαδρομές εντός αυτού, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς του μαθηματικού μοντέλου. Λόγου χάρη, στο παράδειγμα του Σχήματος 3.1, τρεις υποψήφιες διαδρομές θα ήταν οι 0-3-5-8-0, 0-1-6-4- 0-7-9-0.

Αλληλουχία θέσεων που θα επισκεφτούν τα οχήματα

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **3** | **5** | **2** | **8** | **1** | **6** | **4** | **7** | **9** |

***Σχήμα 3.1:*** *Παράδειγμα χρωμοσώματος*

Η συνάρτηση καταλληλότητας *FF* περιλαμβάνει το συνολικό χρόνο διαδρομών, την ισοκατανομή καθώς και ποινές για την υπέρβαση των χρονοπαραθύρων και της χωρητικότητας:

$$FF = \Big(\sum_{r\in R}\sum_{n\in W_r\subseteq W} t_{r,(n-1)n} + \sum_{m\in W} e_m\Big) + \sum_{r\in R}\left(\frac{\sum_{n\in W_r\subseteq W}\left(t_{r,(n-1)n}+e_n\right) - \frac{1}{N}\Big(\sum_{r\in R}\sum_{n\in W_r\subseteq W} t_{r,(n-1)n} + \sum_{m\in W} e_m\Big)}{\frac{1}{N}\Big(\sum_{r\in R}\sum_{n\in W_r\subseteq W} t_{r,(n-1)n} + \sum_{m\in W} e_m\Big)}\right)^2$$

$$+pen_1\cdot\sum_{m\in W} tdev_m + pen_2\cdot\sum_{m\in W} cdev_m \qquad (20)$$

Όπου *R* το σύνολο των διαδρομών, *r* διαδρομή που ανήκει στο *R*, *N* το πλήθος των οχημάτων, *W* το σύνολο των προς επίσκεψη θέσεων, $W_r$ το σύνολο των θέσεων που περιλαμβάνονται στη διαδρομή *r*, *n*, m προς επίσκεψη θέσεις, $e_m$ ο χρόνος εξυπηρέτησης στη θέση *m*, $t_{r,(n-1)n}$ ο χρόνος διαδρομής ανάμεσα στις θέσεις *n* και *n-1*, $tdev_m$ η ενδεχόμενη χρονική καθυστέρηση στη θέση *m*, $cdev_m$ η ενδεχόμενη μη εξυπηρετούμενη παράδοση ή/και παραλαβή στη θέση *m* και *pen1*, *pen2* θετικοί συντελεστές βαρύτητας των ποινών. Συγκεκριμένα, οι δύο πρώτοι όροι αφορούν στην αντικειμενική συνάρτηση (1) ενώ ο 3$^{ος}$ και 4$^{ος}$ όρος στις συναρτήσεις ποινής των περιορισμών ως προς την τήρηση των χρονοπαραθύρων και της χωρητικότητας.

Η επιλογή αρχικού πληθυσμού είναι τυχαία, οι γονείς (καλύτερες λύσεις) επιλέγονται με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας (Eiben και Smith, 2003). Η διασταύρωση ακολουθεί τη μέθοδο των Davis (1991) και Eiben και Smith (2003), σύμφωνα με την οποία, δύο θέσεις διασταύρωσης επιλέγονται τυχαία ανάμεσα στους δύο γονείς πραγματοποιείται ανταλλαγή τμημάτων των δύο γονέων, η οποία περιγράφεται στο Σχήμα 3.2. Ως προς τη μετάλλαξη, σε αριθμό χρωμοσωμάτων, δυο θέσεις ανταλλάσσονται τυχαία ώστε να επιτυγχάνεται διαφοροποίηση στον πληθυσμό.

(3,5,2,**8,1,6,**4,7,9) → (4,9,5,**8,1,6**,2,3,7)
(4,9,1,**5,2,6,**8,3,7) → (3,8,1,**5,2,6,**4,7,9)

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | **8** | 1 | **6** | 4 | 9 | 7 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | **6** | 1 | **8** | 4 | 9 | 7 |

***Σχήμα 3.2:*** *Παράδειγμα διασταύρωσης γονέων*

Η εξαγωγή επιμέρους διαδρομών από το χρωμόσωμα βασίζεται στη χωρητικότητα του κάθε οχήματος και στο χρόνο διαδρομής, περιγράφεται δε αναλυτικά στην εργασία των Karlaftis *et al.* (2009). Ολοκληρώνοντας, σε κάθε επανάληψη πραγματοποιείται συνολική αντικατάσταση του πληθυσμού (steady state genetic algorithm).

## *4. Πιλοτική Εφαρμογή*

Πραγματοποιείται πιλοτική εφαρμογή του αλγορίθμου σε δοκιμαστικό δίκτυο επτά (7) θέσεων πελατών, οι οποίοι πρόκειται να εξυπηρετηθούν από δύο (2) οχήματα. Τα μεταφερόμενα προϊόντα τοποθετούνται σε ομοιόμορφα κιβώτια και κάθε όχημα έχει χωρητικότητα 36 κιβωτίων. Θεωρείται ότι πραγματοποιούνται μόνο διανομές (χωρίς απώλεια της γενικότητας), ο δε χρόνος εξυπηρέτησης σε κάθε θέση είναι 15 min. Στον πίνακα 4.1 φαίνονται οι χρόνοι διαδρομής ανάμεσα στο αποθετήριο και στις θέσεις, καθώς και η ημερήσια ζήτηση σε κάθε θέση σε κιβώτια:

***Πίνακας 4.1:*** *Χρόνοι Διαδρομής και Στοιχεία Ζήτησης*

| | Χρόνος διαδρομής (min) | | | | | | | | Ζήτηση | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Θέση** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **(κιβώτια)** | **Χρονοπαράθυρο*** |
| **0** | 0 | 36 | 59 | 36 | 51 | 74 | 39 | 55 | | |
| **1** | 36 | 0 | 29 | 0 | 21 | 44 | 12 | 26 | 6 | 0-120 min |
| **2** | 57 | 27 | 0 | 27 | 19 | 41 | 27 | 27 | 13 | 0-120 min |
| **3** | 36 | 0 | 29 | 0 | 21 | 44 | 12 | 26 | 3 | 0-120 min |
| **4** | 49 | 19 | 22 | 19 | 0 | 36 | 21 | 8 | 15 | 60-180 min |
| **5** | 72 | 42 | 42 | 42 | 34 | 0 | 42 | 41 | 1 | 60-180 min |
| **6** | 42 | 10 | 29 | 10 | 23 | 45 | 0 | 27 | 2 | 0-180 min |
| **7** | 54 | 25 | 26 | 25 | 9 | 41 | 26 | 0 | 1 | 0-180 min |

* από αναχώρηση οχήματος

Με στόχο τη βαθμονόμηση του γενετικού αλγορίθμου πραγματοποιήθηκαν επιλύσεις για διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού (10, 20 και 30 χρωμοσώματατα), τιμών ρυθμού διασταύρωσης (cross-over rate) (0.2, 0.4, 0.6) και ρυθμού μετάλλαξης (0.05, 0.1, 0.15). Σε όλες τις περιπτώσεις, δεδομένου και του μικρού μεγέθους του δοκιμαστικού προβλήματος, ο αλγόριθμος συνέκλινε στην ίδια λύση συνάρτησης καταλληλότητας (386.21), σε χρόνο από 45-55 sec (υπολογιστής Intel Pentium i3 με 4 GB μνήμης). Η ανάλυση αυτή κατάδειξε τη σταθερότητα των δυνατοτήτων επίλυσης του γενετικών αλγόριθμου για το προς εξέταση πρόβλημα. Η επίλυση έδωσε δύο διαδρομές, οι οποίες αντιστοιχούν στις αλληλουχίες θέσεων **2-5-4-7-6** και **1-3**.

Στον πίνακα 4.2 φαίνονται αποτελέσματα επίλυσης για διαφορετικές τιμές χωρητικότητας των οχημάτων:

***Πίνακας 4.2:*** *Αποτελέσματα για διαφορετικές τιμές χωρητικότητας οχημάτων*

| **Χωρητικότητα** | **Βέλτιστος Χρόνος Διαδρομής (min)** | **Ισοκατανομή στους χρόνους διαδρομής** | **Βέλτιστη Τιμή Συνάρτησης Καταλληλότητας** | **Μη Εξυπηρετούμενη Ζήτηση** |
|---|---|---|---|---|
| 20 | (218) | | (229.28) | 13 |
| 25 | (225) | | (225.78) | 6 |
| 28 | 387 | 0.37 | 387.37 | 0 |
| 30 | 386 | 0.21 | 386.21 | 0 |
| 36 | 382 | 0.43 | 382.43 | 0 |
| 40 | 371 | 0.21 | 371.21 | 0 |

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 4.2 για χαμηλές τιμές χωρητικότητας οχήματος (20, 25 κιβώτια), ναι μεν οι χρόνοι διαδρομής είναι χαμηλότεροι, πλην όμως κάποιοι πελάτες δεν εξυπηρετούνται και ο αλγόριθμος δεν επιτυγχάνει στην εύρεση ικανοποιητικής λύσης. Για χωρητικότητες άνω των 28 κιβωτίων, η ζήτηση εξυπηρετείται ενώ επιτυγχάνονται ελαφρά μειούμενοι χρόνοι διαδρομής. Επιπλέον, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2, καλύτερη ισοκατανομή διαδρομών επιτυγχάνεται για οχήματα 30 ή 40 εμπορευματοκιβωτίων, κάτι που καταδεικνύει ότι η ισοκατανομή εξαρτάται τελικά και από το συγκεκριμένο μέγεθος των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, το οποίο εξαντλείται η όχι σε σχέση με τη ζήτηση. Πράγματι, η αυξομείωση της χωρητικότητας του οχήματος δεν φαίνεται να έχει ομοιόμορφη επίπτωση στην ισοκατανομή των χρόνων διαδρομής.

## *5. Συμπεράσματα*

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αναπτύχθηκε μοντέλο βέλτιστης δρομολόγησης οχημάτων διανομής με περιορισμούς χωρητικότητας, χρονοπαράθυρα και ταυτόχρονες παραδόσεις και παραλαβές. Στο μοντέλο συνυπολογίστηκε η ισοκατανομή στους χρόνους των επιμέρους διαδρομών, με στόχο την εξισορρόπηση των χρόνων εργασίας των οχημάτων. Η επίλυση του μοντέλου πραγματοποιήθηκε με γενετικό αλγόριθμο σταθερής κατάστασης, έγινε δε πιλοτική εφαρμογή σε πρόβλημα μικρού μεγέθους, με ικανοποιητικό χρόνο επίλυσης και ομοιόμορφη συμπεριφορά σε σχέση με διαφοροποιήσεις στις παραμέτρους του γενετικού αλγορίθμου. Τα αποτελέσματα εφαρμογής στο δοκιμαστικό πρόβλημα κατέδειξαν την επίπτωση της χωρητικότητας των οχημάτων τόσο στο χρόνο διαδρομής όσο και στην ισοκατανομή. Περαιτέρω έρευνα στο αντικείμενο περιλαμβάνει ενδελεχή διερεύνηση και ανάλυση ευαισθησίας και των λοιπών παραμέτρων του προβλήματος καθώς και εφαρμογή σε προβλήματα ρεαλιστικού μεγέθους. Η εφαρμογή σε προβλήματα δρομολόγησης πραγματικού μεγέθους συγκεκριμένα, μπορεί να παράσχει περισσότερες πληροφορίες για την επίπτωση της απαίτησης ισοκατανομής ανάμεσα στα διαφορετικά οχήματα (άρα και στο φόρτο εργασίας των οδηγών), αλλά και στην επίπτωση του μεγέθους των οχημάτων στη δρομολόγηση, πάντα υπό την προϋπόθεση της ισοκατανομής.

## *6. Αναφορές*


Araque J.R., Hall L., Magnanti T.L. (1990). Capacitated trees, capacitated routing and associated polyhedra. *Discussion Paper 9061*, CORE, University of Louvain La Neuve. Belgium.

Baldacci, R., Battarra, M., Vigo, D. (2007). Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles. In: *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges* (Eds. Golden, B., Raghavan, S., Wasil, E.), Springer, New York, pp. 3-28.

Bräysy, O, Gendreau, M., Hasle, G., Lokketangen, A. (2002). A survey of rich vehicle routing models and heuristic solution techniques. *Technical Report*, SINTEF, Trondheim.

Clarke G., Wright J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*, 12(4), 568-581.

Cordeau, J.F., Laporte, G., Savelsbergh, W.P., Vigo, D. (2007). Vehicle Routing. In: *Transportation, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 14, Elsevier, Amsterdam, pp. 367-428.

Cornuejols G., Harche F. (1993). Polyhedral study of the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming*, 60, 21-52.

Dantzig B., Ramser H. (1959). The truck dispatching problem. Management Science. 6(1), 80-91.

Davis, L. (1991). *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold, The Netherlands.

Dethloff, J. (2001). Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *OR-Spektrum*, 23(1). 79-96.

Eiben, A.E., Smith, J.E. (2003). *Introduction to Evolutionary Computing*. Springer, Berlin.

Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y. Metaheuristics for the capacitated vrp. In: *The Vehicle Routing Problem* (Eds Toth, P., Vigo, D.). SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM Publishing: Philadelphia, PA, pp. 129–154.

Gendreau, M., Potvin, J.-Y., Braysy, O., Hasle, G., Lokketangen, A. (2008). Metaheuristics fir the vehicle routing problem and its extensions: A categorized bibliography. Operations Research / Computer Science Interfaces, 48, 143-169.

Goldem, B., Raghavam S., Wasil, E. (2007). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges* (Eds. Golden, B., Raghavan, S., Wasil, E.), Springer, New York

Holland, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

Karlaftis, M. G., Kepaptsoglou, K., Sambracos, E. (2009). Containership routing with time deadlines and simultaneous deliveries and pick-ups. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45(1). 210-221.

Kumar, S.N., Panneerselvam, R. (2012). A Survey on the Vehicle Routing Problem and Its Variants. *Intelligent Information Management*, 4(1), 66-74.

Laporte, G., Semet, F. (2002). Classical heuristics for the capacitated VRP. In: *The Vehicle Routing Problem* (Eds Toth, P., Vigo, D.). SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM Publishing: Philadelphia, PA, pp. 109- 128.

Toth, P., Vigo, D. (2002). The Vehicle Routing Problem. *SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*. SIAM, Philadelphia.

Wiley, V.D. (2000). *The Symmetric Group Class User's Manual for Partitioning and Ordering Problems*. The University of Texas at Austin, TX, USA.